له اوم تر دولسم ټولګي پورې

د ښوونځي د شمیرپوهنې کتابونو ته یو ځغلند پام.

د ښوونځي په کتابونو کې ستونځې هر اړخیزه دي، چې زه یې دلته په ټولو اړخونو نه غږیږم، داسې لنډ لیکم: کتابوه پنډ او په ځانګړې توګه یې په نور منځ پانګې برسیره، چې ګوته ورته نیسم په یاد راوړم، چې د ټولو ټولګیو په کتابونو کې د احصایې او احتمالوالي برخه باندې نه لیکونکي پوه شوی، نه به پرې استاد او نه زده کوونکي پوه شي، داپه دې معنا، چې دا برخې باید ترې لرې شي .

زه په لاندې کې یواځې د کتابونو ناسمون ته ګوته نیسم. د هر کتاب څخه داسې د نمونې په څیر څه رااخلم.

د اوم ټولګي کتاب یوې برخې ته ځغلند پام:

له هرڅه لومړی د سټ تعریف ورکوم، چې په راتلونکي کې د ګران نصاب لیکونکي تعریف سره یو څه د پرتلې ولرو:

تعریف: سټ د ځرګند ټاکلو یو له بل کره توپیرېدونکو شیانو ټولګه ده. شیان چې سټ ترې جوړ شوی دی، د سټ توکي یا غړي او که غواړی عناصر بللکیږي.

انګریزي پیژند یې:

A mathematical *set* is defined as an unordered collection of distinct elements

سټ چې له توکو 2,3,4,5, جوړ وي، داسې لیکو: A = {2, 3,4, 5}

دلته 2 د سټA توکی دی، چې داسې یې لیکو: $2 \in A$ **(ویل 2 له A څخه یا 2 په A کې) او 6 د سټ Aتوکی نه دی، چې داسې یې لیکو:** $6 \notin A$ **(ویل: 6 له Aڅخه نه یا 6 په A کې نه).**

یا دالاندې د کانتور تعریف، چې غوره یې همدا دی.

... G. **Cantor**, the principal founder of **set theory**, **defined** a set as "a collection into a whole, of definite,
well-distinguished objects (called the 'elements' of the set) of our perception or of our thought."

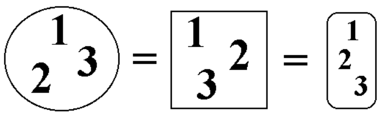
Ketabton.com

سټ په درې ډوله لیکل کیږي:

۱ - شمیرنیزه لیکندول: A = {2, 3,4, 5}

۲ - شننیز لیکندول: **A={x|** $x \in N \wedge$ **1< x<6}**

د ۲ - لوستل: ست A د ټولو x سټ دی، چې x یو طبیعي عدد دی، له 1 لوي او له 6 کوچنی دی. پورته $\wedge$ د او په معنا دی.
۳ – د ون دیاګرام سره سټ انځوریږي:



تشسټ: تشسټ یو سټ دی، چې کوم توکی نه لري

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

ليکندود:
❶ تشسټ په ښوونځي کې داسی ليکل، کيږي : { }
❷ بل ډول ليکندود يي داسي دی$\emptyset$

پام : دا مخامخ ليکندود د تش سټ لپاره ناسم يا ناتيک دی : $\{\emptyset\}$

دا پورته يومخ په شپږو مخونو کې ليکل شوي. وبه ګورو، چې هغه ناسم دي.

اوس کتاب ته راځو

په دريم او څلورم مخ کې ليکي(دا بيخي هغه پيل دئ)

هريک از تیم‌های فوق یک خصوصیت مشترک دارند یا به عبارهٔ دیگر هر یک از این تیم‌ها یک مجموعه(ست) را تشکیل می‌دهند.

د ليکونکي سور ليکلی غوره دی او څه تري نه پوهيدل کيږي.

،، خصوصيت مشترک ،، يعني څه؟ او دا چي ،،سټ جوړوي،، يعني سټ څه شي دی؟ تراوسه د سټ تعريف نه شته. دا لاندې هم ناسم څه ورکوي يعني د سټ د ليکني يو ډول يي په څو دوله نوموي او بيا د سټ د ليکلو ځخه په ناسمه توګه غږيږي.

ست ها را می توانیم توسط اشکال مختلف نشان دهیم که بنام **دیاگرام وین** یاد می شوند. طور مثال می‌توان ست های A, B و C را در اشکال زیر نشان دهیم.

،، سټها را ميتوان توسط اشکال مختلف نشان دهيم،، . پورته درې ډوله ليکل شوي دي. دا دون دياګرام په توګه ليکنه ده، چي د سټ يو ډول ليکندول دی، اشکال يي په دې توګه چي ليکونکي غواړي وليکي، پا ي ته نه رسيږي. ،، بي شميره نه ليکم، ځکه چي دا په رياضي کې يو بله ترې پوهيدنه لري.

زما په اند به ـ که څه هم ګران ليکونکي دې ته ګوته نه ده نيولي- دا لاندې د سټ تعريف وي، چې زما له پورته تعريف سره نيمګړی دی، چې اوس يي ورکړي.

يو شمير ځانګړو شيانو ته سټ او پخپله شيانو ته د سټ عناصر(غړي) وايي.

شيان ځانګړي نه دي بلکه شيان ټاکلي يا تعين دي، ګورو چي په پورته کې دا نه دي ليکل شوي، چې توکي يا عناصر يي يو له بل کره توپير لري، چې بې له دې تعريف ناسم دی.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوس باید پوه شو، چي د سټ تعریف کوم دی؟

هودا اخر یې باید تعریف وي، چي له دې د مخه یې تش سټ په ګوته کړي او د سټ لیکل هم. دا هرڅه سره ګډوډ او هم ناسم دي.

۵ ــ مخ

عناصر یک ست(Members of a Set)

لیکونکي دا په دوه مخه کې لیکلي او دا لاندې یې هم په دوه مخ کې لیکلي، چي موږ پورته د تعریف سره یوځای لیکلي او باید داسي هم وي.

اتم مخ

طرق نوشتن یک ست

د اتم مخ پورې نور څه لیکل شوي؟

لیکونکي د سټ د لیکلو طریقي دوه ښایي او موږ وښوده چي په درې ډوله لیکل کیږي. لیکونکي دا یو ځل پورته لیکلي هم دي، چي دا یې تکرار دی.

مخ ۹

ست‌های مساوی و ست‌های معادل(Equal and Equivalent Sets)

د لاندې څخه به وپوهیږو، چي داپورته عنوان داسي لیکلی شو:

مساوي سټونه اوبرابر زوریز - یا ایکویوالنت سټونه

The **cardinality** of a set A, written as IAI or #(A), is the number of elements in A. Cardinality may be interpreted as "set size" or "the number of elements in a set".

د سټ زور: د سټ د توکو تعداد ته د سټ زور وایو. په پورته تعریف کې یې د سټ د توکو تعداد لیکلی او یا د سټ پراخوالی. خو موږ او تاسي یې زور بللی شو او داسي یې لیکو:,IAI or #(A)

For example, given the set **A = { 1,2,kanada, afghanistan,0,3}**

we can count the number of elements it contains, a total of six. Thus, the cardinality of the set A is 6, or $|A| = 6$. Since sets can be infinite, the cardinality of a set can be an infinity

دا لاندې تعریف ۲ او تعریف ۳ اړیین نه دی،چي ویې لیکو، خو د لړ روښانولو له امله یې لیکو.

دوه سټونه برابرزوریز دي - که ایکویوالنت ورته وایي هم خوښه مو- که د توکو تعداد یې سره برابر وي. په لاندې کي دا موضوع د فنکشن له لارې روښانه شوې، چي زه یې د روښانه وني لپاره راوړم. د دې تولګي لپاره یې دا پیژند نه دی.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

Definition 1: | *A* | = | *B* |[edit]

Two sets *A* and *B* have the same cardinality if there exists a bijection, that is, aninjective and surjective function, from *A* to *B*. Such sets are said to be *equipotent*,*equipollent*, or *equinumerous*.

For example, the set *E* = {0, 2, 4, 6, ...} of non-negative even numbers has the same cardinality as the set **N** = {0, 1, 2, 3, ...} of natural numbers, since the function*f*(*n*) = 2*n* is a bijection from **N** to *E*.

Definition 2: | *A* | ≥ | *B* |[edit]

A has cardinality greater than or equal to the cardinality of *B* if there exists an injective function from *B* into *A*.

Definition 3: | *A* | > | *B* |[edit]

A has cardinality strictly greater than the cardinality of *B* if there is an injective function, but no bijective function, from *B* to *A*.

If | *A* | ≥ | *B* | and | *B* | ≥ | *A* | then | *A* | = | *B* | (Cantor–Bernstein–Schroeder theorem). The axiom of choice is equivalent to the statement that | *A* | ≥ | *B* | or | *B* | ≥ | *A* | for every *A*,*B*.[3][4]

۲۱ ـــم مخ

هرگاه $A = \{a, b\}$ باشد، A دارای دو عنصر و هرگاه $B = \{1,2,3,4\}$ باشد، B دارای چهار عنصر می‌باشند. هرگاه ست اعداد طبیعی طاق بین 2 تا 20 را به C نشان دهیم، $C = \{3,5,7,9,11,13,15,17,19\}$ بوده و دارای 9 عنصر می‌باشد.

مثال اول: ست حروف صدا دار زبان انگلیسی یک ست متناهی است:

که عناصر آن قابل شمار اند $A = \{a, e, i, o, u\}$

اما ست اعداد طبیعی یک ست نامتناهی بوده که طور زیر نشان داده می شود.

که عناصر آن قابل شمار نمیباشند $N = \{1,2,3,4...\}$

اگر عناصر یک ست قابل شمارش(معین) باشند، به نام **ست متناهی** یاد می شوند. و اگر عمل شمارش عناصر یک ست به انتها نرسد، این گونه ست را **ست نا متناهی** می گویند. ست خالی نیز یک ست متناهی است.

لانديِ پښتو

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

که $A = \{a,b\}$ وي، A دوه عنصره او که $B = \{1,2,3,4\}$ وي، B څلور عنصره لري. که د 2 او 20 ترمنځ د طبیعي طاقو عددونو سټ په C سره ښکاره کړو، نو $C = \{3,5,7,9,11,13,15,17,19\}$ دی او 9 عناصر لري.

لومړی مثال: د انګلیسي ژبې د غږ لرونکو تورو سټ یو معین سټ دی.

چې عناصر یې د شمېر وړ دي: $A = \{a, e, i, o, u\}$

خو د طبیعي عددونو سټ یو غیر معین سټ دی چې په لاندې ډول ښودل کېږي.

چې عناصر یې د شمېر وړ نه دي: $N = \{1, 2, 3, 4...\}$

دا چې دی لیکي،،، که عناصر ان قابل شمارس نمیباشد،، یا چې ،، عناصر یې د شمیر وړ نه دي،، ناسمه ده.

سم یې: عناصر یې د شمیر وړ دي، خو پای نه لري یعني ناپای دي، یعني هغه د عربي لامتناهي دي. دا په دې معنا، چې ټاکلي دي یعني معین دي، شمیرل یې پای ته نه رسیږي.

ناشمیرنوړ هم شته، خو هغه بیا بله موضوع ده، دومره به یې یاد کړم، چې ریل عددونه ناشمیرنوړ دي، چې دا په پوهنتون کې ښوول کیږي.

دوه څه ته ګوته ونیول شوه، چې:

۱ - ،، چې عناصر یې د شمیرلو نه دي،، ناسمه ده او

۲ – د (Finite and Infinite Sets)

ژباړه یا متناهي او نا متناهي ده او یا معین او ِنا معین ده، دواړه نه شي کیدی. معین او نامعین لیکنه ورته ناسمه ده.

په سټ کې مهمې عملیې دي، چې لیکونکي یې څنې یادې کړي، خو نه په ترتیب.

۱۲ – م مخ

اگر هر عنصر ست A در ست B و برعکس هر عنصر ست B در ست A شامل باشد می گویم که این دو ست با همدیگر مساوی اند و میتوانیم بنویسیم:

$A \subset B$ و $B \subset A \Rightarrow A = B$

پورته لیکنه باید داسي وي::

$A \subseteq B \wedge B \subseteq A \Leftrightarrow A = B$

پورته $\wedge$ د او په معنا دی.

دا اصلاً داسي لنډ لیکل کیږي: که دA توکي په B کې خوندي وي یا د B توکي وي او د B توکي دA توکي وي، نوA اوB سره مساوي دي یا A=B او په څټ یا برعکس..

هر سټ د خپل ځان برخسټ یا سبسټ دی.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

۷۵ او ۷۶ ــ م مخ

قیمت مطلقهٔ یک عدد

د پورته عنوان لاندې ګران لیکونکی د دوه مخونو په لوبوالي دا تعریف لیکي:

آموختیم که:
• هر عدد که صفر نباشد (مثبت یا منفی) قیمت مطلقهٔ آن یک عدد مثبت است، قیمت مطلقهٔ صفرمساوی به صفر است، یعنی: $|0| = 0$ می باشد.
• قیمت مطلقهٔ یک عدد و قیمت مطلقهٔ متضاد آن باهم مساوی اند؛ یعنی:
$|-7| = |+7| = 7$

دا پورته خه چې لیکل شوي د عددونو مطلقه قیمت دی، خو د مطلقه قیمت تعریف باید وشي:

موږ داسې لیکو:

تعریف: قیمت مطلقه یک عدد قرار زیل میباشد:

$$|x| = x; x > o$$
$$|x| = 0; x = 0$$
$$|x| = -x; x < 0$$

۱۳۰ ــم مخ

دا لاندې یوه د هندسې څخه:

اگر مجموع دو ضلع از ضلع سوم کوچکتر باشد، مثلث تشکیل نمی‌شود.

داسې لیکنه ناسمه ده ،، اګر......،، . که مثلث نه تشکیل کیږي، نو بیا ضلعې د کومه شوې، چې کوچنیوالی او لویوالی یې سره پرتله کوې؟

اګر نه خواهي مثلث تشکیل نه میشود اګر به قسمې دیګر هم باشد. یو څه چې لیکل کیږي باید لیدوړ وي. یوه څیره چې نه وي، نو ضلع نه شته. له ضلعې چې غږېږی باید ضلعه وي.

دا خو کوم شکل یا څه شي نه دی.

ګران لیکونکی باید دا داسې ولیکي:
د یوه مثلث د دوه ضلعو (د مجموعي) اوږدوالی د دریمې ضلعې د اوږدوالي څخه لوی دی یا د یوه مثلث د دوه ضلعو د اوږدوالي مجموعي څخه د دریمې ضلعې اوږدوالی کوچنی دی.
یا که غواړی، نو داسې ولیکی:
که د دوه کرښو د اوږدوالي مجموعه د یوې دریمې کرښې له اوږدوالي کوچنی وي، نو دا درې کرښې مثلث نه شي جوړولي. چې مثلث نه جوړوي، نو مخ د مخه یې ضلع هم نه شي بللی.

