تقریظ

داوسنۍ هر اړخیز ناورین څخه د افغان ولس د خلاصون لاره یوائې په علم کښې نښتي ده. یوه ټولنه هغه وخت پرمختګ کولي شي ، کله چه د علم په ډګر کښې مخکې لاړه شي. په نړي کښې هغه ملتونه مخکې ، اسوده او سوکاله ژوند لري په کومو کښې چه علمیت خپور شوي ده .

که وغواړو چه د پرمختللو هیوادونو په شمار کښې راشو نوباید په خپل ځوان نسل باندي زیاته سرمایه ګذاري وکړو ،دغه ځوانان باید په تعلیمي او تحصیلي اډکامیو کې وروزل شي تر څو هغه تشه چه زمونږ په ټولنه کښې وجود لري ډکه شي .

زه د زړه له تله د دلاور(رضا) دغه نیک اقدام ستایم ، دلاور رضا یو هیوادپاله ،احساس پاله اومسولیت پاله ځوان ده.تل مدام زیار او کوشش کوي چه په ټولنه کښې علمي او کولتوري خدمت وکړي .د نوموړي دغه آثار(لوګارتم) علمي او څیړنیز اثر په علمي او کولتوري ډکر کښې نه هیریدونکي اقدام ده .

Ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

لوګارتم په روزمره ژوند کې ډیر استعمال ساحه لري ،د ښاغلي استاد دلاور رضا دغه هڅه ټولو ډیر هغو اشخاصو لپاره موثُر تمامیدلي شي ،کوم چې په طبعي علومو کښې لوړي زده کړي ،ماستري او حتي کوم چې دوکتورا کوي.ځکه ټولي بهترین علمي منابع او سرچیني او حتي دنن ورځي بهترین کتابتون(انترنیت) چې دنړي موثره کتابونه په کښې په کم نرخ اوهر ځاي کښې ترلاسه کیداشي، په هغي کې هم اکثره کتابونه په انکلیسي ژبه خپریږي .

زه ښاغلي دلاور (رضا) ته ددي کتاب مبارکي وایم .او هیله ورڅخه کوم چه تل همداسي د خپل ځوریدلي هیواد او هیوادالو خدمتګار ووسي ،له څښتن تعالي څخه ورته ددي ستر زیار او کوښښ بدله په دي او هغي ابدي دونیا کښې غواړم.

پوهیالي نورزمان (باوري)

ننګرهار پوهنتون

ساینس پوهنځي استاد

(c) ketabton.com: The Digital Library

پیل خبرې

ریاضي د لاتیني کلمې(Mahatmata) څخه اخیستل شوی چه معنی یې جمناستیک دی، ځکه چه پخوانیو یونانیانو فکر کاوه چې لکه چه جمناستیک د بدن فزیکي فعالیتونو کې رول لري دغه رنګه ریاضي هم د دماغو په سالم ساتلو او فعالیتونو کې رول لري .

که چیرې یو څوک په ریاضي پوهیږي او ریاضي پر هغه تاثیر کړی وي نو لاندې خواص به په هغه کې لیدل کیږي. اول خدای پیژوندونکې ، دویم ځیرکتیا ، دریم منطقي فکر ، څلورم پراخه لیدل ، پنځم لطیف روح او اخري ټکی نظم په واقیعت سره ریاضي پوه دی .

ریاضیات د ذهن او فکر د انکشاف او ودې له پاره ډېر ګټور او اغیزمن دی، لکه د ورزش او بدن ښکلا (باډي بلډینګ) لپاره تمرینات ضرور دي همدارنګه د مغزو رشد ، پراختیا او خرکت لپاره د ریاضي زده کړه اړینه ده .یعنې په دی معني که څوک غواړي چې پراخه لیدلوری ولري ، غښتلی منطقي نظر ولري نو ریاضي دې زده کړي .

(c) ketabton.com: The Digital Library

هغه ماشومان چې کم ذهنه او ګوډل وي نو بهترینه خبره ده چې په نوموړي ماشوم باندې د حساب د زده کړې تمرین او کوشش وشي . په ښوونځیو کې هغه زده کوونکي په طبیعي ډول پر نورو مضامینو هم بر لاسي وي چې څه ناڅه په ریاضي پوهیږي او هغه زده کوونکي چې ریاضي يې نه وي ، زده نو پر نورو مضامینو هم نه پوهیږي.

په یو مطلب کې راغلي دي چې لومړۍ نړیواله جګړه د کیمیا پوهانو ترمنځ وه ، دویمه نړیواله جګړه د فزیک پوهانو تر منځ وه او خدای د ونګړي که چیرې دریمه نړیواله جګړه پیښه شي نو دغه جګړه به د ریاضیکي جګړه وي په نتیجه کې به نړۍ ته ستر زیان واوړي ، .د په ریاضي هکله د یو شمیر پوهانو ویناوي :

افلاطون د اکاډمي په دراوزې لیکل شوي وو ، هر هغه څوک چې په هندسه نه پوهیږی د ننه نه شي.

ریاضي پوهه ټایلور وویلي وه هندسه هغه پل دی چې انسان د ظلم نړۍ څخه یو د خقیقت یو نوراني ښار او محل ته رسوي.

افلاطون وو ایې : د ریاضي د کار کولو محصول د طبیعت ښکلا دی او هغه څوک چې پر ریاضي نه پوهیږی نو د طبیعت ښکلا په ښه ډول نشي درک کولای

(c) ketabton.com: The Digital Library

راجر بیکن وو ایي : ریاضیات د علومو د دروازې کیلي دی ، په ریاضیاتو کې لتي کول ټولو علومو ته صدمه رسوي.

اریک تمپل بل وایي : ټول ریاضي پوهان د ریاضي ښوونکي ندي او ټول د ریاضي ښوونکي ریاضي پوهان ندي.

ګالیله وایي : په ریاضیاتو کې څه مهم دي؟ فکر کول ، ریاضیات الفبا دي چې د همدې الفبا پر مټ الله ج نړۍ خلق کړې دی.

