بسم الله الرحمن الرحیم

## کتاب پېژندنه

**د کتاب نوم:** احصائیه او احتمالات

**څانګه:** بانکداري، محاسبه او د تجارت اقتصاد

**مولف:** نورالله ابراهیمی او میر محمد شاه رفیعی

**ژباړن:** نورالله عماد

**د څار کمېټه:**

- محمد آصف ننګ د تخنیکي او مسلکي زده کړو معین
- دیپلوم انجنیر عبدالله کوزايي د تعلیمي نصاب رییس
- محمد اشرف وحدت په تعلیمي نصاب کې د معینیت د مقام سلاکار

**د تصحیح کمېټه:**

- محمد احسان
- محیم نسیم پسرلی

**د ګرافیک او ډیزاین څانګې مسئول :** محمد جان علیرضایي

**ګرافیک او ډیزاین:** محمد سلیم خان

**چاپ کال:** ۱۳۹۲ لمریز کال

**تیراژ:** ۳۰۰۰

**چاپ ځل:** لومړی

**وېب پاڼه:** www.dmtvet.gov.af

**برېښنالیک:** info@dmtvet.gov.af

کد ISBN: ۹۷۸۹۹۳۶۳۰۰٦٤٤

# ملي سرود

دا وطـــن افغانســــتان دی　　دا عـــزت د هر افـــغان دی
کـــور د سولې کـــور د تورې　　هر بچـــی یې قـــهرمان دی
دا وطـــن د ټولو کــــور دی　　د بلوڅـــــو د ازبکــــو
د پـــښتون او هـــــزاره وو　　د ترکمنـــــو د تاجکـــو
ور ســره عـــرب، ګـــوجر دي　　پامیـــریان، نورستانیـــان
براهــوي دي، قـــزلباش دي　　هم ایمـــاق، هم پـــشه یان
دا هیـــواد به تل ځلیـــــږي　　لکـــه لمـــر پر شـــنه آسمان
په سیـــنه کې د آسیــــا به　　لکـــه زړه وي جـــاوېدان
نـــوم د حـــق مـــو دی رهـــبر　　وایــو الله اکبـــر وایـو الله اکبـــر

# د پوهنې وزیر پیغام

**ګرانو زده کوونکو، محصلانو او درنو ښوونکو!**

د یوې ټولنې وده او پرمختګ کاملاً د همغې ټولنې د پیاوړو کاري کادرونو، بشري قوې او ماهرو فکرونو په کار او زیار پورې تړلي دي. همدا بشري قوه او کاري متې دي چې د هیواد انکشافي اهدافو ته د رسیدو لارې چارې طی کوي او د یوه نیکمرغه، مرفه او ودان افغانستان راتلونکی تضمینوي.

انسان په خپل وار سره د الله تعالی له جانبه او هم د خپل انساني فطرت له اړخه مؤظف او مکلف دی چې د ځمکې په عمران او د یوه سوکاله ژوند د اسبابو او ایجاباتو د تکمیل لپاره خپل اغیزمن نقش، همدارنګه ملي او اسلامي رسالت ادا کړي.

له همدې ځایه ده چې د یوه ژوندي او فعال انسان نقش، د خپل ژوند د چاپیریال او خپلې اړوندې ټولنې په اړه، تل مطلوب او په هیڅ حالت کې نه نفی کیږي او نه هم منقطع کیږي.

په ټول کې د پوهنې نظام او په خاصه توګه د تخنیکي او مسلکي زده کړو معینیت مسوولیت او مکلفیت لري چې د اسلامي ارزښتونو، احکامو او همداراز معقولو او مشروعو قوانینو ته په ژمنتیا سره، د افغانستان په انکشاف کې فعاله، چابکه او موثره ونډه واخلي، ځکه دغه ستر او سپیځلي هدف ته د رسیدو په خاطر د انساني ظرفیت وده، د حرفوي، مسلکي او تخنیکي کادرونو روزنه او پراختیا یو اړین مقصد دی. همدا په تخنیکي او مسلکي زده کړو مزین تنکي ځوانان کولی شي چې په خپلې حرفې او هنر سره په سیستماتیک ډول د هیواد انکشاف محقق او میسر کړي.

جوته ده چې په افغانستان کې د ژوند تګ لاره، دولتداري او ټولنیز نظام د اسلام له سپیڅلو احکامو څخه الهام اخیستی، نو لازمه ده چې زموږ د ټولنې لپاره هر ډول پرمختګ او ترقي باید په علمي معیارونو داسې اساس او بنا شي؛ چې زموږ د کارګر نسل مادي او معنوي ودې ته پکې لومړیتوب ورکړ شي. د حرفوي ظرفیت جوړونې تر څنګ د ځوانانو سالم تربیت او په سوچه اسلامي روحیې د هغوی پالنه نه یوازې پخپل ذات کې یوه اساسي وجیبه ده، بلکې دا پالنه کولی شي چې زموږ وطن پخپلو پښو ودروي، له ضعف څخه یې وژغوري او د نورو له سیاسي او اقتصادي احتیاج څخه یې آزاد کړي.

زموږ ګران زده کوونکي، محصلان، درانه استادان او مربیون باید په بشپړه توګه پوه شي، چې د ودان او نیکمرغه افغانستان ارمان، یوازې او یوازې د دوی په پیاوړو متو، ویښ احساس او نه ستړي کیدونکي جد او جهد کې نغښتی او د همدغو مسلکي او تخنیکي زده کړو له امله کیدای شي په ډیرو برخو کې د افغانستان انکشافي اهداف تر لاسه شي.

د دې نصاب له ټولو لیکوالانو، مولفینو، ژباړونکو، سموونکو او تدقیق کوونکو څخه د امتنان تر څنګ، په دې بهیر کې د ټولو کورنیو او بهرنیو همکارانو له مؤثرې ونډې او مرستو څخه د زړه له کومې مننه کوم. له درنو او پیاوړو استادانو څخه رجامندانه هیله کوم چې د دې نصاب په ګټور تدریس او فعاله تدریب سره دې د زړه په ټول خلوص، صمیمي هڅو او وجداني پیکار خپل ملي او اسلامي نقش ادا کړي.

د نیکمرغه، مرفه، پرمختللي او ویاړمن افغانستان په هیله

**فاروق وردګ**
**د افغانستان د اسلامي جمهوریت د پوهنې وزیر**

# لړلیک

**سریزه**

احصائیه له ټولو حیاتي مسایلو سره سر او کار لري، نه یواځې د احصایې له علمي روشونو څخه استفاده کول دپلان جوړونې په تخنیکونو کې ډیر زیات اهمیت لري، بلکې اغیزناک اقدامات د ټولنیزو او اقتصادي سیاستونو د طرح او تطبیق په اړوند او د اقتصادي مسایلو او مشخصاتو سنجش او ارزونه ټول په احصاییوي موثقو معلوماتو او د شمیرو(اعدادو)په علمي تحلیل او ارزونې او راټولونې باندې متکي دي. احصاییه د ناپیژندل شوو ځیزونو لپاره یوه وسیله ده چې موږ به یې په لومړیو برخو کې ووینو چې هریو له دغو توضیحاتو څخه په درک او فهم کې هغه څه چې احصاییه ده اتلاق کیدای شي.

احصاییه له ډیرې زیاتې پخوا مودې نه را په دې خوا د یو دسپلین په توګه د بیلابیلو هیوادونو د لوړو زدکړو موسساتو په زیاتره دیپارټمنټونو کې تدریس کیږي.

د دې کتاب محتوا په عمومي توګه دوه برخې لري د تشریحي احصایې اخیستنه چې د ګرافیکي او عددي لنډو معلوماتو په برابرولو او پراختیا باندې چې یو شمیر تجارتي پدیدې تشریح کوي متمرکزه ده. او دویم استنباطي احصاییه چې دا خلاصه شوي عددي معلومات د ارزیابۍ لپاره د تجارتي تصمیم نیونې په پروسه کې د استفادې وړ ګرځوي. د مضمون عمده برخه استنباطي احصاییه جوړوي او په دې ترتیب موږ غواړو تر څو وښیو چې څرنګه تاسې کولای شئ له احصایې څخه د ارقامو د تعبیر او بدلون لپاره استفاده کوئ او هغوی په تصمیم نیونه کې په کار واچوئ څرنګه چې د احصایې د علم بنسټ تصمیم نیونه جوړوي او یوه منطقي او علمي تصمیم ته رسیدل د پیژندل شوو حقایقو د ځایونو په رڼا کې شاید چې مغلق شمیر نه وي خو که چیرې دقیق او موثق معلومات میسر نه شي زمونږ تصمیم نیوونکي وګړي به د تیرو وګړو تجربو او یا په موسسو تکیه وکړي البته په داسې ځایونو کې د هغو پایلو دقت او مؤثریت چې په لاس راځي په پوره اندازې سره د قناعت وړ نه ده، بلکې یواځې د یوې احتمالي ټاکلې فیصدۍ ډاډ یا اطمینان به پیدا شي. زیاتره مشغولیتونه د دولت په دستګاه کې او مشغولیتونه په نورو ساحوکې له تاسو څخه غواړي تر څو د راټولو شوو اطلاعاتو پر پایه تصمیم ونیسئ، ځکه په دغو میتودونو پوهیدل (احصاییوي میتودونه) علمي مزایاوې او د اهمیت وړ په کار اچونه هغوی ته وړاندې کوئ.

**په درناوي**

**نور الله ابراهیمي**

**د کتاب ټولیزه موخه:**

د احصایې عمومي تیوري، عملیو، تحقیقاتي پړاوونو دپېښېدو د تکرار توزیع او د خپریدو مقایسونو پیژندل، همدارنګه د احتملاتو له تیورۍ، مفاهیمو، قواعدو او د ترکیباتو له تیورۍ سره یې بلدتیا.

# لومړی څپرکی

## د احصائېې عمومي تیوري

**ټولیزه موخه:**
د کارکوونکو د علمي تحقیقاتو په غرض د کار وړ اطلاعاتو د مجموعې لاسته راوړل

**د زده کړې موخې:** د دې څپرکي په پای کې به محصلین وکولای شي چې:

- د احصایې د علم د بشپړتیا تاریخ توضیح کړي.
- د احصایې د علم بنسټیز مفاهیم توضیح کړي.
- د احصایې له علم څخه د استفادې ځایونه تشریح کړي.

### د احصایې عمومي تیوري

احصائیه او د هغه مفاهیم:احصاییه یوه عربي کلمه ده، چې د هغې لغوي معنا په دري کې (آمار) او د حیاتي مسایلو شمېرل، آمار نیول او کله هم (شمېرل) دي او په پښتو کې هغې ته (شمېر) او (شمېرل) وایي. په آلماني کې د (Statistik) کلمه او په انګلیسي کې د (Statisties) کلمه د احصایې معنا افاده کوي.

د اقتصاد د پوهانو او د احصایې د صاحب نظرانو په عقیده د (Statisties) یا احصایې کلمه د (Status) له کلمې څخه مشتق شوې ده، چې له هغې څخه د قانوني موقف قانوني وضعیت استنتاج کیږي. سربیره پر دې له نوموړې کلمې څخه د حکومت لګښتونه او د وضعیت حالت هم راوځي. د (Status) د کلمې علمي تعبیر د سیاست والو او دولت د اړتیا وړ پر ټولو ارقامو او معلوماتو باندې پایلی ته رسیږي یانتیجې ته رسیږي.

د احصایې د علم په اړه بېلابېل تعریفونه ورکړل شوي دي چې ځینې له هغوی څخه

محدود مفاهيم او ځيني نور پراخ مفاهيم لري. چې يوه يې د ارقامو علم او بل هغه يې د پرمختيا او پراختيا په لور د يوې ټولنې د خصوصياتو د ساخت او بافت د مطالعې وسيله شودلې ده. د احصايې د علم د مفهوم په اړه بايد ووايو چې دا اصطلاح د مهارتونو کچه يا ميزان د نفوسو د سر شميرنې په چوکاټ کې د بيکارۍ ارقام يا د حقايقو عددي تعريفات (چې په احصاييه کې پيښيږي) ذهن ته راګرځوي يا په ساده توګه د يوه مضمون يو مکلفيت دی چې تاسې بايد هغه بشپړ کړئ.

احصاييه يو ګټور او موخه لرونکی علم دی چې له هغې څخه د ګټه اخيستلو پراخه حوزه د دولتي فعاليتونو په تجارت، پلان جوړونې او همدارنګه د هغې په کار اچونه په طبيعي او ټولنيزو علومو کې څه ناڅه نامحدوده ده. بايد يادونه وشي په هغه صورت کې چې احصاييوي ارقام په غلطه توګه وکارول شي، کيدای شي دروغجنه يا کاذبه پايله ولري.

په ۱۷ او ۱۸ مه ميلادي پيړۍ کې زياتره پوهانو او ليکوالانو  احصايې ته يې د پيژندنې لومړني موضوعات او سياست له علم سره نږدې تړاو ورکړی دی يعنې هغه يې د هغه علم په توګه چې د موجوده زمانې لومړي اساسي نظم او ترتيبات زده کوي معرفي کړ.

وروسته د احصايې په نړيوال کنفرانس کې چې يوه پيړۍ وړاندې د هالند په پلازمينه کې جوړ شوی و، له آلمان څخه د انګل په نوم يو پوهاند چې د کانګرس له ګډون کوونکو څخه و په ډاګه کړ چې د احصايې د کلمې لپاره يوسل او اته ۱۰۸ بيل تعريفونه شتون لري.

همدارنګه په ۱۸۸۰ ميلادي کال کې د لندن د احصايې د ټولنې رييس وړانديز وکړ، تر څو لاندينی تعريف د احصايې لپاره د منلو وړ وګرځي. احصاييه له هغه علم څخه عبارت ده چې د بشري ټولنې جوړښت تر مطالعې لاندې نيسي.

پورتنيو تشريحاتو ته په پام سره احصاييه د هغه د پراخه او علمي مفهوم په توګه داسې تعريف کيږي.

احصاييه له علم او د علمي لارو له مجموعې څخه عبارت ده، پدې غرض:

الف- د شميرو(اعدادو) او معلوماتو راټولونه، لنډيز او ترتيبول.

ب- د معلوماتو او شميرو(اعدادو) وړاندې کول.

ج- د شميرو(اعدادو) او معلوماتو مطالعه او څيړنه(تحقيق).

د- د شميرو(اعدادو) او معلوماتو  نتيجه ګيري، تفسير او تعبير.

هـ- د تحليل شوو شميرو(اعدادو) او معلوماتو په نظر د تفاهيمو لاسته راوړنه.

په بل عبارت احصاييه د علم يا د علمي ميتودونو له مجموعې څخه عبارت ده، چې د معلوماتو او شمېرو د انسجام، څرګندولو او تحليل په غرض، د استنتاج او تصميم نيونې په يوه يا څو ځايونو کې د تحليل شوو معلوماتو او شمېرو(اعدادو) د نظرياتو په اړه راټولېږي.

**د احصايې سير او تکامل ته لنډه کتنه**

په لرغونو ټولنو کې احصاييه د نفوسو د شميرلو په مقصد، د مکلفيت د تعميل او د مالياتو د ورکړې يا د وګړو د عسکري خدمتي دورې د سرته رسولو لپاره کارول شوې ده. داريوش د مالياتو د راټولونې او د کادستر د جوړونې لپاره يو شمېر وګړي وګمارل.

يوناني اسکندر احصاييه د اهميت وړ بلله. امپراتور اګوست د لومړي ځل لپاره د خپلې امپراتورۍ د شتمنۍ بيلانس جوړ کړ، وروسته يې له مخې خپل پوځيان او کښتۍ وشميرلې.

همدارنګه مصريانو، روميانو او داسې نورو په بيلابيلو ځايونو کې له احصايې څخه استفاده کړې. د بيلګې په ډول د عدد سنجش د اوسط له قواعدو څخه په استفادې او د وسطي حد سنجش د لرغوني يونان د پيژندل شوي رياضي دان فيثاغورث په زمانه کې ترسره شوي دی. په ځينو آثارو کې د احصاييوي سروې ګانو له عملياتو څخه د بابليانو د مدنيت په زمانه کې يادونه شوې ده: کله چې د ټولنيز ژوند اوضاع کړکيچنه شوه، د هغوی د اقوالو، بيانونو او استنباط د پايلو د ثقه والي لپاره د يوه کل عدد او رقم د څرګندولو په بڼه زياتو غوښتنو پراختيا وموندله.

که څه هم د علم له پراختيا سره د احصايې علمي بڼه له اتلسمې ميلادي پيړۍ څخه پيل کيږي. خو ريښتينی انکشاف په هغه کې له شپاړسمې ميلادي پيړۍ څخه را په دېخوا پيل شو، او لګښتونه په ريښتيني انکشاف کې هغه مهال دي چې د لويديځو اروپايي هيوادونو بيلابيل حکومتونو د خپلو ښاريانو د وګړو په اړه د معلوماتو راټولولوته لېوال شول. د احصايې ثبت او فيات په انګلستان کې په ۱۵۳۲ ميلادي کال کې ترسره شوي او په هغه پسې په فرانسه کې يې رواج پيدا کړی دی.

په سويډن کې د نفوس د احصايې نيونې نسبتاً عصري بڼه په کال ۱۷۸۴ميلادي کې پيل شوه. د احصايې د علم د ودې او پراختيا په برخه کې ډيرو پوهانو او علماوو ګټور کارونه کړي دي چې د هغوی له جملې ادلف کويت لت (۱۷۹۶ –۱۸۷۴) يو تن بلژيکي عالم لومړنی احصاييه پوه و، چې د شمېرو او ارقامو د راټولونې په اړه يې احصاييوي نوي اصول په کار واچول. بايد يادونه وشي چې په ځينو شخصي آثارو کې يې کويت لت ته د نوې احصايې د

علم د پلار خطاب کړی دی هغه د یوه احصاییوي مرکزي کمیسیون بنسټ کیښود چې په تدریج سره د یوه نمونه یي سازمان په توګه د زیاترو هېوادونو د احصاییوي تأسیساتو د منځ ته راتلو لپاره د استفادې وړ وګرځېد.

برنولي (۱۷۰۰ – ۱۷۸۲) میلادي او لاپلاس هم د احصایې د علمي قوانینو له موسسینو څخه ګڼل کیږي چې د احتمالاتو سنجش او ریاضي ګډون په احصاییه کې د نیونې لارې او د اندازه نیونې دقیق روشونه یې را مخ ته کړي دي.

په وروستیو کلونو کې احصاییه د یوه دسپلین په بڼه منځ ته راغله او په زیاتره نظري او علمي ځانګوکې یې ډېر زیات ارزښت لاسته راوړی دی. د دې پیړۍ په نیمایي کې د احصایې کورسونه په ترتیب سره د روحیاتو، ښوونې او روزنې او اقتصاد په دیپارټمنتونو کې او اوس د بیلابیلو هیوادونو د پوهنتونونو په زیاتره دیپارټمنتونو کې د هغه تدریس د یو اساسي مضمون په توګه ترسره کیږي، او په وروستیو کلونو کې د وخت له غوښتنو سره سم او احصاییوي پرسونل ته په اړتیا سره د احصاییوي مضامینو او اقتصادي ریاضیاتو په شمېر کې زیاتوالی راغی او د ۱۳۵۴هـ ش کال له پیل څخه را په دیخوا احصاییوي رشتوي مضامین او د احصایې او اکنومتري دیپارټمنتونه کابل پوهنتون د اقتصاد پوهنځي په چوکاټ کې منځ ته راغلي دي.

له احصایې څخه دګټې اخستنې موارد، په ټولنه اواقتصادي پلان جوړونه کې دهغې اهمیت:

څرنګه چې مخکې یادونه وشوه د احصایې تاریخي لرغونوالی ډېرو پخوانیو زمانوته رسیږي. پراختیا او له احصایې څخه د استفادې ځایونو هم بیلابیل پراونه وهلي دي او اوس هم د ودې په حال کې دي. په لرغونو ټولنو کې احصاییه د نفوسو د شمېرلو او مالیاتو د ورکړې په مقصد د مکلفیتونو لپاره کارول کېده. په منځنیو پیړیو کې د احصایې له نظره د کرنیزو ملکیتونو د اندازې ثبت اهمیت درلود.

یو دا چې د ساري ناروغیو تلفات او د هغه څرګندیدل په سمه توګه سنجش او وپیژندل شي او بل دا چې نفوس ډېر مهم قدرت ( د دولت لویوالی په خاصه توګه د هغه نظامي قدرت ) پیژندل کېده.

د ۱۷ مې میلادي پیړۍ په شاو خوا کې هغه سروې ګانې چې له نوې سرشمېرنې سره نږدې ورته والی درلود تر اجرا لاندې راغلې وې.

هغه اقتصادي او سیاسي بدلونونه او تحولات چې د فرانسې له ستر انقلاب څخه وروسته په اروپا کې منځ ته راغلل او له ځنډه پرته له ۱۸۷۱میلادي کال څخه وروسته د احصاییو په راټولونه کې د تحول او چټکی پراختیا لاملونه په زیاتره اقتصادي او ټولنیزو سکتورونو کې مخکې له مخکې څخه آماده او چمتو شوي دي.

په تدریج سره احصاییوي معلومات چې غالباً د دولت اسرار پېژندل کېدل په ورځپاڼو او جرایدو کې خپاره شول او په ټولو ځایونو کې وویشل شول. د احصاییوي معلوماتو د صحت او اعتبار په اړه لازمې څېړنې ترسره شوې او احصاییوي روشونه د تیروتنو د کچې د تثبیت په مقصد تر مطالعې لاندې راغلل. په احصاییه او اقتصاد کې د ریاضي او احتمالاتو شاملول عمده ګامونه او د احصایې زیاته پراختیا وګڼل شوه. د احصایې اقتصادي څانګې(شعبات) د احصایې په ملي برخو کې په زیاتره هیوادونو کې تأسیس او د احصایې کانګرسونو او نړیوالو سازمانونو په کار پیل وکړ.

د کرنیزو ملکیتونو د دفترونو اسناد او د ځمکو د هستوګنو د مالکیت لیږدول، د وګړو د مال مکلفیت او د دولت د عوایدو مدرکونه یې وټاکل. له حیاتي احصاییو او د نفوسو د احوالو له ثبت سره مینه او علاقه له دوو پلوو څخه زیاته شوه.

د احصایې نړیواله لومړنۍ جلسه په ۱۸۵۳ میلادي کال کې د احصایې د نړیوال کانګرس تر سرلیک لاندې جوړه شوه.

په ۱۸۵۵ میلادي کال کې د احصایې نړیوال انستیتوت په لندن کې تأسیس شو. له دویمې نړیوالې جګړې وروسته (۱۹۴۷) میلادي کال څخه را په دیخوا د احصاییوي فعالیتونو د ورځنیو پراختیا او انکشاف چې د علمي تحقیقاتو او د نویو احصاییوي سیستمونو او روشونو په وړاندې په اقتصادي بیلابیلو هیوادونو کې په ملي او نړیواله سویه یو ځای و اختراع او له کمپیوټرونو او د حساب له ماشینونو څخه په استفادې د جدولونو په جوړولو او ترتیب او د شمېرو او ارقامو د سنجش اړوند مسایلو په حل کې بې سابقه بدلون یې په احصاییه کې منځ ته راوړی دی.

د نړۍ په زیاتره هیوادونو کې احصاییه د یوې اساسي او اړینې وسیلې په توګه د پلان جوړونې، کنټرول او نظارت، انسجام او د فعالیتونو او اجرااتو د لارښونې په اړه پېژندل شوې او احصاییوي ادارای او د پلان جوړونې سازمانونه هم مهاله او یو ځای پراخ شوي دي. زمونږ په ګران هېواد کې هم د احصایې مرکزي اداره د وخت د اعظمی صدارت تر مستقیم اثر

لاندې په ۱۳۵۲ لمريز کال کې جوړه شوې او اوس د يوې خپلواکې ادارې په توګه په ځانګړې ډول د لاندينيو موخو په برخه کې فعاليت کوي.

۱- د متمرکز احصاييوي اوعلمي سيستم تأمين اوپراختيا، دهېواد اوسنيو شرايطو ته په پام سره د بين المللي معيارونو سره سم د اړتيا وړ ارقامو دوامداره احصايې د راټولولو، تصنيف، تجزيې، تحليل، نشر او توزيع کول اوله هغې څخه په انکشافي ، اقتصادي اونورو ټولنيزو پروګرامونو دترتيب او پلانونې په موخه ګټه اخستل.

۲- د ادارې، موسسو او زياتره وګړو د احصاييوي فعاليتونو علمي او مسلکي لارښوونې، بررسۍ او کتنې(نظارتونه) چې د احصاييوي معلوماتو او ارقامو په راټولونه کې برخه اخلي ياکار کوي.

۳- په ملي کچه د کمپيوټري خدماتو او فعاليتونو تنظيم او تمرکز.

٤- په ملي کچه د ميتودولوژۍ تثبيت د احصايې ثبت او راټولونه حياتي وقايع (پيښې) او د هغې تدريجي عموميتوب.

٥- د دولت په انکشافي پلانونو کې شامل پروګرامونه او د پروژو د کار پرمختګ او تطبيق پورې اړوند د احصاييو او ارقامو راټولونه او د راپورونو د جوړولو او بررسۍ په منظور او په دې اړه لازم وړانديزونه لوړ پوړو مقاماتو ته.

نن ورځ نه يواځې د احصايې له علمي روشونو څخه استفاده کول د پلان جوړونې په تخنيکونو کې زيات اهميت لري، بلکې اغيزناک اقدامات د اقتصادي، مالي، بودجوي پولي، تجارتي او انکشافي سياست ټاکل او طرحې پورې اړوند د دولت د عوايدو او لګښتونو اندازه نيونه او سنجش، د ژوند د سطحې او قيمتونو د شاخص تثبيتول او د تادياتو د بيلانس تحليل او ترتيب او داسې نور ټول د احصاييوي معلوماتو او شمېرو(اعدادو) په راټولونه، په ترتيب سره وړاندې کول، تحليل اوپه علمي ارزيابيو متکي دي.

**د لومړي څپرکي د مطالبو لنډيز**

احصاييه عربي کلمه ده، چې لغوي معنا يې په دري ژبه کې د شمارش او يا امار اخيستنې په معنا ده. په پښتو ژبه کې د شمېر او يا شميرلو په معنا راغلې او همدارنګه په آلماني ژبه کې د (Statistik) په نوم او په انګليسي ژبه کې د(Statistice) کلمه د احصايې معنا افاده کوي.

احصایې د نن ورځې متداولې یا معمولې په معنا او مفهوم یعنې د روشونو مجموع د جدول بندۍ، تحلیل او د متداولې معلوماتو او څرګندولو د راټولونې په مقصد پیژندل شوې او احصاییوي تخنیکونه او توضیعي دستورالعملونه له شمېرو او ارقامو څخه د تصنیف او نتیجه ګیرۍ په مقصد چې په زیاته پیمانه شتون ولري، او همدارنګه باید یادونه وشي چې په لرغونو ټولنو کې له احصایې څخه د نفوسو د شمیرلو په مقصد، د مکلفیتونو او مالیاتو د ورکړې د ټاکلو او د وګړو د عسکرۍ خدمت د مکلفیت دورې سرته رسولو په غرض کار اخیستل کیده. د علومو له پراختیا سره د احصایې علمي بنه له اتلسمې میلادي پیړۍ څخه پیل کیږي خو په هغې کې ریښتینی انکشاف له شپاړسمې میلادي پیړۍ څخه را په دیخوا پیل شوی او له هغه مهاله تر نن ورځې د نړۍ په بیلابیلو هیوادونو کې له هغې څخه استفاده کیږي. څرنګه چې د نمونې په ډول په ۱۵۳۲میلادي کال کې ثبت او فیات په انګلستان کې ترسره شو چې وروسته په فرانسه کې یې هم رواج پیدا کړ.

په همدې ترتیب سره په ځینو هیوادونو لکه سویډن، ناروې، دنمارک کې هم زیات کارونه د احصایې د علم د پوهانو لخوا ترسره شوي دي. همدارنګه زیاتو علماوو او پوهانو هم د احصایې د علم په اړه نظریې او وړاندیزونه وړاندې کړي دي چې د هغوی له جملې څخه بلژیکي ردیف کویت (۱۸۷۴- ۱۷۸۶ میلادي) کال کې لومړنی احصاییه پوه و، چې د شمېرو او ارقامو د راټولونې په اړه یې احصاییوي نوي اصول په کار واچول.

په ځینو شخصي آثارو کې یې کویت لت ته د نوې احصایې د علم د پلار خطاب کړی دی. همدارنګه له نورو علماوو څخه لکه برنولي (۱۷۸۲ – ۱۷۰۰ میلادي) او لاپلاس (۱۹۴۹-۱۸۲۷ میلادي) هم د احصایې د عملي قوانینو د موسسینو له جملې څخه شمېرل کیږي نوم اخیستی شو. د احصایې له علم څخه د استفادې په اړه باید یادونه وشي چې د نننۍ نړۍ په زیاتره هیوادونو کې له احصایې څخه د یوې اساسي او اړینې وسیلې په توګه د پلان جوړونې، کنټرول، نظارت، انسجام او د فعالیتونو او اجرااتو د لارښونې په اړه استفاده کیږي.

زمونږ په ګران هیواد کې هم نن ورځ نه یواځې د احصایې له علمي روشونو څخه استفاده کول د پلان جوړونې په تخنیکونو کې زیات اهمیت لري، بلکې اغیزناک اقدامات د اقتصادي، مالي، بودجوي پولي، تجارتي او انکشافي سیاست ټاکل او طرحې پورې اړوند د دولت د عوایدو او لګښتونو اندازه نیونه او سنجش، د ژوند د سطحې او قیمتونو د شاخص تثبیتول او د تادیاتو د بیلانس تحلیل او ترتیب او داسې نور ټول د احصاییوي معلوماتو او شمېرو(اعدادو) په راټولونه، او ترتیب سره وړاندې کول، تحلیل اوپه علمي ارزیابیو متکي دي.