۱۴۸ ــم مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

دو مثلثی که یک ضلع و دو زاویهٔ همجوار آن ها با هم مساوی باشند، یا یک زاویه و دو ضلع همجوار آن باهم مساوی و یا سه ضلع آنها باهم مساوی باشند مثلث ها انطباق پذیر می باشند
اما در مثلث های قایم الزاویه دو حالت دیگر نیز وجود دارد:
1- اگر وتر و یک زاویهٔ حادهٔ یک مثلث قایم الزاویه با وتر و یک زاویهٔ حادهٔ مثلث قایم الزاویهٔ دیگر مساوی باشند، این دو مثلث با هم انطباق پذیراند.
2- اگر وتر و یک ضلع قایم یک مثلث قایم الزاویه با وتر و یک ضلع قایم مثلث قایم الزاویهٔ دیگری مساوی باشند، این دو مثلث انطباق پذیراند.

اګر استاد محترم دقت ورزد، این دو حالت در مثلثهای قایمالزاویه، حالتهای دیګرې نیست.

در ۱ – دو زاویه و ضلع همجوار دو مثلث با هم مساوي میباشد و

در ۲ – در اینجا خم دو ضلع و زاویه بیني ان با هم مساوي مي باشد، این حالت دیګر نیست.

دې باندې بسیا کوو. دا نور درسونه هم همداسې دي. زما په لیکنو کې دا شته. زما د کتابونو د کتلو نړیوال جال هم تاسو ته په ګوته کوم.

اتم ټولګی

د اتم ټولګي کتاب کې یو عنوان:

،، د حقیقي عددونو مفهوم،، لاندې ښاغلی لیکونکي شپږ مخونه لیکي او هلته د هندسي ځیرو تشریح راوړي، حال دا چې موږ له ریاضي څخه غږیږو. که په قایمالزاویه مثلث کې ضلعي سره پرتله کو، هغه یوه ریاضیکي موضوع ده. په هر صورت ډېره اوږده لیکنه، چې متن یې دومره باید نه وي، چې له چا څخه په کې لار ورکه شي.

د عددونو په عملیو کې ـ که د اووم ټولګي دي یا د اتم ټولګي- سیستم نه شته او پوره هم نه دي راوړل شوي. دلته پوره روښانتیا ته اړتیا شته.

۱۸ مخ

1- د جذرالمربع عدد په خپل ځان کې ضرب، د ضرب حاصل جمع پاتې مساوي له اصلي عدد سره وي.
2- د جذرالمربع دوه برابره جمع یو(1) له پاتې څخه زیات دي.

موږ په جذر کې درې څه لرو. لومړي جذر، دویم د جذر لاندې عدد، دریم د جذر وېستلی عدد یعني هغه عدد، چې د جذر نیوني څخه لاس ته راغلی وي. دې ته دې فکر وشي، چې له جذر وېستلي عدد څخه د جذر لاندې عدد څنګه بیرته لاس ته راوړو؟ ....

زه پوهیږم، چې ګران لیکونکی څه لیکل غواړي، خو دا په خبرو سم نه شي لیکلی. که د د ه دا خبرې په ریاضي ژبه ولیکل شي، نو یو څه به ترې لاس ته راشي چې پرې پوه به نه شو . راځې چې دا د خبرو څخه د ریاضي په ژبه ولیکو او وګورو، چې لیکونکي څه غواړي:

1 - جذرالمربع عدد دې $\sqrt{5}$ وي. په خپل ځان کې ضرب یې 5 دی. جمعه یې پاتې نه پوهیږم خو ?5+، چې څه شي. برابر په اصلي عدد؟ یعني څه. اصلي عدد کوم دی.

2 - جذر مربع $\sqrt{5}$، دوه برابره یې $2\sqrt{5}$ جمعه یې ۱ یعني $2\sqrt{5}+1$ دی او پاتې به څه وي ، چې دا ترې لوی وي؟

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

ګورو، چې هرڅه ګډ وډ دي او نه پوهیږم، چې دا څه به ده ولې لیکلي و؟.

۱۹ مخ

د جذري عددونو جمع او تفريق په داسې حال کې کيدای شي، چې تر جذرالمربع لاندې عدد او د جذرالمربع درجه يو ډول وي. د ورته(مشابه) حدونو ضريبونه يو له بل سره جمع او يا يو له بله تفريقوو.
په عمومي توګه: $x\sqrt[n]{a} \pm y\sqrt[n]{a} = (x \pm y)\sqrt[n]{a}$

سم يې: د جذري عددونو یا په ټولیزه توګه د ریل عددونو جمعه او تفریق هر وخت کیږي. د دې لاندې او پورته لیکنو خو ځوک نه شي پوهیدلی، چې ګران لیکونکی اصلاً څه لیکي یا وایي؟

په پورته سره لیکنه، چې د لیکونکي لپاره غوره ده، ځوک نه پوهیږي، خو موخه یې دا لاندې ده:

که $x\sqrt[n]{a} \pm y\sqrt[n]{a}$ **ولرو، نو په دواړو د جمعې- تفریق اعضاو کې ګډ ضریب له قوس دباندې راباسو او لیکو:**
$x\sqrt[n]{a} \pm y\sqrt[n]{a} = (x \pm y)\sqrt[n]{a}$

په داسې موضوعاتو کې ډېرو خبرو ته اړتیا نه شته او ځای هم نه لري.

۲۰ ـــ م مخ

فعالیت:

- د $\sqrt{16}+\sqrt{9}$ او $\sqrt{9+16}$ قيمتونه په لاس راوړئ، دا قيمتونه يو له بل سره پرتله کړئ؟
- د $\sqrt{100-36}$ او $\sqrt{100}-\sqrt{36}$ قيمتونه په لاس راوړئ، آيا دا دوه قيمتونه يوله بل سره مساوي دي؟

له پورته فعاليت څخه نتيجه اخيستل کيږي، چې:
$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a}+\sqrt{b}$
$\sqrt{a-b} \neq \sqrt{a}-\sqrt{b}$

ز ه دا دلته نه ښایم. وخت نیسي، فقط داسې لیکم:

که a او b دواړه او یا یو یې د صفر سره برابر وي، نوبیا څنګه؟

ځوک چې هر څه لیکي، هغه بندیزونه یا غزېدنې یې هم باید ورسره ولیکل شي.

۲۹ ـــ م مخ

په یاد ولرئ: که چېرې د يوه عدد توان او د جذر درجه يو له بل سره مساوي، وي داسې پايله لاسته راځي:
$\sqrt[n]{a^n} = a^{\frac{n}{n}} = a^1 = a$

زما د روښانه ونې پیل:

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

که ولرو $\sqrt{2^2}$ نو لاس ته تري راځي $\pm 2 = \sqrt{4}$ بیا څه.
او

$\sqrt{(-2)^2}$ نو لرو $\pm 2 = \sqrt{4}$

او که $(\sqrt{2})^2$ ولرو، نو فکر په کې وکړی. دلته دابرابر په ۲ کیږي.

څه چي لیکو، نو د سمون په هکله یي باید مسئول وو.

په دې هکله زما د شمیرپوهني ستر کتاب کتلی شی.

۳۰ ــ مخ

په لاندې کې a,b,c د صفر سره نامساوي باید نه وي، بلکه باید منفي اعداد نه وي، په هغه حالت کې چې اکسپوننت یو جوړه یا جفت طبیعي عدد وي.

5^3

III- په عمومي توګه د ضرب په عملیه کې ویلای شو چې که چېرې قاعدې نامساوي او کسري توانونه یې مساوي وي، په داسې حال کې چې b،a او c حقیقي عددونه او د صفر خلاف وي:

$a^{\frac{1}{n}} \cdot b^{\frac{1}{n}} \cdot c^{\frac{1}{n}} = (a \cdot b \cdot c)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{abc}$

دلته باید دا نیونه یا فرصیه وي، چې د جذر لاندې عددونه منفي هم نه وي.

ستونځي : دلته ستونځي په دې کې دي، چې د یوه پلوه موضوع د وخت څخه د مخه لیکل شوي او له بله پلوه د ریښي درس پوره نه دی لیکل شوی او په همدې توګه د پوتنځ درس هم.

۳۰-م مخ

که د توان او جذر قوانین سم درس ته راوړل شوي وای، نو بیا دا هم لیکل کیده.
دا پورته په جملو تشریح ناسمه راځي.جمله سم یا پوره څه نه وایي.
لنډ: که مختلف ، د صفر سره نابرابر د قاعدې اعداد a,b,c همغه کسري توانونه ولري، نو ضرب یې داسي لیکل کیږي:

$a^{\frac{1}{n}} \cdot b^{\frac{1}{n}} \cdot c^{\frac{1}{n}} = (a \cdot b \cdot c)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{abc}$

۶۹ مخ

په ورته شکلونو کې هم ډوله زاویې یو له بله سره مساوي دي او د هم ډولو ضلعو نسبت د یو ثابت مقدار لرونکي دي چې دې ثابت مقدار ته د ورته والي نسبت وایي که چېرې دوه شکلونه داسې اړیکې ولري ، دا شکلونه، سره ورته شکلونه دي ، دوه ورته شکلونه د (~) نښې په واسطه ښیي.

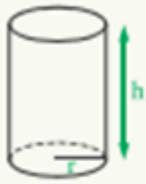
دې پورته کې روښانه نه ده او نه چیرته تعریف شوې، چې همډوله زاویې یا همډوله ضلعې په څه معنا دي؟ تیره کونجونه که مساوي وي یا نا مساوي، همډوله دي. همداسې پڅکونجونه، که برابر وي یا نابرابر، خو همډوله دي او له دي.
سم: ورته - یا برابرارزښته دربګوډي ځیرلي. دوه دربګوډي ورته دي، که اړونده کونجونه یې سره برابر وي.
دا یې له خو جملو یوه جمله ده.
۱۴۳ ــ مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

قايمه استوانه له دوو انطباق منونكو دايروي قاعدو او يوې جانبي سطحې څخه چې پر قاعدو باندې عمود ده، جوړ شوې ده. كه چېرې د هغې ارتفاع په h او د قاعدې شعاع يې په r سره وښيو نو د هغې ټول مساحت په A سره ښيو:

پورته له دويمې كرښې:،، ... كه ... سره ...، نو ... سره ښايو.،،
دا د يوې وينا نتيجه نه ده.
كه يو څه ولرې، نو ترې لاسته ... راځي. يعنې كه... ، نو ..... .
دلته ګران ليكونكي سم نه ليكي.
سم: موږ د توتې اتفاع په... ، د دايرې وړانګه په... او ټوله سطحه په ... سره ښايو.



$s = 2\pi r \cdot h$ د جانبي سطحو مساحت

$= 2\pi r^2$ د دوو قاعدو مساحت

د استوانې كلي مساحت $A = 2\pi r^2 + 2\pi r \times h$

$\pi = 3.14$ $A = 2\pi r(r + h)$

د دايرې مساحت چيرته تعريف شوي؟؟؟؟
دايره په نهم ټولګي كې لوستل كيږي.

١٥٩

له پورته فعاليت څخه ليكلای شو:
كولای شو د قاعدې او قانون د بيانولو لپاره د تورو څخه كار واخلو څرنګه چې د تورو په ځای مختلف قيمتونه ليكلای شو نو دغه ډول توري متحول بلل كيږي.

١٥٩

قاعده او قانون او بيانول يي او داسې ليكل يې چې له تورو څخه په كې كار اخلې؟

ګران ليكونكي غواړي، چې د واريابل يا متحول يا تغيرخوړونكي تعريف وكړي، خو ترې پيچلی كيږي او لار ترې وركيږي. لاندې ورسره پرتله كړی.

موږ ليكو:

پيژند: هغه توري، چې د اعدادو ځاي نيونكي وي يا د اعدادو په ځای ليكل كيږي، متحول يا تغير خوړونكي يا مجهول يا واريابل بلل كيږي،، چې په x,y,z;... سره ښول كيږي.

مخ ــ ١٨٣

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

په پورته فعالیت کې د یوه کیلو ګرام بورې د تللو او د مختلفو وزنو سره په تعادل کې راوړل د معادلې د مفهوم لپاره لاندې نتیجه په لاس راوړو.

۱۸۳

تعریف

یو الجبري مساوات چې یو نامعلوم متحول ولري او د مجهول د ځینو قیمتونو لپاره صدق کوي معادله بلل کیږي، هغه عدد چې الجبري مساوات په یوه عددي مساوات بدلوي د معادلې حل یا ځواب بلل کیږي.

• هر هغه شی چې د معادلې په حل کې هغه ته قیمت پیدا کوو د معادلې مجهول بلل کیږي او هغه په X سره ښیي.

په پورته لیکنه کې ګران لیکونکي څه نه وایي او په څه ویلو هم نه پوهیږي. پېنتو هم سمه نه لیکي.

سم يې داسي دی:

پیژند: که چیرې دوه ترمونه د مساوي نخښې له لارې سره ترلي وي، دا برابرون یا مسات یا معادله بلل کیږي.

اتم ټولګي ته کتنه همدلته بس کوو. دا پسې هم دومره غوړین نه دي.

نهم ټولګی

اوم ځپرکی
دويمه درجه یو مجهوله معادله
۱۷۷ – م مخ
له دې د مخه چې د لیکونکي په لیکنه پیل کوو، زه دې موضوع ته لنډه ګوته نیسم، چې دا څه دي؟
دویمه درجه یومجهوله معادله په ننیو ادباتو کې د مربع مساوات (څلورئ برابرون) یا د مربع معادلې په نامه یادیږي،
چې دا لاندې درې بڼې یې په کې څیړل کیږي:

لومړی بڼه: $ax^2 + c = 0$
بڼه بدلون و $x^2 = ?$ ته او د رېښه نیونې له لارې حل
دويم بڼه یا ډول: $ax^2 + bx = 0$
د مجهولي یا متحولي x له نوکانو ایستلو له لارې حل.
$x(ax + b) = 0$ او د صفر ضرب جمله و کاروی.
دریمه بڼه: $ax^2 + bx + c = 0$:
مساوات په نورمال بڼه راوړئ
$x^2+px+q = 0$ او د P-q -فرمول سره حل کړی.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$ د $: D = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ سره

د $D > 0$ لپاره دوه حلونه شتون لري. $L = \{x_1 ; x_2\}$

د $D = 0$ لپاره ډبل حل شتون لري $x_1 = x_2 \Rightarrow L = \{x_{1/2}\}$

د $D < 0$ لپاره حل شتون نه لري. $L = \{\ \} = \varnothing$

دا پورته د شمیرپوهنې په ادبیاتو د p-q -فرمول په نامه یادیږي.

د ویېتا د ریښې جمله(موخه د مربع مساواتو د حلونو جمله هم کیدی شي. د ویتا جملې په مرسته د مربع مساوات سم یا نا سم حل ازمایل کیږي):

که مربع مساوات $ax^2 + bx = 0$ دوه حلوه ولري، نو باور لري:

$-x_1 - x_2 = p$ او $x_1 \cdot x_2 = q$

د یوه مربع مساوات کرښیزه بڼه:

$L = \{x_1 \mid x_2\}$ دې د یوه مربع مساوات حل وي.

$$\underbrace{(x - x_1)}_{\text{Faktor 1}} \cdot \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Faktor 2}} = 0$$

نو باور لري: (ضرب)

یا $a(x - x_1)(x - x_1) = 0 \Leftrightarrow L = \{x_1 \mid x_2\}$

لنډ او پوره پام ورته کړو: مربع مساوات یا دوه حله لري یا کوم حل نه لري او یا ډبل حلونه لري.