حضرت علي کرم الله وجهه څخه یو چا پوښتنه وکړه چې 17 اوښان درانګه وویشی چې اول نفر $\frac{1}{2}$ برخه ، دویم برنفر $\frac{1}{3}$ برخه ، دریم نفر $\frac{1}{9}$ برخه واخلي او د قربانۍ یو اوښ هم حلال نشي؟

حضرت علي کرم الله وجهه یو نفر ته وویل ، چې یو اوښ له بیت المال څخه راوړی او د 17 اوښانو سره یې یو ځای کړی چې 18 اوښان کېږي ، او د معینه نسبتونو د ویش څخه وروسته پورته ذکر شوي برخې په لاس راځي یعنې : اول نفر ته 9 اوښان ، دویم نفر ته 6 اوښان او دریم نفر ته 2 اوښان وویشل شول ، چې ټول 17 اوښان کېږي او د بیت المال اوښ یې بیرته بیت المال ته وسپارلو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په هر صورت د ریاضي زده کړه هر چاته ضرور ده چه یاده یې کړي ، مسلکې اشخاص باید خپلې ملې ژبې ته د ریاضیاتو استعمال را وژباړي .

د سوکاله او پرختللې افغانستان په هیله

استاد دلاور رضا معروف خیل

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ریاضي علوم

د ریاضیاتو په تعریف کې ویل کېږي، چې یو عقلاني پوهه (علم) دی، چې ځینې کمیتونه (مقادیر) د ځینې نورو کمیتونو په واسطه د هغو دقیقو روابطو په واسطه چې د دوی ترمینځ وجود لري، تعین او بحث کوي.

کمیت:

هر هغه څه چې د اندازه کولو وړتیا ولري، زیات او یا کم شي کمیت نومېږي؛ لکه سرعت، قوه، کتله او نور.

د اوولسم قرن مشهور ریاضي پوه له نظره (دګارت):

ریاضیات د نظرم او اندازې خالص علوم دی، ددې علم د کلیت قاطعیت او بارزوالي په پام کې نیولو سره چې د ریاضیاتو تعریف مو بشپړ کړی وي، ویل کېږي.

ریاضیات د کمیتونو غیر مستقیمه اندازه ګیري ده او د کمیتونو ترمینځ روابط برقراروي.

دا علم نظر د کمیتونو د څېړنې لپاره په کوچنیو څانګو وېشل کېږي؛ لکه حساب، هندسه، مثلثات، الجبر، انالیز، وکتور، مترکس او نور، چې په عمومي ډول حساب د منفصل کمیتونو او هندسه د منتصل کمیتونو څخه (اشکال، اجسام) څخه بحث کوي.

کله د اعدادو پرځای د حروفونو څخه استفاده کوي؛ مثلاً:

$$(3+4)^2 = 3^2 + 2.3.4 + 4^2$$
$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا ډول فورمولونه چې په واقعیت کې د غیر مشخص کمیتونو اړیکې څرګندوي، د ریاضي په الجبر څانګې پورې اړه لري، په دې توګه الجبر د فورمولونو په پلي کولو د حساب عملي ساده او عمومیت ورکوي.

د کارت په اوولسم قرن کې یو هندسي شکل د یو الجبري معادلې په واسطه ارایه کړ، چې د مختصاتو په سیستم پورې اړه درلوده او تحلیلي هندسه یې مینځته راوړه، په دې ترتیب الجبر د ریاضي هغه برخه ده، چې هم منفصل او هم منتقل کمیتونه تر څېړنې لاندې نیسي.

د ریاضي مفاهیمو د منشاء په هکله باید ووایو چې دا مفاهیم د انسان ذهن ته د خارجي جهان د تجربې او لیدنې کتنې څخه حاصل او په لاس راغلي، چې وروسته ذهن هغه ته انکشاف او جوړښت ورکړی او یا یې نومولی وي.

غیر منظم شکل یې منظم او یا منظم شکل ته یې غیر منظم شکل ورکړی، لېکن مشهور فیلسوف او ملګري یې هر ډول مفهوم د تجربې او عمل محصول ګڼي، ولې په مقابل کې یې عقلي فلاسفه لکه دکارت واسپتیوزوا، اولایب ننز په عقل ممتاز او مستقل له تجربې څخه ګڼي او په دې عقیده دي، چې انتان لرونکي د فطري افکارو دي او له تجربې څخه یې مستقل ګڼي؛ مثلا دکارت او کانت په دې عقیده دي، چې په طبیعت کې اساساً عدد وجود نه لري او دا ذهن دی، چې واحد په واحد زیات او اعداد مینځته راوړي.

همدارنګه د هندسې په اړه نومورې وایي، چې اصلاً هندسي اشکال په طبیعت کې وجود نه لري او ټول اجسام درې بعدي دي، په دې ترتیب دوه یو اړخیزې قطري مینځته راځي، چې یوه یې محض د تجربې او عمل اصالت دی او بل یې محض د عقل اصالت دی.

په هر ترتیب په لنډ ډول وایو، دا تجربه ده، چې د ریاضي لومړني مفاهیم انسان ته تلقین او بیا د ذهن عقل او فکر فعالیت دي، چې هغه له سره نوي، کامل او یا متغیر شکل ورکوي او د خپل د علاقې وړ شکل، حالت ته یې راولي؛ مثلا د تسبیح دانې او د اسې نور د اعدادو د ښودلو لپاره په کار یووړل شو، چې وروسته بیا مختلف عددونه مینځته راغلل.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د فکر متداوم او فعال جریان حتی منفي او موهومي عددونه رامینځته کړل، همدارنګه هندسي مفاهیم د ډېر کوچني شي د لیدلو څخه د نقطې مفهوم د نازک او باریک سیم د لیدلو څخه د خط مفهوم د سپوږمۍ د لیدلو څخه د دایرې مفهوم د هګۍ د لیدلو څخه، د بیضوي مفهوم رامینځته شو، چې وروسته یې انکشاف او پرمختګ وکړ.

په مصر کې د نیل د سیند طغیان چې ځمکې به یې خرابې او حدود به یې له مینځه وړل، د مثلث، مربع او مستطیل او مساحت مفاهیمه مینځته راغلل، چې د نن ورځې د عصري هندسې اساسات جوړوي.

د ریاضي اصول او روش

د ریاضیاتو روش ددې علم په مبداء او منشاء کې د یو شمېر اصولو وضع کول دي، چې ددې اصولو په کار اچولو سره او په هغوی استدلال کول، یو سلسله قضیې مینځته راوړي، چې په منطقي ډول له لومړني اصولو څخه په لاس راځي.