## د لومړي څپرکي پوښتنې

۱- آیا په دري او پښتو کې د احصایې په لغوي معنا پوهیږئ ؟

۲- د احصایې کلمه د(Status) له کلمې څخه مشتق شوې ده هغه مفاهیم چې له دې کلمې څخه استنتاج کیږي، نومونه یې واخلئ ؟

۳- د احصایې په محدوده کې عامیانه مفاهیم توضیح کړئ؟

٤- احصاییه په پراخ مفهوم سره تعریف کړئ؟

۵- په لرغونو ټولنو کې احصاییه د کومو مقصدونو لپاره کارول کېده؟

٦- د احصایې ریښتینی انکشاف له کوم وخت څخه پیل شوی او د هغه لامل څه و؟

۷- د هغو مشهور علماوو او پوهانو نومونه چې د احصایې په علمي پراختیا کې یې څرګنده ونډه درلوده واخلئ؟

۸- د احصایې اهمیت د ژوند په ټولو مسایلو کې په عمومي توګه او د پلان جوړونې په برخه کې په لنډه توګه توضیح کړئ ؟

۹- د مرکزي احصایې د ادارې ځانګړې موخې او دندې څه دي؟

# دویم څپرکی

## احصاییوي عملیې او تحقیقاتي پړاوونه

**ټولیزه موخه:**

احصاییوي عملیې او تحقیقاتي پړاوونه.

**د زده کړې موخې:** محصلین د دې څپرکي په پای کې وکولای شي چې:

- د احصاییوي ارقامو د راټولونې پړاوونه عملي کړي.
- د احصاییوي ارقامو د تحلیل او شننې لارې توضیح کړي.
- له احصاییوي ارقامو او شمېرو څخه لازمې نتیجه ګیرۍ ترلاسه کړي.
- احصاییوي بڼې(شکلونه) او ارقام څرګندکړي.
- احصاییوي بیلابیل ګرافونه انځور کړي.

### احصاییوي عملیې او تحقیقاتي پړاوونه

لکه څرنګه چې په مخکني څپرکي کې وویل شول، احصاییه له علمي لارو او روشونو سره سر او کار لري چې د هغې په اساس معلومات او شمېرې راټولې، ترتیب او په لنډه توګه وړاندې او تحلیل کیږي او نظر هغه ته نتیجه ګیري او تصمیم نیونه تر سره کیږي. د دې عملیو او ترتیباتو د ترسره کولو لپاره باید لاندې پړاوونه ووهل شي:

الف- د موخې تثبیت او ټاکل.

ب- د تجربې طرح یا ټاکل.

ج- د شمېرو(اعدادو) او معلوماتو راټولونه.

د- د جدول بندۍ تصنیف، د پایلو څرګندول تحلیل او توضیح.

هـ- دیادوشویو پړاوونو تصمیم او نتیجه ګیري چې هر یو په لنډه توګه توضیح کیږي.

**الف- د موخې تثبیت یا ټاکل:** احصاییوي تحلیل په شمېرو او ارقامو پیل کیږي او د اړتیا وړ معلوماتو او شمېرو د راټولونې په غرض له ټولو څخه مخکې دولت باید واضح کړي چې په کومه موضوع کې تحقیقات یا څیړنې کوي. څیړونکي یواځې د ستونزو د سم تعریف او توضیح په صورت کې کولای شي تشخیص کړي چې څه ډول شمېرې او معلومات د اړتیا وړ دي.

په هغه صورت کې چې موضوع په پیل کې په وضاحت سره تشخیص او تثبیت شوې نه وي راټولې شوې شمېرې شاید بې ځایه وي یا د ښه ځرګندولو په ځای موضوع نوره هم پېچلې کړي. باید ښه څرګنده شي چې دلاسته راغلو احصاییوي پایلو کیفیت او څرنګوالی د راټولو شوو شمېرو په ثقه والي او مناسب والي باندې متکي دی. چې په خپل وار سره د مطرح موضوع په سم تشخیص او طرحې پورې اړه لري. په هغه صورت کې احصاییوي تخنیکونه حتا په زیات دقت سره نه شي کولای نظر دې شمیروته ګټورې پایلې د تصمیم نیونې په غرض د اړوندو ستونزو(موضوع) په اړه چمتو کړي.

**ب- د تجربې طرح یا ټاکل:** کله چې د پام وړ موضوع په دقیقه توګه طرح شوه څیړونکی باید تصمیم ونیسي، چې د اړوندو کتنو یا مشاهداتو مجموع په عمومي بڼه یا د هغې یوه برخه مطالعه یا تر کتنې لاندې راولي. کله چې ټولې کتنې یا مشاهدات مطالعه کړي د (ټولیز شمار)په نوم او که چیرې د هغې یوه برخه تر کتنو لاندې راولي اړوند روش د (نمونه ګیرۍ) په نوم یادوي. ټولیز شمار په عمل کې اکثراً، زیات وخت او لګښت غواړي یا حتا د هغه تطبیق ځینې وخت هم د امکان وړ نه وي. د هغه پر ځای ناچاره باید مطالعه د نمونه ګیرۍ (سمپل) له لارې ترسره شي.

په نمونه ګیرۍ کې هڅه کیږي تر څو د نمونوي شمېرو پر اساس چې له مشاهداتو څخه نمونه ګیري شوې تصمیم پیل شي. نو په دې اساس نمونه باید له اړوندو کتنو یا مشاهداتو څخه سم استازیتوب وکړي. د داسې یوې نمونې اخیستنه د احصایې د تیوري احصاییوي عمده برخه جوړه وي او یو شمېر پوښتنې رانغاړي لکه، نمونه باید تر کومې اندازې لویه وي په څه ډول شمېرې باید راټولې شي. دا شمېرې څه ډول راټولې شي. دا ډول پوښتنې د احصایې په هغې څانګې پورې تړاو لري چې د نمونې د طرحې یا(د تجربې طرح) په نوم یادیږي. د نمونې طرح باید په پوره دقت سره ترسره شي پرته له هغه نه شو کولای مطلوبې نتیجه ګیرۍ ته ورسیږو.

د غیرناڅاپي یا غیر تصادفي نمونه ګیري، په خپل وار سره اتفاقي نمونه ګیري په مختلفو بڼو ویشل کیږي. لکه ساده ناڅاپي یا اتفاقي نمونه ګیري او مقیده ناڅاپي یا اتفاقي نم نمونې طرح کیدای شي په بېلابېلو بڼو ترسره شي. لکه ناڅاپي(یا تصادفي) نمونه ګیري ونه

ګیري، یواړخیزه، دوه اړخیزه او څو اړخیزه او مکرره نمونه ګیري، همدارنګه غیر اتفاقي نمونه ګیري د توپیر لرونکي یا تفاوتي نمونه ګیرۍ په بڼه په صحیح او ډاډ سره نیول کیږي چې هر یو د دغو نمونه ګیرۍ لارې د ځانګړو ښېګڼو یا مزایاوو او نیمګړتیاو لرونکې دي چې تر یوه حده پورې د کتنو یا مشاهداتو په ډول او د احصاییوي سروې په موخې پورې اړه لري.

**ج- د احصائیوي شمېرو(اعدادو) او معلوماتو راټولونه:** د احصائیوي څېړنو درېیم پړاو له طرحې شوې تجربې سره سم د شمېرو او معلوماتو له راټولونې څخه عبارت دی. دا پړاو نظر بل هر یو احصاییوي څېړنیز پړاو ته زیات وخت او زیات لګښت غواړي. په دوو مخکینیو پړاوونو کې ځینې د موخې په ټاکلو او تثبیت کې او د نمونې په طرح او شننه کې اړینه ده. د مطالعې اړوندې موضوع په اړه څېړونکی یا محقق باید د معلوماتو او پوره پوهې لرونکی وي او له خپل قضاوت څخه هم ګټه واخلي او د شمېرو او معلوماتو د راټولونې پر خلاف او حتا یوه ښه پایله لاسته راتلای شي، چې په دې برخه کې باید شخصي قضاوتونه ذیدخل نه وي.

احصاییوي شمېرې او معلومات په بیلابیلو لارو، بیلابیلو موخو ته په کتو سره راټولیږي.

په عمومي توګه د معلوماتو لاسته راوړنه او د شمېرو راټولونه په دوو بڼو ترسره کیږي:

الف- مستقیم

ب- غیر مستقیم

په مستقیمه بڼه څېړونکی کولای شي شمېرې او معلومات د ملاقاتونو، مصاحبو یا نمونوي سروې ګانو یا کتنو (مشاهداتو) له لارو راټول کړي.

په غیرمستقیمه توګه څېړونکی کولای شي، معلومات د لیکنو، پوښتنپاڼو (استعلامونو)، فورمو، د نشراتو له اخځ لیکونو، سرچینو او داسې نورو څخه په استفادې لاسته راوړي.

دیادولو وړ ده، چې د شمېرو او معلوماتو په راټولونه کې بهتره ده، چې په هره برخه کې اصل زمان، سموالی او اقتصادي والی په پام کې ونیول شي.

که چیرې لومړنۍ راټولې شوې شمېرې اوږدې وي، باید هغوی د ترتیبولو په غرض لنډې(خلاصه) کړل شي. لکه اوږدې سمې شمېرې د ۱۰،۱۰۰ یا ۱۰۰۰ او داسې نورو په واحدونو لنډې او خلاصه شي یا اوږدې اعشاري خانې، له امکاناتو سره سم او په لاس کې د شته وسایلو په مرسته لومړۍ، دویمې او دریيمې نږدې خانې ته نږدې کړل شي.

**د- د احصاییوي شمېرو(اعدادو) ترتیبول:** له لنډیز وروسته شمېرې باید واضح او د ویلو وړ ولیکل شي، او د تحلیل او څرګندولو د آسانولو لپاره دې ترتیب شي، که چیرې شمېرې

نظر کمیت او شمېر (تعداد) ته ترتیب او تصنیف شي هغه لړۍ یا سلسله چې لاسته راځي د پيښې د بیا ويشنې یا د فریکونسۍ د ویشنې په نوم یادیږي. په وروستيو څپرکو کې به يې په پوره ډول مطالعه کړو. همدارنګه که شمېرې نظر زمان ته ترتیب شي اړونده لړۍ یا سلسله یوه زماني لړۍ نومیږي. سربیره پر دې شمېرې د جغرافيايي او محیطي شرایطو موقعیت، سن، کیفیت او نورو خصوصیاتو په نظر نیولو سره ترتیب، دسته بندي او څرګندیږي.

د شمېرو او معلوماتو څرګندول کیدای شي د احصاییوي بيلابيلو بڼو او په بيلابيلو لارو لکه جدولونو، ګرافونو او نورو هندسي بڼو په وسیله ترسره شي.

**هـ- د احصائیوي شمېرو(اعدادو) او معلوماتو تحلیل او څرګندونه:** په دې برخه کې د احصاییوي څیړنو د پړاو په اړه باید یادونه وشي چې د احصاییوي شمېرو او معلوماتو څرګندونه کیدای شي له لازم تحلیل څخه مخکې او حتا له نتیجه ګیرۍ څخه وروسته هم تیار او آماده شي، نو نوموړې عملیې د احصاییوي څیړنې ډېر عمده پړاو یعنې د شمېرو او معلوماتو تحلیل ترسره کوي.

د تحلیل د څرنګوالي ډول تر زیات حده پورې په ټاکل شوې موخې یا طرح شوې موضوع او د موجوده شمېرو او معلوماتو په ډول پورې تړلی دی او کولای شي په بيلابيلو لارو ترسره شي.

د بیلګې په ډول ځینې مطروحه موضوعات داسې دي چې راټول شوي معلومات او شمېرې له ترتیب، توحید او څرګندولو وروسته د ځینو شمېرو د مقیاسونو یا مشخصاتو په کار اچولو لکه د اوسطونو، انحراف یا خورتیا(پراګندګي) یا فیصدیو او نور سنجش غوښتنه کوي.

دا مشخصات که په نمونوي شمېرو متکي وي د احصاییوي مشخصو(Statisties) په نوم او که چیرې له کتنو یا مشاهداتو او د مشاهداتو د ټولې مجموعې له شمېرو څخه لاسته راغلي وي پارامتر نومول کیږي.

**و- د نتیجه ګیرۍ او تصمیم پړاو:** که چیرې د ټولو کتنو یا مشاهداتو نمونه یا تجربه په ځان کې راونغاړي او ځینې احصاییوي تحقیقات په یوه سروې کې د کلي شمار په بڼه وي د پام وړ سروې وروستنی پړاو ته تشریحي احصاییه یعنې څلورم پړاو چې پورته يې یادونه شوې جوړوي. په بل عبارت په څلورم پړاو کې د کتنو یا مشاهداتو د مجموعې خصوصیات او مشخصات توضیح او تشریح شوي او نظر هغه ته د طرح شوې موضوع په اړه تصمیم نیول کیږي. د دې پر خلاف که چیرې سروې نمونوي وي او یواځې د کتنو یا مشاهداتو له مجموع څخه یوه برخه په ځان کې راونغاړي، په دې حالت کې

تشریحي احصایه د څېړنې یا تحقیق وروستنی پړاو نه دی د احصاییوي عملیو او مطالعو زیاته غوښتنه کوي، ځکه له مطالعې او د نمونې له تحلیل څخه موخه د نتیجه ګیرۍ د مشاهداتو یوه مجموعه او د تصمیم پیل د همغو مشاهداتو په اړه وي.

**د احصائیوي بڼو (شکلونو) په مرسته دشمېرو وړاندې کول:** احصاییوي شمېرې او معلومات له راټولونې څخه وروسته باید په ترتیب، توحید او تصنیف سره وړاندې شي. البته د شمېرو څرګندونه چې وروسته به هم وویل شي له تحلیل څخه مخکې یا وروسته تر سره شي. د شمېرو څرګندونه عموماً په دوو لارو ترسره کیږي.

۱- په شفاهي یا لفظي توګه.

۲- په لیکل شوې بڼه د احصاییوي بڼو په وسیله.

**احصایوي بڼې بیلابیل ډولونه لري چې، په عمومي توګه په دوو ډلو ویشل کیږي:**

الف- احصائیوي جدولونه.

ب- احصائیوي ګرافونه.

**الف- احصاییوي جدولونه او د شمېرو(اعدادو)جدول بندي:** جدول بندي د تحلیل او پرتلې په غرض د معلوماتو او شمېرو سیستماتیک او منظم ترتیبول دي. احصاییوي جدولونه که څه هم نظر لیکل شوو شمېرو او موخې یا طرح شوې موضوع ته زیات دي او په عمومي توګه پر دوو ډولونو باندې ویشل کیږي.

**عمومي جدول او خصوصي جدول:**

په عمومي جدول کې معمولاً لومړنۍ شمېرې یا اصلي شمېرې ترتیب او لیکل شوې دي او زیاتره د مأخذونو او سرچینو د ښودلو لپاره د عمومي مقصدونو په خاطر کار ترې اخیستل کیږي په داسې حال کې چې په خصوصي جدولونو کې شمېرې او معلومات ترتیب او لنډ (خلاصه)شوي دی او د مشخصو مقصدونو لپاره د استفادې وړ ګرځي.

د یوه احصاییوي جدول د جوړولو لپاره باید لاندې ټکي په پام کې ونیول شي:

**عنوان:** هر احصاییوي جدول باید یو عنوان ولري. د یوه جدول عنوان باید په لنډه او واضح توګه د هغه په پورتنۍ برخه کې ولیکل شي او باید درې څیزونه واضح کړي.

**الف-** په جدول کې د لیکل شویو اعدادو محتوا او د بحث موضوع.

**ب-** هغه محل یا ځای چې شمېرې (اعداد) په ځان کې رانغاړي.
**ج-** هغه مهال یا وخت چې د هغوی په وسیله یې لیکل شوې شمېرې په ځان کې رانغاړلې دي.

**مأخذ یا سرچینه**

کله چې لومړني یا اصلي اعداد د لومړي ځل لپاره د څېړونکي په مرسته راټول شوي وي کېدای شي پرته د اخځلیک یا سرچینو له یادولوڅخه په یوه جدول کې ولیکل شي، خو په هغه صورت کې چې لیکل شوې شمېرې لومړنۍ شمېرې نه وي. باید دهغوی سرچینې او مأخذ د جدول په ښکته برخه او له لمن لیکونو څخه مخکې په واضح توګه ولیکل شي.

**یادښت یا لمن لیک (پاورقی):** که په یوه جدول کې لیکل شوې شمېرې زیاتې تشریح او څرګندولوته د یادښتونو او لمن لیکونو په بڼه اړتیا پیدا کړي. دا یادښتونه باید په وضاحت سره د جدول په ښکته برخه کې راوړل شي او وروسته په اخځلیک یا سرچینې کې ځای پرځای شي.

**د جدولونو خانې (ستون) او قطارونه:** هر احصائیوي جدول خانې(ستونونه) اوقطارونه لري، چې د هغوی شمېر په هماغه جدول کې دلیکل شوو شمېرو او معلوماتو په اندازې او د موضوع په څرنګوالي پورې اړه لري. د جدول خانې او قطارونه باید د زیات وضاحت لپاره د فرعي سرلیکونو لرونکې وي. کله چې د خانو او قطارونو شمېر زیات وي، ښه ده چې د فهرست ،څرګندولو او پرتلنې لپاره تصنیف او نمره بندي شي.

**د کچې (مقیاس) واحد:** په جدول کې باید د مقیاس واحد یا واحدونه په څرګنده توګه د جدول تر اصلي عنوان لاندې او یا د هرې خانې تر فرعي عنوانونو لاندې ولیکل شي. د بیلګې په ډول که د یوه جدول لیکل شوې شمېرې په فیصدۍ سره سنجش شوې وي، په دې حالت کې یواځې د مقیاس یو واحد(فیصدي)، شتون لري او د جدول تر اصلي عنوان لاندې توضیح شوې دي.

**مجموع:** د یوه جدول خانې(ستونونه) او قطارونه په عمومي توګه په هغه جدول کې د لیکل شوو شمېرو د مجموعې لرونکي وي البته د شمېرو په مجموعه کولو کې د یوه جدول په خانو او قطارونو کې د یوه ګډ مقیاس واحد شتون شرط دی. ځکه نشو کولای چې بیلابیل او متفاوت مقیاس درلودونکي واحدونه مجموعه کړو.

**د جدول نمونه:** د پرمخ تللو هیوادونو د داخلي محصولاتو دمجموعي ودې د میتود وړاندوینه جدول ۱۹۶۰ تر ۱۹۷۹ کلونو کې شوې ده.

| کلونه | مخ پروده هیوادونه | | | | | دمخ پروده هیوادونه پرته د نفتو یا تیلو له صادراتو څخه | هغه هیوادونه چې ډیره لږه پراختیا یې موندلې |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | په عمومي توګه | افریقا | لاتینه امریکا | د آسیاجنوب او لویدیځ | د اسیاختیځ | | |
| ۱۹۶۰-۱۹۷۰ | 5.5 | 4.6 | 5.5 | 4.7 | 8.7 | 5.2 | 3.1 |
| ۱۹۷۰-۱۹۸۰ | 6.2 | 5.3 | 5.9 | 5.4 | 9.0 | 5.4 | 3.1 |
| ۱۹۷۸ | 5.2 | 4.8 | 4.6 | 6.8 | 3.2 | 5.3 | 3.3 |
| ۱۹۷۹ | 5.3 | 5.3 | 6.3 | 4.8 | 3.0 | 5.2 | 2.4 |
| ۱۹۸۰ | 5.9 | 6.1 | 5.8 | 5.3 | 7.0 | 5.7 | 2.6 |
| ۱۹۸۱ | 6.0 | 6.3 | 5.6 | 6.1 | 7.0 | 5.4 | 3.6 |

**سرچینه:** د UNCTA د سکرتریت سنجشونه دې د ملي او نړیوالو رسمي سرچینو د شمېرو(اعدادو) په اساس ولیدل شي.

**ب- احصائیوي ګرافونه:** ګرافونه د دوو یا زیاتو اوښتونکو (متحولو) تر منځ د اړیکې له جولیزې څرګندونې څخه عبارت ده. د ګرافونو ډولونه او بڼې ډیرې زیاتې دي. د اوښتونکي یا متحول د پیښیدو په شمېر، د شمېرو په څرنګوالي او د موضوع په ډول پورې اړه لري، چې په بیلابیلو بڼو، نظر موخو ته په خاصه توګه رسم اوڅرګندیږي.څو ډوله احصاییوي ساده ګرافونه او معمولې چارتونه په وروستي څپرکي کې توضیح کیږي.

**خطي ګرافونه:** په دې ډول ګرافونوکې لکه له نامه څخه یې چې څرګندیږي، د خطي اوښتونکو یا متحولو تر منځ اړیکې دي. د شمېرو بدلونونه او تحولات د مستقیمو کرښو په مرسته ښودل کیږي. دبېلګې په ډول که چیرې اړیکې د تابع او متحول y او خپلواک اوښتونکی او خطي X تابع کوونکی تر منځ وي دا ډول اړیکې معمولاً د مستقیمې کرښې د یوې معادلې په وسیله په لاندې بڼه څرګندیږي.

$$y = ax + b$$

په دې ځای کې a او b ثابت دي لومړنی د عمودي قاطع په نوم او دویم د x د ضریب په نوم یادیږي.

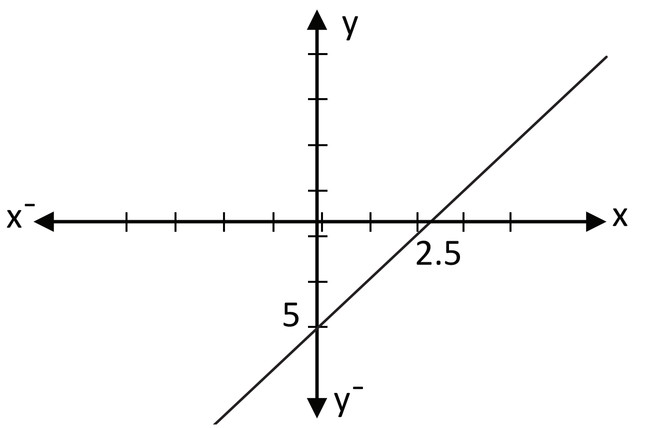
**بیلګه:** د $y = 2x - 5$ معادلې ګراف رسم کړئ؟

د دې معادلې ګراف څرنګه چې په شکل کې ښودل شوی، کولای شو په دوو طریقو انځور کړو لومړی د x د متفاوتو قیمتونو په وضع کولو سره د y ارزښتونه پیدا کوو.

دا قیمتونه د x او y د وضعیه کمیاتو په محورونو کې د ټکو په مرسته په نښه (نقطه ګذاري) کوو.

$$\begin{array}{c|c} x & -3,-2,-1,0,1,2,3,4,15 \\ \hline y & -11,-9,-7,-5,-3,-1,1,-315 \end{array}$$

په دویمه طریقه کې څرنګه چې ورکړل شوې معادله د مستقیمې کرښې یوه معادله ده او د اړوندې مستقیمې کرښې د انځورلو لپاره کفایت کوي، ترڅو هغه دوه ټکي چې په هغوی کې مستقیمه کرښه د x او y د محورونو په توګه قطع کوي، وټاکو. یعنې که د x=0 په معامله کې وضع شي نو y=-5 وي او بر خلاف که y=0 وي $x=\frac{5}{2}$ کیږي. دا دوه ټکي (0 , -5) او (2,5 , 0) په ګراف کې په ترتیب سره د A اوB په توګه ښودل شوي دي. د دغو دوو ټکو له نښلیدو یا اتصال او د هغوی اوږدوالی یا امتداد دوو خواوو ته مطروحه مستقیمه کرښه انځور کیږي.




(۱-۲) بڼه

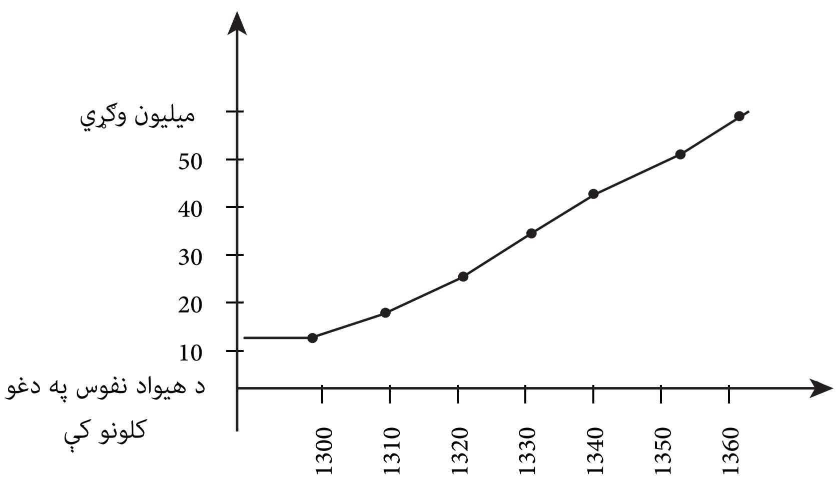
**هندسي مشخصې او د ګرافونو ترسیم:**

په یاد باید ولرو چې په احصاییوي ګرافونو کې هم لکه الجبري توابع په عمومي توګه د تابع متحول په عمودي محور کې او خپلواک یا مستقل متحول یا تابع کوونکی په افقي محور کې ښودل کیږي.

**د بیلګې په ډول:** د یوه هیواد نفوس په تیرو ۶۰ کلونو کې په لاندې توګه ورکړل شوی دی، چې د هغه ارقام میلیون وګړي دي.

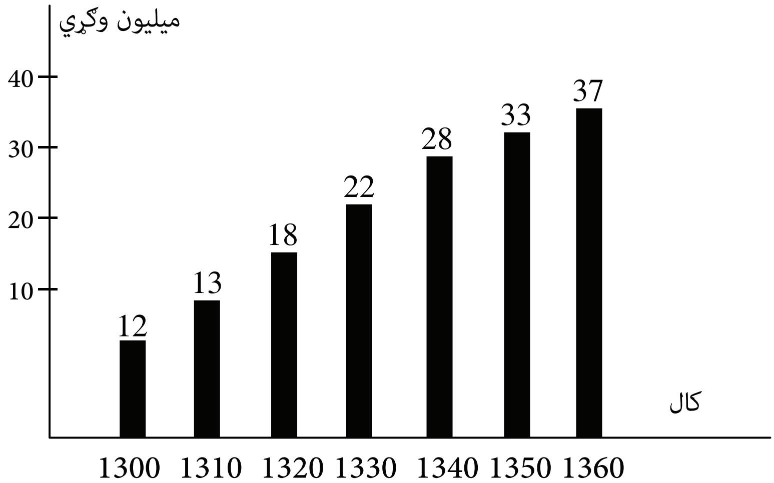
| کال X | 1300 | 1310 | 1320 | 1330 | 1340 | 1350 | 1360 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| نفوس (میلان) Y | 12 | 15 | 18 | 22 | 28 | 33 | 37 |

پورتني معلومات کولای شو په بل ګراف کې د ټکو ایښودو(نقطه ګذاري) په بڼه انځور کړو.



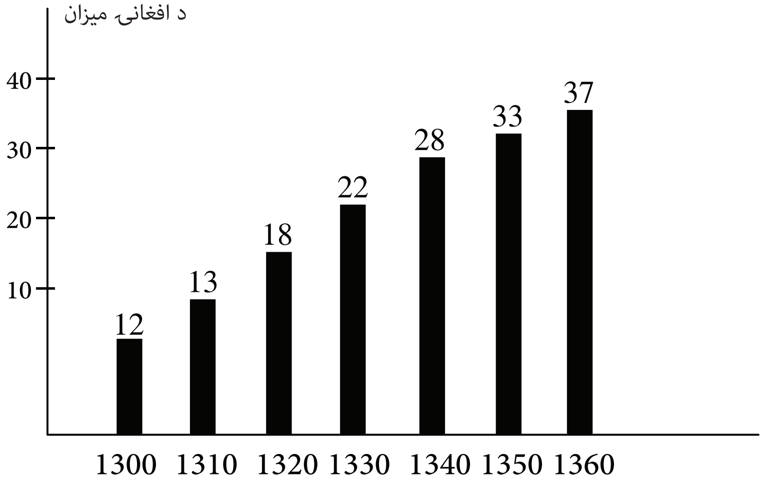

بڼه(۲-۲)

او همدارنګه کولای شو د عمودي کرښو په ځای مستطيل شکله بڼې هم انځور کړو.




بڼه(۳-۲)

پورتني معلومات کولای شو په بل ګراف کې د عمودي او مستقيمو کرښو په بڼه انځور کړو.

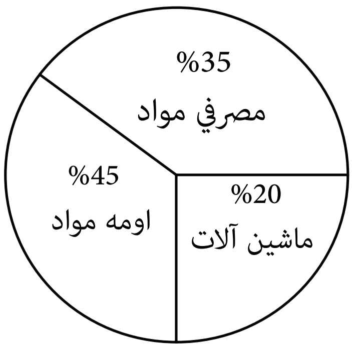



بڼه (۴-۲)

په پورتنیو ګرافونو سربیره له نورو بڼو او همدارنګه له نښو(علایمو) او سمبولونو څخه هم کولای شو ګټه واخلو. یا په پورته ګرافونو کې کولای شو زیاتره معلومات د بیلابیلو رنګونو په وسیله سره ځای په ځای کړو. د بیلګې په ډول کولای شو د هر کال د سن ترکیب او یا د نفوس جنس په یوه مستطیل کې په بیلابیلو رنګونو یا د متفاوتو خط کارونو په وسیله وښیو.

همدارنګه کولای شو احصاییوي معلومات او شمېرې په یوه دایره کې ښرګندې کړو.