لیکونکي په اصلي برخه کې د مربع مساوات د لومړیو دوه بڼو سره تماس نه دی نیولی، بواځې دریمه بڼه یې تر څېړنې نیولې او دا هم پوره ناسمه، چې روښانه به شي:

د لیکونکي لیکنه:

په ۱۷۷ مخ کې دروند لیکونکي لومړئ بیلګه راوړي. تاسو دا وګورئ، چې څه لیکي او یا دلته یې دویمې درجې ته فکر کړی؟

بل مخ کې مثال راوړي او بیا حل وروسته څېړي. هغه به وګورو، چې هغه به څه وي. د معادلې حل نه شته مثالونه راوړي اونور څه نه شته. دا ۱۷۷ او ۱۷۸ مخونه د درس سره سر او کار نه لري.

دی د مکملې او نیمګړې معادلې عبږیږي. زما لیکنه وګوري.

څو مخونه کار کوي، هغه هم ناسم او بیا په ۱۷۹ ــم مخ کې د دویمې رجې معادلې حل ته راځي.

مخ ۱۸۱ کې بیا بل عنوان غیر خطي اړیکي. زه نه پوهیږم چې ولې داسې زر زر دی خپل فکر بدلوي؟

لیکونکی لاندې لیکي:

$$(x+p)^2 = q^2$$

خو بیا یې د دې فرمول حل سره تماس نه دی نیولی

۱۸۷- م مخ

محمد بن موسی دا لاره(طریقه) د دویمه درجه معادلې لپاره پیدا کړله. د دې طریقې په پوره کیدو سره د دویمې درجه معادلو په حل کې په بشپړه(عمومي) توګه ګټه اخیستل کیږي، په دې تګلاره(روش) کې د $x^2 + bx + c = 0$ دویمه درجه معادله په $(x+p)^2 = q^2$ بڼه بدلیږي چې د تجزیې پراوونه یې عبارت له:

لیکونکي لاندې بیلګه هم د نورمال بڼې په لیکدود راوړي او د مربع د تکمیل له لارې مخ ته تللې، خو ګورو، چې په اخر کې یې موضوع خرابه کړې او دا لاندې ناسم لیکي:

لومړی مثال راوړي:

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: د $x^2+2x-8=0$ معادله د تکمیل مربع په تګ لاره حل کړئ.

حل: لومړی معادله په لاندې ډول لیکو:

$$x^2+2x=8$$

د x د ضریب نیمایي په لاس راوړو، مربع یې له دواړو خواوو سره جمع کوو:

$$x^2+2x+1=8+1$$
$$(x+1)^2=9$$
$$x+1=3$$
$$x=2$$

او پسې لیکي.

یادونه: ټولې دویمه درجه معادلې نشو کولای په دې تګ لاره حل کړو ځکه دا لاره هندسي تعبیر ته اړتیا لري؛ نو ځکه په دې لاره نشو کولای هغه معادلې چې منفي جذرونه لري هم په

د لیکونکي داسې

$$(x+1)^2=9$$
$$x+1=3$$
$$x=2$$

حل نیمګړی او که غواړی ناسم دی او په لاندې توګه تصحیح کیږي:

$$(x+1)^2=9$$
$$x+1=\pm\sqrt{9}$$
$$x=\pm3-1$$
$$x_1=2$$
$$x_2=-4$$

ګورو، چې د لیکونکي د لیکنو په خلاف دوه حلونه شتون لري.
بیا: مربع مساوات دوه حله یا یو ډبل حل لري او یا کوم حل نه لري.

۱۸۸ ـم مخ

لاس راوړو.
لیکونکي پورته د مربعتکمیل څخه غږیږي او دلته یې په حل پیل کوي او دابیا نیمګړي پرېږدي.
لیکونکي لیکي

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

- د $ax^2+bx+c=0$ معادلې دواړه خواوې په a ويشو:

$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$$

- ثابت عددونه د معادلې يو خوا او مجهول حدونه د مســاوي بلې خوا ته ســره چاڼوو د x د ضريب د نيمايي مربع د معالې دواړو خواوو ته جمع کوو:

$$x^2+\frac{b}{a}x+(\frac{b}{2a})^2=(\frac{b}{2a})^2-(\frac{c}{a})$$

$$(x+\frac{b}{2a})^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$$

د لنډې ليکنې لپاره b^2-4ac په Δ سره ښيوو.

ليکونکی لاندې د ښوونې نږدې اخره برخه راوړې او پسې حل نه پوره کوي او په لاندې توګه د فعاليت په نامه مخ ته ځي:

فعاليت

هره دويمه درجه معادله چې $ax^2+bx+c=0$ بڼه ولري، لاندې پوښتنو ته ځوابونه ووايئ:

1- که $\Delta=b^2-4ac=0$ وي؛ نو په دې صورت کې د معادلې حلونه کوم دي؟

2- که $\Delta=b^2-4ac>0$ وي؛ نو په دې صورت کې د معادلې حلونه کوم دي؟

3- که $\Delta=b^2-4ac<0$ وي؛ نو ايا معادله د حقيقي عددونو په سټ کې حل لري؟

زه نه پوهيږم، چې دی ولې دا حل سر ته نه رسوي؟
مساوات نه دی حل شوی. د دې موضوع اصلي برخه همداده، چې دا فرمول حل شي.
پسې بيا پايله ليکي:

لومړی پايله: د $ax^2+bx+c=0$ دويمې درجه معادلې چې b,a او c حقيقي عددونه او $a\neq 0$ وي.

دا پورته داسې غزول کيدی شي. ،، ....،،. يعنې دا به داسې وغزوو: د .... چې ... او ... وي، نو دا به ډېر ناسم کار دي.
دا پورته پايله نه ده، بلکه دا د مربع مساوات تعريف په بنسټ دی، a له صفرسره بايد برابر نه وي، ځکه چې دامربع مساوات دی، پرته له دې بيا مربع مساوات نه شي کيدی.
بيا وايم: ليکونکي تل په دې ډول پايلې راوړي، چې سمې نه د او سمې يې هم نه راوړي.
که د ليکونکي پورته ليکنې ته پام وکړو، نو باور وکړی، چې پوره ستونځې لري.
ګران ليکونکی غواړي وليکي، چې:
په $ax^2+bx+c=0$ مساوات کې a,b,c حقيقي اعداد دي او $a\neq 0$ ده .

ليکونکي په لاندې کې هغه پورته فعاليتونه په پوره نامکمل ډول ليکي، چې د زده کوونکو لپاره د پوهيدلو نه دي او پسې بيا دويمه پايله ليکي، چې دا پايله نه ده، بلکه دا د ويتا جمله ده، چې له مخې يې د مربع ساوات د حل سمون له دې لارې ښايي، يعنې دا سمه جمله، چې بايد وښوول شي. زه پوهيږم، چې دي څه ليکي، خو دی بايد دزده کوونکو لپاره دا پوره وليکي. جمله بايد د کتاب ليکونکي له لورې وليکل شي.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $\Delta = b^2 - 4ac$ د قاسمي په نوم يادېږي.

1- که $\Delta > 0$ وي معادله دوه بېلابيل حلونه لري چې عبارت له:

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad , \quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

2- که $\Delta = 0$ وي معادله دوه مساوي يا مضاعف حلونه لري چې عبارت له: $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$

3- که $\Delta < 0$ وي معادله په حقيقي اعدادو کې حل نه لري.

دويمه پايله:د حلونو د جمع او ضرب حاصل

$$x_1 + x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \times x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \times \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{b^2-\Delta}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

د جذرونو د جمع او د ضرب له حاصل څخه کولای شو د دويمې درجه معادلې په تجزيه کولو کې ګټه واخلو.

نه پوهيږم، چې ليکونکي، دا پورته جمله ولې ليکلې؟ دا يې بايد روښانه کړې وی چې څنګه؟

پايله: دا برخه پوره ناسمه ده او دا نورې هم که وخيږو- ما پوره په غور لوستلې – هم همداسې ستونځمنې ليکل شوې.

د مربع مساوات د شميرلو لپاره زما کتابونه کتلی شی

د مربع توابعو صفرځايونه

د دې لپاره چې د يوه مربع تابع صفرځايونه پيدا کړو، نل بايد يو مربع مساوات حل کړو.

که دا دوه حتونه و لري، نو مربع تابع د ګراف د x – محور په دوه ټکو کې غوڅوي..

که يو حل ولري، نو دا ګراف د x محور په يوه ټکي کې لمسوي(د خپل ککرټکي سره).

که حل ونه لري، نو ګراف د x - محور پورته لور ته يا کښته لور ته ځغلي او غوڅټکی نه لري.

د حل کنترول
لکه په هر مساوات کې کېدی شي حل داسي کنترول شي، چې د حلتوکي په سرچينيز مساوات کې ځاپه ځای شي، يعني کنترول وکړي.
په مربع مساواتو کې دا ساده دی، د ويتا د رينيي [ملې سره.

د ويتا**Vieta** جمله :

که مربعيز مساوات $x^2 + px + q = 0$ دوه حلونه ولري، نو باور لري:

$-x_1 - x_2 = p$ او $x_1 \cdot x_2 = q$

١٢٧ مخ کې عنوان: داچې ليکونکی ولې داسې عنوان د خپلو ليکنو له پاره راوړی نه پوهيږم. زه تراوسه دداسې کوم عنوان سره نه يم مخامخ شوی او يا شايد دی د څو جمله يې لاندې بل څه وپوهيږي. په دې هکله يې بيا د کتاب په دننه کې هم څه نه دي ويلي.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم څپـــرکی
څو جمله يي

ليکونکي دا پورته عنوان چې ليکي باور وکړی، چې داسي څه په رياضي کې نه شته او دا سي څه چې په نور متن کې راوړي هم ناروا دي.

لکونکی په ۱۲۹ – م مخ کې

که چيرې په يوه الجبري افاده کې د مشابه جملاتو له ساده کولوڅخه وروسته يوازې يو حد ولرئ، هغې ته يو حده،(Monomial) که جمع يا تفريق د دوحدونو ولرو هغې ته دوه حده يا (Bionomial) که جمع يا تفريق ددريوحدنوولروهغې ته درې حده يا (Trinomial) اوکه له دريو حدونو څخه زيات حدونه ولرو پولينوم يا(Polinomila) په نامه يادېږي په دي شرط چه د تورو توانونه ئی مکمل عدودنه وی هره الجبري افاده کې تر ټولو لوړ توان نسبت يوه ځانګړی متحول ته د الجبري افادې درجه نظر هغه متحول ته بلل کېږي.

زه پوهيږم، چې ګران ليکونکي د مشابه جملاتو لاندې څه ويل غواړي، خو باور وکړی، چې داسي وبينه هيڅ ژبه کې نه شته او موږ په رياضي کې د جملې لاندې يو ځانګړي څه پوهيږو. په شميرپوهنه کې هر نوم يو ځل کارول کيږي او جمله يو ځانګړی تعريف لري.

په نورو ادبياتو کې لومړی پولينوم تعريفيږي او بيا د هغې په بنسټ مونوم او ... تعريفوي.

په لاندې کې:

د دوو الجبري عبارتونوله ضرب څخه چې يوه ګډه جمله و لري ليکلای شوچې:
$$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+a\times b$$

په پورته ګوره بيا الجبري عبارتونه او ګډه جمله ليکي. زه نه پوهيږم، چې ډېر محترم ليکونکي دا نومونه له کومه ځايه رانيسي. که د الجبري عبارتونو څخه يې موخه الجبري افادې نه وي، نو زه پرې نه پوهيږم.
دا د جمعو ضرب دی، چې د دواړو ضريبونو په هر يو يې د جمعې په حالت دی، يو برابر زياته وونو يا زياتوونی ولري . دا د دوه جمعو ضرب دی او د دوه جمعو ضرب د همدې قانون له لارې مخ ته تللی شي.
که a-b اوc - d ولرو، نو داسي يې سره ضربوو:
(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd

د بينوم فرمولونو حل هم همدسې دی، خو هغلته بيادوه همغه يا مساوي ترمونو جمعه يا تفرق سره ضربيږي، چې دلته يې نور نه غزوم.

نامساوات
۱۶۶ – م مخ
په لاندې مثال کې چې دی حل ورکوي، بايد وليکي چې مخرج د صفر سره برابر نه دی او دا چيرته؟

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال: د $\frac{2x}{5x+3} \geq 1$ کسري غیرمساوات حل کړئ.

حل: د غیرمساوات د حل سټ پیداکولو لپاره لومړی کسري افاده یو وار د صفر څخه کوچنی یا لویه لیکو:

$$\frac{2x}{5x+3} \geq 1 \Rightarrow \frac{2x}{5x+3} - 1 \geq 0$$

$$\frac{2x-(5x+3)}{5x+3} \geq 0 \Rightarrow \frac{-3x-3}{5x+3} \geq 0$$

$$-3x-3=0 \Rightarrow x=-1$$

$$5x+3=0 \Rightarrow x=\frac{-3}{5}$$

اوس د غیرمساوات د علامې د ټاکلو له جدول څخه د غیرمساوات حل په لاس راوړو.

x		-1		$-\frac{3}{5}$	
$-3x-3$	+	0	−		−
$5x+3$	−		−	0	+
$\frac{-3x-3}{5x+3}$	−	0	+ د نامساوي حل	نه دی تعریف شوی	−

له پورتنی جدول په پاملرنې سره د غیرمساوات حل عبارت دی له: $\{x \in IR : -1 \leq x < \frac{-3}{5}\}$

په بشپړ ډول د کسري نامساوي د حل لپاره په لاندې ډول پر مخ ځو:

- غیرمساوات داسې لیکو چې له صفر څخه کوچنی یا لویه وي.
- غیرمساوات د علامو د ټاکلو له جدول څخه د غیرمساوات د حل سټ په لاس راورو.

حل: د غیرمساوات د حل سټ پیداکولو لپاره لومړی کسري افاده یو وار د صفر څخه کوچنی یا لویه لیکو:

$$\frac{2x}{5x+3} \geq 1 \Rightarrow \frac{2x}{5x+3} - 1 \geq 0$$

$$\frac{2x-(5x+3)}{5x+3} \geq 0 \Rightarrow \frac{-3x-3}{5x+3} \geq 0$$

$$-3x-3=0 \Rightarrow x=-1$$

$$5x+3=0 \Rightarrow x=\frac{-3}{5}$$

حل ته که وګورو، نو له نامساوات څخه ګران لیکونکی مساوات ته راغلی، چې دا کار ناسم دی.
هغه ریاضیکي حل چې په دې برسیره د داسې نامساواتو کیږي، محترم لیکونکي نه دی کړی.
د هغې حل لپاره زما ستر کتاب وګورئ، چې دی ته ورته په کې شته:

د نهم ټولګي کتاب ته کتنه هم دلته راالندوو.