په بل عبارت:

د ریاضیاتو روش یو جوړوونکی قیاس یا قضیې دي، چې پایلې یې د وضع شوو اصولو په کار اچولو څخه حاصلېږي.

دا لومړني اصول عبارت دي له:

۱. د ریاضي تعریف. ۲. بدیهي اصول یا متعارف اصول. ۳. موضوعه اصول.

i. د ریاضي تعریف:

هغه څه چې د یو شي طبیعت، ذات، خواص واضح او روښانه کړي، یا د هغه په اړه یو فکر رامینځته کړي، تعریف نومېږي.

په بل عبارت؛ د ریاضي تعریف یو قضیه ده، چې د یو معین مقدار ذات معلوم کړي، د مثال په ډول د (α)زاویه، چې $0^0 < \alpha < 90^0$ وي، حاده زاویه ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ii. بدیهه اصول (متعارف اصول):

هغه قضیه ده، چې بدیهه ځرګند او د معینو مقادیرو ترمینځ د یوې ضروري رابطې ښوونکې وي؛ مثلاً کل د جز څخه لوی دی، یا که: $A=B$, $B=C$ وي، نو $A=C$ دی او نور.

iii. موضوعه اصول:

دا هغه اصول دي، چې اثبات یې ناممکن وي، کېدای شي د هغه نه انکار وشي او یا تجدید شي، ولې دا اصول قبلول ددې لپاره چې هغه دلایل چې دا اصول یې مبدا او منشا ګڼل کېږي، ځای په ځای پاتې نه شي او استدلال ادامه وکړي، له نوم نه یې معلومېږي، دا اصول د اشخاصو له خوا وضع او قرار دادي جنبه لري او پرته له دې چې ضرور وي قبلېږي او منطقي ضرورت نه لري؛ مثلاً د اقلیدوس موضوعه اصول.

د ریاضي استدلال او برهان:

معمولاً ویل کېږي، چې د ریاضي استدلال قیاس دی او دا په هغه استدلال اطلاق کېږي، چې ذهن د یوې کلي قضیې څخه د هغه جز خواته ځي او د هغه اصولو څخه چې په ابتداء د دغه علم کې وضع شوي وي، منطقاً نورې قضیې نتیجه ګیري کېږي؛ مثلاً د یو مستطیل د تعریف څخه چې یوه کلي قضیه ده، د مستطیل نور خواص نتیجه ګیري کېږي.

ولې اکثر د ریاضي علما د ریاضیاتو قیاس روش نه قبلوي او وایي چې زیاضیات په لومړي سر کې د تجربې بڼه درلوده او استقرایي روش یې درلود، چې بیا د استقرا نه قیاس ته لاره بدله کړې ده.

مثلا؛ د حساب نه الجبر او د مسطحه هندسې نه فضایي هندسې ته رسېدلي دي.

د ریاضي استدلال کې ذهن د خارجي جهان د واقعیتونو په اساس خپل فعالیت ته ادامه ورکوي، هر هغه څه چې بهتر او مناسب وي، پایلو ته د

(c) ketabton.com: The Digital Library

رسېدلو په خاطر انتخاب او حاصل شوي نتایج بیا د بعدي استدلال لپاره په کاروي.

معمولا د ریاضي په استدلال کې د تجربې او تحلیل روش نه کار اخلي، چې دا په حقیقت کې د کل څخه تجزیه تلل دي او یا هم د تکریبي روش څخه کار اخلي، چې د جز څخه کل ته تلل دي.

یادونه کېږي، چې تحلیل او ترکیب یو د بل تکمیل کوونکي دي، د تجزیې پرته ترکیب او د ترکیب پرته تجزیه ناقصه ده، د ریاضي له تعریف نه شروع او مطلوب قضیې ته رسېږي، ولې په تحلیل او تجزیه کې د قضیې نه تعریف ته رسېږو، په دې ترتیب تحلیل له قضیې نه پر تعریف ختمېږي او ترکیب له تعریف نه پر قضیه ختمېږي.

د ریاضیاتو علمي ارزش او استعمال یې په نورو علومو کې:

همغسې چې مخکې یادونه وشوه، علوم د عمل او تجربې څخه سرچینه اخلي او وروسته توسعه او پراختیا پیدا کوي.

د ریاضي په برخه کې هم لومړني مفاهیم له عیني جهان او تجربې څخه اخیستل شوي دي او بیا یې توسعه او انکشاف کړی دی، چې ثابت او استوار قوانین او روابط لري.

چې یو کمیت د بل کمیت له مخې تعین او پیدا کوي، د ریاضي علومو لړۍ اوس کچې ته رسېدلی، چې د تجربې پرته د مقادیرو تر مینځ ثابت روابط او قوانین رامینځته کړي.

په داسې حال کې چې ریاضیات یو ذهني علم شمېرل کېږي، خو لومړني مفاهیم په تجربه او عینیت استوار ده.

دې علم کاملاً دقیق، قاطع او مسلم احکام یې حقیقي دقیق او مطمین دي، چې هیڅوک په کې تردید نه لري، په همدې دلیل هر تجربې علم چې د ریاضي

(c) ketabton.com: The Digital Library

په چوکاټ کې ولوېږي او د ریاضي فورمولونه پرې تطبیق شي، همغومره به قاطع، دقیق او د اعتماد وړ وي.

په اوسني عصر او زمان کې حتی د اجتماعي علومو عالمان او استادان کوښښ کوي، ترڅو خپل نظریات او تیوري ګانې د ریاضي په قالب او فورمولونو کې ارایه کړي.

په دې مورد کې لارد کالوین د فزیک یو مشهور عالم وایي:

((کله چې د یو موضوع په هکله صحبت کوې، که وتوانېږې هغه اندازه او د اعدادو په ژبه یې ارایه کړې، که د هغه باره کې ډېر هم پوهېږې، خو له دې کار نه بغیر به مو معلومات نیمګړي وي.))

بله دا چې ځینې عالمان وایي:

((شناخت عبارت د اندازه ګیرۍ څخه ده.))

د نجوم فزیک عالمان غالباً داسې روابط په ریاضي کې برقرار او قایموي چې د غسې جهان سره انطباق لري، یعنې د ریاضي قوانینو ته د تجربې جنبه ورکوي.