**د بیلګې په ډول:** فرض کړئ د یوه هېواد ۴۵٪ فیصده مجموعي شتمني مصرفي مواد ۳۵ فیصده یې اومه مواد او ۲۰ فیصده نور یې ماشین آلات جوړوي کولای شو دا شمېرې د یوې دایرې په وسیله ښرګندې کړو




بڼه(۵-۲)

او یا کولای شو پورتني معلومات په یوه مستطیل یا مربع کې ښرګند کړو.

| | |
|---|---|
| 45% | مصرفي مواد |
| 35% | اومه مواد |
| 20% | ماشین آلات |

یا په بل عبارت د دایروي ګرافونو ترسیم کولای شو د هر ټولګي له فریکونسي او د فریکونسي له مجموعې څخه په استفادې سره ترسره کړو لکه:

$$\alpha = \frac{f}{n} \times 360$$

F- فریکونسي

n- د فریکونسي مجموع

**د بیلګې په ډول:** د 75 تنو محصلینو نمرې په لاندې ډول دي.

| فریکونسي F | ټولګی |
|---|---|
| 5 | 0 – 10 |
| 10 | 11 – 20 |
| 15 | 21 – 30 |
| 20 | 31 – 40 |
| 25 | 41 – 50 |
| 75 | مجموع |

$$\frac{5}{75} \cdot 360 = 24$$

$$\frac{10}{75} \cdot 360 = (48)$$

$$\frac{15}{75} \cdot 360 = 72$$

$$\frac{20}{75} \cdot 360 = 96$$

$$\frac{25}{75} \cdot 360 = \frac{120}{360}$$

**د دویم څپرکي د مطالبو لنډيز**

په دې څپرکي کې احصاييوي عمليې او تحقيقاتي پړاوونه تر مطالعې او بررسۍ لاندې نيول شوي دي. چې په هغه کې علمي لارې(طريقې) او روشونه په واضح توګه تشريح شوي دي، چې د هغې په اساس راټول شوي معلومات او شمېرې ترتيب، خلاصه، تحليل او څرګندې شوې دي، چې نظر هغه ته نتيجه ګيري او د تصميم نيونه ترسره کيږي. د دې عمليو او ترتيباتو د ترسره کولو لپاره بايد لاندې پړاوونه ووهل شي:

الف- د موخې تثبيت يا ټاکل

ب- د تجربې طرح يا ټاکل.

ج- د شمېرو(اعدادو) او معلوماتو راټولونه.

د- جدول بندي او تصنيف.

هـ- تصميم نيونه او نتيجه ګيري.

له دغو پړاوونو څخه هر يو ټول په مفصله توګه په دې څپرکي کې تر بررسۍ لاندې نيول شوي دي.

په احصاييوي تحليل کې شمېرې او ارقام له هغه څخه پيل کيږي او د اړتيا وړ شمېرو او معلوماتو د راټولونې په غرض لومړی له ټولو څخه مخکې څېړونکی بايد واضح کړي چې څه ډول موضوع څېړي، نو په دې اساس لومړی بايد پوښتنه يا موضوع ډېره واضح او په دقيقه توګه طرح او وټاکي. که چيرې موضوع په پيل کې واضح او روښانه نه وي او په سمه توګه تشخيص او تثبيت شوې نه وي راټولې شوې شمېرې شايد بې ځايه وي او موضوع نوره هم پيچلې شي.

## د دویم څپرکي پوښتنې

۱- فرض کړئ د کابل په ښار کې د هر وګړي د عاید کچه معلومه وئ. آیا په دې اړه ویلای شئ چې څه ډول عملیه باید د احصاییوي تحقیقاتو په اصل کې ترسره کړئ؟

۲- احصاییوي جدول څه دی او څه ځانګړنې باید ولري. کولای شئ دغه ځانګړنې په یوه فرضي جدول کې پرته له شمېرو څخه وړاندې کړئ؟

۳- په یوه ګراف کې لاندې ټکي د لیک نښو په مرسته په نښه(نقطه ګذاري)کړئ؟

(0 , 0 ) , (-5 , 10) , (3 , -4) , ( -2 , -2) , (3 , -5) , (5 , 4)

۴- لاندې معادله یوه تابع ده د هغه ګراف رسم کړئ؟

$y = 6 + 3x$

۵- د غنمو تولیدات په شپږو کلونو ۱۳۵۰- ۱۳۵۵ کې په لاندې توګه ورکړل شوي دي؟

| کال | 1350 | 1351 | 1352 | 1353 | 1354 | 1355 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| د غنموتولید | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 |

۶- د بانک د چک ۲۵ فیصده مجموعي پور اوږد مهاله پورونه، د هغه ۱۵ فیصده د میلیون تنو پورونه منځ مهاله او ۶۰ فیصده د هغه بدلون مهاله پورونه جوړوي دغه معلومات په دوو وسیلو یعنې یوه دایره او یو مستطیل یا مربع کې څرګند کړئ ؟

۷- تحقیقاتي پړاوونه توضیح کړئ او د هغوی له جملې څخه د موخې د ټاکلو او تثبیت په اړه معلومات وړاندې کړئ؟

۸- د ۱۰۰ تنو محصلینو نمرې په یو دایروي ګراف کې وښیئ ؟

| ټولګی | فریکونسي F |
|---|---|
| 0 – 20 | 10 |
| 21 – 40 | 15 |
| 41 – 60 | 25 |
| 61 – 80 | 20 |
| 81 - 100 | 30 |
| مجموع | 100 |

# درېیم څپرکی

## د پېښېدو د تکرار توزیع (د فریکونسي توزیع)

**عمومي موخه:**
په احصائیه کې فریکونسي او له هغې څخه د استفادې ځایونه

**د زده کړې موخې:** محصلین د دې څپرکي په پای کې کولای شي:
- د فریکونسۍ مفهوم توضیح کړي.
- د شمېرو د راټولونې، توحید او تصنیف په اړه معلومات وړاندې کړي.
- احصاییوي ټولګي او د هغه ځانګړنې توضیح کړي.
- د ټولګي د ګرافیکي څرګندونو په اړه توضیحات وړاندې کړي.
- د فریکونسیو د ګراف منحني ترسیم کړي.
- نسبي فریکونسي او مجموعي فریکونسي توضیح کړي.

### د پېښېدو د تکرار توزیع (د فریکونسي توزیع)

**تصمیمونه:** د فریکونسیو مفهوم او ډولونه

احصاییوي نتیجه ګیرۍ او تصمیمونه د مطروحه موضوع په راټولو شوو شمېرو او ارقامو باندې متکي دي. د اړتیا وړ شمېرو ډول به په طرح شوي موضوع پورې اړونديږي، او راټولې شوې شمېرې امکان لري یو یا دوه اوښتونکي یا متحوله راونغاړي لکه: شمېرې یا اعداد د یو شمېر وګړو د قد، وزن، عمر ، د یو شمېر کارکووونکو تنخوا یا اجوره، د یو ګروپ مامورینو معاش، د یوه ټولګي د محصلینو په یوه مضمون کې د آزموینې نومرې او داسې نورو په اړه ټولې شمېرې یا اعداد یو متحوله وي.

په دا ډول شمېرو کې زیاتره مسایل د هغوی د اوسط د هر واحد وېشنه او د هغوی د انحراف او د خورتیا یا پراګندګۍ د څرنګوالي په اړه نظر وسط ته تر بحث لاندې راځي. یا شمېرې د وګړو د عاید او لګښت، د محصلینو قد او وزن او د یوې پلورل شوې متاع قیمت او شمېر، د یوه هیواد واردات او صادرات او داسې نورو په اړه د دوه متحوله شمېرو بیلګې دي.

هغه شمېرې چې د بیلګې په ډول د غوښې قیمت، یا د یوې اندازې وریجو قیمت رانغاړي یا د یوه هیواد ملي محصولات، واردات او صادرات رانغاړي. دوه متحوله شمېرې ګڼل کیږي.

په احصاییه کې د شمېرو توضیح او تشریح د درې ډوله عمده مقیاس او اندازه نیونې غوښتنه کوي دا مقیاسونه د فریکونسي وېشنه یا توزیع، اوسط ګیري او د شمېرو د خپرېدو یا پراګندګۍ څخه عبارت او د بحث وړ دي.

که چیرې شمېرې څرنګه چې مخکې هم وویل شول په دې منظور نظر د هغوی د کمیت اندازې ته ترتیب او توضیح شي. دغه عملیه د پېښیدلو د بیا ویشنې یا د فریکونسي ویشنې په نوم یادیږي، چې د فریکونسیو د ویشنې تحلیل په مفصله توګه او له عملي بیلګو سره د دې څپرکي په پاتې شوو برخو کې تر مطالعې لاندې راځي.

**دشمیرو(اعدادو) راټولونه او توحید:**

د شمېرو راټولونه په مستقیمه یا غیر مستقیمه توګه معمولاً په ناڅاپي او خوره(پراګنده) بڼه ترسره کیږي. لومړنۍ شمېرې له راټولولو څخه وروسته باید ترتیب، توحید او لنډې یا خلاصه کړل شي تر څو څرګندول، تحلیل او نتیجه ګیري آسانه کړي

د بیلګې په ډول یوه احصاییوي موضوع داسې طرح شوې چې د ۵۰ تنو محصلینو د ریاضي مضمون د آزموینې د پایلو د څرنګوالي په اړه ده، په دې منظور یوه نمونوي سروې طرح او تطبیقیږي نظر دې سروې ته د ۵۰ محصلینو د آزموینې د پایلو په اړه معلومات د نمونې په توګه راټولیږي. فرض کړئ چې راټول شوي معلومات هغه شمېرې دي چې د هغې لومړۍ بڼه په لومړي جدول کې څرګندې شوې دي.

**لومړی نمونوي جدول**

| |
|---|
| 23,65,51,52,74,72,63,60,21,31,36,80,79,82,41,69,29,28,30,40,42,57,54,58 59,64,63,70,7,74,83,82,32,36,37,43,40,38,51,54,59,60,58,61,72,90,85,84, 95,100 |

**د ترتیب شوو شمېرو(اعدادو) دویم جدول**

| |
|---|
| 21,23,28,29,30,31,32,36,36,37,38,40,40,42,43,50,15,51,52,54,54,57,58,58,5 |
| ,9,60,60,61,62,63,63,64,64,70,71,71,72,74,74,74,79,80,82,83,84,85,90,91,95 |
| 100 |

باید یادونه وشي چې شمېرې کولای شو په متزایده (صعودي)توګه جوړې کړو یعنې له کوچني عدد څخه پیل او په ترتیب سره په لوی عدد پای ته ورسیږي. یا بر عکس شمېرې کولای شو په نزولي توګه جوړې کړو داسې چې لوی عدد لومړی او په ترتیب سره شمېرې یا اعداد یو په بل پسې ولیکو تر څو کوچني عدد ته ورسیږو. د لومړي جدول شمېرې له خلاصیدو وروسته په متزایده یا صعودي بڼه ترتیب او په دویم جدول کې لیکل شوې دي.

دویم جدول د لومړي جدول په پرتله ځینې ښیګڼې لري ځکه په هغه کې کولای شو د متحول ځینې ځانګړنې په ښه توګه اوډیر ژر تشخیص کړو. دغو ترتیب شوو شمېروته په کتو سره پوهېدی شو چې پراخوالی(وسعت) یعنې د لوی او کوچني عدد تر منځ توپیر (د لړې او زیاتې نمرې تر منځ توپیر) له ۷۹ څخه عبارت دی.

**د شمېرو(اعدادو) تصنیف:**

که چیرې د شمېرو تعداد لږ یا د نمونې اندازه کوچنۍ وي د شمېرو ترتیب د دویم جدول په بڼه او د هغه څرګندونه به نسبتاً آسانه او ګټوره وي او که چیرې د شمېرو تعداد ډېر زیات یا د لومړي نمونوي جدول نمونه چندانې مفهوم نه شي افاده کولای البته له څه دقت وروسته کولای شو کوچنی او لوی عدد په دې جدول کې تشخیص کړو یا حتا د شمېرو اوسط د مجموع په اخیستلو سره او د هغوی په تعداد باندې ویشل سنجش کړو له دې څخه زیات نشو کولای له نوموړي جدول څخه ګټه واخلو.

له ورکړل شوو شمېرو څخه د ښې او زیاتې استفادې لپاره په لومړي نمبر جدول کې باید هغوی په منظمه توګه ترتیب او لنډ یا خلاصه کړو د شمېرو د خلاصه کولو یوه لار د هغوی د افاده کولو اړوند د ۱۰۰۰ واحدونو دور دی.

د ۱۰۰۰ په واحدونو باندې د شمېرو د ترتیبولو او خلاصه کولو څخه وروسته د زیات ګډون یا شمولیت لپاره د شمېرو د اعشارې په تحلیل او څرګندولو کې درې خانې په دوو خانو اختصار پیدا کړی داسې چې د اعشاري دریيمه خانه دویمې خانې ته نږدیوالی یا تقرب ورکړل شوی دی. په دې تقرب ورکولو کې که چیرې د دریيمې خانې شمیره یا رقم له ۵ څخه کوچنۍ وي له

هغه څخه تیرېږو او پر خلاف دهغه که دغه شمیره یا رقم له ۵ څخه لوی وي وروستۍ شمیره یا رقم یعنې د اعشاري دویمې خانې شمېرې ته د یوه په زیاتیدو سره ارتقاء ورکړل شوې ده. د بیلګې په ډول د 66,029 عدد په 66,03 او د 69,242 عدد په 69,24 لنډ یا مختصر شوي دي. د لومړي جدول شمېرې له لنډیز یا خلاصه کیدو او ترتیبولو وروسته کولای شو په دویم جدول کې په لاندې بڼه وشیو.

**د شمېرو(اعدادو) نمونوي دویم جدول**

| 21 - 30 | 31 - 40 | 41 - 50 | 51 - 60 | 61 - 70 | 71 - 80 | 81 – 90 | 91 – 100 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 21 | 31 | 40 | 51 | 61 | 71 | 82 | 91 |
| 23 | 32 | 42 | 51 | 62 | 71 | 83 | 95 |
| 28 | 36 | 43 | 52 | 63 | 72 | 84 | 100 |
| 29 | 36 | 50 | 53 | 63 | 74 | 90 | 3 |
| 30 | 37 | 4 | 54 | 64 | 74 | 4 | |
| 5 | 38 | | 57 | 64 | 79 | | |
| | 40 | | 58 | 69 | 80 | | |
| | 7 | | 58 | 70 | 7 | | |
| | | | 59 | 8 | | | |
| | | | 59 | | | | |
| | | | 60 | | | | |
| | | | 60 | | | | |
| | | | 12 | | | | |

د شمېرو د ثبت جدول د زیاتو ښیګنو لرونکې وي لکه:

**الف**- په آسانۍ سره کولای شو هغه شمېرې چې معمولاً ثبتې شوې وي اصلاح یا اړوندې خانې یا ستون ته ولیږدوو.

**ب**- که لومړني ټولګي د ډاډ وړ نه وي کولای شو هغوی په اسانۍ سره د دویم ځل لپاره تصنیف کړو.

**ج**- کولای شو هغه عدد چې د ټولګي په وسط کې ځای په ځای شوی د هماغه ټولګي له اوسط سره پرتله کړو.

که د شمېرو تعداد نسبتاً لوی وي، د شمېرو ترتیب د نوموړي جدول په بڼه ستومانه کار دی او د زیات وخت غوښتنه هم کوي، سربیره پر دې له نسبتاً محدودې استفادې څخه پرته نشو کولای له هغه څخه بل کار واخلو. نو په دې اساس اړینه ده چې شمېرې په لنډه توګه سره داسې ترتیب شي تر څو د هغه څرګندول آسانه شي او وتوانیږي زیات او ژور

تحلیل ترسره شي تر څو د شمېرو د پیچلو اړیکو خصوصیات کشف او توضیح شي.

دشمیرو د څرګندولو لنډول او په عین حال کې ساده کول د هغوی د خاصیت او څرنګوالي له لاسه ورکولو پرته اساسي موضوع د پیښیدلو بیا وېشنه(د فریکونسي وېشنه)ده.

یعنې شمېرې د ټولګیو په بڼه (چې ځینې یې د ټولګي، پوړ،ګروپ او ډلې په نوم هم یادیږي) سمبال شوي. په هر ټولګي پورې اړوند د مشاهداتو یا واقعاتو د پیښېدلو(وقوع یا فریکونسي) تکرار یا زیاتوالی تثبیت او وټاکل شي.

په هغه جدول کې چې شمېرې په دې بڼه ترتیب، تصنیف او څرګندیږي، د پیښیدلو(وقوع) د تکرار جدول (د فریکونسي جدول)نومیږي.

مخکې له دې چې شمېرې د صنف بندۍ په بڼه ولیکو باید د ثبت جدول د جوړولو طرز چې د درېیم جدول په مرسته ښودل شوی دی په پام کې ونیول شي. په دې عملیه کې ټولګي په افقي بڼه (د جدول د خانو یا ستونو له عنوان سره ورته یا مشابه)د جدول په پورته برخه کې ترتیب شوی او هغه شمېرې یا اقلام چې په هر ټولګي پورې اړه لري، تر هماغه ټولګي لاندې ثبت شوې دي. وروسته په هر ټولګي پورې اړوند د اقلامو شمېر شمېرل کیږي او د هغوی مجموع په هماغه ټولګي پورې اړوند د اقلامو په ښکتنۍ برخه کې د دوو لیندیو(قوسونو) تر منځ لیکل کیږي چې دغې مجموعې ته د هر ټولګي فریکونسي وایي.

د دویم جدول او د ثبت د جدول پایلې اوس کولای شو د فریکونسۍ په یوه جدول لکه څلورم جدول(د فریکونسي جدول) کې وښیو.

**څلورم جدول:** د ریاضي په مضمون کې د۵۰ تنو محصلینو د آزموینې د نومرو د فریکونسۍ جدول

| نمرې | د وګړو د (فریکونسیو) شمېر |
|---|---|
| 21 – 30 | 5 |
| 40 31 | 7 |
| 41 – 50 | 4 |
| 51 – 60 | 12 |
| 61 – 70 | 8 |
| 71 – 80 | 7 |
| 81 – 90 | 4 |
| 91 – 100 | 3 |
| **مجموع** | **50** |

ځينې تخنيکي اصطلاحات او مفاهيم د فريکونسي د جدول په اړه شتون لري. دا مفاهيم لاندې توضيح کيږي اود زده کړې په باب يې له محصيلينو څخه جدي غوښتنه کيږي ترڅو په سمه توګه يې زده کړي.

**ټولګی(صنف)**: د دوو شمېرو په وسيله هر ټاکل شوی واټن لکه 30 – 21 او يا 91 – 100په احصائيه کې دټولګي يا صنف، پوړ يا ګروپ په نوم ياديږي.

**د ټولګي(صنف)حدود**: هغه دوه شمېرې چې يو ټولګی رانغاړي د هماغه ټولګي حدود نومول کيږي.د ټولګي کوچنۍ عدد د ښکتني حد په نوم او لوی عدد د هماغه ټولګي د پورتني حد په نوم ياديږي.لکه په ټولګي کې 30 – 21 چې له 21 تر 30 لوستل کيږي ښکتنی حد يې ۲۱ او پورتنی حد يې ۳۰ دی.

**د ټولګي درجه**: د بحث وړ ټولګي د ښکتني حد اوسط او د مخکنيو ټولګيو پورتنی حد د ښکتني سرحد په نوم او همدارنګه د دې ټولګي د پورتني حد اوسط او د وروستني ټولګي ښکتنی حد د اړوند ټولګي د پورتني سرحد په نوم ياديږي. د بيلګې په ډول په ټولګي کې60 – 51 لرو چې:

ښکتنی سرحد $= \frac{60+41}{2} = 50.5$

پورتنی سرحد $= \frac{51+70}{2} = 60.5$

په شمېرو کې اوړده يا متمادي ټولګي چې د مخکني ټولګي پورتنی حد او د وروستني ټولګي ښکتنی حد او همدارنګه د مخکني ټولګي پورتنی حد د وروستني ټولګي له ښکتني حد سره يو شان دي، په يوه ټولګي پورې اړوند حد او سرحد هم له يوبل سره مساوي دي. په ځينو حالاتو کې د ډېر کوچني ټولګي ښکتنی حد (او ښکتنی سرحد ) او يا د ډېر لوی ټولګي پورتنی حد (او پورتنی سرحد) خلاص او يا نا معين وي.

**دټولګي(صنف)واټن** :د يوه ټولګي واټن د هماغه ټولګي د ښکتني حد توپير د مخکني ټولګي له ښکتني حد څخه عبارت دی. د بيلګې په ډول په دوو مخکينيو ټولګيو کې د هر ټولګي واټن له ۱۰ نمرو څخه عبارت دی. په بيلګه کې د دواړو ټولګيو د پورتنی حد تر منځ توپير هم ۱۰ نمرې دي. په اوږدو يا متمادي شمېرو کې د ټولګيو واټن ټول يو شانته دی او

د (ګډ واټن) په نوم یادیږي.

د ټولګیو واټن کولای شو د هغوی د اوسط تر منځ د توپیر په پام کې نیولو سره هم سنجش کړو.

**د ټولګي(صنف)پراخوالی**:د ټولګي پراخوالی د هماغه ټولګي د پورتني سرحد او ښکتني سرحد ترمنځ له توپیر څخه عبارت دی. دبیلګې په ډول په ټولګي کې 60 – 51 لرو چې:

$60{,}50 - 50{,}5 = 10{,}0$

د ټولګي پراخوالی

په دې بیلګه کې د ټولګي واټن او د ټولګیو پراخوالی یوله بل سره مساوي دي خو دا حالت به په ټولو ځایونو کې صدق ونه کړي. په ځانګړي توګه په هغه حالاتو کې چې شمېرې او ټولګي سره غیر متمادي وي یعنې اوږدې نه وي.

**د ټولګي(صنف)فریکونسي**: د یوه ټولګي فریکونسي د هغو پیښو(واقعاتو) او کتنو(مشاهداتو) له زیات تکرارڅخه عبارت ده، چې په هماغه ټولګي پورې اړه لري. لکه په څلورم جدول کې د ټولګي (فریکونسي) 60 – 51عبارت له ۱۲ تنو محصلینو څخه دي. یعنې د ۵۰ تنو محصلینو له جملې څخه ۱۲ تنه یې له 60 – 51 پورې د نمرو لرونکي دي.

**دټولګي(صنف)منځ یا وسط** : د یوه ټولګي وسط یا منځنی ټکی د هماغه ټولګي د حدودو له اوسط څخه عبارت دی. دبیلګې په ډول دټولګي اوسط یا وسط له60 – 51 څخه عبارت دی یعنې: $\frac{51+60}{2} = 55{,}5$ (د ټولګي وسط )

د فریکونسۍ په عددي وېشنه کې ستونزې: کله چې وغواړو د فریکونسۍ یو جدول جوړ کړو له څو عمده ستونزو سره مخامخ کیږو یو له دغو ستونزو څخه د ټولګیو د مناسب شمېر یا تعداد ټاکل دي.

که څه هم په دې برخه کې کومه عمومي قاعده شتون نه لري. د امکان تر حده باید هڅه وشي تر څو له سم قضاوت څخه کار واخیستل شي. د ټولګیو شمېر نباید هغومره ډېر وي چې د ټولګیو فریکونسي ګانې و نه توانیږي سمبال شي. ځکه د شمېرو د تصنیف او ترتیب اساسي موخه د هغوی د ویشنې د څرنګوالي او بنې تشخیص کول دي. همدارنګه د ټولګیو شمېر نباید هغومره لږ وي چې شمېرې له لازم حد څخه زیاتې لنډې یا خلاصه کړو چې ځینې ګټور معلومات له لاسه ورکړو.

په عمل کې باید کوښښ وشي چې د ټولګیو شمېر له پنځو څخه لږ او له پنځلسو څخه

زيات نه وي.

د ټولګيو د ټاکلو لپاره کولای شو په ځينو ځايونو کې له لاندې فورمول څخه استفاده وکړو.

$$K = 1 + 3,3Logn$$

چې په دې ځای کې په کار اچول شوې نښې يا علايم K د ټولګيو اټکل شوی شمېر اوn د واقعاتو يا مشاهداتو مجموعي شمېر په نمونه کې ( د فريکونسي مجموعه) اعشاري Log (معمولي لوګارتم د ۱۰ پر پايه يا قاعده باندې دی. کله چې د ټولګيو شمېر وټاکل شو، د ټولګي واټن هم کيدای شي وټاکو، د زياتې آسانۍ او سهولت له پاره په وروستيو سنجشونو او عمليو کې بايد د ټولګيو واټن پر يوه ښه عدد تبديل شي. او د امکان په صورت کې د فريکونسۍ يو جدول بايد د ټولګيو د ټولګي واټن(ګډ واټن) ترتيب شي څکه د دغه واټن ګډوالی، داسې چې وروسته به يې ووينو د ټولګيو د فريکونسيو ګانو پرتله او همدارنګه د ځينو احصاييوي مقياسونو سنجش او تطبيق آسانوي.

**د فريکونسۍ د ويشنې ګرافيکي څرګندونه:** د فريکونسۍ وېشنه کولای شو د ګرافونو په مرسته هم څرګنده کړو. د احصائيوي شمېرو او معلوماتو ګرافيکي څرګندونه (څرنګه چې په مخکني څپرکي کې مطالعه شوه) په بيلابيلو بڼو او ډولونو ترسره کيږي. د فريکونسۍ د ويشنې څرګندونه په درې معمولي بڼو د هستوګرام يا مستطيلي ګرافونو، بارچارت او پالګن د فريکونسۍ د متن په مرسته وي.

**هستوګراف:** ديوه احصائيوي ګراف دفريکونسۍ يو هيستوګراف يا هيستوګرام له يو شمېر مستطيلونو څخه جوړ شوی دی. لکه:

**الف-** مستطيلونه په عمودي ډول پر افقي محور(xمحور) باندې داسې ځای پرځای شوي دي، چې د هغوی عرض د ټولګيو(صنفونو)د واټن له اندازې سره مساوي او دهغوی وسط د ټولګيو د وسطي ټکي پر سر وي.

**ب-** د مستطيلونو شمېر د ټولګيو له شمېر سره سم د فريکونسۍ په يوه وېشنه کې وي.

د يو هيستوګرام په ترسيم کې بايد لاندې ټکي په پام کې ونيول شي:

**الف-** د ټولګيو فريکونسۍ د (y) په عمودي محور کې او ټولګي يا د ټولګيو واټن د (x) په وسطي محور کې وضع شي. د ويشنې هيستوګرام۵-۳جدول د۱-۳په کارکې څرګند شوي دي.

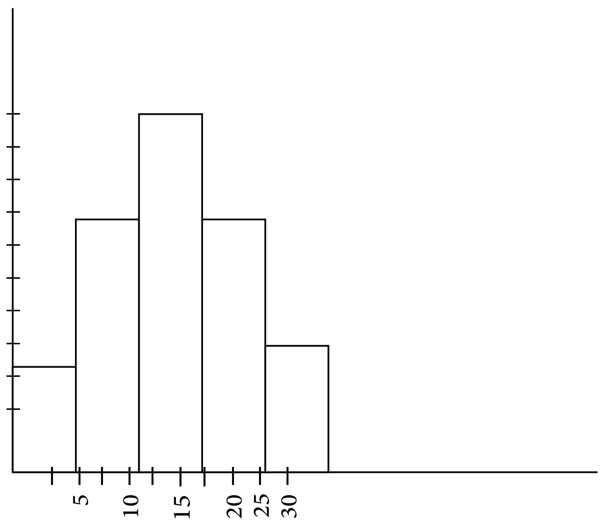
د y د محور مقياس بندي بايد له صفر سره پيل او له انقطاع پرته دوام پيدا کړي.

**ب-** په افقي محور کې بايد يو واټن د ټولګيو د نيم يا يوه بشپړ واټن په اندازه د مستطيل په دواړو خواوو کې کېښودل شي.

**د بيلګې په ډول:** د ۲۳ تنو محصلينو د رياضي مضمون نمرې په لاندې جدول کې ترتيب

شوې دي، د هغه هستوګرامونه ترسيم کړئ.

| ټولګي | د ټولګيو وسط | فريکونسۍ |
|---|---|---|
| 1 – 5 | 3 | 2 |
| 6 – 10 | 8 | 5 |
| 11 – 15 | 13 | 8 |
| 16 – 20 | 18 | 5 |
| 21 - 25 | 23 | 3 |



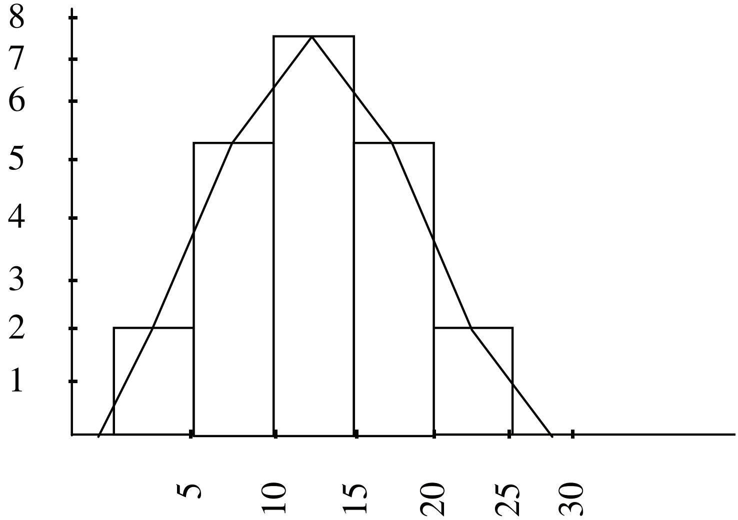

**د پالګن فريکونسيو ګانو منحني:**

د فريکونسي وېشنه د پالګن د فريکونسي د منحني په وسيله هم کولای شو څرګند کړو. په هغه صورت کې چې د فريکونسي هستوګرام رسم شوی وي دا منحني په آسانۍ سره کولای شي د رسم د ټکو په نښلولو سره مستطيلونه لاسته راوړي.