لسم ټولګي ته:

لسم ټولګی
له دې د مخه چې د ګران لیکونکی د الجبري افادي او ثابتي تعریف ته راځو، زه دا لاندې تعریف ورکوم:
متحوله: توري، چې د اعداد ځای نیونکي وي یا د اعداد ځای نیسي، متحولی بلل کیږي، چې د x,y,z,... سره ښول کیږي. نوري نوموني يې : مجهولي واریابلي، تغیرخوړونکي او اوښتونکي دي.

ثابته یا ثل همغه: ثابت یا ثل همغه: هغه اعداد چې ثل همغه وي ، نو ثابتي یا ثل همغه بللکیږي، لکه ۴ و ۵ , e او π، e
د اویلر عدد او π د دایرې عدد دی.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

لاندي کي به ترم يا افاده لږ زوره وځيرو:

۲ - ترمونه terms, Termen : که په يوه لړۍ کې، يواځې ثابتي (همغه)، اووښتوني(مجهولي، واريابلي) نښلوني (نښلوني يعني جمع تفريق، ضرب او وېش(چي مخرج صفر نه وي)) او تخنيکي نخښي (نوکانو يا قوسونو کي رابندول) کارول شوي وي، ياني اړيکي نه وي کارول شوي، نو دی ته ترم ويل کيږي٠ ګورو چي په پيژند کي د جذر عمليه نه راځي، نو له دي امله ګرانو ليکونکو دلته او هم په نورو ځايونوکي دا سم نه دي ليکلي، چي جذر کی متحولې نيول شوي وي.

که ترمونه اووښتوني ولري، نو د اووښتونو يوه ورزياته نخښه په نوکانو کي نيولکيږي، لکه :
$T(x); T(x,y)$

بيلګه

الف : ترم $126 + 3/4$ ، چي اووښتوني نه لري په Tسره په نخښه کوو او ليکو:
$T=126 + 3/4$
$T=126+\frac{3}{4}$

ب : ترم $10 + 2x$ چي اووښتوني x لري ياني $T(x) = 10 + 2x$ ٠ د اووښتونو بنسټيزی دی د پيداينتی ګنونو- يا د طبيعي اعدادو ډيرى°Nوي
تعريفديرى د بنسټيزی سره برابره ده، که په ترم کي د اووښتوني يا واريابلی x په ځاي يو پيداينتي ګڼ 2 کيږدو، نو د

پ : $(x+2y)/x$ يا $\frac{x+2y}{x}$

دلته ماتلاندي يا مخرج اجازه نه لري، چي صفر وي.

د ترم $T(x,2y) = (x,y) /x$ يا $T(x,2y)=\frac{x+2y}{x}$

ارزښتشميرنه د $x=2$ او $y= 3$ لپاره په دي ډول ده $T(2,3) = (2+6) / 2 = 4$:

تاسو دا لاندي د پورته تعريف سره پرتله کړی، وبه ګوری، چي هغه تعريف، چي ګران ليکونکي راوړی د سټ تشريحي ليکنډول دی د متحولي.

دريم مخ: عنوان: الجبري افادې

ليکونکی لاندې د متحول او ثابت تعريف داسې راوړي:

متحول او ثابت (variable and constant): متحول يو سمبول (Symbol) دی چې د يوه غير خالي سټ د هر عنصر په ځای وضع کيږي. د مثال په ډول که $A = \{x / x \in IN$ او $x \leq 10\}$ وي.

د پورته – له ما ورکړشړي - تعريف سره يې پرتله کړی. دا ده چې څه ليکلي، دا د سټ شننيز ليکنډول دی. بيا د متحول تعريف يا پيژند: متحول هغه لويه ده، چې د عددونو ځاينيونکې وي او ....
۶ – م مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

یوه الجبري افاده کیدای شي چې ناطقه، غیر ناطقه او یا پولینومي الجبري افاده وي. پولینوم هغه یو یا
څو حده الجبري افاده ده چې د تورو توانونه یې د مکملو عددونو په سټ کې شامل وي.

په پورته تعریف کې به وګورئ، چې غیرناطقه الجبري افاده - د لیکونکي په موخه - نه شته، یعني داسې افاده، چې متحول د جذر لاندې وي.

د پولینوم لپاره دا لاندې انګریزي هم وګورئ:

Polynomials

Polynomials are algebraic expressions that include real numbers and variables. Division and square roots cannot be involved in the variables. The variables can only include addition, subtraction and multiplication.

Polynomials contain more than one term. Polynomials are the sums of monomials.

A monomial has one term: 5y or $-8x^2$ or 3.
A binomial has two terms: $-3x^2$ 2, or 9y - $2y^2$
A trinomial has 3 terms: $-3x^2$ 2 3x, or 9y - $2y^2$ y

The degree of the term is the exponent of the variable: $3x^2$ has a degree of 2.
When the variable does not have an exponent - always understand that there's a '1' e.g., 1^x

Example:

$x^2 - 7x - 6$

(Each part is a term and x^2 is referred to as the leading term.)

Term	Numerical Coefficient
x^2	1
-7x	-7
-6	-6

$8x^2$ -3x -2	Polynomial	
$8x^{-3}$ +7y -2	NOT a Polynomial	The exponent is negative.
$9x^2$ +8x - 2/3	NOT a Polynomial	Cannot have division.
7xy	Monomial	

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

د پولینوم درجه او د پولینوم ډولونه

دا د پولینوم د لیکنې ډول دی، چې د درجې په جګیدونې ډول یا د درجې په ټیټیدونې ډول لیکل کیږي.

نزولي او صعودي پولينومونه
:(Descending and ascending Polynomes)
كه يو پوليتوم د متحول له لوړ توان څخه ټيټ توان ته ترتيب شوی وي، نزولي او كه له ټيټ توان څخه لوړ توان ته ترتيب شوی وي، صعودي ترتيب ورته وايي.

داسې عنوان نه شته. هغه د پولینوم د د درجې جګیدنه او ټیټیدنه ده یعنې د پولینوم لیکنه د ascending or descending order په ترتیب دی. د پولینوم جګیدنه او ټیټیدنه خو دپولینوم د لیکنو له لارې نه شی روښانه کیدی.

كه پولينوم له يوه توري څخه جوړ شوی وي، د دې توري لوړ توان د پوليتوم درجه ده او كه پوليتوم له ډېرو تورو څخه جوړ شوی وي، د لوړ توان لرونكي مونوم درجه د دې پولينوم درجه ده. هغه پوليتومونه چې يو متحول ولري او د مشابه حدونو ضريبونه يې سره مساوي وي، د معادلو پولينومو په نامه يادېږي. او هغه پولينوم چې د ټولو حدونو توانونه يې سره مساوي وي، متجانس پولينوم دی.

پولینوم زیات وخت له یوه توري نه جوړیږي. ستا موخه ده ، چې که پولینوم یوه متحوله یا مجهوله ولري. نه د توري لوړ توان بلکه د مجهول یا متحول لوړ توان.

د x د يوه راكړ شوي قيمت لپاره د $P(x)$ په پولينوم كې د x پر ځای راكړ شوی قيمت وضع كوو، د پولينوم قيمت په لاس راځي كه په يوه پولينوم كې د توري (متحول) پر ځای يو وضع شي د پوليتوم د ضريبونو مجموعه په لاس راځي.

د لومړی جملې سمه، لنډه او پوهوړ لیکنه:
که په p(x) کې دx پرځای د x لپاره یو راکړشوی قیمت وضع کړو، د پولینوم قیمت په لاس راځي.

اووم مخ:
د پولینوم درجه او د پولینوم ډولونه

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

$3x$ یا $16x$ ته مونوم یا (Monomial) (یو حده)الجبري افاده وايي. $x-4$ یا $ab-y$ ته باينوم (Binome) یا (Binomial) (دوه حده) الجبري افاده وايي او د $2x^3-x-1$ الجبري افاده ترینوم (Trinomial) (درې حده) الجبري افاده ده او $\sqrt{2x}-\frac{1}{y}+1$ الجبري افادې ته مولتينوم (Multinomial) وايي.

خيني وختونه پولينوم له يو، دوه، درې او څو متحولونو څخه جوړ شوی وي.

د $2x^3-8x^2+7x+11$ پولينوم د يو متحول، $2x^3-3y$ پولينوم د دوه متحولونو او $x+y+z$ د دريو متحولونو لرونکی پولينوم دی چې په لاندې جدول کې ښودل شوي دي.

په الماني ادبياتو کې د مولتينوم څخه په دې موخه لکه چې ليکونکی ترې غږيږي نه شته او د دې په ځای يې هغه غوره پولينوم دی، چې مونوم، بينوم او ترينوم هم په دې بنسټ تعريف شوي دي.
زموږ ليکونکي د ډېرو شيانو لپاره د ،، حد،، وي کاروي. موږ خو حد هغه د پښتو پولي ته وايو، چې زموږ اديبان ورته په ډېره مينه بريد وايي. مونوم هغه پولينوم دی، چې يو غړی ولري. يا په بل عبارت مونوم هغه لويه ده، چې له يوه غړي جوړه وي. يعني ثابتي، ثابتي او واريابلي يا متحولي او .... څخه د يو بل سره د ضرب په حالت کې جوړه لويه. دا پورته، چې متحوله په مخرج کې ده او د جذر لاندې هم يوه الجبري افده نه ده.

- A **monomial** is the product of non-negative integer powers of variables. Consequently, a monomial has NO variable in its denominator. It has one term. (mono implies one)
  13, $3x$, -57, x^2, $4y^2$, $-2xy$, or $520x^2y^2$
  (*notice:* no negative exponents, no fractional exponents)

- A **binomial** is the sum of two monomials. It has two unlike terms.
  (bi implies two)
  $3x + 1$, $x^2 - 4x$, $2x + y$, or $y - y^2$

- A **trinomial** is the sum of three monomials. It has three unlike terms. (tri implies three)
  $x^2 + 2x + 1$, $3x^2 - 4x + 10$, $2x + 3y + 2$

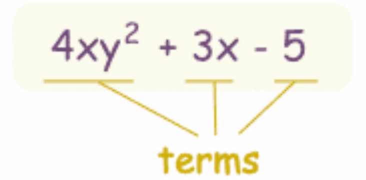
- A **polynomial** is the sum of one or more terms. (poly implies many)
  $x^2 + 2x$, $3x^3 + x^2 + 5x + 6$, $4x - 6y + 8$

Polynomials are in **simplest form** when they contain no like terms.
$x^2 + 2x + 1 + 3x^2 - 4x$ when simplified becomes **$4x^2 - 2x + 1$**

Polynomials are generally written in **descending order**.
Descending: **$4x^2 - 2x + 1$** *exponents of variables decrease from left to right*

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library



example of a polynomial

this one has 3 terms

یو مولتینومیال لکه ګران لیکونکي، چې لیکلی د مونومیال او... کورنی سره څه اړیکه نه لري.
پولینومیال، چې یو غړی ولري مونومیال بلل کیږي او داسي نور.

موږ چې پولینومونه راوړو، نو یوه واریابله به لري او نه زیاتي.

اوو لسم مخ

که پولینوم له یوه توري څخه جوړ شوی وي، د دې توري لوړ توان د پولینوم درجه ده او که پولینوم له ډېرو تورو څخه جوړ شوی وي، د لوړ توان لرونکي مونوم درجه د دې پولینوم درجه ده. هغه پولینومونه چې یو متحول ولري او د مشابه حدونو ضریبونه یې سره مساوي وي، د معادلو پولینومو په نامه یادېږي. او هغه پولینوم چې د ټولو حدونو توانونه یې سره مساوي وي، متجانس پولینوم دی.

دا څه معنا لري، چې که پولینوم له یوه توري یا ډېرو تورو څخه جوړ وي؟ د محترم لیکونکي موخه د توري څخه متحوله ده، یعني که یوه – یا دوه - او یا ... متحولې ولري، توري خو ضریبونه هم کیدی شي، چې متحول نه دي.
لیکونکي د لیکنې له لارې د لیکلو سره ستونځې لري. هغه څه چې دی غواړي باید د ریاضي فرمول له لارې ګوته ورته ونیسي.

۱۴ مخ
زه نه پوهیږم، چې محترم لیکونکي دلته د دایرې او د مثلث مساحت ټاکل ولې د پولینومونو لپاره راوړي. دا هندسه ده او هلته تعریف او تشریح دي. دا په هندسه کې د ځانګړو فرمولونو له لارې تعریف شوي. بیا هم دلته متحولې کومې دي او پولینوم دلته څنګه تعریف شوی. په پولینوم کې خو جذر نه دی تعریف.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم مثال: لکه څرنګه چې پوهیږئ د دایرې محیط (Circumference) د $C=2\pi r$

له فورمول څخه لاس ته راځي چې که $\pi=\frac{22}{7}$ او r د دایرې شعاع وي.

که د یوې دایرې شعاع $r=3\frac{1}{2}cm$ وي، ددې دایرې محیط (C) پیدا کړئ.

حل:

$$C=2\pi r=2\cdot\frac{22}{7}\cdot\frac{7}{2}cm=22cm$$

څلورم مثال: که b, a او c د مثلث د ضلعو اوږدوالی او p د مثلث د محیط نیمایي وي یعني

$p=\frac{a+b+c}{2}$، د مثلث مساحت د دې فورمول په واسطه لاس ته راځي.

$$S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

که په یوه مثلث کې د ضلعو اوږدوالی $b=12cm$, $a=9cm$ او $c=15cm$ وي، ددې مثلث مساحت پیدا کړئ.

حل:

$$p=\frac{a+b+c}{2}=\frac{9+12+15}{2}=\frac{36}{2}=18cm$$

$$S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}=\sqrt{18(18-9)(18-12)(18-15)}$$

$$=\sqrt{18\cdot9\cdot6\cdot3}=\sqrt{2\cdot9\cdot9\cdot2\cdot3\cdot3}=\sqrt{2^2\cdot3^2\cdot9^2}=2\cdot3\cdot9=54cm^2$$

فعالیت

د استوانې حجم د $V=\pi r^2h$ له فورمول څخه لاس ته راځي، چې V د استوانې حجم، r د قاعدې شعاع او h د استوانې لوړوالی دی. که د یوې استوانې $r=5cm$ او $h=21cm$ وي، ددې استوانې حجم پیدا کړئ.

که ګران لیکونکی دا پورته بیلګې د پولینومونو لپاره هم راوړې،، پولینوم کې مو لاتراوسه مساوات نه دي تعریف کړي. سرې کړی شي، چې پولینوم متحولو ته ارزښتونه ورکړي او بیا د پولینوم ارزښت وټاکي. سره له دې هم دا هم دا ۹ندسې بیلګې ناسمې دي.

د پورته دریم او څلورم تمرین لیکنه له یوې خوا د ژبې له امله پوره ستونځې لري او له بلې خوا نه پوهیږو، چې په پورته کې متحوله یا مجهوله کومه ده. دلته هندسي موضوعات حل شوې.

داسې پوښتنه څوک نه کوي، لکه دا لاندې.