د اوسني عصر فزیک، نجوم، تحلیلي او محاسبوي کیمیا، روانشناسي، انجینري، ساختمان، بانکداري... دا هغه علوم دي، چې د ریاضي د پوښښ او قالب پرته به نیمګړي او کم اعتباره وي، د پورته خبرو حقیقت به خپله د ساینس پوهنځي په څلورو کلونو کې احساس کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لوګاریتم (Logarithm)

د ریاضي اوومه عملیه ده، چې ریاضي د عملیو د ډېرو لویو او یا د ډېرو کوچنیو عددونو په محاسبه کې؛ لکه ضرب، تقسیم، طاقت، جذر، نمایي (اکسپوننشیل) معادلې، نفوسو د تکثر مسایل، د بکتر یا دوه ګوني وېش، د رادیو اکتیف موادو تخریب، بانکونو په مرکبه ربحه او اداسې نورو ځایونو کې ترې استفاده کېږي.

لوګاریتم هغه عملیه ده، چې د ضرب او تقسیم عملیې په جمع او تفریق په عملیو، د توان او جذر عملیې په ضرب او تقسیم په عملیو بدلوي.

لوګاریتم یوه داسې عملیه ده، چې نه یوازې محاسبه ساده کوي، بلکې د محاسبې وخت هم لنډوي.

دا عملیه د لومړي ځل لپاره د یو مسلمان ریاضي پوه (الخوارزمي AL-Khwarizmi) له خوا وپېژندل شوه او د یوه سکاټلندي ریاضي پوه (جان نیپر Jhon Napier) په واسطه پراختیا ورکړل شوه.

وروسته د جان نیپر د مړینې څخه (برکس Briggs) نومې عالم د جان نیپر د زوی په مرسته د لومړي ځل لپاره د لوګاریتم جدول د لسو (10) په قاعده ترتیب او منتشر کړی.

بالاخره د دې عملیې په واسطه د محاسبې خطکش، د حساب ماشین او داسې نور شیان اختراع شوي دي.

د لوګاریتم په واسطه مسایل په اسانه، ژر، په لږ وخت او په دقیق ډول سره

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل کېږي.

لوګاریتمي تابع (Logarthm Function)

لوګاریتم په لغت کې د متناسبو اعدادو شمېرلو ته وايي او په اصطلاح کې د اکسپوننشیل معادلې معکوسې معادلې ته لوګاریتم وايي.

اکسپوننشیل معادله:

هغه معادله ده، چې توان يې مجهول وي، عمومي شکل $a^x = b$ ، چې a او b ثابت عددونه دي، او x په کې مجهول دی؛ لکه $2^x = 16$
دا چې د اکسپوننشیل معادلې معکوس شکل ته لوګاریتم وايي، نو لیکو چې:
$b = a^x$ يو اکسپوننشیل معادله ده، نو معکوسه شکل يې عبارت ده له $Log_a^b = x$ څخه.

پاملرنه:

کولی شو، چې اکسپوننشیل معادله په لوګاریتمي معادلو او لوګاریتمي معادلې په اکسپوننشیل معادلو بدلې کړو.
مثال: لوګاریتمي $x = 2^3 \Rightarrow Log_2^x = 3$ اکسپوننشیل.
اکسپوننشیل $2^x = 16 \Rightarrow Log_2^{16} = x$

په بل عبارت سره: لوګاریتم د x عدد ($x > 0$) د a په قاعده ($a \neq 1 , a > 0$) عبارت له هغه عدد څخه دی، چې a د نوموړي عدد په توان رفع شي، نو حاصل يې د x سره مساوي کېږي؛ مثلاً:

$Log_a^x = y \Rightarrow a^y = x$

1). $Log_8^{64} = 2 \Rightarrow 8^2 = 64$

2). $Log_5^{25} = 2 \Rightarrow 5^2 = 25$

3). $Log_9^{81} = 2 \Rightarrow 9^2 = 81$

(c) ketabton.com: The Digital Library

4). $Log_{12}^{144} = 2 \Rightarrow 12^2 = 144$
5). $Log_{3}^{9} = 2 \Rightarrow 3^2 = 9$
6). $Log_{25}^{625} = 2 \Rightarrow 25^2 = 625$
7). $Log_{13}^{169} = 2 \Rightarrow 13^2 = 169$
8). $Log_{21}^{441} = 2 \Rightarrow 21^2 = 441$
9). $Log_{20}^{400} = 2 \Rightarrow 20^2 = 400$
10). $Log_{30}^{900} = 2 \Rightarrow 30^2 = 900$

په بل عبارت سره:

فرضوو چې N او b دوه داسې مثبت حقيقي عددونه دي، چې $b \neq 0$ او $a \neq 1$ وي، نو د N عدد لوګاریتم د b په قاعده د a څخه عبارت دی، که چېرې b د a په توان رفع شي، د N عدد لاسته راشي؛ دارنګه چې:

$$Log_b^N = a \Leftrightarrow b^a = N$$

$Ex: 4^2 = 16 \Leftrightarrow Log_4^{16} = 2$

$Ex: 10^3 = 1000 \Leftrightarrow Log_{10}^{1000} = 3$

$Ex: 6^0 = 1 \Leftrightarrow Log_6^1 = 0$

په بل عبارت سره:

که $y = a^x$ اکسپوننشیل تابع وي، نو x ته د (a) په قاعده د (y) لوګاریتم وایي، چې دغه عبارت په ریاضي کې داسې ($x = Log_a^y$) ښودل کېږي.

یا په بل عبارت سره:

که $a > 0$ او $a \neq 1$ او هم $N > 0$ وي، د N عدد لوګاریتم د a په قاعده د x عدد دی، که a په توان د x رفع شي، نو د N عدد لاسته راشي.

پورته تعریف ریاضي په ژبه داسې لیکل کېږي:

معادل روابط $\begin{cases} Log_a^N = x \\ N = a^x \end{cases}$ لوګاریتمي تابع
نمايي (اکسپوننشیل) تابع

1). $Log_6^{36} = 2 \Rightarrow 36 = 6^2$

2). $Log_2^{1/16} = -4 \Rightarrow \frac{1}{16} = 2^{-4}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

3). $Log_7^{49} = 2 \Rightarrow 49 = 7^2$

یا په بل عبارت:

د یوه طاقت توان ته لوګاریتم وایي.