زياتره وختونه، د پالګن د فريکونسي منحني له مستطيل يا مستقيمو کرښو پرته څرګنديږي. البته اوس د هغه د رسمولو طريقه آسانه ده. د ټولګيو د وسطي ټکو او د هر ټولګي د اړوندې فريکونسي په نظر يو شمېر ټکي لاسته راځي، که چيرې دغه ټکي له يو بل سره ونښلوو د پالګن فريکونسي لاسته راځي.

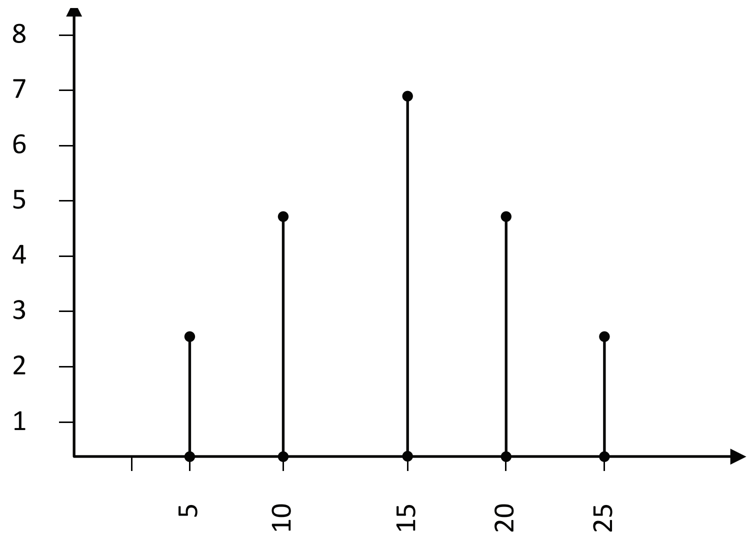
څرنګه چې په شکل کې ليدل کيږي د پالګن د فريکونسي پای په دواړو لورو کې له افقي محور سره نښلول شوی دی. د دې منظور لپاره په فرضي ټولګيو کې وسطي ټکي په پام کې نيسو د افقي محور پر مخ يې په نښه کوو او د منحني انجام له مستقيمې کرښې

سره يې نښلوو.




**د بار چارت ګراف:** د يوې فريکونسۍ د ويشنې د ځرګندولو بله لار د بارچارت د ګراف په وسيله ده. په دوو لاندې بڼو کې د مستطيلونو پر ځای عمودي کرښې انځورېږي.

د هرې عمودي کرښې پايې د ټولګي پر وسطي ټکي باندې په افقي محور کې ځای په ځای شوي، او د هغې د اړوندې فريکونسۍ ارتفاع ښيي.




**الف - نسبي او غونډې شوي يا متراکمې(مجموعي)فريکونسۍ:** د يوه ټولګي نسبي فريکونسي د هماغه ټولګي د فريکونسي نسبت د ټولو ټولګيو د فريکونسي له مجموع څخه عبارت دی او معمولاً په فيصدۍ څرګندېږي، مثلاً د لومړي ټولګي نسبي فريکونسي زمونږ مخکينۍ بيلګه عبارت ده له:

$$\text{نسبي فريکونسي} = \frac{\text{د لومړي ټولګي فريکونسي}}{\text{د فريکونسیو مجموع}} \times 100$$

$$\text{د لومړي ټولګي فريکونسي} = \frac{2}{33} = \times 100 = 8.69\%$$

**ب- غونډ شوي يا متراکمې (مجموعي)فريکونسۍ:** د متراکمې يا مجموعي فريکونسيو وېشنه په دوو لارو ښودل کېږي، يعنې د متزايدې (زياتيدونکې) متراکمې فريکونسي وېشنه او د ښکته کيدونکې (متناقصې) متراکمې فريکونسي وېشنه ترسره کيږي.

په متزايدو فريکونسيو ګانو کې له لومړنۍ فريکونسي يا د ټولګي له کوچنۍ فريکونسي څخه پيل شوې او په ترتيب سره د هر وروستي ټولګي له فريکونسي سره جمع او د اړوند ټولګي پر وړاندې ځای پرځای شوي دي. لکه:

**د ۲۳ تنو محصلينو د نمرو د متزايدې متراکمې فريکونسي جدول**

| متزایده متراکمه فریکونسی | د فریکونسي (شمېر ) | نومرې |
|---|---|---|
| 2 | 2 | 1 – 5 |
| 7 | 5 | 6 – 10 |
| 15 | 8 | 11 – 15 |
| 20 | 5 | 16 – 20 |
| 23 | 3 | 21 – 25 |
| | 23 | مجموع |

په دویم حالت کې، یعنې د متناقصې یا متوالي متراکمې فریکونسي په ترتیبولو کې، ټولې فریکونسۍ ګانو مجموع د لومړي ټولګي پر وړاندې ځای په ځای شوي دي او په ترتیب سره د هر ټولګي فریکونسي د پاتې شوو له مجموع څخه تفریق او د اړوند ټولګي په وړاندې لیکل شوي دي. لکه: د لومړي ټولګي نزولي متراکمه فریکونسي ۲۳ یعنې د فریکونسي مجموع منفي د لومړي ټولګي له فریکونسي څخه او په همدغه ترتیب سره د هغو فریکونسیو له حال څخه وروستي ټولګي هم تفریق کیږي او په همدغه ډول تر پنځم ټولګي پورې وړاندې ځي، چې له ۳ تنو محصلینو سره مساوي کیږي او په جدول کې په مفصله توګه ښودل شوي دي.

**د ۲۳ تنو محصلینو د نومرو د نزولي متناقصې متراکمې فریکونسي جدول**

| متزایده متراکمه فریکونسي | فریکونسي (شمېر ) | د (ټولګي) نومرې |
|---|---|---|
| 23 | 2 | 1 – 5 |
| 21 | 5 | 6 – 10 |
| 16 | 8 | 11 – 15 |
| 8 | 5 | 16 – 20 |
| 3 | 3 | 21 - 25 |
| | 23 | مجموع |

**د درېیم څپرکي د مطالبو لنډیز**

په درېیم څپرکي کې د شمېرو د بررسۍ او تحلیل اړوند ټول موضوعات د موضوع بیا ویشنې (د فریکونسي ویشنې) په مرسته وې. په نوموړي څپرکي کې د شمېرو تشریحي معیارونو او مقیاسونو په خپل وار سره د اړوندو شمېرو څرنګوالی او معلومات راټول کړي او د راټولو شوو شمېرو سربیره امکان لري یو، دوه یا زیات متحوله په ځان کې راونغاړي لکه شمېرې د یو شمېر وګړو د قد، وزن یا عمر، د یو شمېر کارګرانو تنخوا یا اجورې، د یوه ټولګي د ۵ تنو محصلینو د آزموینې نومرې په یوه مضمون کې او داسې نورو په اړه ټولې شمېرې یا اعداد یو متحوله وي..

په زیاتره ځایونو کې د دوو یا زیاتو متحولونو تر منځ اړیکې په احصاییه کې د بحث لپاره مطرح کیږي د یو متحوله شمېرو په توضیح او تشریح کې د زمان عامل ذیدخل نه وي د درې ډولونو عمده اندازه ګیرۍ د مقیاس غوښتنه کوي. دا مقیاس د فریکونسۍ وېشنه، اوسط نیونه او د بحث وړ شمېرو انحراف یا خورتیا (پراګندګي) څخه عبارت دي.

که چیرې شمېرې داسې وي چې مخکې هم وویل شول په دې منظور باید نظر د هغوی اندازې او کمیت ته ترتیب او توضیح شي. دغه عملیه د پېښیدلو(وقوع) بیا وېشنې یا د فریکونسي وېشنې په نوم یادیږي. که څه هم په مخکني څپرکي کې د احصاییوي تحقیقاتو د پړاوونو په اړه په مختصره توګه بحث وشو او د فریکونسۍ د راټولونې په اړه اساسي عملیې په مفصله توګه او په عملي بیلګو سره په پاتې برخو کې تر مطالعې لاندې راځي.

## د درېيم څپرکي پوښتنې

۱- د فریکونسی د ویشنې مفهوم په مختصره توګه تشریح کړئ؟

۲- دغه ۱۷,۹۵,۳۸,۲۷,۷)۴۸+(۱۱,۵۷,۳۴,۲۲ شمېرې یا اعداد ترتیب کړئ او د شمېرو پراختیا(وسعت)یې تثبیت کړئ ؟

۳- لاندې اصطلاحات تعریف کړئ؟ د ټولګي حدود، د ټولګي شکتنی سرحد، د ټولګي واټن ، د ټولګي وسط ، د ټولګي فریکونسي.

۴- د ۷۵ تنو محصلینو نومرې لاندې په جدول کې تصنیف شوې دي، د هغوی زیاتیدونکې (صعودي) فریکونسي پیدا کړئ؟

| ټولګی | F | F صعودي |
|---|---|---|
| 0 – 10 | 5 | |
| 11 – 20 | 10 | |
| 21 – 30 | 15 | |
| 31 – 40 | 20 | |
| 41 - 50 | 25 | |
| | 75 | |

۵- احصاییوي جدول تعریف کړئ، په څو ډوله دي د هغه د مهمو ټکو نوم واخلئ؟

۶- د ۸۰ تنو محصلینو نومرې په لاندې ډول ورکړل شوي دي، د هغوی نزولي متناقصه فریکونسي پیدا کړئ ؟

| ټولګی | F | F فریکونسي |
|---|---|---|
| 0 – 10 | 5 | |
| 11 – 20 | 10 | |
| 21 – 30 | 15 | |
| 31 – 40 | 20 | |
| 41 – 50 | 30 | |
| | 80 | |

# څلورم څپرکی

## د مرکزي ګرځيدنې(ګردش) مقياسونه

**عمومي موخه:**
د شميرو يا اعدادو د بيلابيلو اوسطونو لاسته راوړل او ټاکل

**د زده کړې موخې:** د دې څپرکي په پای ته رسيدو او زده کيدو سره محصلين کولای شي:
- د اوسطونو ډولونه توضيح او معرفي کړي.
- د شمېرو يا اعدادو حسابي اوسط لاسته راوړي او د حسابي اوسط خواص معرفي کړي.
- د شمېرو يا اعدادو هندسي اوسط محاسبه کړي.
- د شمېرو هارمونيکي اوسط محاسبه کړي.
- ميديان يا د فريکونسۍ وسط تعريف او محاسبه کړي.

### د مرکزي ګرځيدنې (ګردش) مقياسونه

اوسطونه:په مخکني څپرکي کې مو ولوستل چې په نمونې يا کتنو(مشاهداتو) پورې اړوندې شمېرې څرنګه راټولې، ترتيب او څرګنديدی شي، د فريکونسۍ وېشنه البته نه يواځې د شمېرو منسجم کول او د راټولولو لار ده، بلکې توضيحي او تشريحي مقياس هم دی په زياترو ځايونو کې يواځې يو مقياس يا يوې مشخصې ته اړتيا لرو تر څو هغې ته په کتو سره د بلې لړۍ يا سلسلې شمېرې مطالعه کړو. دا عدد بايد له هغو ټولو شمېرو څخه استازيتوب وکړي چې د هغې په وسيله تشريح کيږي، په دې منظور نوموړی عدد بايد تمايل او همدارنګه د لړۍ يا سلسلې د شمېرو وېشنه د يو مرکزي يا وسطي ارزښت په شاو خواکې وښيي. له دې پلوه استازی عدد د (مرکزي ګرځيدنې مقياس) په نوم يا معمولاً د اوسط په

نوم يادوي. په بل عبارت د يو سلسله شمېرو اوسط عبارت دی له:

يو ارزښت يا يو عدد دی چې له ټولو شمېرو څخه استازيتوب وکړي او څرنګه چې دا عدد د کميت يا ځومره والي له پلوه د اړوندو شمېرو د لړۍ يا سلسلو په وسط يا مرکز کې ځای لري ځيني وختونه د مرکزي تمايل(ګرايش)د مقياس په نوم هم يادېږي.

اوسطونه د هغوی د رياضي صبغې (رنګ) له پلوه په دوو عمده ګروپونو ويشل کيږي: لومړی ګروپ هغه چې د حساب او سنجش له مخې د شمېرو د اوسط په حيث راوځي او دويم ګروپ چې منځنی موقعيت لري.

لومړی ګروپ په: حسابي اوسط، هندسي اوسط، مربعي اوسط او هارمونيکي اوسطونو کې شامل دي.

او دويم ګروپ ميديان (د فريکونسي وسط) مود ( د فريکونسۍ زياتوالی) او داسې نور په ځان کې رانغاړي، چې په دې څېرکي کې له نومړو اوسطونو څخه هر يو تر بحث لاندې راولو. خو مخکې له هغه بايد د$\Sigma$ علامه چې په زياتره په عباراتو او احصاييوي افادوکې په کاريږي توضيح شي. دغه علامه چې د سيمګا په نوم يادېږي، معمولاً د مجموع يا جمع کولو په مفهوم په کاريږي.

**د بيلګې په ډول: که لس عدده ولرو او هر يو يې په** $x_1\ (i = 1,2,..........10)$ افاده کړو او وغواړو د دغو اعدادو مجموع پيدا کړو. کولای شو وليکو $\sum_{i=1}^{10} xi = x_1 + x_2 + .............x_{10}$

**حسابي اوسط:** حسابي اوسط د ډيرو ساده او معمولي اوسطونو له ډول څخه عبارت دی. د يوې لړۍ يا سلسلې د شمېرو حسابي اوسط د اړوندو شمېرو يا اعدادو له مجموع څخه د هغوی د شمېر يا تعداد له تقسيم څخه عبارت دی. که اندازه يا کچه په n او شمېرې يا اعداد په (x) او حسابي اوسط په $\bar{x}$ وښيو د شمېرو يا اعدادو حسابي اوسط عبارت دی له:

$$\bar{x} = \frac{\sum^{n} x_i}{n}$$

معمولاً که اته عدده 20, 5 , 8 , 13 , 7 , 2 , 15 , 10 ولرو نو حسابي اوسط به يې عبارت وي. له: $\bar{x} = \frac{10 + 15 + 2 + 7 + 13 + 8 + 5 + 20}{8} = \frac{80}{8} = 10$

**د حسابي اوسط خواص:** د حسابي اوسط د سنجش کولو په دې ساده طرز کې بايد څو ټکي په نظر کې ولرو:

**الف-** حسابي اوسط له ټولو شمېرو یا اعدادو څخه استازیتوب کوي د ترتیب شوو شمېرو د لړۍ یا سلسلې وسطي عدد باید د پرتلنې وړ وي.

**ب-** که چیرې د حسابي اوسط ارزښت د لړۍ له ټولو شمېرو سره بدل کړو د شمېرو یا اعدادو مجموع بدلون نه کوي، څکه $\bar{x} = \sum x$ یا $\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$.

**ج-** د حسابي اوسط بل عمده خصوصیت دا دی چې د انحراف یا د شمېرو د توپیر مجموع پر هغه باندې صفر کیږي.

**لکه:** د مخکنیو اتو(۸) عددونو په اړه لرو چې:

$$\sum(x-x) = (x_1-\bar{x}) + (x_2-\bar{x}) + ..............(x_8+\bar{x}) = 0$$

$$= (10-10) + (15-10) + (2-10).....(20-10) = 0$$

که څه هم د حسابي اوسط پورتنی فورمول ډېر ساده دی، خو زیاتره وخت د هغو شمېرو په اړه چې د هغوی شمېر یا تعداد لږ وي په آسانۍ سره تطبیقیږي، خو که چېرې د شمېرو تعداد ډېر زیات شي د مجموع کولو ساده عملیه ډیره ستونزمنه او تقریباً ناممکنه کیږي. که چېرې د شمېرو تعداد زیات وي د اړوندو شمېرو د فریکونسۍ د ویشنې یو ساده او اغیزمن روش تشکیل او له هغه وروسته د حسابي اوسط سنجش کوي.

دفریکونسۍ په یوه توزیع کې دحسابي اوسط دري عمده لارې شتون لري. یعنې:

۱- اساسي لاره یا طریقه

۲- د فرضي اوسط لار یا طریقه

۳- د کود بندۍ لاره یا طریقه

**۱- اساسي لاره:** دا لاره یا طریقه د مخکنۍ بیلگې په اړه یعنې د ریاضي په مضمون کې د ۵۰ تنو محصلینو د نومرو پایلې توضیح کوي. دا طریقه څلور ساده پړاوونه تر بحث لاندې نیسي.

**الف-** (x) یا د ټولگیو وسط تثبیت کړئ.

**ب-** د (x) دټولگي وسط او (F) پورې د اړوندو فریکونسیو ګانو حاصل ضرب یعنې (Fx) پیدا کړئ.

**ج-** د (Fx) مجموع یعنې (ΣFx) باید پیدا کړئ.

**د-** وروسته دغه مجموع د فریکونسیو ګانو پر مجموع باندې تقسیم کړئ. چې په دې ځای کې $n = \sum F$ وي په پایله کې حسابي اوسط عبارت دی له:

$$\bar{x} = \frac{\sum Fx}{\sum F}$$

**د ۱۳۷۷نه تر ۱۳۷۸پورې د ۵۰ تنو محصلینو د رياضي مضمون د نومرو د پايلو د حسابي اوسط سنجش (په اساسي طريقه)**

| د محصلينو نومرې | د فريکونسي ګانو تعداد f | د ټولګي وسط x | Fx |
|---|---|---|---|
| 21 -30 | 5 | 25,5 | 127,5 |
| 31 – 40 | 7 | 35,5 | 248,5 |
| 41 – 50 | 4 | 45,5 | 182 |
| 51 – 60 | 12 | 55,5 | 666,0 |
| 61 – 70 | 8 | 65,5 | 524 |
| 71 – 80 | 7 | 75,5 | 52,85 |
| 81 – 90 | 4 | 85,5 | 342 |
| 91 – 100 | 3 | 95,5 | 286,5 |
| **مجموع** | **50** | - | **2905** |

$$\bar{x} = \frac{\sum Fx}{F} = \frac{2905}{50} = 58,1$$

**د فرضي اوسط لاره يا طريقه**

د حسابي اوسط د موندنې لنډه لار يا د فرضي اوسط طريقه د هغه د رياضي په خصوصياتو باندې متکي ده. څرنګه چې په مخکيني فورمول کې وويل شول د شمېرو د توپير مجموع نظر د هغوی حسابي اوسط ته مساوي په صفر کيږي، نو په دې اساس کيدای شي ووايو چې د شمېرو د توپير او يوې لړۍ مجموع نظر بل هر عدد ته د هغوی له اوسط نه پرته به د صفر په خلاف وي.

**لکه:** د مخکينۍ بيلګې د اتو ۸ عددونو په اړه مو وليدل چې $\bar{x} = 10$ , $\sum(x_1 + \bar{x}) = 0$
و اوس يو بل عدد لکه: ۱۳ د يوه فرضي اوسط په توګه انتخاب کړئ، په (x) يې افاده کړئ د هر عدد توپير يا انحراف نظر دغه ته حسابي فرضي اوسط نوموو.

$$d = x_1 - A$$

$$\sum d = \sum (x_1 - A) = (x_1 - A) + (x_2 - A) + .....(x_8 - A)$$

$$\sum d = \sum (x_1 - A) = (10 - 13) + (15 - 13) + (2 - 13) + (7 + 13)$$

$$+ (13 - 13) + (8 - 13) + (5 - 13) + (20 - 13)$$

$$= -3 + 2 - 11 - 6 + 0 - 5 - 8 + 7$$

$$-33 + 9 = -24$$

د توپیر مجموع یا د مجموع انحراف له (۲٤-) څخه عبارت دی او د هغې په اساس وسطي توپیر یا وسطي انحراف عبارت دی له:

که چیرې فرضي رابطه نظر دغه وسطي انحراف ته د هغه په فورمول کې وضع کړو حسابي رابطه لاسته راځي:

$$\bar{d} = \frac{\sum d}{n} = \frac{-24}{8} = -3$$

$$\bar{x} = A + \frac{\sum d}{n}$$

$$\bar{x} = 13 + \frac{-24}{8} = 10$$

$$\bar{x} = 10$$

کولای شو نوموړی فورمول په لړ انډول یا تعدیل سره د تصنیف شوو شمېرو په اړه پکار واچوو په دغه صورت کې کولای شو ولیکو.

$\bar{x} = A + \dfrac{\sum Fd}{\sum F}$ , $d = x - A$ د ټولګي وسط انحراف

**په دې ځای کې نښې یا علایم عبارت دي له:** A یو فرضي اوسط، F د ټولګي فریکونسي، d د ټولګیو وسط انحراف یا فرضي اوسط A او ΣF د فریکونسي ګانو مجموع.

پورتنی فورمول په مخکینۍ بیلګه کې یعنې د ریاضي په مضمون کې د ۵۰ تنو محصلینو د آزموینې پایلې پیدا کوو.

**په ۱۳۷۸کال کې د ۵۰ تنو محصلینو د ریاضي مضمون د نومرو د پایلو د حسابي اوسط سنجش په فرضي اوسطه طریقه**

| د ټولګیو د محصلینو نمرې | د فریکونسي تعداد F | د ټولګي وسط X | وسطي انحراف d | دفریکونسي او انحراف مجموعه Fd |
|---|---|---|---|---|
| 21 – 30 | 5 | 25.5 | - 30 | - 150 |
| 31 – 40 | 7 | 35.5 | - 20 | - 140 |
| 41 – 50 | 4 | 45.5 | - 10 | - 40 |
| 51 – 60 | 12 | 55.5 | 0 | 0 |
| 61 – 70 | 8 | 65.5 | + 10 | 80 |
| 71 – 80 | 7 | 75.5 | +20 | 140 |
| 81 – 90 | 4 | 85.5 | + 30 | 120 |
| 91 – 100 | 3 | 95.5 | + 40 | 120 |
| مجموعه | 50 | | | + 130 |

څرنګه چې په جدول کې لیدل کیږي لومړی د ټولګیو وسط تثبیتوو او د هغوی له جملې څخه یو د A د فرضي اوسط په توګه انتخابوو. په دې ځای کې $A = \mathbf{5}\,5,$ دی. له وسطي انحراف څخه وروسته ټولګی نظر انتخاب شوي فرضي اوسط ته سنجش کوو.

بالاخره د هر ټولګي د فریکونسیو د حاصل ضرب مجموع له اړوند انحراف سره پیدا کوو او په پایله کې لرو چې:

$$\bar{x} = A + \frac{\sum Fd}{\sum F}$$

$$\bar{x} = 55{,}5 + \frac{150}{50}$$

$$\bar{x} = 55{,}5 + 2{,}6 = 58{,}7$$

**د کود بندۍ لاره یا طریقه:**

که چیرې د ټولګي واټن د فریکونسي په یوه وېشنه کې ګډ وي کولای شو حسابي اوسط ډېر ژر او آسانه سنجش کړو. کله چې د ټولګي واټن ګډ وي د وسط(انحراف) تر منځ توپیر په یوه ټولګي کې د هغه له بل ټولګي سره ثابت او د ټولګي له پراخوالي یا وسعت سره مساوي وي. د فریکونسۍ په وېشنه کې زمونږ د بحث وړ بېلګه چې په مخکینۍ بیلګه کې ښودل شوې د ګډ انحراف ۱۰ نومرې د ټولګیو د وسط ترمنځ او د ټولګیو له پراخوالي(وسعت) سره مساوي دی.

له دې پلوه د يوه ټولګي انحراف نظر بل ټولګي ته کولای شو د ټولګيو د واټن په اساس افاده کړو.

د حسابي اوسط سنجش د کود بندۍ د طريقې په وسيله يا په لنډه توګه د لاندې عمليو په مرسته ترسره کيږي:

١- لکه مخکينۍ طريقه د مرکزي ټولګي له وسط څخه يو د A فرضي اوسط په توګه انتخابوو.

٢- انحراف نظر انتخاب شوي فرضي اوسط ته د ټولګي د واټن پر واحدونو څرګنديږي.

٣- د هر ټولګي انحراف نظر فرضي اوسط ته يا د اړوند ټولګي ضرب شوې فريکونسي د Fd په ستون يا خانه کې څرګند شوی دی.

٤- د لړۍ يا سلسلې مجموع انحراف له فرضي اوسط څخه د ټولګي د واټن پر واحدونو باندې د هر ټولګي د انحراف له حاصل جمع څخه د هغه له فريکونسي سره يعنې $\sum F\bar{d}$ لاسته راتلای شي.

٥- که چيرې مجموعي انحراف (د فريکونسي) پر تعداد وويشو وسطي انحراف لاسته راځي. $\frac{\sum Fd}{\sum F}$ وسطي تعداد دی چې نظر هغه ته اړوند قيمتونه د ټولګي د واټن د واحدونو له فرضي اوسط څخه انحراف لري. بايد د دويم ځل لپاره د C ټولګي د ګډ واټن اندازه ضرب شي. تر څو وسطي انحراف په اصلي واحدونو تبديل شي يعنې:

$$\frac{\sum F\bar{d}}{\sum F}\cdot C$$

بالاخره د A د فرضي اوسط په زياتولو سره په پورتني فورمول کې مطلوبه حسابي اوسط لاسته راځي په هغه صورت کې کولای شو نوموړې طريقه په لاندې توګه تر کتنې لاندې راولو.

$$\bar{x} = A + \frac{\sum F\bar{d}}{\sum F}$$

همدارنګه کولای شو نظر فرضي اوسط ته انحراف د لاندې فورمول په مرسته پيدا کړو.

$$\bar{d} = \frac{\bar{x} - A}{C}$$

**بيلګه:** نوموړې طريقه په مخکينۍ بيلګه يعنې درياضي په مضمون کې د ۵۰ تنو محصلينو د آزموينې پايلې وګورو.

**په ۱۳۸۷ کال کې د ۵۰ تنو محصلینو د ریاضي مضمون د آزموینې د پایلو حسابي اوسط سنجش**

| Fd | انحراف نظر فرضي اوسط ته | د ټولګي وسط X | فریکونسي F | د ټولګیو نمرې |
|---|---|---|---|---|
| - 15 | - 3 | 25.5 | 5 | 21 – 30 |
| - 14 | - 2 | 35.5 | 7 | 31 – 40 |
| - 4 | - 1 | 45.5 | 4 | 41 – 50 |
| 0 | 0 | 55.5 | 12 | 51 – 60 |
| 8 | 1 | 65.5 | 8 | 61 – 70 |
| 14 | 2 | 75.5 | 7 | 71 – 80 |
| 12 | 3 | 85.5 | 4 | 81 – 90 |
| 12 | 4 | 95.5 | 3 | 91 – 100 |
| **+ 13** | | | **50** | **مجموعه** |

نو د ۵۰ تنو محصلینو د آزموینې د پایلو حسابي اوسط نظر د کودبندۍ طریقې ته عبارت دی له:

$$\bar{x} = A + \frac{\sum F\bar{d}}{\sum F} \cdot C$$

$$\bar{x} = 55,5 + \left(\frac{13}{15}\right) \cdot 10$$

$$\bar{x} = 55,5 + (0,26) \cdot 10$$

$$\bar{x} = 58,1$$

دروند یا ثقلت لرونکی حسابي اوسط:په ځینو ځایونو کې د مناسب اوسط پیدا کول اړین دي، تر څو هرې کتنې(مشاهدې) یا عدد ته ځانګړی وزن یا دروندوالی ورکړل شي. په دې حالت کې بهتره ده چې حسابي اوسط ته د(دروند یا ثقلت لرونکی حسابي اوسط) اصطلاح ورکړل شوې وای. د بیلګې په ډول فرض کړئ ۱۰ کورنۍ هره یوه په کال کې ۶۰۰۰ ۴ څلور کورنۍ هره یوه۸۵۰۰ او یوه کورنۍ ۱۲۵۰۰ افغانۍ عاید لري په دې حالت کې د حسابي اوسط د سنجش لپاره بهتره ده د هرې کورنۍ د عاید نسبي اهمیت په پام کې ونیول شي. په دې منظور باید نوموړو عوایدو ته د اړوندو کورنیو له شمېر یا تعداد سره دروندوالی(ثقلت) او وزن ورکړل شي لکه لاندې فورمول:

$$\bar{x}w = \frac{\sum wx}{\sum \ w}$$

په دې ځای کې x د هر عدد قيمت، يعنې د کورنيو عايدات، w وزن يا دروندوالی چې ښه عايد ورکول کيږي يعنې په هر عايد پورې اړوند د کورنيو شمېر او $X_n$ دروند يا ثقلت لرونکی حسابي اوسط چې په پورتنۍ بيلګه کې عبارت دی له:

$$\bar{x}w = \frac{(60\times10)+(85\times4)+(12{,}5\times1)}{10+4+1} = \frac{1065}{15} = 71$$

**هندسي اوسط:** د يو سلسله شمېرو هندسي اوسط يعنې $x_1 , x_2 ........x_n$ د نوموړو شمېرو د حاصل ضرب له جذر څخه عبارت دی. يعنې په تصنيف شوو شمېرو کې هندسي اوسط عبارت دی له:

$$G = \sqrt[n]{(x_1)(x_2)......(x_n)}$$

G له هندسي اوسط څخه عبارت دی، n په نمونه کې د کتنو(مشاهداتو) يا شمېرو تعداد، x د شمېرو قيمت د بيلګې په ډول د درې عددونو ۲،۴ او ۸ هندسي اوسط عبارت دی له:

$$G = \sqrt[3]{(2)(4)(8)} = \sqrt[3]{64} = 4$$

**په داسې حال کې چې د هغه حسابي اوسط:** $\bar{x} = \frac{2+4+8}{3} = 4.7$ وي.

په عمومي توګه د مثبتو شمېرو د هرې سلسلې حسابي اوسط د هغه له هندسي اوسط څخه لوی وي. مګر داچې د سلسلې ټولې شمېرې له يو بل سره مساوي وي. که چيرې د سلسلې شمېرې ټولې يو شان وي د نوموړې سلسلې حسابي اوسط او هندسي اوسط هم له يوبل سره مساوي وي.

$$\neq\leq G \leq \bar{x}$$

**هارمونيکي اوسط:** که چيرې د يوې ورکړل شوې سلسلې شمېرې معکوسې کړو د هغوی حسابي اوسط سنجش کوو او د دويم ځل لپاره معکوس نيول کيږي.