...،، له فورمول څخه لاس ته راځي چې که $\pi=\frac{22}{7}$ او r د دایرې شعاع وي. ،، چې که $\pi=\frac{22}{7}$ نه دی بلکه $\pi=\frac{22}{7}$ داسې دی.

پوښتنه فقط داسې ده: که ورانګه ... وي، نو د ګردی یا دایرې محیط پیدا کړی. دا لا د مخه ټولګیو کې شمیرل شوي او فرمولونه یې هم ورکړي دي. نه پوهیږم، چې محترم لیکونکي، دا ولې په پولینومونو کې راوړي؟

۱۵ مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$1^4+4\cdot1^3\cdot1+6\cdot1^2\cdot1^2+4\cdot1\cdot1^3+1^4=1+4+6+4+1=16$$

شپږم مثال: د $(x-3y)^4$ د ضريبونو مجموعه پيدا کړئ.

حل:

$$(1-3\cdot1)^4=(1-3)^4=(-2)^4=16$$

اووم مثال: د $(7x^2-5x-1)^{600}(2x^3-1)^{17}(x+2)^4$ د ضريبونو مجموعه په لاس راوړئ.

حل:

$$(7\cdot1^2-5\cdot1-1)^{600}(2\cdot1^3-1)^{17}(1+2)^4=(1)^{600}(1)^{17}(3)^4=81$$

اتم مثال: که ددې توپ شعاع 6cm وي ددې توپ حجم پيدا کړئ.

حل:

$$V=\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{4}{3}\pi(6cm)^3=\frac{4}{3}\pi(216cm^3)=288\pi cm^3$$

د x د يوه راکړ شوي قيمت لپاره د $P(x)$ په پولينوم کې د x پر ځای راکړ شوی قيمت وضع کوو، د پولينوم قيمت په لاس راځي که په يوه پولينوم کې د توري (متحول) پر ځای يو وضع شي د پولينوم د ضريبونو مجموعه په لاس راځي.

د .... راکړ شوي قيمت لپاره .... د...پر ځای راکړ شوی قيمت وضعه کوو.

داسي به بنه وای: که د $P(x)$ په پولينوم کې د x پر ځای راکړ شوی قيمت وضع کوو، د پولينوم قيمت په لاس راځي

٧٠ ـ ٦٩

د تابع تعريف به هم داسي ورکړم: که د يوه سټ هر توکي د يوه بل سټ يا خپل ځان په تيک يوه توکي تنظيم شي، نو دا نظم فنکشن (تابع) بلل کي(نور يي غزوم نه).

ګران ليکونکی له تابع څخه غړيري او په رښتيا چي څه ليکي هغه د تابع سره سر او کار نه لري. دي مساحت ته ځي بيا حجم معلوموي. ته نه پوهيږي، چي دا څرنګه د رياضي د تابع ښيرل دي. که دلته مستقله مجهوله او تابع مجهوله وي، بيا به دا يو مربع مساوات وي، چي هغه داسي نه دي او نه داسي ليکل کيږي. د دي کاپي لاندي مربع تابع تعريف شوي ده.

که فکر وکړو، نو جمع، تفريق او ضرب هم د فنکشن په ښير تعريفولی شو، خو دا کار نه کوو، ځکه چي موږ کلاسيک مخ ته ځو.

ليدل کيږي چي نفوس (Population) يا P د وخت (t) تابع ده يا $p=f(t)$

3 - د دايري مساحت (A)، د دايري شعاع (r) پوري اړه لري ($A=\pi r^2$)

4 - د کري حجم (V) د کري په شعاع (r) پوري اړه لري چي د $V=\frac{4}{3}\pi r^3$ د معادلي په واسطه ښودل کيږي.

مربع تابع څه شي دی؟

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

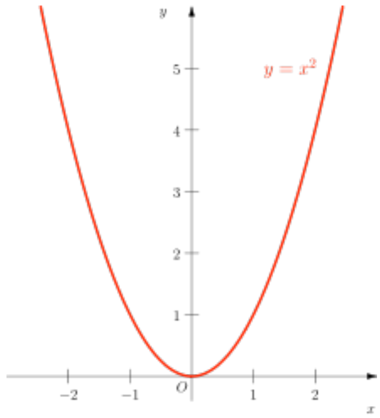
که موږ له مربع واورو، نو سملاسي مو د هندسي مربع ته پام اوړي، خو په رياضي کې د دوه په توان تابع ته مربع تابع وايي او د درې په توان تابع ته مکعب تابع، او دا داسي ليکل کيږي

$f(x) = x^2$; $f(x) = x^3$

$f(x) = ax^2 + bx + c$ د $a \neq 0$ سره

او $f(x) = x^2$ دالاندې ګراف لري: ګورو چې دا کږه(منحني) ده او نه سطحه.

زموږ سر او کار د داسي ليکنوسره دی. ما پورته وويل، چې جمع، ... د فنکشن په څير ليکلی شو، خو اوس دلته د ښوونځي لپاره دا کار نه کوو.



ګورو، چې دلته د سطحي څخه څه نه ليدل کيږي او نه د حجم څخه.

زه نه پوهيږم، چې ګران ليکونکي دا له کومه ځايه ليکي؟

ګورو، چې په دايره کي ساين او... فنکشنونه دي، خو د هغي سره موږ دلته سر او کار نه لرو، هغه په خپل ځای کي څيرلکيږي، ځکه چې هغه الجبري فنکشنونه يا توابع نه دي.

د تابع تعريف: که چيرې د يوه سټ هر توکي د يوه بل سټ ټيک له يوه توکي سره ترتيب يا په نظم کي راشي، نو دا فنکشن (تابع) بلل کيږي. نورو ځايونو کي هم دا تعريف راغلی.

تاسو دا لاندې د پورته تعرف سره پرتله کړی، وبه ګوری، چې هغه تعريف، چې ګران ليکونکي راوړی د سټ تعريف دی او نه متحولي.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

متحول او ثابت (variable and constant): متحول یو سمبول (Symbol) دی چې د یوه غیر خالي سټ د هر عنصر په ځای وضع کیږي. د مثال په ډول که $A = \{x / x \in IN$ او $x \leq 10\}$ وي.

نو د A په سټ کې x له یوه څخه تر 10 پورې د طبیعي عددونو قیمتونه اخیستلای شي. x ، ته متحول(Variable) وایي. عموماً متحولونه د انګلیسي ژبې د کوچنیو تورو لکه z, y, x او نورو په واسطه ښودل کیږي.

د یوه عدد قیمت تغیر نه کوي، لکه د 4 عدد هیڅکله له 5 یا 3 او یا کوم بل عدد سره مساوي کیدای نه شي، نو ټول حقیقي عددونه ثابت (Constants) دي.

د حقیقي عددونو سربیره د انګلیسي د ژبې توري لکه $a, bc...$ او نور هم د ثابتو پر ځای کارول کیږي.

الجبري افاده (Algebraic Expression): کیدای شي الجبري افاده له یوه ثابت، یو متحول او یا د ثابتو او متحولونو له ترکیب څخه جوړه شوې وي. د الجبري افادو لاندې مثالونه وګورئ.

$5\sqrt{x}$ ، $4x+5+\frac{15}{t^2}$ ، $\sqrt{3}x$ ، x^2-x+1 ، x ، -12 ، 12 او داسې نور.

په مثال کې د متحولې د جذر لاندې نیول یې الجبري افاده نه ده.

۴ مخ

په $3x^2$ الجبري افاده کې 3 ته **ضریب** (Coefficient) وایي. په $-\frac{1}{2}y$ کې د $-\frac{1}{2}$ عدد او په x کې (1) ضریب دی. $-3x^5y^5$ او $15x^5y^5$ **مشابه حدونه** (Liketerms) دي چې مشابه متحولونه او مساوي تواڼونه لري، یوازې عددي ضریبونه یې سره توپیر لري.

د الجبري افادو ډولونه: الجبري افادې په دریو ډولو دي.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

د الجبري افادو ډولونه: الجبري افادې په دريو ډولو دي.

1- پولينومي الجبري افادې (Polynomial algebraic expressions)

پولينوم: هغه يوه يا څو حده الجبري افاده، چې د تورو توانونه يې د مکملو عددونو په سټ ک
شامل وي، پولينوم نوميږي. x^3-x+1 ، $2x^2+x-1$ ، $x-1$ ، 12 او نور پولينومونه دي، خ
$x^{-2}+x-1$ ، $\frac{1}{x}+x$ او $x^3+\sqrt{x}+\frac{y}{x^2}$ پولينومونه، نه دي، يا د پولينوم مشخصې دا دي:

- د ټولو متحولونو توانونه يې مکمل عددونه وي.
- په مخرج کې متحول ونه لري.
- متحول تر جذر لاندې نه وي.

لومړی مثال: په $a)\sqrt{2}x$ ، $b)2\sqrt{x}$ ، $c)\frac{1}{y^2}-\frac{2}{x^3}$ ، $d)x^{\frac{1}{2}}$ ، $e)x^{-3}+x^2$
$f)8p^2+p^{22}$ ، $g)9x^2-\frac{7}{x^2}$ ، $h)88$ ، $i)6a^2-4a$ افادو کې:

h، a او i پولينومونه دي، خو b, c, d, e, f او g پولينومونه، نه دي. په ياد ولرئ چې هر پولينو
يوه ناطقه الجبري افاده ده، خو هره ناطقه الجبري افاده پولينوم نه دی. د مثال په ډول:

$x^3+\frac{y}{x^2}+\frac{y}{x}+y^3$ يوه ناطقه الجبري افاده ده، خو پولينوم نه دی.

12 هم يو پولنيوم دی ځکه چې: $12=12x^0$ دی او صفر هم د مکملو عددونو په سټ کې شام
دی، خو $5\sqrt{x}$ او $\frac{5}{x^3}$ پولينومونه نه دي، ځکه $5\sqrt{x}=5x^{\frac{1}{2}}$ ، $\frac{5}{x^3}=5x^{-3}$ چې $\frac{1}{2}$ او 3-
د مکملو عددونو په سټ کې شامل نه دي.

پولينوم د يو توري په واسطه لکه P ښودل کيږي، يو پولينوم چې له يو متحول څخه جوړ شوی و

۵ او ۶ مخونه

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

عمومي شکل یې په لاندې ډول دی.

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \ldots + a_1 x + a_0$$

n یو مکمل عدد او $a_1, a_2, \ldots a_{n-1}, an$ ضریبونه دي چې حقیقي عددونه دي. که $a_n \neq 0$ نو
n د پولینوم درجه ده.

فعالیت

له -8, $-8x^2$, $\sqrt{8}x^3$, $\frac{1}{x}$, x, $2x^3 - x^2$ او $8\sqrt{x}$ الجبري افادو څخه کومه یوه یې پولینوم دی او کومه یوه پولینوم نه دی؟

دویم مثال: د $P(x) = -5x^3 + x^2 - x + 12$ په پولینوم کې، $n = 3$، $a_n = -5$، $a_1 = -1$ و $a_0 = 12$ دی. او د $11x^2 - 1$ په پولینوم کې، $n = 2$، $a_n = 11$، $a_1 = 0$، او $a_0 = -1$ دی.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

له -8، $-8x^2$، $\sqrt{8}x^3$، $\frac{1}{x}$، x، $2x^3-x^2$ او $8\sqrt{x}$ الجبري افادو څخه کومه یوه یې پولینوم دی او کومه یوه پولینوم نه دی؟

دویم مثال: د $P(x)=-5x^3+x^2-x+12$ په پولینوم کې، $n=3$، $a_n=-5$، $a_1=-1$ و $a_0=12$ دی. او د $11x^2-1$ په پولینوم کې، $n=2$، $a_n=11$، $a_1=0$، او $a_0=-1$ دی.

2- ناطقه الجبري افاده (Rational algebraic expression):

که یوه الجبري افاده د $\frac{p}{q}(q\neq 0)$ په شکل ولیکلای شو چې p او q پولینومونه وي. داسې الجبري افادې ته ناطقه الجبري افاده وايي. د مثال په ډول $x^2-\frac{1}{x^2}$ چې د $\frac{x^4-1}{x^2}$ په شکل یې هم لیکلای شو چې یو متحول لرې یوه ناطقه الجبري افاده ده. څرنګه چې هرې الجبري افادې ته یو مخرج ورکولای شو، نو (x^2-1) هم یوه ناطقه الجبري افاده ده، ځکه چې $x^2-1=\frac{x^2-1}{1}$ دی.

3- غیر ناطقه الجبري افاده (Irrational algebraic expression):

داسې یوې الجبري افادې ته چې د دوو پولینومونو د خارج قسمت په بڼه یې نه شو لیکلای، غیر

331 seit

شپږم مثال: $2x-3y+6=0$ معادله په نورمال شکل واړوئ.

حل: د معادلې دواړه خواوې په $\sqrt{2^2+(-3^2)}=\pm\sqrt{13}$ باندې ویشو. ددې لپاره چې ښي خوا مثبت وي د $\sqrt{13}$ علامه باید منفي ونیول شي:

$$\frac{2x-3y+6}{-\sqrt{13}}=0 \text{ یا } -\frac{2}{\sqrt{13}}x+\frac{3}{\sqrt{13}}-\frac{6}{\sqrt{31}}=0$$

نو θ په دویمه ناحیه (ربعه) کې ده.

د مثلثاتي جدول څخه لرو چې $\theta=123^\circ 40'$ ده نو ددې مستقیم خط نورمال معادله عبارت ده له:

$$x\cos 123^\circ 40' + y\sin 123^\circ 40' - \frac{6}{\sqrt{13}}=0$$

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

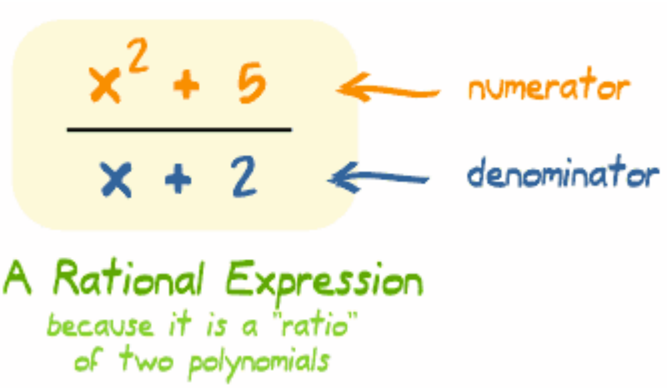
ناطقه الجبري افاده وايي، لکه: $\sqrt{xy}$، $\frac{1}{\sqrt{x^2+5}}$ او $\sqrt{y^2+1}$ د غير ناطقو الجبري افادو مثالونه دي.

يوه الجبري افاده کيداى شي چې ناطقه، غير ناطقه او يا پولينومي الجبري افاده وي. پولينوم هغه يو يا څو حده الجبري افاده ده چې د تورو توانونه يې د مکملو عددونو په سټ کې شامل وي.

دا لاندې انګرېزي ستونځې حل کوي.

Rational Expressions

An expression that is the ratio of two polynomials:



It is just like a fraction, but with polynomials.