$x = Log_a^y \Rightarrow y = a^x$

په لنډ ډول د توان محاسبه کولو ته لوګاریتم وایي.

$Ex: 256 = 16^2 \Rightarrow Log_{16}^{256} = 2$

$Ex: 289 = 17^2 \Rightarrow Log_{17}^{289} = 2$

د ټولو ذکر شوو تعریفونو له مخې د یوه عدد لوګاریتم مفهوم او مقصد دا دی، چې د یوه عدد لوګاریتم نظر یوې قاعدې ته هغه عدد دی، چې که قاعده پرې رفع شي، نو خپله عدد په لاس راځي.

پاملرنه:

له یوه څخه د لویو عددونو لوګاریتم مثبت او له یوه څخه د کوچنیو عددونو لوګاریتم منفي دی.

همدارنګه لوګاریتم صرف مثبت عددونه لري، خو منفي عددونه لوګاریتم نه لري.

همدا شان د یو لوګاریتم صفر دی، او د صفر لوګاریتم منفي لایتناهي ($-\alpha$) دی.

$Ex: Log_2^{32} = 5 \Rightarrow 32 = 2^5$

$Ex: Log_{125}^{5} = \frac{1}{3} \Rightarrow 5 = (125)^{\frac{1}{3}}$

$Ex: Log_{10}^{0,1} = -1 \Rightarrow 0,1 = 10^{-1}$

$Ex: Log_{10}^{0,01} = -2 \Rightarrow 0,01 = 10^{-2}$

(ا). له (1) نه د لوی عددونو لوګاریتم تل مثبت وي.

$10^0 = 1 \longrightarrow Log_{10}^{1} = 0$

$10^1 = 10 \longrightarrow Log_{10}^{10} = 1$

$10^2 = 100 \longrightarrow Log_{10}^{10^2} = 2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$10^3 = 1000 \longrightarrow Log_{10}^{10^3} = 3$

$10^4 = 10000 \longrightarrow Log_{10}^{10^4} = 4$

(II). له (1) نه د کوچنیو عددونو لوګاریتم تل منفي وي.

$10^0 = 1 \longrightarrow Log_{10}^{1} = 0$

$10^{-1} = 0{,}1 \longrightarrow Log_{10}^{10^{-1}} = -1$

$10^{-2} = 0{,}01 \longrightarrow Log_{10}^{10^{-2}} = -2$

$10^{-3} = 0{,}001 \longrightarrow Log_{10}^{10^{-3}} = -3$

$10^{-4} = 0{,}0001 \longrightarrow Log_{10}^{10^{-4}} = -4$

(III). د صفر لوګاریتم ($-\alpha$) دی.

(IV). د صفر څخه کوچني عددونه یعنې منفي عددونه لوګاریتم نه لري.

د لوګاریتم ساده مثالونه

Number	Exponential Expression	Logarthm
10000	10^4	4
1000	10^3	3
100	10^2	2
10	10^1	1
1	10^0	0
$\frac{1}{10} = 0{,}1$	10^{-1}	–1
$\frac{1}{100} = 0{,}01$	10^{-2}	–2
$\frac{1}{1000} = 0{,}001$	10^{-3}	–3
$\frac{1}{10000} = 0{,}0001$	10^{-4}	–4

(c) ketabton.com: The Digital Library

لوګاریتمي تابعګانې
(Logarithmic Function)

لوګاریتمي تابع:

که $y = a^x$ یوه نمایي (اکسپوننشیل) تابع وي، نو x ته د (a) په قاعده د y لوګاریتمي تابع ویل کېږي.

یعنې د نمایي تابع معکوس حالت ته لوګاریتمي تابع ویل کېږي.

او په $y = a^x \Leftrightarrow x = Log_a^y$ شکل سره ښودل کېږي.

$$f(x) = a^x : \begin{cases} a > 0 \\ a \neq 1 \end{cases} , \qquad \begin{Bmatrix} Domin\ f(x) = IR \\ Range\ f(x) = IR > 0 \end{Bmatrix}$$

$$f^{-1}(x) = Log_a^x \qquad , \qquad \begin{cases} a > 0 \\ a \neq 1 \\ x > 0 \end{cases}$$

$$Dom\ f(x)^{-1} = IR > 0$$

$$Range\ f(x)^{-1} = IR$$

یعنې د لوګاریتمي تابع ډومین د نمایي تابع رینج او د لوګاریتمي تابع رنج د نمایي تابع ډومین دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لوګاریتمي تابع خاصیتونه
(Logarthmic Function Laws):

۱. د لوګـاریتمي تـابع د کمیتونـو سـاحه د مثبتـو عـددونو لـه سـیټ څخـه عبارت ده.

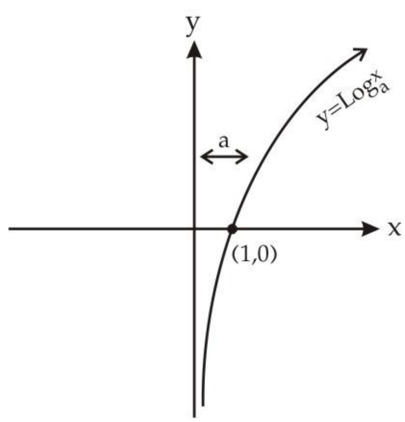
۲. ځرنګـه چـې Log_a^1 د هـرې اختیـاري قاعـدې لپـاره مسـاوي پـه صـفر سـره ده، نـو پـه دې اساس ویلی شو، چې هر لوګاریتمي تـابع یـوازې یـو جـذر $x_0 = 1$ لـري، چـې پـه دې ترتیـب د هـر لوګـاریتمي تـابع ګـراف پـه قـایمو مختصـاتو کـې د $(1,0)$ له نقطې څخه تېرېږي.

۳. هـره لوګـاریتمي تـابع یـو پـه یـو یـا (Injection) ده، یعنـې د هـر $x_1 = x_2$ لپـاره تل $f(x_1) = f(x_2)$ او یا د هر $x_1 \neq x_2$ لپاره تل $f(x_1) \neq f(x_2)$ ده.