د هغه پايله د هارمونيک اوسط په نوم يادوي.

$$H = \frac{n}{\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}........\frac{1}{x_n}} = \frac{N}{\Sigma\frac{1}{x_1}}$$

**د بیلګې په ډول د لاندې شمېرو ۲،۴،۸ هارمونیکي اوسط عبارت دی له:**

$$H=\frac{n}{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}}=\frac{3}{\frac{4+2+1}{8}}=\frac{3}{\frac{7}{8}}=\frac{3\cdot 8}{7}=\frac{24}{7}=3.4$$

**مربعي اوسط:** مربعي اوسط د کتنو(مشاهداتو) یا شمېرو مربع او یا د حسابي اوسط مربع له جذر څخه عبارت دی یعنې:

$$x^{-2}=\sqrt{\frac{x_1^2+x_2^2+x_3^2........x_n^2}{n}}=\sqrt{\frac{\sum x^2}{n}}$$

**د بیلګې په ډول د 7 , 5 , 4 , 3 , 1 شمېرو مربعي اوسط عبارت دی له:**

$$x^{-2}=\sqrt{\frac{1^2+3^2+4^2+5^2+7^2}{5}}=\sqrt{\frac{100}{5}}=4.27$$

**میدیان (د فریکونسي اوسط):** تر اوسه پورې مو چې کوم اوسطونه مطالعه کړل هغه سنجش شوي اوسطونه دي، چې نظرټولو شمېرو یا کتنو(مشاهداتو)ته د مشخصو فورمولونو په مرسته یوه نښه یا نمونه محاسبه کیږي. پر خلاف د دې په ځینو ځایونو کې د سنجش شوو اوسطونو پر ځای د شمېرو یا کتنو (مشاهداتو) وسطي موقف لکه میدیان، د فریکونسي وسط یا مود(دفریکونسي زیاتوالی یاکثرت)،چې وروسته به مطالعه شي.

میدیان یوه لړۍ یا سلسله شمېرې چې نظر د هغوی کمیت ته سمبال شوي، یا د نوموړې لړۍ یا سلسلې له وسطي(منځنۍ) عدد څخه عبارت دی. په بل عبارت میدیان د هغه عدد له قیمت څخه عبارت دی، چې اړونده لړۍ یا سلسله داسې په دوو برخو ویشي، چې لږ تر لږه د لړۍ پنځوس فیصده اجزاء مساوي یا له هغه څخه لویه وي.

**دبیلګې په ډول:**

10 , 2 , 6 , 4 , 8 , 7 , 9 , 6 , 3

باید په یاد ولرو چې د میدیان په تثبیت کې لومړی باید له ټولو څخه شمېرې یا اعداد ترتیب کړو.

**پورتنۍ شمېرې له ترتیب څخه وروسته عبارت دي له:**

2 , 3 , 4 , 6 , 6 , 7 , 8 , 9 , 10

میدیان د تعریف له پلوه د هغه عدد له ارزښت څخه عبارت دی چې د لړۍ یا سلسلې په وسط کې ځای پر ځای شوی وي، یعنې ۶ دی.

همدارنګه په لاندې شمېرو کې: 9 , 12 , 7 , 15 , 5 , 18 , 5 چې شمېرې له ترتیب څخه وروسته عبارت دي له:18 , 15 , 12 , 11 , 9 , 7 , 5 , 5

په پورتنۍ بیلګه کې د شمېرو توکیز(اجزايي) شمېر ۸ عدده دي او د هغوی په وسط کې یو واحد عدد شتون نه لري بلکې دوه عدده ۹ او ۱۱ ځای پر ځای شوي دي په دې حالت کې د میدیان ارزښت د هغو دوو عددونو له وسط څخه عبارت دی چې د لړۍ یا سلسلې په وسط کې واقع شوې دي، یعنې:

$$Med = \frac{9+11}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

**د دوو پورتنیو بیلګو په پام کې نیولو سره کولای شو داسې نتیجه ګیري وکړو :**

په یوه سلسله ترتیب شوو شمېرو کې چې د هغوی توکیز(اجزايي) شمېر طاق وي. میدیان د هغه عدد له ارزښت څخه عبارت دی، چې په منځ کې ځای پر ځای کیږي. که چیرې د یوې لړۍ یا سلسلې توکیز(اجزايي) شمېر جفت وي د هغه میدیان د هغو دوو شمېرو له اوسط څخه عبارت دی چې د اړوندې سلسلې په وسط کې واقع شوی دی.

د فریکونسي په یوه وېشنه کې، د تصنیف شوو شمېرو میدیان کولای شو په لاندې طریقه پیدا کړو. د تصنیف شوو شمېرو میدیان د لاندې فورمول په مرسته سنجش کیږي.

$$Med = L_i + \left( \frac{\frac{\Sigma f - \Sigma fi}{2}}{Fm} \right) \cdot C$$

**چې په دې ځای کې:** Li د میدیان د ټولګي ښکتنی سرحد(ښکتنی حد په هغه صورت کې چې شمېرې اوږدې یا متمادي وي)، n د فریکونسي مجموع یا $(\Sigma F)$،$(\Sigma F)$ د میدیان په ټولګي کې د مخکې فریکونسي ګانو له مجموع څخه عبارت دی، Fm د میدیان د ټولګي له فریکونسي څخه عبارت دی او C د میدیان د ټولګي د واټن له اندازې څخه عبارت دی.

**بیلګه:** میدیان د ریاضي په مضمون کې د ۵۰ تنو محصلینو د آزموینې پایلې د حسابي اوسط په سنجش کې پیدا کوو. د فورمول په مرسته د میدیان د پیدا کولو لپاره باید لومړی لاندې پړاوونه ووهو.

۱- لومړی باید د $\frac{\Sigma F}{2}$ قیمت پیدا کړو، یعنې:

$$\frac{\sum F}{2} = \frac{(50)}{2} = 25$$

۲- زیاتیدونکې(صعودي) متراکمه فریکونسي باید ترتیب کړو او د جدول په درېیم ستون کې باید ولیکل شي.

۳- د میدیان پړاوونه باید وټاکو چې د هغه د متراکمې فریکونسۍ لومړنۍ ټولګۍ له $\frac{\sum F}{2}$ څخه زیات وي. په بل عبارت لومړنۍ ټولګۍ چې $\frac{\sum F}{2}$ د هغې په متراکمه فریکونسي کې شامله وي، داسې چې په جدول کې لیدل کیږي، د څلورم ټولګي متراکمه فریکونسي چې ۲۸ کسان دي له ۲۵ کسانو څخه زیات دي. نو څلورم ټولګۍ میدیان یادیږي.

۴- د میدیان د ټولګي ښکتنی سرحد باید تثبیت شي، یعنې:

$$Li = \frac{51+50}{2} = \frac{101}{2} = 50.5$$

۵- د میدیان له ټولګي څخه مخکې د فریکونسي ګانو مجموع(د مخکني ټولګي متراکمه فریکونسي) عبارت دي له:

$$\sum Fi = 5+7+4 = 16$$

۶- د میدیان د ټولګي د واټن اندازه، یعنې $C = 31-21 = 10$

۷- د میدیان د ټولګي فریکونسي دې وټاکل شي یعنې: $Fm = 12$

چې د هغه پورتني پړاوونه کولای شو د لاندې جدول لپاره په لاندې توګه تشریح کړو.

**په ۱۳۷۸ کال کې دریاضي په مضمون کې د ۵۰ تنو محصلینو د آزموینې د پایلو د میدیان سنجش**

| د ټولګیو نمرې | فریکونسي F | صعودي متراکمې فریکونسي ګانې |
|---|---|---|
| 21 – 30 | 5 | 5 |
| 31 – 40 | 7 | 12 |
| 41 – 50 | 4 | 16 |
| 51 – 60 | 12 | 28 |
| 61 – 70 | 8 | 36 |
| 71 – 80 | 7 | 43 |
| 81 - 90 | 4 | 47 |
| 91 – 100 | 3 | 50 |
| مجموع | 50 | |

**اوس لاسته راغلي قيمتونه په فورمول کې وضع کوو:**

$$Med = Li + \left(\frac{\sum F - \sum Fi}{Fm}\right) \cdot C$$

$$= 50.5 + \left(\frac{25-16}{12}\right) \cdot 10$$

$$= 50.5 + \left(\frac{9}{12}\right) \cdot 10$$

$$= 50.5 + 7.5$$

$$Med = 58.0$$

1. $\frac{\sum F}{2} = \frac{50}{2} = 25$

۲. صعودي متراکمې فریکونسۍ ګانې دې ترتیب شي:

۳. $(51-60)$ یعنې د میدیان ټولګی دې تثبت شي.

۴. $Li = \frac{50+51}{2} = 50.5$ د ټولګي ښکتنی سرحد

5. $\sum Fi = 5+7+4 = 16$
6. $C = 31-21 = 10$
7. $Fm = 12$

**مود ( د فریکونسۍ زیاتوالی یا کثرت)**

مود په یوه سلسله شمېرو کې له هغه عدد یا قیمت څخه عبارت دی، چې له بل هر عدد یا قیمت څخه زیات څرګندیږي. په بل عبارت مود له هغه ارزښت څخه عبارت دی چې زیاتره معمول وي. په ځینو لړیو یا سلسلو کې امکان لري یو یا څو موده شتون ولري یا حتی پرته له مود څخه وي، لکه:

2 , 1 , 3 , 4 , 4 , 5 , 7 , 8

په پورته لړۍ کې مود د ۴ عدد دی، ځکه چې له نورو شمېرو څخه زیات څرګند شوی دی او په دې لړۍ کې یو مود شتون لري. په داسې حال کې چې د نورو شمېرو په لړۍ کې یعنې:

2 , 3 , 4 , 5 , 7 , 9 , 9 , 10 , 11 , 11 , 15

په پورته لړۍ کې دوه موده شتون لري او د ۹ او ۱۱ له عددونو څخه عبارت دي او د لاندې سلسلې پر خلاف:

3 , 5 , 4 , 6 , 7 , 9 , 10

مود شتون نه لري، ځکه چې هر عدد یواځې یو ځل څرګند شوی. په تصنیف شوو

شمېرو کې کولای شو مود د الجبري فورمول په وسیله سنجش کړو.

د تصنیف شوو شمېرو مود د لاندې فورمول په وسیله لاسته راتلای شي.

$$Med = L_i + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}\right) \cdot C$$

**چې په دې ځای کې ورکړل شوې نښې یا علایم عبارت دي له:**

$L_i$- د مود د ټولګي ښکتنی سرحد.

$\Delta_1$- د مود د ټولګي د فریکونسي توپیر د هغه د مخکني ټولګي له فریکونسي سره.

$\Delta_2$- د مود د فریکونسۍ توپیر د هغه د وروستي ټولګي له فریکونسي سره.

C- د مود د ټولګي د واټن له اندازې څخه عبارت دی.

د فورمول په مرسته د مود د سنجش کولو لپاره لومړی باید د مود ټولګی په اړونده وېشنه کې وټاکو. د مود ټولګی په یوه وېشنه کې له هغه ټولګي څخه عبارت دی چې د زیاتې فریکونسي لرونکي وي او زمونږ په مخکینۍ بیلګه کې د ځلورم ټولګي د ریاضي په مضمون کې د ۵۰ تنو محصلینو د آزموینې د نمرو سنجش ټاکل یعنې(۵۰.۵)نمرې دي.

د مود د ټولګي د فریکونسي توپیر د هغه له مخکیني ټولګي سره، یعنې (8 = 4 – 12) همدارنګه د مود د ټولګي د فریکونسي توپیر د هغه له وروستي ټولګي سره، یعنې(8 – 12 = 4) دی. د مود د ټولګي د واټن اندازه ۱۱=۳۱-۲۰ دی.

د پورتنیو قیمتونو په وضع کولو سره په دغه فورمول کې لرو چې:

$$Med = L_i + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}\right) \cdot C$$

$$Med = 50.5 + \left(\frac{8}{8+4}\right) \cdot 10$$

$$= 50.5 + \left(\frac{8}{12}\right) \cdot 10$$

$$= 50.5 + \left(\frac{80}{12}\right) \cdot 10$$

$$= 50.5 + 6.66$$

$$\text{Med} = 57.16$$

**کارتیل (څلور یو)، دسیل (لس یو) او پرسانیتل (سل یو)**

که چیرې یوه سلسله شمېرې نظر کمیت ته ترتیب شوې وي، د اړوندې سلسلې وسطي

ارزښت یا میدیان په دوو مساوي برخو ویشي.

که چیرې د ورکړل شوې سلسلې نور ارزښتونه په څلورو مساوي برخو وویشي دا ارزښتونه معمولاً په $Q_1$ , $Q_2$ , $Q_3$ افاده شوي او د لومړي کارتیل، دویم کارتیل او درېیم کارتیل په نومونو یادیږي.

په تصنیف شوو شمېرو کې لومړی کارتیل د لاندې فورمول په وسیله سنجش کیږي.

$$Q = Li + \left( \frac{\frac{n}{4} - \sum Fi}{Fq_1} \right) \cdot C$$

پورتنی فورمول د میدیان د موندنې له فورمول سره زیات ورته والی لري. په دې ځای کې نښې یا علایم عبارت دي له $Q_1$ لومړی کارتیل، $L_i$ د لومړي کارتیل د ټولګي ښکتنی سرحد، $\sum F_1$ د ټولګیو د فریکونسي مجموع د لومړي کارتیل له ټولګي څخه مخکې (د مخکیني ټولګي متراکمه فریکونسي)، $Fq_1$ د لومړي کارتیل د ټولګي فریکونسي او C د کارتیل د ټولګي د واټن اندازه.

**بیلګه:** په مخکینۍ بیلګه کې، یعنې د ۵۰ تنو محصلینو د نمرو سنجش د ریاضي په مضمون کې لومړی کارتیل عبارت دی له:

$$\frac{n}{4} = \frac{\sum F}{4} = \frac{50}{4} = 12.5$$

لیدل کیږي چې د $\frac{n}{4}$ قیمت د درېیم ټولګي په متراکمه فریکونسي کې ورکړه ده، نو په دې اساس د لومړي کارتیل ټولګی له(50 – 41) نمرو څخه عبارت دي.

$$Li = 40.5$$
$$\sum Fi = 5 + 7 = 12$$
$$\sum Fi = 4$$
$$C = 10$$

نو له همدغې لارې څخه کولای شو د دویم او درېیم کارتیل ارزښت هم سنجش کړو او درېیم کارتیل کولای شو د لاندې فورمول په مرسته پیدا کړو.

$$Q_3 = Li + \left( \frac{\frac{3n}{4} - \sum Fi}{Fq_3} \right) \cdot C$$

همدارنګه یو سلسله شمېرې او یا د یوې فریکونسي وېشنه کولای شو په ارزښتونو

يعنې په لسو مساوي برخو او لس يو يا (دسيلونو) يا په سلو مساوي برخو( سل يووم او يا پرسانتيلونو) وويشو او د دسيلونو او پرسانتيلونو د موندنې لار د کارتيلونو د ميديان د موندنې له طريقو سره ورته يا مشابه دي.

**مثلاً:** لس يو يا لومړی دسيل $D_1$ د لاندې فورمول په وسيله پيدا کيږي:

$$D_1 = Li + \left( \frac{\frac{n}{10} - \sum Fi}{FD_1} \right) \cdot C$$

فرضاً شپږم دسيل $D_6$ عبارت دی له:

$$D_6 = Li + \left( \frac{\frac{6n}{10} - \sum Fi}{FD_6} \right) \cdot C$$

او اووم پرسانتيل $D_7$ عبارت دی له:

$$D_7 = Li + \left( \frac{\frac{7n}{100} - \sum Fi}{Fq_7} \right) \cdot C$$

بايد پام وکړو چې د دسيلونو په سنجش کې د فريکونسي مجموع په ۱۰ او د پرسانتيلونو په سنجش کې په ۱۰۰ وېشل کيږي.

**د ځلورم څپرکي د مطالبو لنډيز**

په مخکيني څپرکي کې مو وليدل چې په نمونې يا کتنو(مشاهداتو) پورې اړوندې شمېرې څرنګه راټولې، ترتيب او ځرګنديږي.

(د فريکونسي وېشنه) البته د فريکونسي وېشنه نه يواځې د شمېرو د منسجم کولو او راټولونې لار ده، بلکې تشريحي او توضيحي مقياس هم دی. په زياتو ځايونو کې يواځې يو مقياس يا تشريحي مشخصې ته اړتيا لرو او نظر هغې ته د بلې سلسلې شمېرې مطالعه کوو.

دا عدد بايد له هغو ټولو شمېرو څخه استازيتوب وکړي چې د هغې په وسيله تشريح کيږي. په دې منظور نوموړی عدد بايد تمايل (ګرايش) او همدارنګه د سلسلې د شمېرو وېشنه د وسطي يا مرکزي يوې برخې په شاو خواکې وښيي. له دغو دوو عددونو څخه استازی د مرکزي تمايل (ګرايش) مقياس په نوم يا معمولاً د (اوسط) په نوم ياديږي. په بل عبارت د يو سلسله شمېرو اوسط له يوه قيمت يا يوه عدد څخه عبارت دی چې له ټولو شمېرو څخه استازيتوب وکړي.

اوسطونه د هغوی د رياضي اړخونو له پلوه په دوو عمده ګروپونو باندې ويشل کيږي.

د هغه په لومړي ګروپ کې حسابي، هندسي، هارمونيکي او مربعي اوسطونه شامل دي چې په مفصله توګه مطالعه شوي او د هغه دويم ګروپ ميديان(د فريکونسي وسط)، مود(د فريکونسي زياتوالی يا کثرت) او داسې نور رانغاړي، چې هغوی هم په دې څپرکي کې په مفصله توګه تر مطالعې او بررسۍ لاندې راغلي دي.

## د څلورم څپرکي پوښتنې:

۱- اوسطونه څه مفهوم لري او په څو ګروپونو وېشل شوي دي ؟

۲- د لاندې شمېرو حسابي اوسط او هندسي اوسط سنجش او پرتله کړئ؟

3 , 5 , 6 , 7 , 10 , 12

۳- د نوموړو شمېرو هارمونيکي او مربعي اوسط هم پيدا کړئ او د څلور ډولو اوسطونو پرتله څنګه نتيجه ګيري کوې؟

٤- د ۱۰۰ تنو محصلينو د رياضي مضمون د آزموينې پايلې په لاندې توګه ورکړل شوې دي.

| نمرې | د محصلينو شمېر |
|---|---|
| 31 – 40 | 7 |
| 41 – 50 | 11 |
| 51 – 60 | 35 |
| 61 – 70 | 37 |
| 71 – 80 | 17 |
| 81 – 90 | 8 |
| 91 – 100 | 5 |
| **مجموع** | **100** |

الف- د محصلينو حسابي اوسط سنجش کړئ.

۱- ه طريقه

ب- د نوموړو شمېرو ميديان او مود پيدا کړئ؟

# پنځم څپرکی

## د خوربدو(پراګندګۍ) مقیاسونه

**عمومي موخه:**
د خوربدو(پراګندګۍ) د مقیاسونو توضیح او تعریف

**د زده کړې موخې:** د دې څپرکي په پای کې محصلین کولای شي:
- انحراف یا خوربدنه (پراګندګي)توضیح کړي.
- د شمېرو(اعدادو)وسعت یا پراخ والی لاسته راوړي.
- د انحرافاتو ډولونه توضیح او محاسبه کړي.

### د انحراف یا خوربدلو مقیاسونه

**انحراف یا خوربدل:** په تیرو څپرکو کې د اوسطونو او فریکونسیو د ویشنې په اړه اړین توضیحات او تشریحات ورکړل شوي دي او له هغوی څخه مو هر یو په مفصله توګه مطالعه کړل. که څه هم د یوه اوسط عمده ځانګړنې دادي چې د یوې لړۍ یا سلسلې له ټولو کتنو(مشاهداتو) یا شمېرو څخه په ښه توګه استازیتوب وکړي خو د اړوندې سلسلې ټولې شمېرې په عمومي ډول د سنجش شوي اوسط په څېر ارزښت نه لري.

دا شمېرې په متفاوتو اندازو سره د انحراف وسطي ارزښت یا مرکزي ارزښت لرونکي دي، چې د هغوی دغه توپیر د انحراف یا خوربدا په نوم یادیږي.

د انحراف یا خوربدواندازه په ځینو ویشنو کې کیدای شي زیاته یا لږه وي.

البته د شمېرو د خورېدو (پراګندګۍ) او متحول سنجش زياتې طريقې شتون لري چې په دې څېرکي کې له هغوی څخه ځينې چې له پراخوالي(وسعت)، د کارتيلونو په نظر انحراف، وسطي انحراف، معياري انحراف او د انحراف ضريب څخه عبارت دي. مطالعه کوو.

**پراخوالی (وسعت):** د انحراف يا خوېدوا ډېر ساده مقياس د اړوندې سلسلې د کوچني او لوی عدد تر منځ له توپير څخه عبارت دی، لکه:

پراخوالی يا وسعت په لاندې شمېرو کې 2 , 3 , 5 , 7, 11 , 29 , 35 عبارت دي

له 33 = 2 − 35

په تصنيف شوو شمېرو کې پراخوالی يا وسعت د کوچني ټولګي د ښکتني حد تر منځ او د لوی ټولګي د پورتني حد تر منځ له توپير څخه عبارت دی.

**نظر کارتيلونو ته انحراف:** نظر کارتيلونو ته انحراف په يوه وېشنه کې د کارتيلونو تر منځ پراخوالی ( وسعت)،د هغه د درېيم کارتيل او لومړي کارتيل ترمنځ له توپير څخه عبارت دی يعنې :

$$QD = Q_3 - Q_1$$

زياتره وخت د پراختيا(وسعت) په ځای د کارتيلونو ترمنځ د دې پراختيا(وسعت) اوسط سنجش او د کارتيلونو د وسعت اوسط يا د کارتيلونو د انحراف په نوم يادېږي يعنې:

$$QD = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

**وسطي انحراف:** وسطي انحراف يا انحراف نظر اوسط ته څرنګه چې له نامه څخه يې څرګندېږي، د انحراف له حسابي اوسط يا د يوې سلسلې د شمېرو مطلقه توپير نظر يوه وسطي عدد ته لکه حسابي اوسط يا له ميديان څخه عبارت دی.

په تصنيف شوو شمېرو کې وسطي انحراف په هغه صورت کې چې $\bar{x}$ وسطي ارزښت وي د لاندې فورمول په وسيله سنجش کيږي.

$$MD = \frac{\sum(x-\bar{x})}{n} = \frac{\sum(x)}{n} = \frac{\sum(d)}{n}$$

چې په دې ځای کې MD وسطي انحراف، x د يوې لړۍ يا سلسلې شمېرې، $\bar{x}$ حسابي اوسط، n د شميروتعداد او d يا $x_i - \bar{x} = x$

**د بيلګې په ډول:** د 11 , 8 , 6 , 3 , 2 شمېرو انحراف پيدا کړئ.

لومړی باید د شمېرو حسابي اوسط سنجش شي:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{2+3+6+8+1}{5} = 6$$

وروسته د شمېرو مطلقه انحراف نظر اوسط ته محاسبه کوو.

$$MD = \frac{(2-6)+(3-6)+(6-6)+(11-6)+(8-6)}{5} = \frac{14}{5} = 2.8$$

یعنې ورکړل شوې شمېرې د۸.۲په اندازه له حسابي اوسط څخه انحراف لري.
کولای شو وسطي انحراف نظر میدیان ته هم سنجش کړو یعنې:

$$AD = D = \frac{\sum (y - med)}{n}$$

**لکه:** په پورتنیو شمېرو کې میدیان د ۶ عدد دی. څرنګه چې $\bar{x} = med$ دی په دې بیلګه کې دواړه ډوله وسطي ارزښتونه مساوي دي.

همدارنګه کولای شو وسطي انحراف په تصنیف شوو شمېرو کې د لاندې فورمولونو څخه د یوه فورمول په وسیله سنجش کړو.

$$MD = \frac{\sum F(x - \bar{x})}{F} = \frac{\sum F(d)}{\sum F}$$

$$AD = \frac{\sum F(x - med)}{\sum F} = \frac{\sum F(d)}{\sum F}$$

په دوو پورتنیو فورمولونو کې F د ټولګیو فریکونسي، x د ټولګي وسط، $\bar{x}$ او med په ترتیب سره حسابي اوسط او د ویشنې اړوند میدیان دي. د تمرین لپاره دوه نوموړي فورمولونه د مخکینۍ بیلګې په اړه، یعنې د ۵۰ تنو محصلینو د نمرو سنجش د ریاضي په مضمون کې تطبیق کړئ.

**معیاري یا ستندرد انحراف:** معیاري یا ستندرد انحراف د انحراف ډېر مهم مقیاس دی او نظر اوسط ته د انحراف یوه ځانګړې بڼه ده. د معیاري انحراف او وسطي انحراف ترمنځ توپیر دا دی چې په لومړني کې د انحراف مربع نظر حسابي اوسط ته سنجول کیږي، په داسې حال کې چې دویم یې له مطلقه انحراف څخه کار اخلي. معیاري انحراف په خپل وار سره د بل مهم مقیاس مربع جذر یعنې واریانس دی.

د واریانس معیاري انحراف په یوه سلسله شمېرو کې د لاندې فورمول په وسیله سنجش کیږي:

$$\delta^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}$$

$$\delta = \sqrt{\frac{(x - \bar{x})^2}{n}}$$

په دې ځای کې $\delta$ د ګاما په نوم يوناني کوچنی توری معياري انحراف او $\delta^2$ واريانس افاده کوي. د بيلګې په ډول 11 , 8 , 6 , 3 , 2 شمېرو واريانس او معياري انحراف په لاندې توګه لاسته راځي.

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{30}{5} = 6$$

$$\delta^2 = \frac{(2-6)^2 + (3-6)^2 + (6-6)^2 + (11-6)^2 + (8-6)^2}{5} = \frac{54}{5} = 10.8$$

$$\delta = \sqrt{\delta^2} = \sqrt{10.8} = 3.29$$

_همدارنګه د لاندې فورمول په مرسته:

$$d^o = \sqrt{\frac{\sum (x-\bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\sum x^2 - \frac{\frac{\sum (x)^2}{n}}{n}} = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n} - \left(\frac{\sum x}{n}\right)}$$

$$d = \sqrt{\frac{234}{5} - \left(\frac{30}{5}\right)^2} = \sqrt{90.8} = 3.29$$

همدارنګه د معياري انحراف ستون هم د لاندې فورمول په وسيله پيدا کوو.

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n} = \left(\frac{\sum d}{n}\right)^2}$$

**لکه:** د ۵ مخکنيو شمېرو په اړه لرو چې:

| $x$ | d | $d^2$ |
|---|---|---|
| 2 | -1 | 1 |
| 3 | 0 | 0 |
| 6 | 3 | 9 |
| 8 | 5 | 25 |
| 11 | 8 | 64 |
| | 15 | 99 |

d = x - A

A = 3

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n} - \left(\frac{\sum d}{n}\right)^2}$$

$$\delta = \sqrt{\frac{93}{5} - \left(\frac{15}{5}\right)^2}$$

$$\delta = \sqrt{10.8} = 3.29$$

د تصنيف شوو شمېرو معياري انحراف پورتنيو فورمولونو ته ورته(مشابه) هم کولای شو په څو لارو سنجش کړو. په هغه صورت کې چې د ټولګي وسط او اړوندې فريکونسي ګانې په کار واچوو کولای شو له لاندې فورمول څخه استفاده وکړو.

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum F(x-\bar{x})^2}{\sum F}} = \sqrt{\frac{\sum Fd^2}{\sum F}}$$

په دې ځای کې د F فریکونسۍ، x د ټولګي وسط او $\bar{x}$ د اړوندې ویشنې حسابي اوسط دی او $d = x - \bar{x}$ وضع شوي دي دا فورمول څرنګه چې د مخکني فورمول په اړه ورکړل شوی دی کیدای شي داسې ولیکل شي:

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum Fx^2}{\sum F}\left(\frac{\sum Fx}{\sum F}\right)^2}$$

$$Va = \frac{\text{وسطي انحراف}}{\text{حسابي اوسط}} = \frac{MD}{\bar{x}}$$

په مخکینۍ بیلګه کې مونږ په 11 , 8 , 6 , 3 , 2 شمېرو کې د هغه حسابي اوسط $\bar{x} = 6$ او د هغه وسطي انحراف $MD = 2.8$ پیدا کړی و، چې د هغوی په وضع کولو سره به وسطي انحراف عبارت وله، یعنې:

$$Va = \frac{MD}{\bar{x}} = \frac{2.8}{6} = 0.0466 \quad , \quad 46.6\%$$

همدارنګه وسطي انحراف نظر میدیان ته د لاندې فورمول په مرسته پیدا کولای شو:

$$Va = \frac{AD}{\bar{x}}$$

همدارنګه کولای شو د انحراف ضریب نظر کارتیلونو ته هم سنجش کړو چې پهVq افاده کیږي او د دریېم کارتیل او لومړي کارتیل د نسبت توپیر د هغوی پر مجموع باندې وي یعنې:

$$V_q = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_{48}}$$

او همدارنګه معیاري انحراف د ټولګیو د موقعیتونو په اساس، یعنې د ټولګیو د واټن په واحدونو باندې څرګندولای شو. په هغه صورت کې د ټولګیو ګډ واټن لیکو چې:

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum Fd^2}{\sum F} - \left(\frac{\sum Fd}{\sum F}\right)^2} \cdot C$$

په دې ځای کې $\bar{d}$ د ټولګي د واټن واحد په نظر انحراف او C د ټولګیو ګډ واټن دی باید یادونه وشي چې د پورتنیو فورمولونو د واټن ځوابونه ورته یا مشابه وي.