Other Examples:

$$\frac{x^3+2x-1}{6x^2} \qquad \frac{2x+9}{x^4-x^2}$$

Also

$$\frac{1}{1-x^2}$$

The top polynomial is "1" which is fine.

$$2x^2+3$$

Yes it is! As it could also be written:

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{2x^2+3}{1}$$

But Not

$\frac{2-\sqrt{x}}{4-x}$	the top is not a polynomial (a square root of variable is not allowed)
$\frac{1-x}{1+\frac{1}{x}}$	1/x is not allowed in a polynomial

In General

A rational function is the ratio of two polynomials P(x) and Q(x) like this

$$f(x)=\frac{P(x)}{Q(x)}$$

Except that Q(x) cannot be zero (and anywhere that **Q(x)=0** is undefined)

که تاسو په کمپیوتر(شمیروني) کې ایراشنل الجبرایک اکسپرېشن ورکړي، نو پرته له راشنل به بل څه په کې پیدا نه کړی. نه پوهیږم، چې لیکونکي به دا له کومه ځایه لیکلي وي. دا مې په ډېرو کتابونو او نت کې وکتل.
ما په انګلیس ادبیاتو کې یوځای ولوستل چې: ایراشنل الجبرایک اکسپرېشن هغه دی، چې د پولینوم وېش له لارې نه شي لیکل کیدی. بیلګه یې هم نه وه او په پورته له ماخخه راوړ شوي تعریف کې هم نه شته.
الجبري

یوه الجبري افاده کیدای شي چې ناطقه، غیر ناطقه او یا پولینومي الجبري افاده وي. پولینوم هغه یو یا څو حده الجبري افاده ده چې د تورو توانونه یې د مکملو عددونو په سټ کې شامل وي.

په لاندې به د کوم توري توان موخه وي
$a^3x^2+b^3x+c$
پورته ټول توري دي، نو کوم یو به د پولینوم درجه وي؟ ریاضي یو ډېر څرګند علم دی او باید هر څه یې څرګند روښانه ورکړل شوي وي.

موږ ریاضي کې اوس له ځانه څه نه لیکو، دا مو یا باید له نورو کتابونو زده کړي وي او یا مو له نورو کتابون را اخستي وي................

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

له ۳۹۳ - ۳۹۵ پورې

د رياضي منطق

دا لاندې درې مخونه ما د رياضي له منطق څخه رانيولي. زه نه پوهيږم، چې دلته ده څه او څنګه ليکلي، خو د رياضي منطق په کې نه شته او زورول دي. زه نه پوهيږم، چې ،،د شهودي درک استدلال،، او همداسې د ،، استقرايي استدلال،، په ګران ليکونکي له کومه ځايه رانيولي وي. که دا بيا يوبل ډول منطق وي، نو په هغې بيا زه نه پوهيږم، د رياضي له منطق سره سر او کار نه لري.

د شهودي درک استدلال:

پخوا تر ډيرو پيړيو پورې خلکو فکر کاوه چې ځمکه هواره ده او ستورې د ځمکې پر شاوخوا څرخيږي.

ايا پوهيږئ چې ځمکه کروي ده؟

ايا لمر د ځمکې پر شاوخوا او که ځمکه د لمر پرشاوخوا څرخيږي؟

تعريف: هغه طبيعي يا حسي پوهه چې دهغې په مرسته ديوې موضوع سموالی يا حقيقت او يا يو مفهوم پر ته له استدلاله قبلوو، له شهودي درک څخه عبارت ده چې کيدلی شي، دوخت په مختلفو مرحلو کې يوله بله سره توپير ولري.

فعاليت

د لاندې شکل په نظر کې نيولو سره د مستقيم خط پر مخ د A او B دوې نقطې په پام کې ونيسئ:

A — A_1 — A_2 — A_3 B

يو سړی غواړي چې ددې مستقيم خط پر مخ د A له نقطې څخه په دې ډول د B نقطې ته لاړشي چې د $\overline{AB}$ د قطعه خط منځنی نقطه A_1 کې توقف وکړي او بل وار چې د A_1 نقطې ته رسيدلی دي، ددې لپاره چې د B نقطې ته ورسيږي، بياد A_2 په نقطه (د $\overline{A_1B}$ د قطعه خط دتنصيف نقطه) کې توقف وکړي، که په همدې ډول دوام ورکړي، نو لاندې پوښتنو ته ځوابونه ورکړئ:

- ايا په پورته ډول چې د خط پر مخ د هرو دوو نقطو په منځنی نقطه کې توقف وکړي، پای لری؟
- که په همدې ډول تر پايه دوام ورکړئ، دا سړی به د B نقطې ته ورسيږي؟
- که دا سړی توقف و نه کړي او يا له لارې بيرته راونه ګرځي، نو نه يوازې چې د B نقطې ته به ورسيږي، بلکې ترې تير به هم شي. په دې اساس ددې مسلئې د واقعيت او ستاسو د شهودي درک ترمنځ څه توپير شته؟

- دويم زده کوونکي هم شوخي کړې ده.
- ناروغه دی، نه غواړي چې په ټولګی کې واوسي.

له تعريف او د زده کوونکو له فعاليت څخه لاندې نتيجه پلاس راځي:

نتيجه: قياس يا تمثيل په حقيقت کې د مختلفو مفهومونو په منځ کې دورته والي پيداکول دي. له دې سببه تمثيلونه کيدای شي، د ډيرو مفهومونو يا درياضي د قضيو د درک کولو لپاره شهودي زمينه پيداکړي. تمثيلي استدلال د ثبوت په حيث نه شمارل کيږي، بلکې د ثبوت لپاره زمينه برابروي.

لومړی مثال: په عامه ژ به(مارخوړلی له برګ پړي څخه داريږي) دا يو قياسي استدلال دی، ځکه چې برګ پړی د مارسره پر تله شوی دی او دهغوی په منځ کې ورته والی ليدل شوی دی.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

استقرايي استدلال:

يو زده کوونکی په لومړنی صنفي ازموينه کې 100 نمرې اخلي او په دويم او دريم صنفي ازموينوکې هم 100 نمرې اخلي.
په اخرني ازموينه کې څه نتيجه اخيستلای شئ چې دا زده کوونکی به څونمرې واخلي؟

فعاليت

د مسلسلو طاقو طبيعي عددونو د جمعې حاصل په پام کې نيسو، ددې کار لپاره د يو 1 له عدد څخه پيل وکړئ او خالي خانې ډکې کړئ

$1+3=\square=(\quad)^2$

$1+3+5=\square=(\quad)^2$

$1+3+5+7=\square=(\quad)^2$

$1+3+5+7+9=\square=(\quad)^2$

پورتنيو پوښتنو ته په پاملرنې سره ليدل کيږي چې د طاقو طبيعي عددونو د جمعې حاصل د طبيعي عددونو د شمير له پوره مربع سره مساوي دی.

- آيا کولای شو نتيجه واخلو چې هر وخت د طاقو مسلسلو عددونو د جمعې حاصل ددې عددونو د شمير له مربع سره مساوي دی؟

- کوښښ وکړئ له n طاقو مسلسلو عددونو د جمعې د حاصل لپاره فورمول په لاس راوړئ.

دپورتني فعاليت د سرته رسولو په اساس لاندې نتيجه په لاس راځي.

نتيجه: استقرايي استدلال د يو شمير مشاهدو او پر بنسټ د عمومي نتيجې اخيستلو طريقه ده. په حقيقت کې يوې کوچنۍ نمونې ته په لويه نمونه عموميت ورکول دي.

لومړی مثال: (موږ د خروار نمونه ده) داخبره استقرايي استدلال ته اشاره کوي، ځکه په دې مثال

په هر صورت داپورته د پوهيدلو لپاره پوره ستونځې لري. د رياضي منطق خورا ساده دی او زه له دې امله وړانديز هم کوم، چې د اووم ټولګي په سر کې دې راشي.

Was ist eigentlich ein algebraischer Ausdruck?

Statt Ausdruck kann man auch Term sagen: Es sind Summen und Produkte, die Variablen enthalten. Bei einem "algebraischer Ausdruck" kommen von den Variablen auch Potenzen vor. Haben alle Potenzen einen natürlichen Exponenten nennt man den algebraischen Ausdruck auch ganzrationalen Ausdruck oder Polynom in einer bestimmten Variable. Ein Bruch von zwei ganzrationalen Ausdrücken heisst ein gebrochen rationaler Ausdruck.

An algebraic expression that cannot be written as a quotient of polynomials.

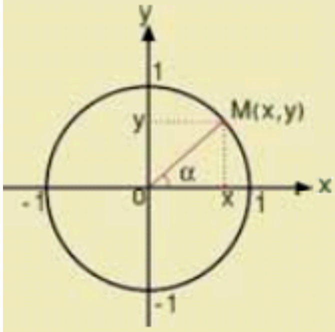
Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

يولسم ټولګی
د ۱۱ – م ټولګي په درس کي د ترادفونو درس هم شامل دی. په ترادفونو کي هغه غوره او اصلي د ځيرني موخه يي د ترادفونو پولي ته تلنه يا نه تلنه يا په انګريزي يي کونورګنت او ديوګنت دي، چي محترم ليکونکي دا هلته نه دي ځيرلي.

مثلثاتي مطابقتونه

Trigonometry identities



پوهيږو چې $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ يو الجبري مطابقت دی، ځکه د a او b په ټولو قيمتونو سره د مساوات داوړه خواوې برابرېږي.

آيا $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ يو مثلثاتي مطابقت کيدلی شي؟

فعاليت

- په لاندې جدول کې د α د مختلفو قيمتونو لپاره د A او B افادو قيمتونه بشپړ کړئ.

α	$A = \dfrac{\cot\alpha}{\csc - 1}$	$B = \dfrac{\csc\alpha + 1}{\cot\alpha}$

تعريف: هغه مثلثاتي مساوات چې د زاويې په ټولو قيمتونو سره ، د مساوات دواړه خواوې برابرې شي، مثلثاتي مطابقت بلل کيږي،لکه: $\dfrac{\cot\alpha}{\csc\alpha - 1} = \dfrac{\csc\alpha + 1}{\cot\alpha}$

دا برخه يي پوره نيمګړي پريښودي ده.
د وکتور شميرنه يي هم پوره او مناسب نه ده ځيرلي.
زه د ۱۱ – م ټولګي کتاب کي هندسي برخي ته داسي لڼ ګوته نيسم:

۶۳ – مخ

ورکړشوی عنوان:
مثلثاتي معادلي

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

- د β د مختلفو قیمتونو لپاره د $1+\tan^2\beta=\sec^2\beta$ او $1-2\sin\beta=0$ ترمنځ څه ډول اړیکې شتون لري.

_ آیا $1+\tan^2\beta=\sec^2\beta$ یو مطابقت دی، که یوه معادله؟

_ آیا $1-2\sin\beta=0$ یو مطابقت دی، که یوه معادله؟

له پورتني فعالیت څخه لاندې تعریف په لاس راځي.

تعریف: هغه مثلثاتي مساوات چې د زاویې په ځینو قیمتونو سره د مساوات دواړه خواوې مساوي کېږي، مثلثاتي معادله بلل کېږي.

هر مثلثاتي مطابقت یوه معادله کېدلی شي، خو هره مثلثاتي معادله، مثلثاتي مطابقت نه شي کېدلای.

هره مثلثاتي معادله له لاندې څلورو حالتونو څخه په یو حالت باندې حلولای شو.

مطابقت خو مساوات یا معادله ده، نو دا پوښتنه ولې؟ پوښتنه هم باید د پوښتنې منطق ولري.
پورته تعریف څخه داسې پوهیږو:
هغه مثلثاتي مساوات، چې ... د مساوات دواړه خواوې مساوی کیږي(د مساوات دواړه خواوې مساوي وي، دا د مساوات تعریف دی) مثلثاتي مساوات(معادلې) بلل کیږي.
مثلثاتي مساوات خو طبعآ مثلثاتي مساوات دي، که نه مثلثاتي مساوات مثلثاتي مساوات نه وي، نو بیا به څه وی؟

پورته پوښتنه شوې او له پوښتنې څخه یې لاس ته راوړنه بیا اعلان کړې. دا په دې معنا چې ګوندې د پوښتنې له ځواب یې وروسته بیاتعریف ترې لاس ته راوړي، او همداسې دا پورته تعریف کې چې څه راغلي، نه ژبه ده او نه ریاضي.
روښانه ونه: که چیرې دوه الجبري افادې (دلته مثلثاتي افادې) د مساوات نخښې له لارې سره تړلي وي، مساوات بلل کیږي. دلته مثلثاتي مساوات.

له یوې خوا مساوات او معادله همغه معنا ورکوي، خو چې موږ یې په افغانستان کې سره بیلوو، دا به ومنو، خو دا د مخه جمله وګوری:،، مساوات...و چې .. د مساوات دواړه خواوي مساوي وي. ،،. دا خو هیڅ نه وایي پرته له له دې چې مساوات، چې ... مساوات ... مساوات معادله بلل کیږي.
که د پورته توپیر چا د دې لاندې سره و ښودـ دا د مخه راغلی- نو ډېر به تکړه وي. زه خو نه پرې پوهیږم او دا چې دي لیکي په دې هم نه پوهیږم.

تعریف: هغه مثلثاتي مساوات چې د زاویې په ټولو قیمتونو سره ، د مساوات دواړه خواوې برابرې شي، مثلثاتي مطابقت بلل کېږي،لکه: $\dfrac{\cot\alpha}{\csc\alpha-1}=\dfrac{\csc\alpha+1}{\cot\alpha}$

توپیر یې دا دی، چې په یوه کې ځنې او په بل ټول قیمتونه راغلي، خو مساوات خو لا له ورایه دي.
۶۵ – م مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: د $\frac{\sin\alpha\cos\alpha\cdot\tan\alpha\cot\alpha}{1-\sin^2\alpha}$ مثلثاتي افاده ساده کړئ.

حل:

$$\frac{\sin\alpha\ \cos\alpha\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\cdot\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}}{\cos^2\alpha}=\frac{\sin\alpha\cdot\cos\alpha}{\cos^2\alpha}=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\tan\alpha$$

دویم مثال: د $\sin^2\beta\cdot\cot^2\beta+\cos^2\beta\cdot\tan^2\beta+\tan^2\beta=1+\tan^2\beta$ مثلثاتي مطابقت ثبوت کړئ.

حل: په لاندې ډول افاده ساده کوو:

$$\sin^2\beta\cot^2\beta+\cos^2\beta\tan^2\beta+\tan^2\beta=\sin^2\beta\frac{\cos^2\beta}{\sin^2\beta}+\cos^2\beta\cdot\frac{\sin^2\beta}{\cos^2\beta}$$
$$+\tan^2\beta=\cos^2\beta+\sin^2\beta+\tan^2\beta=1+\tan^2\beta$$

دریم مثال: لاندې افاده د $\cos\beta$ له جنسه حساب کړئ.

$(1-\sin^2\beta)\ (1+\sec^2\beta)=?$

حل: $$(1-\sin^2\beta)(1+\sec^2\beta)=\cos^2\beta(1+\frac{1}{\cos^2\beta})=\cos^2\beta(\frac{\cos^2\beta+1}{\cos^2\beta})=\cos^2\beta+1$$

تریګونومتریکي مساوات:
یو تریګونومتریکي مساوات هغه دی،، چې په هغه کې د ټاکلکیدو متحوله د تریګونومتریکي توابعو په مستقله متحوله کې منځ ته راشي.