کـه $y = Log_a^x$ تـابع ولـري، دلتـه (a) دوه حالتـه لـري، چـې ګـراف یـې هـم فـرق کوي.

۱. که چېرې $a > 1$ وي، نو لرو چې:

$y = Log_a^x$

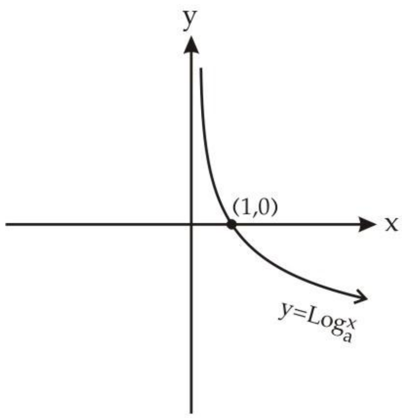


x	Log_{aX}
0	-5
1	0
a	1
$+\alpha$	$+\alpha$

۲. که چېرې $0 < a < 1$ وي، نو په دې حالت کې لرو چې:

$y = Log_a^x$, $0 < a < 1$

(c) ketabton.com: The Digital Library



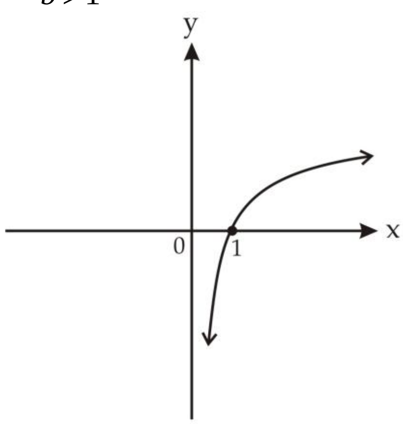
x	Log_{aX}
0	$+\alpha$
a	1
1	0
$+\alpha$	$-\alpha$

$y = Log_a^X$ ګراف

دلته b دوه حالتونه لري:

۱. که چېرې $b > 1$ وي، نو ګراف یې په لاندې ډول دی:

$y = Log_a^X$
$b > 1$

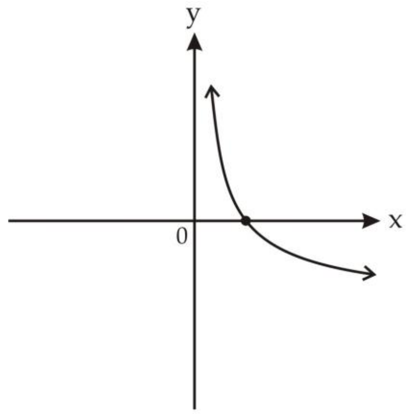


$Domain = (0, \alpha)$
$Range = (-\alpha, \alpha)$

۲. که چېرې $0 < b < 1$ وي، نو ګراف، دومین او رنج یې په لاندې ډول سره دی.

$y = Log_a^X$
$0 < b < 1$

(c) ketabton.com: The Digital Library



$Domain = (0, \alpha)$
$Range = (-\alpha, \alpha)$

په عمومي ډول د لوګارتمي تابع د ګراف د رسمولو لپاره د لوګاريتمي $y = Log_a^x$ او نمايي $y = a^x$ تابع ګرافونه نسبت $y = x$ مستقيم خط ته متناظر دی.

دلته (a) دوه حالتونه لري:

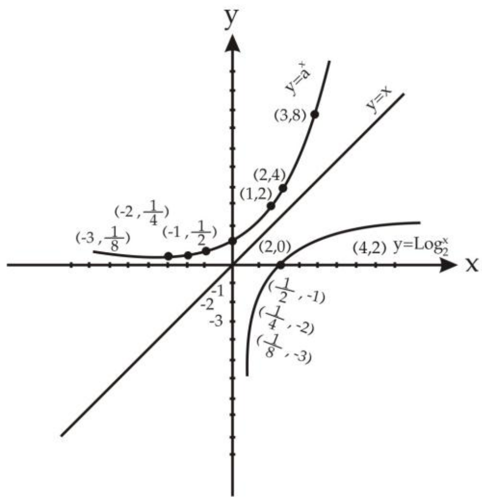
١. که $a > 1$ وي، مثلا $y = Log_2^x$ ، يعنې $a = 2$ فرض شي، نو دې ډول تابع ګراف صعودي دی او قايم مجانب يې $x = 0$ خط دی.

x	$y = 2^x$	نمايي تابع
3	8	$\Rightarrow (3,8)$
2	4	$\Rightarrow (2,4)$
1	2	$\Rightarrow (1,2)$
-1	$1/2$	$\Rightarrow (-1,1/2)$
-2	$1/4$	$\Rightarrow (-2,1/4)$
-3	$1/8$	$\Rightarrow (-3,1/8)$

x	Log_a^y	لوګاريتمي تابع
1	0	$\Rightarrow (1,0)$
2	1	$\Rightarrow (2,1)$
$1/2$	-1	$\Rightarrow (1/2,-1)$
4	2	$\Rightarrow (4,2)$
$1/4$	-2	$\Rightarrow (1/4,-2)$
$1/8$	-3	

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف شکل:



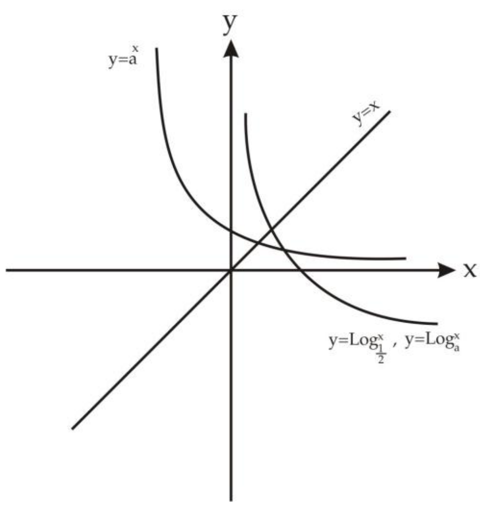
$$Do\min of\ \ y=2^x \Rightarrow (-\alpha,\alpha) \Leftrightarrow Range\,of\ \ y=Log_2^x$$
$$Range\,of\ \ y=2^x \Rightarrow (0,\alpha) \Leftrightarrow Do\min of\ \ y=Log_2^x$$

۲. کــه چېــرې $0<a<1$ وي، يعنــې $a=\frac{1}{2}$ فــرض شــي، $y=Log_{\frac{1}{2}}^x$ وســاتو ، پــه دې صورت کې تابع نزولي ده.