**نسبي انحراف (د انحراف ضريب):** د نسبي انحراف له مقياسونو څخه چې په عمل کې ډېر زيات په کارېږي، يو هم د انحراف ضريب دی. دا ضريب معمولاً په V افاده شوی چې د معياري انحراف نسبت پر حسابي اوسط باندې عبارت دی، يعنې:

$$V = \frac{\text{معياري انحراف}}{\text{حسابي اوسط}} = \frac{\delta}{\bar{x}}$$

**لکه:** که د طب د ډاکترانو د کلني عايد ويشنې معياري انحراف۱۵۰۰ افغانۍ او د پوهنتون د استادانو ۱۰۰۰ افغانۍ وي او د لومړي ګروپ د کلني عايد حسابي اوسط مثلاً ۷۵۰۰ او د دويم ۳۶۰۰ وي، وبه ليدل شي چې د استادانو په عايد کې نسبي انحراف نظر د طب د ډاکترانو عايد ته زيات دی يعنې:

$$V_1 = \frac{1500}{7500} = 0.02 \quad , \quad 2\%$$

$$V_2 = \frac{1000}{3600} = 0.028 \quad , \quad 2.8\%$$

د خورېدنې(پراګندګي) بل نسبي مقياس چې ډېرى معمول دی، د وسطي انحراف د ضريب په نوم يادېږي. دا ضريب په لاندې $V_a$ کې افاده شوی او د وسطي انحراف نسبت پر حسابي اوسط عبارت دی.

**د پنځم څپرکي د مطالبو لنډيز**

په څلورم څپرکي کې مو د فريکونسۍ د ويشنې توضيح او تشريح د اوسطونو په مطالعې سره مطالعه او بررسي کړه اوسط يو ګټور او مهم مقياس دی او د اړوندو شمېرو د لړۍ د مرکزي تمايل د څرنګوالي په اړه د پام وړ نقش لري.

که څه هم د يوه وسط عمده خصوصيت دا دی، چې ترڅو د يوې لړۍ له ټولو کتنو(مشاهداتو) يا شمېرو څخه په ښه توګه استازيتوب وکړي. خو د لړۍ ټولې شمېرې په عمومي توګه د سنجول شوي اوسط د عين ارزښت لرونکې نه دی. دا شمېرې په متفاوتو اندازو سره له وسطی ارزښت يا مرکزي ارزښت څخه انحراف کوي، البته د انحراف او خورېدنې(پراګندګي) اندازه او څرنګوالی نظر د ويشنې ډول او اړوندې سلسلې ته فرق کوي.

په دې اساس د يوې فريکونسي د ويشنې د خصوصياتو يا د دوو يا څو ويشنو د پرتلنې

د زياتې تشريح له پاره د انحراف د درجې مقياس او اندازه ګيرۍ يا د ويشنو خورېدنې ته اړتيا لرو.

په حقيقت کې د فريکونسي د ويشنې بيلابيلې بڼې د انحراف د متفاوتو درجو او اندازو زيږنده ده، سربيره پر دې د احصايې زياتره ميتودونه او تحليلي وسايل د انحراف له مقياسونو او خورېدنې(پراګندګي) څخه په خپل وار سره بناء شوي دي. د وسطي ارزښت موندنه د شمېرو د اندازې يا خورېدو له پوهيدو پرته نظر هغه ته د لږ علمي مفهوم لرونکي وي.

غوره داده، چې سربيره په اوسطونو د تحول او خورېدنې درجه او اندازه ګيري نظر هغوی ته مطالعه شي.

په دې څپرکي کې لومړي د انحراف يا مطلقې خورېدنه څلور ډوله مقياسونه معرفي کيږي.

د انحراف پراخوالی(وسعت) نظر کارتيلونو، وسطي انحراف او معياري انحراف ته د انحراف يا نسبي خورېدل (پراګندګي) درې ډوله مقياسونه مطالعه کيږي. د انحراف ضريب، د وسطي انحراف ضريب او د انحراف ضريب نظر کارتيلونو ته تر مطالعې لاندې راغلل.

**وسعت:** د انحراف يا خورېدو ډېر ساده مقياس له هغه پراخوالی(وسعت) څخه عبارت دی وسعت په يوه سلسله شمېرو کې د اړوندې سلسلې د کوچني او لوی عدد تر منځ له توپير څخه عبارت دی. د پراخوالي(وسعت) د سنجش پيرودل (اخيستل) په يوه سلسله اړوندو شمېرو کې د هغه په ساده والي پورې تړلي دي په ځينو ځايونو کې په خاصه توګه اعظمي او اصغري حد، د قيمتونو تحول په مارکيټ کې يا د اورښت د حرارت درجه، د توليد د کيفيت يا جنسيت کنټرول، يا حتا د اوسط په اټکل يا تخمين کې په کاريږي.

**لکه:** 12 , 10 , 9 , 8 , 2 يا 10 = 2 − 12 وسطي انحراف يا انحراف نظر اوسط ته څرنګه چې له نوم څخه يې څرګنديږي د انحراف حسابي اوسط يا د يو سلسله شمېرو مطلقه توپير نظر يوه وسطي ارزښت ته لکه حسابي اوسط يا ميديان دی، چې د لاندې فورمول په مرسته سنجش کيږي:

$$MD = \frac{\sum(x-\bar{x})}{n} = \frac{\sum(x)}{n} = \frac{\sum(d)}{n}$$

معياري انحراف يا ستندرد انحراف د انحراف ډېر اړين مقياس دی او د انحراف يوه ځانګړې بڼه نظر اوسط ته ده. معياري انحراف په خپل وار سره د بل مهم مقياس مربع جذر يعنې واريانس دی او د لاندې فورمولونو په مرسته څرګنديږي.

$$\delta = \sqrt{\frac{(x-\bar{x})^2}{n}} \quad , \quad \delta^2 = \frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n}$$

## د پنځم څپرکي پوښتني:

۱- انحراف یا خورېدل په یو سلسله شمېرو(اعدادو)کې څه مفهوم لري؟
۲- انحراف یا مطلقه او نسبي خورېدل څه شی دی، او په څو ډوله سنجش کېدای شي ؟
۳- پراخوالی(وسعت) او هغه شمېرې چې نه وي تصنیف شوې، د فریکونسي په یوه وېشنه کې څرنګه سنجش کیږي؟
٤- انحراف نظر کارتیلونو ته څه شی دی او څه مفهوم لري؟
۵- وسطي انحراف نظر میدیان ته سنجش کړئ؟
٦- معیاري انحراف تعریف کړئ او په څو ډوله کیدای شي چې سنجش شي؟
۷- د لاندې شمېرو معیاري انحراف پیدا کړئ؟ 8 , 6 , 9 11 , 6
۸- د فورمول په اساس د ۷۵ تنو محصلینو د نمرو معیاري انحراف چې د شمېرو په جدول کې تصنیف شوي، پیدا کړئ ؟

| ټولګی | فریکونسي F |
|---|---|
| 0 – 10 | 5 |
| 11 – 20 | 10 |
| 21 – 30 | 25 |
| 41 – 50 | 20 |
| میزان | $F = 60\Sigma$ |

$$\delta = \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{\Sigma F} - \left(\frac{\Sigma Fd}{\Sigma F}\right)^2}$$

۹- د ۷۵ تنو محصلینو د نمرو معیاري انحراف په تصنیف شوي جدول کې د هغوی د ټولګیو د موقعیتونو په اساس پیدا کړئ؟

$$\delta = \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{\Sigma F} - \left(\frac{\Sigma Fd}{\Sigma F}\right)^2} \cdot C$$

| ټولګی | F |
|---|---|
| 0 – 10 | 5 |
| 11 – 20 | 10 |
| 41 – 50 | 20 |
| | $F = 45\Sigma$ |

# دويمه برخه

## د احتمالاتو تیوري

### مقدمه

د احصایې او احتمالاتو تیوري د یوې جدي اړتیا په توګه د اقتصادي او صنعتي مسایلو د حل لپاره له یوې ورځې، بلې ورځې ته شهرت لاسته راوړي او د تعلیمي برنامو تطبیقول په پوهنځیو او پوهنتونو کې د احصایې او احتمالاتو له تدریس او زده کړې سره سمې تر سره کیږي.

همدا اوس په ټول افغانستان کې د ریاضیاتو، اقتصاد، کمپیوټر، کرنیزو علومو زدکړه د احصایې او احتمالاتو د تیوري له زدکړې سره یو ځای وړاندې ځي ځکه چې په دې ټولو تخصصي، اقتصادي، صنعتي او د ریاضیاتو په څانګو کې له بحثونو څخه بیلې زدکړې لکه تصادفي کمیتونه، د پېښو(حوادثو) ترتیب او ترکیب او د پېښېدو احتمال نشي کیدای.

د احصایې د علم د ټولو علمي څانګو له جملې څخه زیاتره د احتمالاتو له تیوري څخه مرسته اخلي ځکه چې د احصایې د علم بنسټ د راټولو شوو موادو په رڼا کې منطقي او عملي تصمیم نیونه او مسلم حقایق جوړوي که چیرې مسلم او موثق حقایق میسر نه شي تصمیم نیوونکي وګړي به مجبور او مکلف وي تر څو د تیرو وګړو په تجربو او یا اټکلونو(حدسیاتو) باندې تکیه وکړي، چې د داسې دقت او مؤثریت په ځایونو کې به لاسته راغلې پایلې په کافي اندازه د قناعت وړ نه وي، بلکې په یوې ټاکلې اندازې سره به د پېښو(حوادثو) د پېښېدو احتمال ممکن وي. هغه پایلې چې په داسې حالاتو کې لاسته راځي د دوو ډولونو تیروتنو تر تاثیر لاندې به وي.

یو له مخکې څخه قضاوت او ذهني قضاوتونه او له علمي تحلیل او شننې څخه مخکې د تصمیم نیوونکو وګړو د شخصي تمایلاتو دخیلول چې په دې حالت کې تصمیم نیوونکی وګړی غواړي پیښې (حوادث) او اتفاقات د هغه له ګټو او غوښتنو سره سم ترسره شي.

او بل په دقيقه او اصولي توګه د احتمالاتو د فن په کار نه اچونه ځکه چې احتمالات د يوه علم په اندازه چې د رياضياتو له جز څخه دی، د اساساتو او اصولو لرونکي دي، چې بايد د علم په اندازه تر استفادې لاندې راشي او د اړتيا وړ پديدې د علمي اوزارو او وسايلو په مرسته چې هماغه علمي قواعد او فورمولونه دي تحليل او تجزيه شي.

په دې اساس د اقتصادي ډګر کارکوونکي د بانکدارۍ او تجارت په ځانګه کې او هغه محاسبين چې د جاري حسابونو او پروژو بيلانس سنجش کوي مکلف دي تر څو د پېښو(حوادثو) او بدلونونو په هکله د احصايې او احتمالاتو د علم په اساس وړاندوينه وکړي. او تطبيقي او مطروحه پلانونه د دې علم په رڼا کې طرح کړي.

د احصايې او احتمالاتو علم پراخه ساحه او زياتې برخې تر مطالعې لاندې راولي. دا روښانه ده چې په يوه لنډه تعليمي دوره کې د ادارې او حسابدارۍ په انستيتوتونو کې د دې ټولو برخو ښوونه غيرممکن او د عملي کيدو وړ نه ده، خو هغه څه چې په منظور شوي مفرداتو او د تعليمي پلان په چوکاټ کې په نظر کې نيول شوي دي په عمومي ځايونو کې د ادارې او حسابدارۍ د انستيتوتونو فارغان کولای شي د اقتصاد د ځانګو د متخصصينو او چارواکو تر نظر لاندې دندې ترسره کړي چې له لاسته راغلو پايلو څخه ډاډمن او باخبره وي.

مير محمد شاه رفيعي

**د دويمې برخې عمومي موخه:**

په اقتصادي امورو (چارو) کې د احتمالي بدلونونو وړاندوينه او لاسته راوړنه.

# لومړی څپرکی

## د احتمالاتو مفاهیم

**عمومي موخه:**
له احتمالاتو څخه مفهوم او مطلب څه دی ؟

**د زده کړې موخې:** محصلین د دې څپرکي په پای کې کولای شي:

- احتمالات تعریف کړي.
- د احتمالاتو د علم مفهوم توضیح کړي.
- د احتمالاتو کلاسیک، احصاییوي او هندسي مفاهیم توضیح او تشریح کړي.
- د هغو پدیدو ډولونه چې په احتمالاتو کې تر استفادې لاندې راځي، توضیح کړي.

**د احتمالاتو مفاهیم:**

څرنګه چې د هندسې په علم کې تعریف، ټکی، کرښه او ټولې هندسي بنې ډېرې پیچلې دي. په هماغه ډول د احتمالاتو د تیوري تعریف هم په واضح توګه آسانه او ساده کار نه دی. سربیره پردې ستونزې ,تجربو راښودلې چې د انسان په ذهن او خیالونو کې د احتمال کلمه تر یوه ځایه اشنایي لري او د پېښو(حوادثو) د پیښیدنې احتمال له بیلګو څخه د وګړو او د وګړو د ګروپونو تر منځ د مباحثو په ترڅ کې یادیږي.

**د بیلګې په ډول:** ویل کیږي چې د A فوټبال ټیم په نړیوالو سیالیو کې د بریالیتوب چانس نه لري.

نن ورځ د باېللو امکان شته یا احمد په پارلماني ټاکنو کې ۸۰ فیصده د بریالیتوب چانس لري.... له دې پلوه د احتمال د ټاکلو او تثبیت لپاره له موجوده تجربو او توپیرونو

څخه استفاده کیږي خو هغه توپیرونه او تجربې چې د وګړو لخوا په کار اچول کیږي، په تیرو تجربو او یا لاسته راغلو موادو او امکاناتو باندې متکي دي، چې په تجربوي احتمالاتو(Experimental Probability) پورې اړه لري، او هم یو شمېر توپیرونه او اجرات د ارقامو او موثقو معلوماتو له کتنې څخه پرته ترسره کیږي، چې له ذهني احتمالاتو (Theoretical Probability) څخه چې په موجوده پروګرام کې شامل نه دي عبارت دي.

له دې امله چې د هر علم پېژندنه او د استعمال ځایونه په یو شمېر مفاهیمو، پیژندګلویو(متعارفاتو) او موضوعه اصولو متکي دي. نو په دې اساس په دې ځای کې هم د ځینو مفاهیمو درک او پوهېدنه حتمي او ضروري ده.

**د ریاضیاتو له پلوه د احتمالاتو مفهوم:**

د احتمال کلمه په عامیانه ژبه کې د ممکن او ځینې وخت د ګمان او اټکل په مفهوم کارول شوې ده، او نظرى اړخ لري خو په علمي ژبه کې د احتمال یا نه څرګندیدنې (عدم ظهور) کلمه یوه مشخصه پایله او یوه ناڅاپي یا اتفاقي تجربه ده او دغه مفهوم د عامیانه مفهوم پر خلاف یو کمیتي مفهوم دی، چې د شمېرو او ارقامو په مرسته افاده کیږي. د معاصرو ریاضیاتو له میتودونو څخه په استفادې سره د تشخیص او ارزیابۍ(ارزونې) وړ دی. د ناڅاپي یا اتفاقي تجربو د پایلو د څرګندونې او یا نه څرګندونې درجه(ظهور یا عدم ظهور)معمولاً د فیصدیو په ارقامو، پر عام کسر او یا اعشاري کسر ښودل کیږي، چې د دوو لاندې مشخصو لرونکې دي.

۱- د یوې ناڅاپي تجربې یو له ممکنه پایلو څخه د څرګندېدو یا نه څرګندېدو(ظهور یا عدم ظهور) احتمال باید له صفر څخه لوی او له یوه څخه کوچنی وي.

۲- د ناڅاپي تجربې لپاره یوه له ممکنه پایلو څخه د څرګندېدو احتمال او د نه څرګندېدو احتمال باید له یوه سره مساوي وي.

که چیرې :

A- د یوې ناڅاپي(اتفاقي) تجربې یو له ممکنه پایلو څخه.

P (A) – د A د پایلې د څرګندېدو احتمال.

$P(\overline{A})$ - د A د پایلې د نه څرګندېدو احتمال وي.

**نو:**

$1 - 0 \le P(A) \le 1$

$2 - P(A) + P(\overline{A}) = 1$

او که چیرې د A پایلې د څرګندېدو یا نه څرګندېدو چانس له یو بل سره مساوي وي،

نو کولای شو د A پایلې د څرګندېدو یا نه څرګندېدو احتمال په کمیتي توګه په لاندې ډول افاده کړو:

$$P(A) = P(\overline{A}) = \frac{1}{2} = 0.5 \Rightarrow 50\ \%$$

د پورتنیو مطالبو د توضیح لپاره لاندنیو تعریفونو ته پاملرنه وکړئ:

a- **قطعي پدیدې (Sample):** هغو پدیدو یا پېښو ته قطعي پدېدې وایي چې پایله یې په بشپړه توګه معلومه، مشخصه او ټاکل شوې وي، داسې چې دا پایله د هغې له پېښېدو څخه مخکې په قطعي توګه مشخصه کړای شو. لکه دا چې یوه منه د باد له امله له ونې څخه راشکیږي، حتماً د ځمکې پر مخ رالویږي او یا که د اوبو د تودوخې درجه د سانتي ګرید سلو درجو ته ورسیږي نو حتماً په بخار بدلیږي.

b- **تصادفي پدیدې:** هغو ناڅاپي پدیدو او یا پېښو ته ویل کیږي چې د آزمایښت پایله د هغه له پېښېدو څخه مخکې په قطعي توګه مشخصه نشو کړای او په دې ډول پایلو کې د( $\varnothing$ ) سیټ غیرممکن دی، د ناڅاپي تجربو مطالعه د احتمالاتو د تیوري اساس او بنسټ جوړوي او د مطلب د ساده کیدو لپاره فرض کیږي چې د ناڅاپي تجربو پایلو شمېر محدود( متناهي) وي.

**د بیلګې په ډول:** که په یوه کڅوړه کې دوه سرې مرۍ، درې سپینې مرۍ او څلور شنې مرۍ وي او وغواړو له کڅوړې څخه یوه مرۍ بهر کړو هیڅ کله نشو کولای ووایو چې دغه مرۍ به کوم رنګ ولري.

C- **د نمونې فضاء:** د S ست ته د یوې تجربې د نمونې فضاء ویل کیږي په هغه صورت کې چې د تجربې ممکنه هر حالت د Sد ست له یوه عنصر سره سمون ولري او بالعکس د دې سیټ له عناصرو څخه هر یو له یوې تجربې سره مطابقت وکړي یعنې دا چې:

که چیرې $a_1$ , $a_2$.......$a_n$ ټولې د یوې ناڅاپي تجربې ممکنه پایلې وي.

مجموعه : $S = \{a_1, a_2, a_3, .................., a_n\}$

د نمونې د فضاء په نوم لوستل کیږي. د S هر غړی یو ټکي له نمونه یي فضاء څخه نومول کیږي په بل عبارت د نمونې فضاء د یوې ناڅاپي پدیدې له ټولو ممکنه پایلو څخه عبارت دی او د نمونې فضاء هر فرعي سیټ ته یوه پیښه یا یوه پدیده وایی او همدارنګه یونامتناهي Set د حقیقی شمېرو د انټروالونو په بڼه، د ترلې نمونې فضاء هندسي بڼې او یا حجمونه جوړوي.

**پیښه او ناڅاپي پیښه:**

د نمونې فضاء هر فرعي سیټ یوه پیښهاو یا پدیده نوموي او د ټولنیزو علومو له پلوه پدیده په بیلابیلو بڼو د ماهیت او واقعیتونو انعکاس او تبارز وي او د ناڅاپي تجربو مطالعه د احتمالاتو د تیوري اصول او بنسټ جوړوي.

که چیرې S د یوې ناڅاپي(تصادفي) تجربې د نمونې فضاء وي A یوه ناڅاپي پیښه لوستل کیږي، یواځې $A \subset S$ دهغه پر اساس ویلی شو چې:

که A د یوې ټاکلې ناڅاپي تجربې څخه یوه پیښه وي، د دې تجربې په هرځل سرته رسولو کې ویل کیږي، د A پیښه منځ ته راغلې ده، که چیرې لاسته راغلې پایله د S غړی وي.

**بیلګه:** کله چې یوه سکه پورته واچوو د ښکته راتلو په وخت یا د سکې مخ(R) او یا د سکې شا(P) راځي، نو په دې تجربه کې د نمونې فضاء چې دوه عنصره Set دی، په لاندې توګه ښودل کیږي.

$$S = \{P, R\} \Rightarrow \quad n(S) = 2 = 2$$

**بیلګه:** که چیرې یوه سکه دوه ځله پورته واچوو(یا دوه سکې یوځل واچوو) د هغې د نمونې فضاء هغه سیټ دی چې له څلورو عنصرو څخه جوړ شوی وي داسې چې:

$$S = \{(R,P),(R,P),(P,R),(P,R)\} = n(S) = \overset{2}{2} = 4$$

**بیلګه:** کورنۍ درې بچیان غواړي، د نومړو بچیانو د نمونې فضاء عبارت ده له: که زوی په P او جنۍ په D وښیو مونږ به ولرو:

$$S = \{(P,P,P),(P,P,D),(P,D,P),(P,D,D),(D,P,P),(D,P,D),(D,D,P),(D,D,D)\}$$

$$\Rightarrow n(S) = \overset{3}{2} = 8$$

**Note:** که S یو سیټ وي او د n عنصر لرونکی وي د هغه د فرعي ستونو شمېر د $2^n$ له فورمول څخه لاسته راځي، یعنې:

$$n(S) = 2^n$$

**بیلګه:** په یوه کڅوړه کې ۳ سرې مرۍ او دوه شنې مرۍ دي، دوه مرۍ په ناڅاپي توګه پورته کوو د نمونې فضاء څرنګه ده.

$$n(S) = (5.2) = C_3^5 \Rightarrow$$

$$= \frac{5i}{(5-2)i} = \frac{5i}{3i \cdot 2i} = \frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 1\cdot 2} = 10$$

$$\Rightarrow \{R_1R_2, R_1R_3, R_2R_3, R_1g_1, R_1g_2, R_2g_2, R_3g_2, g_1g_2\}$$

**احتمال (Probability):**

که چیرې د یوې پیښې د پیښیدنې لپاره، د مساعدو امکاناتو شمېر S او نا مساعده حالات F وي.

د مساعدو او نا مساعدو د پیښیدلو احتمال عبارت دی له: $P(F)=\dfrac{F}{F+S}, P(S)=\dfrac{S}{S+F}$

که یوه پیښه نامساعد حالت ولري، د هغه د مساعد والي احتمال(۱) دی او که چیرې پیښه مساعد حالت ونه لري، د حادثې د مساعد والي احتمال صفر دی په دې اساس $0\le P(S)\le 1$ او همدارنګه:

$$P(S)+P(F)=\frac{S}{S+F}+\frac{F}{S+F}=1$$

**د احتمال کلاسیک مفهوم:** د لرغونو علماوو په نظر د یوې ناڅاپي پیښې د څرګندېدو احتمال د مساعدو پایلو نسبت د نوموړې پیښې د مساوي پېښېدو (وقوع) پر ممکنه پایلو څخه عبارت دی. که چیرې د یوې A د ناڅاپي پیښې د څرګندېدو احتمال په P(A)، د A د ناڅاپي پیښې د مساعدو پایلو شمېر په N(A) او د A د ناڅاپي پیښې د ممکنه پایلو شمېر په N(S) وښیو نو کولای شو د احتمالاتو لرغونی(کلاسیک) مفهوم د یوه عمومي فورمول په اساس په لاندې توګه افاده کړو.

$$P(A)=\frac{N(A)}{N(S)}$$

**بیلګه:** د ادارې او حسابدارۍ انستیتوت د محاسبې په څانګه کې ۱۰۰ تنه دي ۶۰ تنه نجونې او پاتې نورېې هلکان دي. که چیرې د یوه هیواد یو تحصیلي بورس دې څانګې ته ورکړل شوی وي او له محصلینو څخه یو تن په ناڅاپي توګه وټاکل شي، څومره احتمال لري چې :

**الف-** یوه نجلۍ په دې بورس کې کاندیده شي.

**ب-** یوه نجلۍ دې بورس ته کاندیده نه شي.

**ج-** د ټولګي اول نمره دې بورس ته کاندید شي.

**حل**

$$N(S)=100$$
$$N(A)=60$$
$$N(B)=40$$
$$N(\overline{A})=1$$

**الف-**

$$P(B)=\frac{N(B)}{N(S)}$$

$$P(B)=\frac{60}{100}=0.6=60\%$$

**ب-**

$$P(\overline{B})=1-P(B)=1-0.6=0.4=40\%$$

**ج-**

$$P(A_1)=\frac{N(A)}{N(S)}=\frac{1}{100}=0.01=1\%$$

**د احتمال احصاييوي مفهوم:** د يوې ناڅاپي تجربې د ښکاره يا نه ښکاره کېدو احتمال د هغه په لرغوني مفهوم په دوو لاندنيو فرضيو متکي دی.

۱- د هغه ټولګي يا جمعيت د عناصرو شمېر چې تر احصاييوي مطالعې لاندې راځي بايد محدود وي.

۲- د ناڅاپي تجربې له پايلو څخه هر يو بايد د مساوي ښکاره کېدو چانس ولري.

زياتره وخت په عمل کې هغه ټولګي يا جمعيتونه چې تر احصاييوي مطالعې لاندې راځي د هغوی د عناصرو شمېر غير محدود او بې شميره زيات وي او د ټولګي د ښکاره کېدو قواعد او جوړ شوي عناصر ټاکل شوي نه وي(غيرمعين) وي او د هغوی د ښکاره کېدو يا نه ښکاره کېدو په اړه بشپړ معلومات په واک کې نه وي.

په داسې ځايونو کې نشو کولای د يوې ناڅاپي پيښې د ښکاره کېدو يا نه ښکاره کېدو احتمال د هغه پر لرغوني مفهوم مشخص کړو.

دا ايجابوي تر څو د A د ناڅاپي(اتفاقي) پيښې د ښکاره کېدو يا نه ښکاره کېدو احتمال د نسبي فريکونسي په مرسته مشخص شي.

که د A د ناڅاپي پيښې مطلقه فريکونسي په F(A) او د A د ناڅاپي پيښې نسبي فريکونسي په f(A) په نښه کړو، نو د رياضي له مخې د A د ناڅاپي پيښې نسبي فريکونسي په لاندې توګه افاده کولای شو.

$$f(A)=\frac{F(A)}{n}$$

د احصايې د علماوو په عقيده که چيرې د n نمونه ورو، ورو لويه شي او بالاخره لايتناهي ته نږدې شي،

د A د ناڅاپي پيښې نسبي فريکونسي ورو، ورو يوه سرحدي ارزښت ته نږدې کيږي چې هغه کولای شو د A د ناڅاپي پيښې د ښکاره کېدو يو اټکلي ارزښت ومنو چې په لاندې توګه افاده کيږي:

$$\lim_{n\to\infty} f(A) = \frac{F(A)}{n} \approx P(A)$$

**بیلګه:** یوه تصدي د موټر پرزې تولیدوي. د تصدۍ د تولیداتو د کنټرول شعبه دنده لري تر څو د تصدۍ ورځني تولیدات مخکې له دې چې بازار ته وړاندې شي د تخنیکي کیفیت له پلوه تر احصاییوي آزمایښت لاندې راولي. د تصدۍ د کنټرول آمر د ۱۰۰۰ واحدو په سایز(اندازه) یوه نمونه د تصدۍ له ورځنیو تولیداتو څخه اخلي او تر بررسۍ لاندې یې راولي.

له اخیستل شوي نمونې څخه د هغه ۹۵۰ واحده له نورم سره سم او ۵۰ واحده نورېې د نورم پر خلاف ټاکل شوي وي. که چیرې یو پیریدونکی تصدۍ ته مراجعه وکړي او د تصدۍ له ورځنیو تولیداتو څخه د نمونې په توګه یو واحد غوره کړي او د هغه تخنیکي کیفیت تر مطالعې لاندې ونیسي څومره احتمال لري چې:

**الف**- اخیستل شوی واحد د نورم پر خلاف په تولیداتو پورې اړوند وي.

**ب**- هغه واحد چې انتخاب شوی د نورم سره سم د تولیداتو له جملې څخه وي.

$F(A) = 950$

$F(\overline{A}) = 50$

**حل**

**الف**-

$$f(A) = \frac{F(A)}{n} = \frac{950}{1000} = 0.95$$

$$P(A) \approx f(A) = 0.95 = 95\%$$

**ب**-

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$

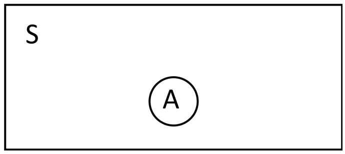
$$P(\overline{A}) = 1 - 0.95 = 0.05 = 5\%$$

$$P(\overline{A}) = \frac{F(\overline{A})}{n} = P(\overline{A}) \approx f(\overline{A}) = \frac{50}{1000} = 0.05 = 5\%$$

**د احتمالاتو هندسي مفهوم: یوه** ناڅاپي تجربه په نظر کې نیسو چې د هغې ممکنه پایلې د S یوه هندسي بڼه جوړوي. فرض کوو چې A یوه ناڅاپي پیښه ده چې په یوې یا څو ناڅاپي تجربو پورې تړلې ده او د S د ساحې یوه برخه رانغاړي.

په دې صورت کې د A د ناڅاپي پیښې د څرګندېدو احتمال د هغې د هندسي مفهوم عبارت دی له:

$$P(A)=\frac{m(A)}{m(S)}$$




په پورتني فورمول کې $m(A)$ د $A$ او $m(S)$ د $S$ د ساحې اندازه جوړوي.