بیلګه:
تریګونومتریکي مساوات
$$\sin\ x=\cos\ x$$

کې کیدی شي سړی د $\cos x=\sqrt{1-\sin^2\ x}$ اړیکو د بڼه بدلون له لارې و

$$\sin\ x=\sqrt{1-\sin^2\ x}.$$

واړوي.

د مربع کولو له لارې لرو
$$\sin^2\ x=1-\sin^2\ x$$
نو دئ
$$\sin\ x=\pm\sqrt{\frac{1}{2}}$$
د دې حل سره
$$x=45^\circ\pm k\cdot 90^\circ\quad (k=0,1,2,...)$$

همداسې د قوس اندازې له لارې
$$x=\frac{\pi}{4}\pm k\cdot\frac{\pi}{2}\qquad (k=0,1,2,...).$$

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا چې مربع بڼه بدلون ورته یا اکویوالنت بڼه بدلون نه دی، نو دا حل باید په وتونمساوات کې رښتیا وګڼل شي. له دې سره په وتونمساوات کې لاندې حل لاس ته راځي

$$x = \frac{\pi}{4} \pm 2k \cdot \frac{\pi}{2} \qquad (k = 0, 1, 2, ...).$$

۷۰ ــم مخ

لومړی حالت: د $a\sin\alpha + b = 0$ معادله د پورتنی معادلې په حل کې د مناسب ځواب د پیداکولو لپاره لاندې مثالونه په پام کې ونیسئ.

پورته لیکنه د پوهیدلو نه ده. همداسې دالاندې هم د پوهیدلو څه نه لري.

۷۳ ـ م مخ

څلورم حالت: د $\cot x + b = 0$ معادله، د معادلې د عمومي حل لپاره لاندې مثالونو ته پام وکړئ.

لومړی مثال: د $\cot x - 1 = 0$ معادله حل کړئ.

د سمون: لپاره به نسبتآ ښه وای که داسې یې لیکلي وای: د $a\sin\alpha + b = 0$ معادلې د عمومي حل لپاره لاندې مثالونه په پام کې ونیسئ.

مساوات

له یوې خوا څخه خو مساوات او معادله (Equation) همغه معنا ورکوي، خو چې موږ یې په افغانستان کې سره بیلوو، دا به ومنو، خو دا د مخه جمله وګورئ:،، مساوات...و چې .. د مساوات دواړه خواوې مساوي وي. ،،. دا خو هیح نه وايي پرته له له دې چې مساوات، چې ... مساوات ... مساوات معادله بلل کیږي.

بیا یې راوړو:

تعریف: هغه مثلثاتي مساوات چې د زاويې په ځينو قيمتونو سره د مساوات دواړه خواوې مساوي کېږي، مثلثاتي معادله بلل کېږي.

دا به بې له ریاضي داسې ووایو: زردالو میوه، چې د دې ونې زردالو دی یا د دې ونې څخه راشکول شوی زردالو دی، وښایی، چې دا د دې ونې زردالو د دې ونې مندته ده (موږ زردالو ته مندته وایو) .

۷۰ ــم مخ

لومړی حالت: د $a\sin\alpha + b = 0$ معادله د پورتنی معادلې په حل کې د مناسب ځواب د پیداکولو لپاره لاندې مثالونه په پام کې ونیسئ.

۷۳ ـ م مخ

څلورم حالت: د $\cot x + b = 0$ معادله، د معادلې د عمومي حل لپاره لاندې مثالونو ته پام وکړئ.

لومړی مثال: د $\cot x - 1 = 0$ معادله حل کړئ.

دا پورته ټول یو ډول بې څه وینې بیلګې دي.

۹۸ ـ م مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

له یو بل سره د دوو مستقیموکرښو نسبي حالت:

1- که چیرې دوه مستقیم خطونه په یوه مستوي کې شامل وي، نوموړي خطونه د همغې مستوي خطونه بلل کیږي، او یو له لاندینیو حالتونو(وضعیتونو)څخه لري.

۱۰۰ ـ م مح

اوضاع نسبی دو خط مستقیم با یکدیگر

هر گاه دو خط مستقیم دریک مستوی قرار گیرند، خطوط مذکور هم مستوی نامیده شده ویکی از وضعیت های زیر را دارا می باشند:

تر اوسه زموږ کار په مستوي کې دی او بل څه مو زده کړئ ته نه دي رامنځ ته کړي، نو دا لیکنه ولې؟
۱۰۴

د قضیې پایله:

i) که په ترتیب سره د دوو زاویو ضلعې موازي او هم لوري وي، نوموړي زاویې یو له بل سره مساوي دي.

ii) که د دوو زاویو یوه، یوه ضلع موازي او هم جهته وي او د هغو یوه، یوه ضلع یې موازي او مختلف جهتونه(لوري) ولري، د دغو دوارو زاویو پراخوالي 180° دی.(ثبوت یې د زده‌کوونکو دنده ده).

د دوو متنافر و مستقیمو کرښو ترمنځ زاویه:

تعریف: په فضاکې د دوو متنافر و مستقیمونو ترمنځ زاویه له هغې زاویې څخه عبارت ده چې د یوې مستوي په یوه اختیاري نقطه کې له هغو سره د دوو موازي مستقیمونو د رسمولو په واسطه حاصلیږي

۱۰۶-م مخ ګران لیکونکی د هندسئ څیرو غږیږي، مګر عکس یې هیڅ ځای کې نه شته، چې دا پخپله درس د ناسمون سره مخامخ کوي او دا پورته د ،، قضیې پایله،، ناسمه ده. دا ۱۸۰ درجې نه ده. که چیرې ګرام لیکونکی دې د دې څیره وباسي، نو وزته روښانه به شي..
غوره یادونه: په زیاتو هندسي درسونو کې څیرې نه شته، چې دا هغه غوره نیمګړتیا بلل کیږي. دا په دې معنا چې درس ناسم دی.

نتایج قضیه:

I- اگر اضلاع دو زاویه بالترتیب موازی و هم جهت باشند زوایای مذکور باهم مساوی می باشند.

II- اگر یک یک ضلع دو زاویهٔ موازی و هم جهت و یک یک ضلع دیگر آنها موازی و دارای جهات مخالف باشند. مجموع وسعت این دو زاویه 180° است، شاگردان نتایج را ثبوت کنند.

زاویه بین دو خط مستقیم متنافر

تعریف: زاویه بین دو خط مستقیم متنافر درفضا عبارت از زاویه است که توسط ترسیم دو خط مستقیم موازی به آنها از یک نقطهٔ اختیاری دریک مستوی حاصل می گردد.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۸۵ ــم مخ

پایله: که چیري دیوه نامعلوم قیمت د پیداکولو لپاره چي ددوو معلومو عددونو تر منځ پروت وي، د معلوموعـددونو په مرسته نامعلوم عدد پیداکړو، په دې صورت کې نوموړې طریقه د خطي انټرپولېشن په نامه یادیږي.
که یو څلور رقمي عددلکه: 1.234 ولرو، نه شوکولای د هغه لوګاریتم له دري رقمي جدول څخه په لاس راوړو، نو د دې ډول عددونو لوګاریتم د خطي انټرپولېشن په واسطه پیداکولای شو.

۱۵۵ - مخ

د اکسپونشیل تابع خاصیتونه: له تیرو معلوماتو څخه په ګته اخیستنې سره د اکسپونشیل تابع خواص په لانـدي ډول بیانوو

1. د هري اکسپونشیل تابع د تعریف ناحیه ټول حقیقي عددونه او د قیمتونو ناحیه یې مثبت حقیقي عددونه دي.
2. هره اکسپونشیل تابع یویه یو (injective) ده یعني د هر

$$x_1 = x_2 \Rightarrow f(x_1) = f(x_2)$$

$$x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$$

دا پورته ادعا چي ګران لیکونکي د اکسپوننشل تابع لپاره کوي بیخي ناسمه ده. دا کیدی شي په هغه حالت کي صدق وکړي، چي برابر بنستونه ولري. په داسي حال کي بیا د داسي ادعا راوړل نا اړین دي.
که دا یوه الجبري تابع وي، نود اینجکتیویتي لپاره یې هم دا راوړنه ناسمه ده، چي زه یې سمون په لاندي انګرېزي متن کي راوړم. ژباړې ته به یې اړتیا نه وي.
یادونه: اکسپوننشل تابع الجبري تابع نه ده. دی ته ترانسڅندنت تابع وایي.

د لاندي انګرېزي ژباړه: f دې یوه تابع وي، چي تعریفست یې Aده. تابعf د ټولو a او b لپاره چي په A کي دي ، اینجکتیو ده ټیک هلته او هلته (ژباړې: یا هلته او په ځت یا دران جای و برعکس) که f(a) = f(b)وي، ځکه چي a=bده، دا دی، له f(a) = f(b) لرو a = b . دې ته ورته یا دې ته ایکویوالنت یا هم ارزښته، که $a \neq b$ ، نو $f(a) \neq f(b)$.
سیمبولیک،

$$\forall a, b \in A, \quad f(a) = f(b) \Rightarrow a = b$$

کوم چي منطقي ایکویوالنت یا برابرارزښته دی و کونترا پوزیتیو یا برعکس ته

$$\forall a, b \in A, \quad a \neq b \Rightarrow f(a) \neq f(b)$$

څیره یې لاندي شته

Definition[edit]

For more details on notation, see function(mathematics) § notation.

Let *f* be a function whose domain is a set *A*. The function *f* is **injective** if and only if for all *a* and *b* in *A*, if *f*(*a*) = *f*(*b*), then *a* = *b*; that is, *f*(*a*) = *f*(*b*) implies *a* = *b*. Equivalently, if *a* ≠ *b*, then *f*(*a*) ≠ *f*(*b*).

Symbolically,

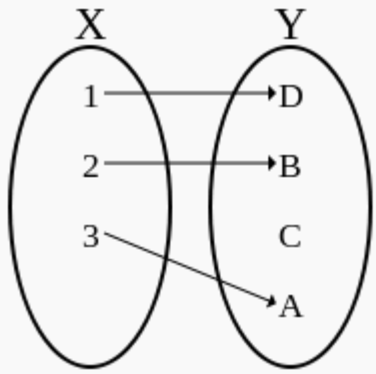
$$\forall a, b \in A, \quad f(a) = f(b) \Rightarrow a = b$$

which is logically equivalent to the contrapositive,

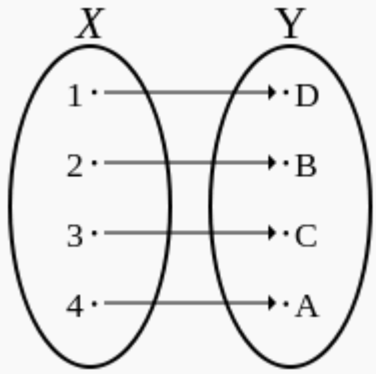
Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\forall a, b \in A, \quad a \neq b \Rightarrow f(a) \neq f(b)$$



An injective non-surjective function (not a bijection)



وايي چې موټی د خروار نمونه ده. دا بسيا کوي. نورې ليکنې هم په همدې توګه دي.

د ۱۲ ټولګي کتاب منځپانګې ته داسې ځغلند نظر او ټيکاوی يې:

دا چې ليکوالانو د دې لپاره، چې له پولې يا ليميټ څخه پيل وکړې، له رديفون يا ترادفونو(پرله پسيو) څخه يې پيل کړي او د همدې د پيل مخ څخه يې ناسم ليکلی.
دا موضوع بايد په يولسم ټولګي کې په پوره پيمانه څېړل شوې وی، مګر هلته هم دا کار پوره نيګړی شوی. د پرلپسيو څېړنه ځکه اړينه ده، چې و پوهيږو، د ناپای غړو (دوی يې حدونه او يا جملې بولې) سره ترادف چېرته ځي، يوې پولې ته ځي، له ټولو پولو اوړي او که مبهمه يا ناټاکلې پولې لري.
په دې هکله د يولسم ټولګي ليکوالانو دا برخه پوره نيمګړې پرېښودلې يا هغه اړيين څه يې هيڅ نه دي راوړي، چې زه دلته اوس په دې هکله پوره خبرې نه کوم او راځم د ۱۲ ـــم ټلګې کتاب ته.

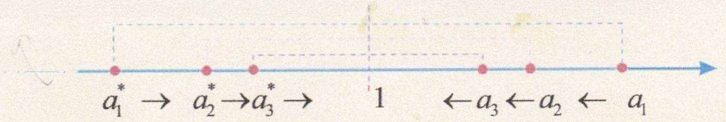
د دولسم ټولګي کتاب:
لومړي: په دولسم ټولګي کې پيل له ترادفونو شوی او په سر کې يې دوه ترادوفونه راوړي او دا يې بيا په يوه ګراف يا کرښه د ښي او کيڼې لورې يوې پولې ته ځغلولي.
د کتاب ۳ ـــم مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

پایله:لیدل کېږي، چې د a_n ترادف له ښي لوري څخه د 1 او د a_n^* ترادف له کیڼ لوري څخه د 1 عدد ته د n په زیاتېدو سره نږدې کېږي، یعنې:

ـ د a_n ترادف کله چې n بې نهایت ته تقرب وکړي، مساوي په(1) سره کېږي او همداشان د a_n^* د ترادف $n-$ام حد که n بې نهایت ته نږدې شي هم مساوي له (1) سره کېږي.



ددې لپاره چې د لېمیټ مفهوم مو ښه څرګند کړی وي، په لومړی پړاو کې هغه په خو ترادفونو کې د ګراف په پام کې نیولو سره تر څېړنې لاندې نیسو.

زه پوهیږم، چې دا کار دې درنو لیکوالانو ولې کړی؟
له همدې پیله روښانیږي، چې محترم لیکونکي د درس سره کومه بلدتیا نه لري.
په پورته کې دا دوه پرلپسې هیڅکله له) ۱ « سره نه برابریږي، لکه ښاغلی لیکوال چې لیکي.
پسې یې بیا د پرلپسې یا ردیفونو لپاره بیل بیل ګرافونه کښلي.
په پرلپسیو یا ردیفونوکې چې موږ لیمټ راوړو، نو موخه ترې د پرلپسې کونورګنت او ډیورګنت دي. په پرلپسې کې اړین نه ده، چې د کونورګنت حالت کې دې پرلپسې له دواړو لورو پولې ته لاړ شي، خو داسې پرلپسې شته او هغه یو ترادف دی نه دوه.
دویم: دا لاندې څه چې راغلي، هم کوم درس پورې اړوندوالی نه لري، همداسې څه یې لیکلي. دی د ناسم د ترادف درس څخه سملاسې داسې یوې موضوع ته راغلی او بیا د ښي او کیڼ لورې لیمیټ ته راځي او که وکتل شي، نو په لیکنو کې کوم توپیر نه شته. دلته د زده کړې څه نه لیدل کیږي او دا اخره کرښه یې داسې ده، چې په دې موضوع کې کومه پوهه هم نه لري.
که چیرې دا ټیک هم وي، نو ځای یې بې ځایه څکه راوړي، چې د ښۍ او کیڼې لور لیمټونه، چې هلته هم ناسم دې، په اووم مخ کې څېړل(که چیرې څېړنه یې وبولو)

په لاندې کې ،، د متحول تقرب،، یعنې څه؟ دا هیڅ مفهوم یا ترې پوهیدنه نه لري. که ... ترادف وي هم باید د ترادف په ډول ولیکل شي او که تابع وي هم باید د تابع په ډول ولیکل شي.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

د متحول تقرب: ویل کېږي چې د x متحول د a عدد ته تقرب کوي، په داسې حال کې چې x پـه اختیـاري ډول د a عدد ته نږدې کېږي، یعنې د x او a ترمنځ تفاوت له هر کوچني عدد($\delta > 0$) څخه کوچنی دی یا پـه لاندې ډول:

$$\forall \delta > 0 : |x-a| < \delta \quad \text{یا} \quad \lim_{x\to a} x = a \quad \text{یا} \quad x \to a \quad \text{یا} \quad |x-a| \to 0$$

له ښي لوري د متحول تقرب: ($x \to a^+$) که چیرې د x د قیمتونو یو متناقص ترادف موجـود وي پـه داسې حال کې چې په تدریجي ډول د a اختیاري عدد ته نږدې شي.

$$x : a+0.1,\ a+0.01\ ,\ a+0.001\ ,\ a+0.0001\ ,\ \ldots \to a^+$$

له کیڼ لوري د متحول تقرب: ($x \to a^-$) که چیرې د x د قیمتونو یو متزاید تـرادف موجـود وي پـه داسې حال کې چې x په تدریجي ډول د a اختیاري عدد ته نږدې شي.

$$x : a-0.1,\ a-0.01\ ,\ a-0.001\ ,\ a-0.0001\ ,\ \ldots \to a^-$$

نو د x د متحول تقرب د a عدد ته معادل دی د x د متحول تقرب له ښي لوري او د x د متحول تقرب له چپ لوري؛ یعنې:

$$x \to a \iff (x \to a^+\ ,\ x \to a^-)$$

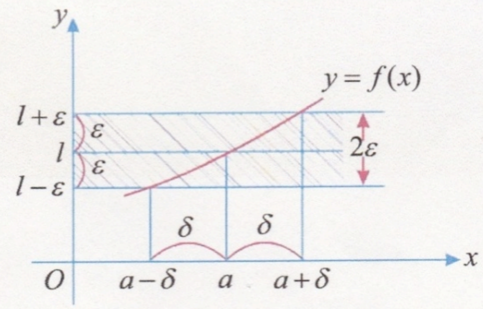
د

$$\forall \delta > 0 : |x-a| < \delta \quad \text{یا} \quad \lim_{x\to a} x = a \quad \text{یا} \quad x \to a \quad \text{یا} \quad |x-a| \to 0$$

ډول لیکنو سره ګران لیکونکي بلدتیا نه لري او نه داسې څه د مخه راغلي، چې روښانه شوې وي داسې لیکنې د ښوونځیو لپاره ستونځمنې دي. له دې امله ماهم په خپلو لیکنو کې نه وې راوړې. ګورو چې د کتاب ناسموونکي هم دا څه ناسم یا بې له تشریح کارولې.
په دې هکله زما لیکنه په لاندې کې شته.

دریم: په لاندې تعریف کې د پوهیدلو څه نه شته او په دې ریاضیکي تعریف خو نه پوهیږي، څکه چې په لاندې یې د پوښتنې د حل نتیجه راوستلې او دا بحث له دې سره په رښتیا کې هیڅ سر او کارنه لري.

تعریف: که چیرې د $f(x)$ تابع په یوه غیر تړلي انټروال کې چې د a عدد په هغې کې ګډون لري کیدای شي چې تابع په a کې نه وي تعریف شوې. که چیرې د x متحول د a عدد ته نږدې شي نو د $f(x)$ تـابع د l عـدد تـه نږدې کېږي، نو ویل کېږي چې د $f(x)$ تابع لیمیټ عبارت له l څخه دی، کله چې د x متحـول د a عـدد تـه تقرب وکړي نو داسې یې لیکو: $\lim_{x\to a} f(x) = l$ یا $\begin{matrix} x \to a \\ f(x) \to l \end{matrix}$



$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \ : |x-a| < \delta \ \Rightarrow \ |f(x)-l| < \varepsilon$$

$$\lim_{x\to a} f(x) = l \iff (|x-a| \to 0 \Rightarrow |f(x)-l| \to 0)$$

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا سومبولونه $\forall$ او $\exists$ نه دې ښوول شوي، چې څه شی دی او څه بلل کیږي.
ښاغلي لیکونکی په اووم مخ کې بیلګه راوړي او بیا دا ښایي، ښي او کیڼې لورې لیمیټ یې شمیري.

باید د $\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x-3}=6$، لپاره $x \neq 3$ ولیکي،چې هلته فنکشن تعریف نه دی. دی بیا په ناسمه توګه په جدول کې لیکي. دا چې دا باید څنګه ولیکل شي، زماپه لیکنو کې شته.

دویمه بېلګه: و ښیئ چې $\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x-3}=6$ سره دی.

حل: د ښي او کیڼي خوا لېمیټونه تر څېړنې لاندې نیسو:

x	3.5	3.1	3.01	3.001	...	3^+
$f(x)$	6.5	6.1	6.01	6.001	...	6

$$\Rightarrow \lim_{x\to 3^+}\frac{x^2-9}{x-3}=6$$

x	2.5	2.9	2.99	2.999	...	3^-
$f(x)$	5.5	5.9	5.99	5.999	...	6

$$\Rightarrow \lim_{x\to 3^-}\frac{x^2-9}{x-3}=6$$

لیدل کېږي چې د ښی خوا او کیڼې خوا لېمیټونه سره مساوي دي، نو $\lim_{x\to 3}=\frac{x^2-9}{x-3}=6$ دي.

په پورته کې xد 3 قیمت نه شي اخستلی، هلته فنکشن تعریف نه دی، نو له دې امله په جدول کې، نه د ښی لورې او نه د کینې لورې دا ارزښت 3 اخستلی شي، هلته 3 ته ور نږدې کیږي.
د بیلګې حل یې هم بیا سم نه دی کړي، په هغه ورسره بلده لار.
دا هغه د کاغي او د زرکې خبره ده.........

دویمه طریقه: د لېمیټ د تعریف په پام کې نیولو سره فرضوو چې د هر اختیاري کوچني عدد ε لپاره یو δ شتون لري داسې چې:

$$\forall \varepsilon>0 \quad \exists \delta>0 : \ |x-a|<\delta \ \Rightarrow |f(x)-l|<\varepsilon$$

$$|x-3|<\delta \ \Rightarrow \left|\frac{x^2-9}{x-3}-6\right|=\left|\frac{(x-3)(x+3)}{x-3}-6\right|=|x+3-6|=|x-3|<\varepsilon$$

$$\Rightarrow \varepsilon=\delta$$

د بیلګې د حل نتیجه
$\varepsilon = \delta$
دا د دی بحث سره سر او کار نه لري یعني دا مو موخه نه ده، نو باید ووایم، چې دروند لیکونکي د موضوع څخه بوي هم نه وړي.(بخښنه دې وي، که زما لیکنې داسې لږ توندې برېښي)
او بې ځایه مخ ته ځي، چې څه ترې پوهیدل کیږي هم نه.

له پورتنی اړیکې څخه دا معلومېږي چې ε له δ سره اړیکه لري، که δ ته قیمت ورکړو ε قیمت اخلي او که ε ته قیمت ورکړو δ قیمت اخلي، بنا پر دې هغه تعریف چې د لېمیټ لپاره موجود دی سم دی او تابع لېمیټ لري، یعني: $\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x-3}=6$

دې پورته ته په لنډه توګه زما نوره لیکنه او ټیکاوی:

د کتاب په پیل کې راوړل شوې د ترادف یا پرلپسې موضوع باید د یوولسم ټولګي کتاب کې پوره څیړل شوې وی، مګر هلته یې یوائې دا نومونه راوړل شوي او نور لیکونکي – بې له دې، چې د موضوع اړیین څه راوړي - له موضوع څخه تیر شوی.

د دې موعوع څخه موخه د ترادف پولې ته تلنه یا کونورګنت او له پولې اووښتنه یا ناپای ته تلنه یا ډیورګنت او... دي، چې بې له دې په ریښتیا کې د ترادف یا پرلپسې څیړنه کوم غوره والی یا اهمیت نه لري، یعنې خپله موخه له لاسه

Downloaded from: ketabton.com

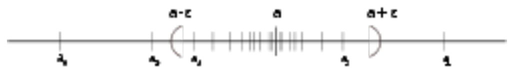
(c) ketabton.com: The Digital Library

ورکوي. دا د يوولسم ټوګي د ترادف درس، نو په رښتيا کي خپل غوره والی او اړيينوالی له لاسه ورکوي. نور سموالي او ناسموالي ته يې ګوته نه نسم، همدا بسيا کوي، چې څه په کي نه دي ويل شوي يا ليکل شوي.

د ۱۲ ـم ټولګي کتاب ته:

يادونه: دا چي ګومان کيږي د داسي ليکنو سره به بلدتيا لږ وي، نو تشريح به راڅخه لږ ډېره شي.

د ،، پوله ارزښت،، په څيره کي ښوونه



که $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ د حقيقي اعدادو (ګڼونو) ترادف يا پرلپسي وي، نو عدد $a\in\mathbb{R}$ د دې ترادف يا پرلپسي پوله ارزښت بلل کيږي او پرلپسي a ته کونورګير کيږي يا a ته هڅيږي يا نږدې کيږي، که د هر $\varepsilon>0$ لپاره په انتروال $(a-\varepsilon,a+\varepsilon)$ کي له يوه اندکس يا پيژند نخښې اخوا يا وروسته يا پسې د پرلپسي يا ترادف ټول غړي(دوي يې حدونه يا جملې بولي، نه پوهيږم ولې؟) د انتروال په دننه کي او فقط پای ډېر غړي له انتروال څخه دباندې پراته وي.

(دنورې اوږدې روښانه ونکي شنني څخه تيريږم)

لنډ پيژند يې:

عدد $a\in\mathbb{R}$ د ترادف $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ پوله بلل کيږي، که د ټولو $\varepsilon>0$ لپاره يو طبيعي يا پيداښتي عدد N شتون ولري، داسي چې $|a_n-a|<\varepsilon$ باور ولري، که $n\geq N.$ وي.

دا پيژند راکوي، چي: د هر $\varepsilon>0$ لپاره يو اينډکس N شته، داسي چي له دې اينډکس يا پيژندنخښې وروسته د پرلپسي(ترادف) ټول غړي د ε څخه په کم واټن له a لرې پراته دي يعني له ε څخه چي a ته څومره نږدې دی دا نور هم a ته نږدې دي.

د $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ د پولې ارزښت ليکلو لپاره خپل ځانله سومبول لرو: $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=a$

د دې ليکدود سره سم د يوې پرلپسي پوله ارزښت تعريف داسي رالنډولی شو:

$$\lim_{n\to\infty}a_n=a\quad\Longleftrightarrow\quad\forall\varepsilon>0\,\exists N\in\mathbb{N}\,\forall n\geq N:\ |a_n-a|<\varepsilon$$

د داسي ليکنو لپاره د ε (لوستل: ايپسيلون) توری ورځنی يا مروج شوی.

بيلګه:

په يوه بيلګه کي يې روښانه کوو:

د دې لپاره چې د $\frac{1}{n}$ پرلپسي يا رديف و 0 ته کونورګنت وښايو، يو د مخه ورکړ شوي ε ته يوه په خوښه طبيعي عدد يا ګڼ N ټاکو، چې له $\frac{1}{\varepsilon}$ لوی وی، نو د ټولو $n>N$ لپاره باور لري:

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$|a_n - 0| = \frac{1}{n} < \frac{1}{N} < \varepsilon$$

موضوع اوږدولی نه شم، ځکه چې دا یو درس نه دی، دا فقط په موضوع داسې لږ رڼا اچونه ده.

د فنکشن پوله ارزښت:

یادونه: د دې ۱۲ – م ټولګي د درس دا هغه اصلي موضوع ده.

د فنکشن پوله ارزښت په لاندې توګه پیژنو یا تعریفوو:

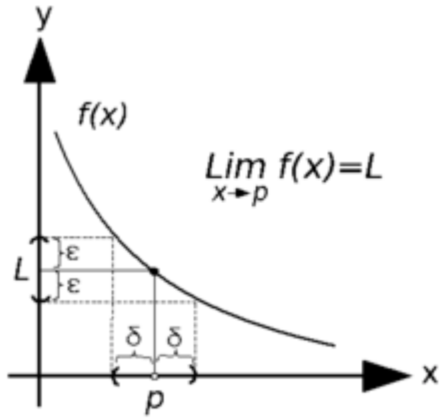
پیژند: د فنکشن f پوله ارزښت، د x لپاره چې p ته نږدې کیږي، L دی او داسې یې لیکو: $\lim_{x \to p} f(x)=L$

لوستل یې هم همداسې دي لکه پورته تعریف

داسې یې شمیرپوهنیز لیک دود باندې تعریفوو:

فنکشن f پوله ارزښت L لري، که د هر $\varepsilon > 0$ لپاره یو $\delta > 0$ شتون ولري، داسې چې د هر x لپاه د $0<|x-p|<\delta$ سره $|f(x)-L|<\varepsilon$ هم باور ولري.

د پورته شمیرپوهنیز یا ریاضیکي فنکشن پوله ارزښت لپاره لاندې ځیره



پورته دوه تعریفونه برابر ارزښته دي یعني له یوه ځخه بل لاس ته راځي او په ځټ یا برعکس یعني لیکو:
تعریف: د فنکشن f پوله ارزښت، چې x و p ته نږدې کیږي، L دی، ټیک هلته یا هلته او هلته یا هلته او په ځټ، یا له دې لاس ته راځي او په ځټ یا برعکس چې د هر $\varepsilon > 0$ لپاره یو $\delta > 0$ شتون ولري، داسې چې د هر x لپاه د $0<|x-p|<\delta$ سره $|f(x)-L|<\varepsilon$ هم باور ولري.

دلته هم په همدومره بسیا کوو، که ځه هم روښانه کیدل نوري شنني ته هم اړتیا لري.

دې ته دلته په اخر کې بیا ګوته نیسم، چې دا شمیرپوهنیز یا ریاضیکي ډول لیکني ستونځمني دي او باید ترې تیر شو، د ترادفونو او فنکشنونو لپاره.

دا نور پاتې درس هم په همدې ترتیب ګران لیکونکي لیکلی چې زه نور پرې نه غږیږم.
دا بسیا کوي، چې کتاب د ښوونځیو ځخه راټول شي او له سره ولیکل شي.

ستاسو له سرې سینې ځخه – که ومو لوسته- ډیره مننه.

ستاسو ډاکتر ماخان شینواری.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

Downloaded from: ketabton.com

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library