د احتمالاتو هندسي مفهوم د نمونې فضاء او پيښې تر منځ د رابطې مشخص کوونکې ده.

**بېلګه:** که يو کروندګر ۳۰۰۰۰ متر مربع ځمکه پياز کري او له ټول حاصل ثخه د ځمکې ۱۰ متر مربع د يوې بېلې موافقې له مخې، د حاصلاتو له لاسته راوړنې څخه مخکې تر ارزيابۍ لاندې راولي تر څو د پيازو د وزن او اندازې له معلومولو وروسته د هغه د پلورلو او يا اجارې په اړه تصميم ونيسي. نوموړی کروندګر ۶۰۰۰ متره مربع ځمکه له کيمياوي سرې(کود) څخه په استفادې، ۱۰۰۰۰ متر مربع ځمکه له حيواني سرې(کود) څخه په استفادې او پاتې ۱۴۰۰۰ متر مربع ځمکه يې پرته له کومې سرې څخه کرلې ده. کروندګر به هغه وخت ګټه ترلاسه کړي چې نمونه د ځمکې له يوې برخې سره تصادف کوي چې په هغه کې کيمياوي سره يا حيواني سره استفاده شوې وي څومره احتمال لري :

**الف-** نمونه د ځمکې له هغې برخې سره تصادف کوي چې په هغې کې له کيمياوي سرې استفاده شوې ده.

**ب-** نمونه د ځمکې له هغې برخې سره تصادف کوي چې په هغې کې له حيواني سرې استفاده شوې ده.

**ج-** نمونه د ځمکې له هغې برخې سره تصادف کوي چې له سرې پرته کرل شوې ده.

$m(S)=30000m^2$ د ټولې ځمکې مساحت

$m(A)=6000m^2$ هغه ځمکه چې له کيمياوي سرې سره کرل شوې ده

$m(B)=10000m^2$ هغه ځمکه چې له حيواني کود سره کرل شوې ده

$m(C)=14000m^2$ پرته له سرې څخه کرل شوې ځمکه

**حل**

**الف-**

$$P(A)=\frac{m(A)}{m(S)}=\frac{6000}{30000}=0.2=20\%$$

**ب-**

$$P(B)=\frac{m(B)}{m(S)}=\frac{10000}{30000}=\frac{1}{3}=0.333=33.3\%$$

**ج-**

$$P(C)=\frac{14000}{30000}=0.4666=46.66\%$$

**د لومړي څپرکي د مطالبو لنډيز**

د پيښود ټاکلو او تثبيت او د پېښو(حوادثو) د څرګنديدلو لپاره له هغو تجربو او توپيرونو څخه چې د وګړو لخوا  په کار اچول کيږي ګټه اخيستل کيږي چې له ټولو څخه زيات په تيرو تجربو او په لاسته راغلو موادو او امکاناتو متکي وي. ياد شوي مراتب په تجربوي احتمالاتو پورې اړه لري.

احتمال د نالوستي يا عاميانه له پلوه د ممکن، ګمان او اټکل(حدس) په معنا کارول کيږي خو په علمي ژبه کې د رياضي په خاصه معنا کارول کيږي چې معنا يې د يوې ناڅاپي(اتفاقي) مشخصې پايلې او يوې تجربې د څرګنديدو يا نه  څرګنديدو (ظهور يا عدم ظهور) د ډاډ درجه ده.

د احتمال رياضيکي مفهوم يو کميتي مفهوم دی چې د شمېرو او ارقامو په مرسته افاده کيږي.

- هغه پديدې چې د هغوی پايلې په بشپړه توګه معلومې او مشخصې وي د قطعي پديدو يا پېښو(حوادثو) په نوم ياديږي.
- که چيرې د يوې تجربې او يا پيښې له پېښېدو څخه مخکې د هغې پايله مشخصه کړای نه شي، د ناڅاپي(تصادفي) پديدې په نوم ياديږي چې په دې ډول پايلو کې د خالي ست حصول غيرممکن وي.
- د يوې تجربې د ممکنه ټولو پايلو څخه لاسته راغلې مجموعه د هغې تجربې د نمونه يي فضاء په نوم ياديږي او له يوې تجربې څخه د لاسته راغلو پايلو څخه هره يوه د نمونې د فضاء يو غړی دی. او له نمونه يي فضاء څخه هر فرعي ست د يوې ناڅاپي(تصادفي) پيښې په نوم ياديږي.

که چيرې د يوې پيښې پېښېدنه مساعد حالت ونه لري، د هغې د مساعدوالي احتمال ۱ دی او که چيرې پيښه مساعد حالت ونه لري د پيښې د مساعد والي احتمال صفر دی.

خو د  پخوانيو علماوو په نظر د يوې ناڅاپي پيښې د څرګندېدو احتمال د مساعدو پايلو نسبت  د نوموړې پيښې د مساوي پېښېدو (وقوع) پر ممکنه پايلو څخه عبارت دی.

احتمال د احصايې له پلوه د فريکونسۍ په مرسته مشخص کيږي او هغه هم عبارت دی له، مطلقه فريکونسۍ د دفعاتو پر شمېر باندې يعنې : $F(A)=\frac{F(A)}{n}$

## د لومړي څپرکي پوښتنې

۱- يو عدد په ناڅاپي(تصادفي) توګه د $S=\{1,2,3,.....,9\}$ نمونې له فضاء څخه غوره کيږي که چيرې د غړو احتمال مساوي وي، احتمال دی چې غوره کړل شوی عدد له ۴ څخه لږ يا طاق وي څه شی دی ؟

۲- له a , b , c , I , j توررو څخه هر يو د يوه کارت پرمخ ليکو او د هغوی له ګډولو وروسته يو کارت د قرعې په ډول پورته کړو، مطلوب دی ټاکل.
الف- احتمال د دې چې د کارت پرمخ ټکی لرونکی توری وي.
ب- احتمال د دې چې د کارت پرمخ ټکی لرونکی توری نه وي.

۳- په يوه قطي کې ۵ سرې مرۍ، درې تورې مرۍ او دوه سپينې مرۍ دي، يوه مرۍ په ناڅاپي توګه له قطي څخه پورته کوو.
الف- د دې تجربې د نمونې فضاء وليکئ؟
ب- پيدا کړئ چې دغه مرۍ به سره وي.

۴- له صفر څخه د ۳ شمېرو له منځ څخه په ناڅاپي توګه يو عدد انتخابيږي، مطلوبه ده د هغې احتمال محاسبه چې دغه عدد د ۱ او ۲ تر منځ غوره کړل شوی وي.

۵- دوه متحدالمرکزه دايرې چې د 5Cm او 10Cm شعاوو لرونکې دي په نظر کې نيسو که چيرې غشی د هدف(کوچينۍ دايرې) په لوري ګوزار شي او سل په سله کې د لويې دايرې پر مخ د لګيدلو وړ وي، احتمال د دې چې غشی په کوچنۍ دايرې ولګي څو دی.

۶- د قطعه بازۍ له يوه درجن څخه يوه پاڼه(پر) په ناڅاپي توګه انتخابيږي څومره احتمال لري چې :

الف- نوموړې پاڼه به يو غلام وي.
ب- نوموړې پاڼه به يو طوس وي.
ج- نوموړې پاڼه به د خښتې يوه پاڼه وي.
د- نوموړې پاڼه به لال نه وي.
هـ- د پشې يوه پاڼه به نه وي.
و- د خښتې لس تايي به نه وي.

# دویم څپرکی

## د احتمالاتو د سنجش بنسټیز قواعد

**عمومي موخه:**

د احتمالي پېښو(حوادثو) او اتفاقاتو محاسبه او سنجش

**د زده کړې موخې:** د دې څپرکي په پای کې محصلین کولای شي چې:

- د ناڅاپي پېښو(اتفاقي حادثو) مفهوم توضیح کړي.
- په احتمالاتو کې د قاعدې جمع توضیح او خپلواکې(مستقلې) ناڅاپي پیښې د قاعدې په اساس سنجش کړي.
- په احتمالاتو کې د ضرب قاعده توضیح او له یوبل څخه د خپلواکه ناڅاپي څو پېښو پېښېدنه د دغې قاعدې په مرسته سنجش کړي.
- د څو پېښو(حادثو) څرګندیدنه د جمع له قاعدې څخه په استفادې سنجش کړي.
- تړلې ناڅاپي پیښې توضیح او دا ډول پیښې د جمع او ضرب له قاعدې څخه په استفادې سنجش کړي.
- مجموعي احتمالات سنجش کړي.

په احصاییوي تحقیقاتو کې د ناڅاپي پېښو د اړوندو مسایلو د څرګندولو یا نه څرګندولو احتمال یواځې یوه ناڅاپی پیښه د بحث وړ نه ده، بلکې په زیاتره ځایونو کې د دوو یا څو ناڅاپي پېښو د څرګندېدو یا نه څرګندېدو احتمال هم د علاقې وړ دي. هغه قواعد چې د هغې په مرسته د دوو یا څو ناڅاپي پېښو څخه د یوې د څرګندېدو احتمال سنجش کیږي، د جمع د قواعدو په نوم او هغه قواعد چې د هغې په مرسته د دوو یا څو ناڅاپي پېښو

د يو ځاى ښرګندېدو احتمال سنجش کېږي د احتمال د ضرب د قواعدو(د تقاطع قواعد) په نوم يادېږي چې دواړه قاعدې د نوې رياضي د يو سلسله نښو او سمبولونو په مرسته فورمول بندي کېږي.

که چيرې د Aاو B د دوو پېښو له ښرګندېدو څخه د دغو دوو ناڅاپی پېښو څخه د يوې د ښرګندېدو احتمال تر بحث لاندې وي د پېښو د جمع له قاعدې څخه استفاده کيږي چې په لاندې توګه افاده کيږي:

$$P(A \vee B) <=> P(A \vee B)$$

برعکس که چيرې د دواړو ناڅاپي پېښو د هم مهاله ښرګندېدو احتمال مطلوب وي، د ناڅاپي پېښو د تقاطع له قاعدې څخه استفاده کيږي، چې د لاندې فورمول په مرسته افاده کيږي:

$$P(A \cap B) <=> P(A \wedge B)$$

د احتمالاتو د قواعدو سنجش د ناڅاپي پېښو د ډول په پام کې لرلو سره په دوو عمده ګروپونو ويشل کيږي:

- د خپلواکه(مستقله) ناڅاپي پېښو د احتمالاتو د سنجش قواعد.
- د تړلو(غير مستقله) ناڅاپي پېښو د احتمالاتو د سنجش قواعد.

د خپلواکه(مستقله) پېښو د احتمالاتو د سنجش قواعد

**۱- د خپلواکه(مستقله) ناڅاپي پېښو مفهوم:**

خپلواکه ناڅاپي پيښې هغه پيښې دي چې د يوې ناڅاپي پيښې ښرګنديدنه د بلې ناڅاپي پيښې په ښرګنديدو پورې تړلې نه وي. په بل عبارت د يوې پيښې د ښرګندېدو احتمال د بلې پيښې د ښرګندېدو احتمال متأثره نه کړي. لکه: فرض کوو، په يوه لوښي کې لس دانې مرمۍ په بشپړه توګه ورته يا مشابه چې له يوه څخه تر لس پورې د نمرو لرونکي دي شتون لري. که چيرې دوه مرمۍ په ناڅاپي توګه يو په بل پسې پورته شي او لومړۍ مرمۍ له کتو وروسته بيرته کيښودل شي د دې احتمال چې د لومړي ځل لپاره دويم نمبر مرمۍ او د دويم ځل لپاره پنځم نمبر مرمۍ ښرګنده شي په دواړو صورتونو کې مساوي وي، که د دويم نمبر مرمۍ ښرګنديدنه د A د ناڅاپي پيښې په توګه او د پنځم نمبر مرمۍ ښرګنديدنه د B د ناڅاپي پيښې په توګه ومنو، نو د A د ناڅاپي پيښې او د B د ناڅاپي پيښې احتمال د رياضي له پلوه تر پورته شرايطو لاندې داسې ښرګندولی شو:

$$P(A)=\frac{N(A)}{N(S)}=\frac{1}{10}$$
$$P(B)=\frac{N(B)}{N(S)}=\frac{1}{10}$$

**په خپلواکه(مستقله) ناڅاپي پېښو کې د جمع قاعده:** په هغو حالاتو کې چې د دوو یا زیاتو پېښو یوځای پېښېدنه لکه AاوB متحمل وي په هغه صورت کې د A د پېښېدو احتمال له B سره عبارت دی له:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

پورتنۍ رابطه هغه مهال ممکنه ده چې AاوB نښتي(متصلي) مجموعې وي یعنې ګډ توکي(عناصر) ولري او د لنډ یا مختصر فورمول $P(A\cup B)=-P(\overline{A}\cap\overline{B})$ لرونکې وي.

**خصوصي حالت:** که د A او B د پېښو پېښېدنه له یو بل څخه بیل او جدا ترسره شي یعنېA اوB منفصل ستېونونه وي چې په غبرګه توګه پېښېدنه یوځای امکان ولري، یعنې که A پېښه شي B رامنځ ته نه شي او یا برعکس په هغه صورت کې د A د پېښېدو یا د B د پېښېدو احتمال عبارت دی له:

$$(A\cup B)<=>P(A\cup\overline{B}),\ P(A\cup B)=P(A\cup B)=P(A)+P(B)$$

که چیرې خپلواکې ناڅاپي پیښې له دوو پېښو څخه زیاتې وي، په دې صورت کې د نومورو پېښو اتحاد په لاندې توګه افاده کیږي:

$$P=(A_1\cup A_2\cup A_3......An)<=>P(A_1\cup A_2\cup A_3...An)=$$
$$=P(A_1)+P((A_2)+P(A_3)+......+P(A_n)$$

**بیلګه:** که $S=\{1,2,3,4,5,6\}$ و $A=\{2,3,4\}$ و $B=\{4,5,6\}$ وي.
محاسبه مطلوبه ده $P(A\cup B)=?$

**حل:**

$$A\cup B=\{2,3,4,5,6\}=>n(A\cup B)=5$$
$$P(A\cup B)=\frac{n(A\cup B)}{n(S)}=\frac{5}{6}$$

**بیلګه:** که $P(A)=\frac{1}{3},P(B)=\frac{1}{5},P(A\cap B)=\frac{1}{8}$ وي.
معلوم کړئ چې:

$$a-P(\overline{A})=?$$
$$b-P(\overline{B})=?$$
$$c-P(\overline{A}\cup\overline{B})=?$$
$$d-P(\overline{A}\cap\overline{B})=?$$

**حل:**

$$a - P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$b - P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

$$c - P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

$$d - P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \left[P(A) + P(B) - P(A \cap B)\right]$$

$$= 1 - \left[\frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{8}\right] = \frac{71}{120}$$

**بیلګه:** په یوه لوښي کې د بلیارد ۱۰ دانې سره توپونه، ۳۰ دانې سپین توپونه، ۲۰ دانې آسماني رنګه توپونه او ۴۰ دانې نارنجي رنګه توپونه شتون لري، یو توپ په ناڅاپي(اتفاقي) توګه انتخابیږي څومره احتمال لري چې:

**الف-** نومړی توپ سور  یا نارنجي وي.

**ب-** عدد سپین وي یا آسماني  وي.

**ج** – توپ سور یا سپین یا آسماني وي.

**د-** آسماني نه وي.

**هـ-** سور یا آسماني نه وي.

**و-** سور، آسماني او سپین نه وي.

$N(R) = 10 \qquad P(R) = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$

$N(W) = 30 \qquad P(W) = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$

$N(B) = 20 \qquad P(B) = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$

$N(0) = 40$

$N(S) = 100 \qquad P(0) = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}$

**الف-**

$$P(0 \vee R) <=> P(0 \cup R) = P(0) + P(R)$$

$$P(0 \vee R) = 0.4 + 0.1 = 0.5 = 50\%$$

**ب-**

$$P(W \vee R) <=> P(W \vee B) = P(W) + P(B)$$

$$P(W \vee B) = 0.3 + 0.2 = 0.5 = 50\%$$

ج-

$$P(R \vee W \vee B) = P(R \bigcup W \bigcup B) = P(R) + P(W) + P(B)$$
$$= 0.1 + 0.3 + 0.2 = 0.6 = 60\%$$

د-

$$P(\overline{B}) = 1 - P(B) => 1 - 0.2 = 0.8 = 80\%$$

هـ-

$$P(R \vee B) = 1 - P(R \vee B) = 1 - \left[P(R) + P(B)\right] =$$
$$= 1 - (0.1 + 0.2) => 1 - 0.3 = 0.7 = 70\%$$
$$P(R \vee B) = P(W \vee 0) => P(W) + P(0)$$
$$= 0.3 + 0.4 = 0.7 = 7\%$$

و-

$$P(R \vee B \vee W) = P(0) = \frac{40}{100} = 0.4 = 4\%$$

او یا

$$P(R \vee B \vee W) = 1 - P(R \vee B \vee W) = 1 - \left[P(R) + P(B) + P(W)\right] =$$
$$= 1 - (0.1 + 0.2 + 0.3) = 1 - 0.6 = 0.4 = 40\%$$

د خپلواکه(مستقله) ناخاپي پېښو د تقاطع قاعده(د ضرب قاعده)

که A او B دوه خپلواکه ناخاپي پیښې له یو بل څخه وي، د دواړو ناخاپي پېښو د یو ځای څرګندیدنې احتمال له هغوی څخه د هرې یوې د څرګندېدو احتمال له حاصل ضرب څخه عبارت دی چې د ریاضي له پلوه کولای شو هغه په لاندې توګه افاده کړو:

$$P(A \wedge B) <=> P(A \bigcap B) => P(A) \times P(B)$$

که چیرې د خپلواکه(مستقله) ناخاپي پېښو شمېر له دوو پېښو څخه زیات وي پورتنی فورمول په لاندې بڼه پراختیا پیدا کوي:

$$P(A_1 \wedge A_2 \wedge A_3 \wedge \ldots\ldots.. \wedge A_n) <=> P(A_1 \bigcap A_2 \bigcap A_3 \ldots\ldots\ldots. \bigcap A_n)$$
$$= P(A_1) \times P(A_2) \times P(A_3) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots P(A_n)$$

خو د شرطي احتمال په صورت کې (که د A احتمال پرځای د B پیښه شوې وي) په لاندې توګه تعریف شوی دی:

$$P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{P(A \bigcap B)}{P(B)}, P(B) \neq 0$$

**د طرفین او وسطین کولو په صورت کې لاسته راځي چې:**

$$P(A \cap B) = P(B)P\left(\frac{A}{B}\right)$$

**یعنې دا چې:** د دوو پېښو A اوB د پېښېدو احتمال له یو بل سره برابر دی یو له هغوی څخه د پیښې د احتمال د ضرب له حاصل سره ضرب په احتمال کې هغه چې د یوه له پېښېدو څخه وروسته، بله هم پیښه شي.

**نوټ:** که چیرې درې ناخپلواکه(غیرمستقلې) ناڅاپي پیښې د پام وړ وي د احتمال د جمع د قاعدې عمومي فورمول په لاندې ډول سره خپله بڼه بدلوي.

$$P(A \vee B \vee C) <=> P(A \cup B \cup C) =>$$
$$P(A)+P(B)+P(C)-P(A \cap C)-P(C \cap B)-P(A \cap B)+P(A \cap B \cap C)$$
$$P(A \vee B \vee C) = 1-P(\overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C})$$

**بیلګه:** په یوې تصدۍ کې دوه پایې تولیدي ماشینونه $M_1$ او $M_2$ په کار اچول شوي، چې هر یو یې په یواځې یا منفرد ډول د بریښنا ساکټونه تولیدوي. د تیرو کلونو تجربې ښیي چې ۵٪ د $M_1$ د ماشین تولیدات او ۶٪ د $M_2$ د ماشین تولیدات له ټاکلي نورم سره سمون نه لري، که چیرې یو پیریدونکی د تصدۍ له ورځنیو تولیداتو څخه دوه واحده د نمونې په توګه انتخاب کړي او تر احصاییوي آزمایښت لاندې یې راولي څومره احتمال لري چې لږ تر لږه د نمونې یو واحد د نورم له شرایطو سره خلاف وي.

**حل:**

$$P(M_1 \vee M_2) => P(M_1)+P(M_2)-P(M_1)\times P(M_2)$$
$$= 0.05+0.06-0.05\times 0.06 = 0.11-0.003 = 0.107 = 10.7\%$$

او یا

$$P(M_1 \vee M_2) = 1-P(\overline{M}_1 \cap \overline{M}_2) = 1-P(\overline{M}_1)\cdot P(\overline{M}_2)$$
$$= 1-0.95\times 0.94 = 1-0893 = 0.107 = 10.7\%$$

**د تړلو ناڅاپي پېښو د احتمالاتو د سنجش قواعد**

**۱- د تړلو ناڅاپي پېښو مفهوم:** ناڅاپي پیښې تل له یو بل سره په خپلواکه توګه عمل نه کوي بلکې ځینې وخت د یوې ناڅاپي پیښې څرګندیدنه د یوې بلې ناڅاپي پیښې په څرګندېدو پورې تړلې وي. د پېښو مقیدوالی په دې معنا دی چې: د یوې ناڅاپي پیښې څرګندیدنه د وروستۍ ناڅاپي پیښې د څرګندېدو چانس تر تأثیر لاندې راولي. لکه: په یوه لوښي کې درې سپینې مرمۍ او څلور تورې مرمۍ شتون لري. دوه مرمۍ پرله پسې له لوښي

څخه را ایستل کیږي. په دې صورت کې احتمال لري چې لومړۍ انتخاب توري مرمۍ او دویم انتخاب سپینې مرمۍ وي په یواځې یا منفرده بڼه عبارت ده له:

$$P(W)=\frac{3}{6},P(B)=\frac{4}{7}$$

**۲- په ترلو ناڅاپي پېښو کې د ضرب قواعد:** فرض کوو چې A یو احصاییوي جمعیت $A_1, A_2, A_3,.......A_n$ د هغه جمعیت جوړ شوي توکي یا عناصر وي. که چیرې د جمعیت له جوړو شوو توکو یا عناصرو څخه دوه واحده په نظر کې ولرو.

ناڅاپي یا تصادفي ترکیبونه داسې انتخاب شي چې انتخاب شوي توکي یا عناصر له کتنو یا مشاهدې وروسته بیرته جمعیت ته پاتې نه شي، په دې صورت کې احتمال لري چې د $A_1$ او $A_2$ توکي یا عناصر تر انتخاب لاندې راوستل شي، عبارت دي له :

$$P(A_1 \wedge A_2) <=> P(A_1 \cap A_2) = P(A_1) \times P(A_2 / A_1)$$

**بیلګه:** په یوه ټولګي کې درې هلکان او دوې نجونې یوه تحصیلي بورس ته کاندید شوي دي. که چیرې پوهنځي دوه بورسونه نوموړو محصلینو ته اختصاص ورکړي وي. څومره احتمال لري چې د لومړي ځل لپاره یو هلک او د دویم ځل لپاره یوه نجلۍ انتخاب شي.

$$N(S)=5 \qquad \mathrm{P(B \wedge G) = P(B) \times P\left(\frac{G}{B}\right)}$$

$$N(B)=3 \qquad \mathrm{P(B \wedge G)} = \frac{3}{5}\times\frac{2}{4}$$

$$N(G)=2 \qquad \mathrm{P(B \wedge G)} = \frac{6}{20}$$

**۳- په متصلو ناڅاپي پېښو کې د جمع قواعد:** فرض کوو چې BاوA دوه ناڅاپي پیښې دي چې د دواړو ناڅاپي پېښو یوځای څرګندیدنه د امکان وړ وي. همدارنګه فرض کوو چې انتخاب شوي توکي یا عناصر د دویم ځل لپاره جمعیت ته نه پاتې کیږي، د پورتنیو فرضیو په پام کې لرلو سره احتمال لري چې لږ تر لږه د BاوA له دوو پېښو څخه یوه پیښه څرګنده شي عبارت دی له:

$$P(A \vee B) = 1 - P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 1 - P(\overline{A}) \times P\left(\frac{\overline{B}}{\overline{A}}\right)$$

که چیرې درې پیښې وي پورتنی فورمول لاندې بڼه ځانته غوره کوي:

$$P(A \vee B \vee C) = 1 - P(\overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C})$$

$$= 1 - P(\overline{A}) \cdot P\left(\frac{\overline{B}}{\overline{A}}\right) \cdot P\left(\frac{\overline{C}}{\overline{A} \wedge \overline{B}}\right)$$

**شرطیه احتمالات**

لکه مخکې مو چې مطالعه کړل، ناڅاپي پېښې تل په خپلواکه توګه عمل نه کوي بلکې ځینې یا زیاتره وخت د یوې ناڅاپي پېښې څرګندېدنه د بلې ناڅاپي پېښې په څرګندېدو پورې تړلې وي. مثلاً فرض کوو چې A اوB دوه مقیدې پېښې دي. چې د A ناڅاپي پېښې څرګندیدنه د B د ناڅاپي پېښې په څرګندیدنې پورې تړلې یا مقیده ده یا برعکس د B د ناڅاپي پېښې څرګندیدنه د A د ناڅاپي پېښې په څرګندېدو پورې تړلې وي. د دا ډول تړلو یا مقیدو ناڅاپي پېښو د څرګندیدنې احتمال د شرطیه احتمالاتو په نوم یاد شوي چې کولای شو هغه د تړلو ناڅاپي پېښو د تقاطع په فورمول کې په لاندې توګه پیدا کړو.

$$P(A \wedge B) = P(A) \times P\left(\frac{B}{A}\right)$$

$$P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{P(A \wedge B)}{P(A)}$$

**بیلګه:** له ۱ څخه تر ۱۰ شمېرو پورې د لسو کارتونو پر مخ لیکل شوي دي یو کارت په ناڅاپي(اتفاقي) توګه پورته کیږي.

**الف-** نومړی عدد  پر 4 د تقسیم وړ وي.

**ب-** نومړی عدد پر 3 د تقسیم  وړ وي.

$$N(S) = 10$$

$$N(A_1, A_2, A_3 \ldots\ldots A10) = \frac{1}{10}$$

$$P(A) = \frac{5}{10}$$

$$P(A \wedge B) = \frac{2}{10}$$

**حل:**

**الف-**

$$P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{P(A \wedge B)}{P(A)} = \frac{10}{10} = \frac{2}{5} = 0.4 = 40\%$$

**ب-**

$$P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{10}{10} = \frac{1}{5} = 0.2 = 20\%$$

**مجموعي احتمالات**

ناڅاپي پيښې تل په خپلواکه توګه نه څرګنديږي، بلکې زياتره وخت د يوې ناڅاپي پيښې څرګنديدنه د بلې ناڅاپي پيښې په څرګندېدو پورې تړلې وي. په اقتصادي او ټولنيزو بيلابيلو برخو کې داسې پيښې منځ ته راځي چې د هغوی څرګنديدنه په يوې ناڅاپي پيښې پورې تړلې نه وي بلکي د $A_1, A_2, A_3, ........A_n$ د بشپړو ناڅاپي پېښو په يوه سيستم پورې تړلې وي، که چيرې بشپړ معلومات له نوموړو پېښو څخه د هريوه د څرګندېدو د احتمال په اړه او د B د ناڅاپي پيښې د څرګندېدو احتمال چې د $A_i$ د ناڅاپي پيښې په سيستم پورې تړلی يا مقيد دی، شتون ولري کولای شو د B د ناڅاپي پيښې د څرګندېدو احتمال په لاندې توګه سنجش کړو.

$$P(B)\sum_{i=1}^{n} P(Ai) \times P\left(\frac{B}{Ai}\right)$$

**بيلګه:** له څلورو ټولګيو څخه دوسوه تنه محصلين د لومړي سمستر وروستی آزموينه په يوه تالار کې تيروي. د نوموړو محصلينو له جملې څخه ۱۰۰ تنه محصلين د لومړي ټولګي، ۵۰ تنه محصلين د دويم ټولګي، ۲۰ تنه محصلين د دريم ټولګي او ۳۰ تنه محصلين د څلورم ټولګي څخه دي. د تيرو کلونو د تجربو په اساس د ناکامی احتمال په لومړي ټولګي کې ٪۸۰، په دويم ټولګي کې ٪۵۰، په دريم ټولګي کې ٪۳۰ او په څلورم ټولګي کې ٪۱۰ دي. يو تن مميز د زده کوونکو يوه پارچه د آزموينې له پای ته رسيدو څخه وروسته تر کتنې لاندې نيسي، څومره احتمال لري چې:

**الف**- نوموړی محصل به ناکام وي.

**ب**- نوموړی محصل به کامياب وي.

$$N(S) = 200$$

$$N(A_1) = 100 \qquad P(A_1) = \frac{100}{200} \qquad P\left(\frac{B}{A_1}\right) = 0.5$$

$$N(A_2) = 50 \qquad P(A_2) = \frac{50}{200} \qquad P\left(\frac{B}{A_2}\right) = 0.5$$

$$N(A_3) = 100 \qquad P(A_3) = \frac{20}{200} \qquad P\left(\frac{B}{A_3}\right) = 0.3$$

$$N(A_4) = 30 \qquad P(A_4) = \frac{30}{200} \qquad P\left(\frac{B}{A_4}\right) = 0.1$$

**حل:**

**الف-**

$$P(B) = P(A_1)\times P\left(\frac{B}{A_1}\right) + P(A_2)\times P\left(\frac{B}{A_2}\right) + P(A_3)\times P\left(\frac{B}{A_3}\right) + P(A_4)\times P\left(\frac{B}{A_4}\right)$$
$$= \frac{1}{2}\times 0.8 + \frac{5}{20}\times 0.5 + \frac{1}{10}\times 0.3 + \frac{3}{20}\times 0.1$$
$$= 0.4 + 0.195 + 0.03 + 0.015 = 0.57 = 57\%$$

**ب-**

$$P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0.57 = 0.43 = 43\%$$

**د بایز قضیه:** توماس بایز د ۱۸ پیړۍ په نیمایي کې یوه قضیه تشریح کړه چې په مستقیمه توګه له شرطیه احتمالاتو سره مرتب کیده. د دې قضیې د تشریح لپاره فرض کوو چې: $A_1, A_2, A_3 ...... A_n$ له ناخاپي پېښو څخه یو بشپړ سیستم دی.

چې د هغې د دوو پېښو څرګندیدنه غیر ممکنه وي. په دې صورت کې د دې سیستم له پېښو څخه د هرې یوې د څرګندیدنې احتمال د B په یوې ناخاپي پیښې پورې تړلی یا مقید وي او کولای شو هغه د بایز له فورمول څخه په استفادې سنجش کړو :

$$P\left(\frac{A_1}{B}\right) = \frac{P(A_1)\times P\left(\frac{B}{A_1}\right)}{\sum_{i=1}^{n} P(A_1)\times P\left(\frac{B}{A_1}\right)} = \frac{P(A_1)\times P\left(\frac{B}{A_1}\right)}{P(B)}$$

**بیلګه:** د مجموعي احتمالاتو په بحث کې د ورکړل شوې بیلګې په پام کې لرلو سره که چیرې فرض کړل شي چې: د آزموینې د یوې پارچې په انتخابولو سره نوموړی محصل ناکام دی. هغه پوښتنه چې د بایز د فورمول په اړه مطرح کیږي دا ده، څومره احتمال لري چې:

**الف-** نوموړی محصل به په دویم ټولګي کې وي.

**ب-** دغه محصل به په دریم ټولګي کې وي.

**ج-** نوموړی محصل به په لومړي یا څلورم ټولګي کې وي.

**حل:**

**الف-**

$$P\left(\frac{A_2}{B}\right) = \frac{P(A_2)\times P\left(\frac{B}{A_2}\right)}{P(B)}$$
$$= \frac{0.25\times 0.5}{0.57} = \frac{0.125}{0.57} = 0.21 = 21\%$$

$$P\left(\frac{A_3}{B}\right)=1-P\left(\frac{A_3}{B}\right)=1-\frac{P(A_3)\times P\left(\frac{B}{A_3}\right)}{P(B)}$$
$$=1-\frac{0.1\times 0.3}{0.57}=1-\frac{0.03}{0.57}=1-0.052=0.948=94.8\%$$

ج-

$$P\left(\frac{A_1}{B}\right)\vee P\left(\frac{A_4}{B}\right)=\frac{P(A_1)\times P\left(\frac{B}{A_1}\right)}{P(B)}+\frac{P(A_4)\times P\left(\frac{B}{A_4}\right)}{P(B)}$$
$$=\frac{0.5\times 0.8}{0.57}+\frac{0.15\times 0.1}{0.57}=\frac{0.4}{0.57}+\frac{0.015}{0.15}$$
$$=0.7+0.02=0.72=72\%$$

## د دویم څپرکي د مطالبو لنډیز

هغه قواعد چې د هغې په مرسته د دوو یا څو اتفاقي حادثو د ښکارېدو احتمال سنجش کیږي د جمع د قواعدو په نوم او هغه قواعد چې د هغې په مرسته د یو ځای د ښکارېدو د دوو یا څو اتفاقي حادثو احتمال سنجش کیږي د احتمالي ضرب د قواعدو په نوم یادیږي چې، دواړه قاعدې د نوې ریاضي د نښو او سمبولونو (د ست د تیوري) په اساس فورمول بندي کیږي، یعنې که چیرې یوه پېښېدنه له بلې پېښېدنې سره په یوه وخت ترسره نه شي، د لاندې فورمول په مرسته ښودل کیږي:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B)$$

که چیرې د A او B دوه عملیې یو په بل پسې سرته ورسوو په دې صورت کې د A اوB دوه عملیې (هم Aاوهم B ) کولای شو د $n \cdot k$ په لاره (طریقه) ترسره کړو یعنې:

$$n(A \times B) = n(A) \cdot n(B)$$

ناڅاپي پیښې په خپلواکه ناڅاپي پېښو او تړلو ناڅاپي پېښو باندې بېلې شوې دي.

که چیرې د یوې پیښې څرګندېدنه د بلې پیښې په ناڅاپي څرګندیدنې پورې تړلې(مقیده) نه وي دا ډول پیښې د خپلواکه ناڅاپي پېښو په نوم یادیږي. خو ناڅاپي پیښې تل خپلواکه یادیږي او همدارنګه ناڅاپي پیښې تل له یو بل څخه په خپلواکه توګه عمل نه کوي بلکې ځینې وخت د یوې ناڅاپي پیښې څرګندېدنه د بلې ناڅاپي پیښې په څرګندېدنې پورې تړلې وي. یعنې د یوې ناڅاپي پیښې څرګندېدنه د وروستۍ ناڅاپي پیښې د څرګندېدو چانس تر تأثیر لاندې راولي. که چیرې د یوې ناڅاپی پیښې څرګندېدنه د بلې ناڅاپي پیښې په څرګندېدوه پورې حتمي او ضروري تړلې وي د دا ډول پېښو څرګندېدنه د شرطیه احتمالاتو په نوم یادیږي.

همدارنګه په اقتصادي او ټولنیزو بیلابیلو برخو کې داسې پیښې رامنځ ته کیږي، چې د هغوی څرګندیدنه په یوې ناڅاپي پیښې پورې تړلې نه ده بلکې په اقتصادي او ټولنیزو بیلابیلو برخو کې داسې پیښې منځ ته راځي چې د هغوی څرګندیدنه په یوې ناڅاپي پیښې پورې تړلې نه وي بلکي د ناڅاپي پېښو په یوه بشپړ سیستم پورې تړلې وي، چې په دې حالت کې مونږ د اړیکو مجموعي احتمالات لرلای شو.

## د دویم څپرکي پوښتنې

۱- د یوې کورنۍ درې ماشومان زمونږ مطلوب دی، احتمال لري چې لږ تر لږه د هغوی له ماشومانو څخه یوه انجلۍ وي ؟

۲- په یوه کڅوړه کې ۵ سپینې مرۍ او ۷ تورې مرۍ دي، له دغې کڅوړې څخه درې مرۍ یو ځای پورته کوو احتمال لري چې :

الف- درې واړه مرۍ سپینې وي.

ب- احتمال لري چې دوه مرۍ سپینې وي.

ج- احتمال لري چې لږترلږه یوه مرۍ سپینه وي.

د- احتمال لري چې لږ تر لږه دوه مرۍ سپینې وي.

۳- $P(A)=\frac{1}{3}, P(B)=\frac{1}{5}, P(A\cap B)=\frac{1}{8}$ وي معلوم کړئ چې:

$a-P(\overline{A})=?$

$b-P(\overline{B})=?$

$c-P(\overline{A}\cup\overline{B})=?$

$d-P(\overline{A}\cap\overline{B})=?$

۴- که په یوکورکې د ۰,۴۱ تور او سپین ۰,۸۵ رنګه اوله دواړو څخه ۰,۲۳ تلویزیون دشته والي احتمال موجود وي ، نوڅومره احتمال لري چې پدې کور کې به لږترلږه یو له دغو دوو ډولونو څخه شتون ولري؟

۵- احتمال لري چې یو شخص د پښتورګو (ګردو) تکلیف۰,۲۳ ولري او د زړه ناراحتي۰,۲۴ ولري او یا لږ تر لږه یو له دغو دوو ناروغیو څخه ۰,۳۸ وي. نوڅومره احتمال لري چې دواړه ډوله ناروغۍ به ولري؟

۶- په یوه جعبه کې ۱۲ دانۍ مرۍ دي چې دوه دانې یې تورې او پاتې نورې یې سپینې دي. له دغې جعبې څخه په ناڅاپي توګه یوه مرۍ راپورته کوو، وروسته پرته له دې چې لومړۍ مرۍ کیږدو په ناڅاپي توګه یوه بله مرۍ را اخلو، څومره احتمال لري چې دواړه مرۍ تورې وي؟

۷- د یوه ریاست د څوکۍ(پست) لپاره ۴ نوماندان شتون لري، د هغو وګړو د انتخاب پایلې چې متساوی الاحتمال دي په ۱،۲،۳او۴ ښیو، څرګنده کړئ چې د $B=\{1,3\}, A=\{1,4\}$ حوادث له یو بل څخه خپلواک(مستقل) دي ؟

۸- د قطعه بازۍ له یوه درجن څخه یوه قطعه په ناڅاپي توګه انتخاب شوې او لیدل کیږي چې نوموړې پاڼه خشت ده څومره احتمال لري چې:

الف- نوموړې پاڼه به یو غلام وي.

ب- نوموړې پاڼه به یو طوس وي.

۹- د زده کوونکو په یو ۱۲ نفري ګروپ کې ۸ تنه ممتازه زده کوونکي دي د ۱۲ تنو له جملې څخه د هغوی درې تنه ټاکل کیږي. احتمال په هغه صورت کې پیدا کړئ چې د انتخاب شوو زده کوونکو په منځ کې د هغوی ۵ تنه به ممتاز وي ؟

۱۰- پر هدف باندې د مرمۍ د لګیدو لپاره په یوه ځل دوه فیره کیږي. که د پیښې احتمال 0.7A او د پیښې احتمال0.8B وي احتمال په داسې صورت کې پیدا کړئ چې لږ تر لږه یو له هغوی څخه په هدف ولګیږي؟

# درېیم څپرکی

## د ترکیباتو تیوري

**عمومي موخه:**

په احتمالاتو کې د ترکیبي انالیز د قواعدو تطبیق

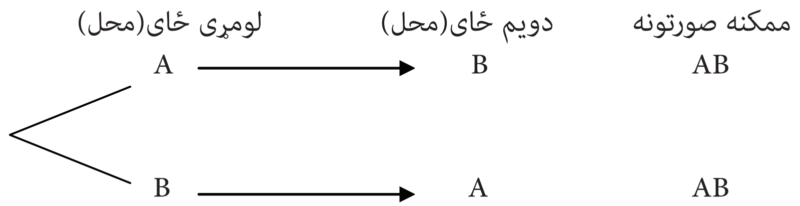
**د زده کړې موخې:** له محصلینو څخه تمه کېږي تر څو د دې څپرکي په پای کې:

- تبدیل تعریف او توضیح کړي او عناصر او پدیدې تبدیل او سمبال کړي.
- په عناصرو کې اختلاف تعریف او توضیح کړي، غیرمشابه او بیلابیل عناصر په یوه سټ کې سمبال کړای شي.
- ترکیب تعریف او توضیح کړي.
- د ساده ترکیب او بشپړ ترکیب توپیر وکړي.
- د ترکیب او تبدیل ترمنځ مهم توپیر توضیح کړي.

**تبدیل:**

د توپیر لرونکي n عنصر د ترتیب ټول امکانات د S په یوه سټ کې په معینو ردیفونو کې د تبدیلونو په نوم یادوي چې د ریاضي په احصاییه کې یو له مهمو او اهمیت وړ مبحثونو څخه دی. لاندې بیلګو ته پام وکړئ.

١- غواړو دوه کتابونه چې د A او B په تورو ښودل شوي دي په یوې الماری کې د یوبل ترڅنګ کېږدو ددې کار لپاره ممکنه صورتونه عبارت دي له:




د AB او BA له صورتونو څخه هر یو د Aاو B د دوو تورو د تبدیل په نوم لوستل کیږي.

**بیلګه:** د A , B , C درې عنصره د ټاکل شوو ردیفونو په پام کې لرلو سره کیدای شي په لاندې شپږو ډولونو باندې تبدیل او سمبال کړل شي :

$$(A,B,C)=ABC,ACB,BAC,BCA,CAB,CBA$$

څرنګه چې لیدل کیږي په تبدیل کې د ځای پر ځای کیدو ځای اړین دی، همدارنګه کولای شو تبدیل د S سټ اړوند جوړښت په پام کې لرلو سره په دوو عمده ګروپونو وویشو.

**الف-** که د S سټ ټول عناصر منفرد او له یو بل څخه توپیر لرونکي وي، د هغوی تبدیلي عبارت ده له:

$$P_n=n^1$$

له دې امله ویلی شو چې د سټ له عناصرو څخه هر منظم او محدود سټ ته تبدیلي وایي.

**نوټ-** په دې حالت کې تبدیل د ترتیب (Arrangements) په نوم یادوي چې په حقیقت کې د n څیز راتلل په مرتبه توګه د یو بل په څنګ کې وي.

**بیلګه:** د A , B , C او D توري په څو بیلابیلو بڼو د یوبل په څنګ کې ځای په ځای کیدای شي.

$$P_4=4i=4\times3\times2\times1=24$$

**ب-** که د S تر سټ پورې اړوند ټول یا یو شمېر عناصر په ورته توکو (په مشابه اجزاو) کې مشتمل وي د n عنصر تبدیل د لاندې فورمول څخه په استفادې سنجش کوو.

$$P_n=\frac{ni}{n_1i\cdot n_2i\cdot n_3i.......n_ki}$$

په دې فورمول کې $n_1 , n_2 , n_3 , ........... , n_k$ د هغو توکو (اجزاو) له شمېر څخه عبارت دی چې له یوبل سره ورته یا مشابه وي او د هغوی د ټولو حاصل جمع په n سره مساوي کیږي یعنې:

$$n_1+n_2+n_3+n_4+.........n_k=n$$

**بیلګه:** د AABB توري په څو بڼو تنظیم یا سمبالیدای شي:

$$P_n = \frac{ni}{n_1 i \cdot n_2 i \ldots\ldots n_k i}$$

$$P_n = \frac{4i}{2i \cdot 2i} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{24}{4} = 6$$

**بیلګه:** AAABB په څو بڼو سمبالېدای شي:

$$P_5 = \frac{5i}{3i \cdot 2i} = \frac{120}{12} = 10$$

**اختلاف:** د S په یوه سټ کې د n عنصر غیر مشابه سمبال یا تنظیم د Iپه ګروپونو کې یو عنصر د معینو ردیفونو په پام کې لرلو سره د S سټ د عناصرو د اختلاف په نوم نومول کیږي.

د بیلګې په ډول، کولای شو د S یو سټ A,B,C عناصر په شپږو دوو عنصري ګروپونو باندې په لاندې ډول ترتیب او سمبال کړو.

چانس ته د نظر په اختلاف د ګروپونو په مکرره توګه څرګندیدل یا ظهور په دوو ډلو ویشل کیږي:

$$(A,B,C) = \begin{Bmatrix} AB \\ AC \\ BA \\ BC \\ CA \\ CB \end{Bmatrix}$$

**الف- له تکرار څخه پرته اختلاف:** دا اختلاف د S یو سټ د ټولو عناصرو له ترتیب څخه د I عنصري په ګروپونو کې چې په هغه کې د ګروپونو د عناصرو ترتیب په معینو ردیفونو کې ممکن دی او هر عنصر یواځې یوځل په ګروپ کې د څرګندېدو چانس ولري عبارت دی. که د S سټ د عناصرو شمېر په n او د اړوندو ګروپونو د عناصرو شمېر په L وښیو نو د S سټ د n عنصر اختلاف د ریاضي له پلوه عبارت دی له :

$$V_{I(m)} = \frac{n_1}{(n-i)!}$$

**بیلګه:** د ABCD توري په څو درې توریزه ګروپونو باندې ترتیب او سمبالیدای شي؟

$$V3_{(4)} = \frac{4i}{(4-3)i} = \frac{4i}{1i} = 24$$

**بیلګه:** یوه څوکۍ یواځې د ناستې څلور ځایونه لري، په څو بڼو کېدای شي ۱۰ تنه په نوموړې څوکۍ کښیني؟

$$V4_{(10)} = \frac{10i}{(10-4)i} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6i}{6i} = 5040$$

**له تکرار سره اختلاف:** له تکرار سره اختلاف د S یوسټ د n عنصر ترتیب د I عنصري په ګروپونو کې دی چې په هغه کې:

۱- د ګروپونو د سټ عناصر د معینو ردیفونو په پام کې لرلو سره ترتیب شوي وي.

۲- د S سټ هر جوړ شوی یا متشکله عنصر د مکرره څرګندېدو چانس ولري. که N د S سټ د جوړو شوو عناصرو شمېر او I د یوه ګروپ د عناصرو شمېر وي، نو د S سټ د عناصرو له تکرار سره اختلاف د ریاضي له پلوه عبارت دی له :

$V_{i(m)} = n^i$

**بیلګه:** د ABC توري په دوه توریزو ګروپونو داسې ترتیب کړئ چې د S سټ هر عنصر د مکرره څرګندېدو چانس ولري.

$V2_{(3)} = 3^2 = 9$

**ترکیبونه (Combinations):** ترکیب د S یوه سټ د عناصرو سمبال د I عنصر په ګروپونو کی دی چې په هغه کې د عناصرو ترتیب په معینو ردیفونو کې رعایت نه شي، ترکیب هم د اختلاف په څېر د ګروپونو د مکرره څرګندېدو د چانس په نظر په دوو ډلو ویشل کیږي.

**الف- ساده یا له تکرار څخه پرته ترکیب:** د یوه سټ د عناصرو له ترکیب څخه په I عنصر ګروپونو کې دی چې په هغه کې د ګروپونو د عناصرو موقعیت په معین ردیف کې رعایت نه شي او د S سټ هر عنصر یواځې یوځل د څرګندېدو چانس ولري.

د بیلګې په ډول د ABCD څلور توري کولای شو په شپږو دوه عنصري ګروپونو او څلور درې عنصري ګروپونو په لاندې ډول تنظیم کړو.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| AB | AC | AD | BC | BD | CD |
| | | ABC | ABD | ACD | BCD |

که N د S سټ د عناصرو شمېر او I د یوه ګروپ د جوړو شوو عناصرو شمېر وي، ترکیب د S سټ عنصر د N له تکرار څخه پرته د I عنصر په ګروپونو کې کولای شو د لاندې فورمول څخه په استفادې لاسته راوړو.

$$Ci_{(n)} = \frac{ni}{1i(n-1)i} = \frac{n(n-1)(n-2).....(n-i\_1)}{}1i$$

په دې حالت کې $i < n$ وي.

ښرګنده ده چې:

$$\begin{bmatrix} n \\ 0 \end{bmatrix} = 1 = \begin{bmatrix} n \\ n \end{bmatrix}$$

د $\begin{bmatrix} n \\ i \end{bmatrix}$ د سمبول په ځای د $C(n,i)$ او $C_n^i$ او یا $C\begin{bmatrix} n \\ i \end{bmatrix}$ له سمبولونو څخه هم استفاده کیږي.

**یادونه:** د تبدیل او ترکیب تر منځ توپیر دا دی چې په تبدیل کې د انتخاب ترتیب په پام کې نیول کیږي په داسې حال کې چې په ترکیب کې د انتخاب ترتیب اړین نه دی. د بیلګې په ډول که وغواړو له دریو تنو محصلینو (یاسمین، فرزانې او سوسن) څخه یوه دوه کسیزه کمیټه جوړه کړو.

د تبدیل له نظره پورتنی بحث د دوو تنو تبدیل یا بدلون د درې تنو له منځ څخه دی او دا بدلونونه (تبدیلونه) عبارت دي له: (فرزانه، سوسن)، (یاسمین، فرزانه)، ( یاسمین، سوسن) او سوسن، فرزانه، فرزانه، یاسمین، سوسن، یاسمین خو د ترکیب له نظره (سوسن،فرزانه) او (فرزانه، سوسن) دواړه یوه کمیټه جوړوي یعنې په دې ځای کې د انتخاب ترتیب اړین نه دی.

**بیلګه:** اوه تنه په خپلو منځوکې یو څلور کسیز ګروپ ټاکي. دغه ګروپ په څو بڼو څلور کسیزه جوړېدای شي؟

**ب- بشپړ یا له تکرار سره ترکیب:** له تکرار سره ترکیب د یوه سټ N عنصر په I عنصرګروپونو کې دی چې په هغه کې:

I- د عناصرو ترتیب په معینو ردیفونو کې په پام کې نه وي.

II- د S (سټ) هر عنصر د مکرره ښرګندېدو چانس ولري.

د ریاضي له پلوه کیدای شي د S سټ د N عنصر د ترکیب ټول امکانات د I عنصر په ګروپ کې د هر عنصر د مکرره ښرګندېدو چانس په پام کې نیولو سره په لاندې توګه سنجش کیږي:

$$Ci_{(n)} = \begin{bmatrix} n+i-1 \\ i \end{bmatrix} = \frac{\dfrac{(n+i-1)i}{li(n-1)i}}{= c^n n+i-1 = c^{n-1} n+i-1}$$

**بیلګه:** د ABCD توري په څو دوه عنصري ګروپونو ترکیب کولای شو، خو په دې شرط چې د نوموړي سټ عناصر د مکرره ښرګندېدو چانس ولري.

$$C2_{(4)} = \begin{bmatrix} 4+2-1 \\ 2 \end{bmatrix} = \frac{5i}{2i(4-1)i} = \frac{5\cdot 4\cdot 3i}{2i\cdot 3i} = \frac{20}{2} = 10$$

**د دریيم څپرکي د مطالبو لنډيز**

هغه بيلابيل حالات چې n شی په مرتبه توګه د يوبل څنګ ته قطار نيولی شي د هغوی د بيلابيلو ترتيبونو په نوم يادېږي او دغه ترتيبونه عبارت دي له :

$$P(n,n) = ni$$

او هغه توپير لرونکي حالات چې rشی له مختلف nشی $(r < n)$ څخه د يو بل څنګ ته مرتب کيدای شي د nشي rپه تبديلونو په نوم يادېږي چې د هغوی شمېر عبارت دی له:

$$P(n,r) = \frac{ni}{(n-r)i}$$

که چېرې د nشی د تبديلونو په شمېر کې څرنګه چې په هغه کې يو pد دفعه او بل د q دفعه له اشياوو څخه تکرار شوی وي عبارت دي له:

$$\frac{ni}{Piqi}$$

او که چيرې بيلابيل حالات چې r شی پرته د ترتيب په پام کې نيولو سره له n شی څخه بيل انتخاب کيږي د n شی rپه ترکيبونو په نوم يادېږي او د هغوی شمېر عبارت دی له:

$$\begin{bmatrix} n \\ r \end{bmatrix} = \frac{ni}{(n-r)i \cdot r^i}$$

## د درېیم څپرکي پوښتنې:

۱- د یوه ټولګي د څلویښتو تنو زده کوونکو له جملې څخه په څو لارو کولای شو درې تنه وټاکو، داسې چې یو تن له هغوی څخه د رئیس په توګه یو تن د منشي او یو تن د غړي په توګه وي؟

**یادونه:** په پورتنۍ بیلګه کې د عناصرو ترتیب په نظر کې دی.

۲- د شطرنج په یوه سیالۍ کې پنځه تنه زده کوونکي او پنځه لس تنه محصلین ګډون کوي، په څو لارو زده کوونکي په دې سیالۍ کې موقعیت نیونه کوي، داسې چې هیڅ زده کوونکی عین نمره لاسته را نه وړي.

**یادونه:** $A_{20}^{5}$

۳- په څو لارو ۱۰ بیلابیل مضمونونه په مهال ویش کې تقسیم بندي کولای شئ. په هغه صورت کې چې په مهال ویش کې هره ورځ ۵ بیلابیل مضمونونه تدریس شي.

۴- په څو لارو ۴ تنه په یوه مرکب ردیف کې د ۴ میزونو په شاو خوا کې کښیني؟

۵- یوه کورنۍ درې زامن او دوه لورانې لري.

الف- د هغو لارو شمېر چې هغوی په یوه ردیف کې کښیني پیدا کړئ.

ب- که وغواړو هلکان له یو بل سره او نجونې هم له یوې، بلې سره کښینې پیدا کړئ چې دا کار په څو ډولونو امکان لري.

۶- څو بیلابیل عدده کولای شو د 9,8,7,6,5,4,3,2,1,0 شمېرو سره ترتیب کړو داسې چې:

الف- په هر عدد کې له هر رقم څخه یو ځل استفاده وشي.

ب- صفري رقم په کینه خوا کې ځای و نه نیسي.

۷- ثابت کړئ چې:

$$\frac{ni}{(n-1)i} = n$$

۷- د قطعه بازۍ د ۵۲ قطعو له جملې څخه په څو لارو ۱۳ قطعې ټاکلی شو؟

**یادونه:** $C_{52}^{13}$

۸- لاندې افاده ساده کړئ.

$$\frac{C_n{}^3 \times C_3{}^2}{C_9{}^5}$$

۹- په مصنوعي اقمارو کې یوه تنظیم کوونکې عملیه اړینه ده، دا ټیم د مصنوعي قمر له قومندان، لومړی او دویم مرستیال، دوه میخانیکه او یو ډاکتر او هیئتونو څخه مشتمل دی او داسې ټاکل کیږي، درې تنه چې عبارت دي له قومندان او مرستیالان، د ۲۵ تنو له جملې څخه دوه میخانیکه د ۲۰ تنو انجنیرانو له جملې څخه او یو ډاکتر له ۸ تنو ډاکترانو څخه په څو لارو کولای شي نیمایي فضانوردان ترکیب کړي.

۱۰- د الجبر له ورته یا مشابه درې کتابونو او د هندسې ورته یا مشابه څلورو کتابونو څخه په څو لارو کولای شو څو کتابه (لږ تر لږه) یو انتخاب شي.

۱۱- څو بیلابیل څلور رقمي عدده کولای شو د ۲،۱،۰ له شمېرو څخه ترتیب کړو، کله چې د شمېرو تکرار مجاز وي.

**یادونه:** $A_3^4 - A_3^3$ هغه شمېرې چې صفر د هغه کيڼ لوري ته ځای په ځای کیږي منفي شي.

۱۲- د څلورو رنګونو سور، آسماني، شین او زیړ په مرسته څو دوه رنګه بیرغه په افقي فیتو سره ترتیب او د BABBY کلمې له کلمې څخه جوړولای شو.

۱۳- د m علامت شمېر هر یو مرکب له اتو بیرغونو څخه په یوه عمودي کرښه کې چې کیدای شې له څلور سرو بیرغونو څخه د تمیز یا فرق وړ نه وي، له درې سپینو بیرغونو څخه د تمیز وړ نه وي او یو آسماني بیرق جوړ کړو، پیدا کړئ.

۱۴- د پرچون فروشۍ په یوه دوکان کې لس ډوله پست کارتونه شتون لري په څو ډوله کولای شو له ۸ او ۱۲ پست کارتونو څخه ترکیب جوړ کړو په دې شرط چې د کارت په ټاکلو کې تکرار مجاز وي.

## سرچينې او اخېستنې

۱- لکچر نوت کورس مامورین احصایه Basic Statistics Loatse (۲۰۰۹)
۲- پوهاند دکتور مراد علی اصیل سال (۱۳۶۵)
۳- کلچر نوت ها از پوهنحی اقتصاد سال (۱۳۸۷)
۴- اسناد و ارقام مستند از سایت های انترنتی
۵- پوهاند غلام سنایی پوهنیار ذکیه حل مسایل احتمال سال (۱۳۸۶).
۶- آذری عبدالرحمن ریاضیات جدید سال (۱۳۷۰).
۷- لکچر نوت های کورس مقدماتی نیما سال (۱۳۸۷).
۸- موحد حبیب الله تیوری احتمالات سال (۱۳۸۵).

## د ښوونيز نصاب د پراختيا د رياست پيغام

د پوهنې وزارت د تخنيکي او مسلکي زده کړو معينيت دښوونيز نصاب د انکشاف رياست د ټولنې دعيني او ښکاره ضرورت په درک کولو سره چې د محصلينو او شاگردانو د درسي کتابونو په برخه کې يې تخنيکي او مسلکي رشتې درلودې او لري يې، په لومړي سرکې يې تصميم ونيو، چې په ښوونيزو پلانونو او درسي مفرداتو باندې بياکتنه وکړي او ورپسې بيا د شاگردانو او محصلينو د درسي کتابونو د تاليف لپاره مبادرت او کوښښ وکړي. د خدای(ج) په فضل او مرحمت سره او د ادارې او حسابدارۍ څانگې د ښوونکو په ميړانې او همت سره د ادارې او حسابدارۍ درسي کتابونه تاليف شول تر څو په وړيا ډول د شاگردانو او محصلينو په واک او اختيار کې ورکړل شي.

د علم او معرفت له ټولو لوستونکو، علاقمندانو، د ادارې او حسابدارۍ د مکاتبو له ښوونکو، گرانو شاگردانو او د تخنيکي او مسلکي زده کړو د چارو له متخصصينو او همدا شان له ټولو څېړونکو او شنونکو څخه صميمانه هيله کيږي، چې د دې کتابونو په مطالعې سره چې په لومړي ځل د ښوونکو او د ادارې او حسابدارۍ څانگې د مسلکي غړو له لوري تاليف او تدوين شوي دي. د مسلکي، تخنيکي او علمي مطالبو او مفاهيمو د څرنگوالي په هکله خصوصاً د هغوی املايي او انشايي اشتباهاتو په اړهمونږ ته لارښوونه وکړي، ترڅو په راتلونکي کې وکړای شو، په همدې او نورو برخوکې گرانو شاگردانو ته له دې څخه ښه، غوره، گټور او ارزښتناکه موضوعات وړاندې کړو.

همدا شان له گرانو شاگردانو او محصلينو څخه هيله کوو ترڅو د دې کتابونو د مطالعې او استفادې پر مهال د هيواد اقتصادي ستونزې، فقر او وروسته پاتې والی په نظرکې ونيسي او د کتابونو په ساتنه کې کوښښ او زيار وباسي، ترڅو د ډېرو شاگردانو او محصلينو د گټې وړ وگرځي.

پته: دپوهنې وزارت – دتخنيکي او مسلکي زده کړو معينيت د تعليمي نصاب د انکشاف رياست – دکتابونو د تاليف او د درسي ممدو موادو د برابرولو عمومي مديريت.