نــو پــه هغــه صــورت کــې چــې $0<a<1$ وي، د $y=Log_x^a$ تــابع ګــراف پــه لانــدې ډول ده.

ديترګراف په څېر کميتونه ورکوو:

ب شکل:



(c) ketabton.com: The Digital Library

لــه بلــې خــوا پــوهېږو چــې لوګــاریتمي او اکسپونشــیل تابعګــانې یــو د بــل معکــوس دي، اوس کــه چېــرې f تــه نمــایي تــابع او f^{-1} تــه لوګــاریتمي تــابع ووایو، نو ددوی ترکیب هم په لاندې ډول دی:

$$fof^{-1} = f^{-1}of$$
$$fof^{-1} = f(f(x)^{-1}) = f(\log_a^x) = a^{\log_a^x} = x$$
$$f^{-1}of = f(f(x)) = f^{-1}(a^x) = \log_a^{a^x} = x$$

نتیجه: نو له دې ترکیب څخه لاندې نتیجه لاس ته راځي.

$$\left.\begin{array}{l} Log_a^{a^x} \Rightarrow \\ a^{Log_a^x} = x \end{array}\right\} Log_a^{a^x} = a^{Log_a^x} = x$$

مثـــال: د $f(x) = Log_5^x$ تــابع قیمتونــه پــه $f(5)$, $f(1)$, $f(\frac{1}{25})$ او $f(125)$ کــې پیــدا کړئ؟

حـل: پـه راکـړل شـوي تـابع کـې د x پرځـای قیمتونـه لیکـو، چې پـه نتیجـه کـې د تابع قیمت په لاس راځي.

$$f(x) = \log_5^x \Rightarrow f(5) = \log_5^5 = 1$$
$$f(x) = \log_5^x = f(1) = \log_5^1 = 0$$
$$f(x) = \log_5^x = f(\frac{1}{25}) = \log_5^{(\frac{1}{125})} = \log_5^{5^{-2}} = -2.\log_5^5 = -2.1 = -2$$
$$f(x) = \log_5^x = f(125) = \log_5^{125} = \log_5^{5^3} = 3.\log_5^5 = 3.1 = 3$$

مثـــال: د $f(x) = \log_3^x$ تــابع قیمتونــه پــه $f(1)$ ، $f(3)$ ، $f(27)$ او $f(81)$ کــې پــه لاس راوړو.

حل: راکړل شوي قیمتونه په تابع کې د x پرځا وضع کوو.

$$f(x) = Log_3^X \Rightarrow f(1) = \log_3^1 = 0$$
$$f(x) = Log_3^x \Rightarrow f(3) = \log_3^3 = 10$$
$$f(x) = Log_3^x \Rightarrow f(27) = \log_3^{27} = \log_3^{3^3} = 3.\log_3^3 = 3$$
$$f(x) = Log_3^x \Rightarrow f(81) = \log_3^{81} = \log_3^{3^4} = 4.\log_3^3 = 4$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرین (Excerces):

۱. د $f(x) = Log_4^x$ تابع قیمتونه په $f(4), f(16), f(1)$ او $f(\frac{1}{16})$ کې پیدا کړئ؟

۲. د $f(x) = Log_2^x$ تابع قیمتونه په $f(1), f(64), f(32)$ او $f(\frac{1}{4})$ کې پیدا کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لوګاریتمي او اکسپوننشیل (نمایي) تابع ګانې یو پر بل تبدیلول
(Logarithmic Function)

لاندې نمایي مساوات په لوګاریتمي حالت تبدیلو:

1). $100^0 = 1 \Rightarrow \log_{100}^{1} = 0$

2). $10^{-4} = 0{,}0001 \Rightarrow \log_{10}^{0{,}0001} = -4$

3). $10^{\frac{1}{3}} = 10^{-3} \Rightarrow \log_{10}^{10^{\frac{1}{3}}} = -3$

4). $2^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{2} \Rightarrow \log_{2}^{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$

5). $(\frac{1}{2})^{-4} = 16 \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}}^{16} = -4$

6). $10^3 = 1000 \Rightarrow \log_{10}^{1000} = 3$

لاندې لوګاریتمي مساوات په نمایي حالت تبدیلو:

1). $\log_{2}^{4x} = x \Rightarrow 2^x = 4x$

2). $\log_{\frac{2}{3}}^{\frac{4}{9}} = 2 \Rightarrow (\frac{2}{3})^2 = \frac{4}{9}$

3). $\log_{c}^{\frac{1}{x}} = -y \Rightarrow c^{-y} = \frac{1}{x}$

4). $\log_{10}^{0{,}01} = -2 \Rightarrow 10^{-2} = 0{,}01$

5). $\log_{8}^{1} = 0 \Rightarrow 8^0 = 1$

6). $\log_{2}^{32} = 5 \Rightarrow 2^5 = 32$

(c) ketabton.com: The Digital Library

عملي مثالونه:

د اکسپونانشیل شکل څخه لوګاریتمي شکل ته د معادلو تبدیلول:

1). $4^2 = 16 \Rightarrow \log_4^{16} = 2$

2). $10^3 = 1000 \Rightarrow \log_{10}^{1000} = 3$

3). $6^0 = 1 \Rightarrow \log_6^1 = 0$

4). $3^4 = 81 \Rightarrow \log_3^{81} = 4$

5). $12^2 = 144 \Rightarrow \log_{12}^{144} = 2$

6). $10^5 = 100000 \Rightarrow \log_{10}^{100000} = 5$

لوګاریتمي معادلې په اکسپونانشیل شکل بدلول:

1). $\log_{10}^{100} = 2 \Rightarrow 10^2 = 100$

2). $\log_7^{49} = 2 \Rightarrow 7^2 = 49$

3). $\log_5^{125} = 3 \Rightarrow 5^3 = 125$

4). $\log_{10}^{1} = 0 \Rightarrow 10^0 = 1$

5). $\log_3^3 = 1 \Rightarrow 3^1 = 3$

6). $\log_{10}^{0,1} = -1 \Rightarrow 10^{-1} = 0,1$

7). $\log_{10}^{0,001} = 3 \Rightarrow 10^{-3} = 0,001$

8). $\log_{10}^{0,0001} = -4 \Rightarrow 10^{-4} = 0,0001$

9). $\log_{125}^{5} = \frac{1}{3} \Rightarrow 5 = (125)^{\frac{1}{3}}$

10). $\log_2^{32} = 5 \Rightarrow 2^5 = 32$

11). $\log_3^{27} = 3 \Rightarrow 3^3 = 27$

12). $\log_6^{36} = n \Rightarrow 6^n = 36 \Rightarrow 6^n = 6^2 = n = 2$

13). $\log_3^{81} = 4 \Rightarrow 3^4 = 81$

14). $\log_2^8 = 3 \Rightarrow 2^3 = 8$

15). $\log_7^{\frac{1}{49}} = -2 \Rightarrow 7^{-2} = \frac{1}{49}$

16). $\log_{10}^{\frac{1}{1000}} = -3 \Rightarrow 10^{-3} = \frac{1}{1000}$

17). $\log_2^{16} = 4 \Rightarrow 2^4 = 16$

عملي مثالونه:

لوګاریتمي شکل په اکسپونانشیل (نمایي) شکل بدلول او اکسپونانشیل شکل په لوګاریتمي شکل بدلول.

(c) ketabton.com: The Digital Library

1). $Ex : \log_x^y = m \Leftrightarrow x^m = y$

2). $Ex : \log_{10}^{10^3} = 3 \Leftrightarrow 10^3 = 10^3$

3). $Ex : \log_7^{49} = 2 \Leftrightarrow 7^2 = 49$

4). $Ex : \log_{10}^{10000000} = 7 \Leftrightarrow 10^7 = 10000000$

5). $Ex : \log_y^{\frac{1}{8}} = -3 \Leftrightarrow y^{-3} = \frac{1}{8}$

6). $Ex : \log_5^{625} = 4 \Leftrightarrow 625 = 5^4$

7). $Ex : \log_{12}^{144} = 2 \Leftrightarrow 12^2 = 144$

8). $Ex : \log_a^{\frac{1}{m}} = n \Leftrightarrow a^n = \frac{1}{m}$

9). $Ex : \log_4^{64} = 3 \Leftrightarrow 4^3 = 64$ ذ

10). $Ex : \log_{10}^{1} = 0 \Leftrightarrow 10^0 = 1$

عملي مثالونه:

لاندې افادې د اکسپوننشیل نه په لوګاریتمي او د لوګاریتمي شکل نه په اکسپوننشیل واړوئ.

1). $4^3 = 64 \Rightarrow \log_4^{64} = 3$

2). $3^3 = 27 \Rightarrow \log_3^{27} = 3$

3). $10^{-3} = \frac{1}{1000} \Rightarrow \log_{10}^{\frac{1}{1000}} = -3$

4). $\log_9^{\frac{1}{9}} = -1 \Rightarrow 9^{-1} = \frac{1}{9}$

5). $\log_9^9 = 1 \Rightarrow 5 = 5^1 \Rightarrow \log_9^9 = 1 \Rightarrow 9^1 = 9 \Rightarrow 9 = 9$

6). $\log_b^{\frac{1}{y}} = d \Rightarrow \frac{1}{y} = b^d$

7). $\log_{10}^{10000000} = 7 \Rightarrow 10000000 = 10^7$

8). $\log_{10000}^{1} = 0$

9). $\log_{10^3}^{10^3} = 1$

10). $\log_8^{8^{-3}} = -3.\log_8^8 = -3.1 = -3$

11). $\log_{13}^{13^{-\frac{1}{2}}} = -\frac{1}{2}.\log_{13}^{13} = -\frac{1}{2}.1 = -\frac{1}{2}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرین:

لاندې لوګاریتمي افادې په نمايي شکل ولیکئ.

1). $\log_8^2 = \frac{1}{3}$

2). $\log_{27}^3 = \frac{1}{3}$

3). $\log_4^{\frac{1}{32}} = -\frac{5}{2}$

4). $\log^{0,01} = -2$

5). $\log^{1000} = 3$

6). $\log^1 = 0$

7). $\log_{144}^{12} = \frac{1}{2}$

8). $\log_5^{\frac{1}{625}} = -3$

9). $\log_{100}^{1000} = \frac{3}{2}$

10). $\log_{32}^4 = \frac{2}{5}$

تمرین:

لاندې اکسپوننشیل (نمايي) رابطې په لوګاریتمي شکل ولیکئ؟

1). $5^4 = 625$

2). $7^{-1} = \frac{1}{7}$

3). $10^{-4} = 0,0001$

4). $32^{2/5} = 4$

5). $256^{-1/4} = \frac{1}{4}$

6). $8^{2/3} = 4$

7). $4^{3/2} = 8$

8). $11^{-2} = \frac{1}{121}$

9). $10^{-2} = 0,01$

10). $4^{-1} = 0,25$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لوګاریتم قوانین او مثالونه

د لوګاریتم قضیې او خواص
(Property of Logarithm)

لومړی خاصیت: د یو لوګاریتم د هر مثبت عدد په قاعده صفر (0) دی.

$\log_a^1 = 0$

$\text{Proof}: \quad \log_a^1 = 0 \Rightarrow a^0 = 1$

$\log_{1000}^1 = 0 \Rightarrow 1000^0 = 1$

دوېم خاصیت: د هر مثبت عدد لوګاریتم په خپله قاعده مساوي کېږي، له یو سره.

$\log_a^a = 1$

$\text{Proof} \Rightarrow \log_a^a = 1 \Rightarrow a = a^1$

د طاقت قانون دی:

$\log_{1000}^{1000} = 1 \Rightarrow 1000^1 = 1000$

$\log_a^1 = 0$

درېم خاصیت: د یوه طاقت عدد لوګاریتم په خپله قاعده د توان څخه عبارت دی.

$\log_b^{b^r} \Rightarrow r \qquad b \neq 1$

$\text{Proof} = \log_b^{b^r} = r \Rightarrow b^r = b^r$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$Ex = \log_{20}^{20^2} = 2 \Rightarrow 20^2 = 20^2$

$Ex = \log_{x}^{x^6} = 6 \Rightarrow x^6 = x^6$

شلورم خاصیت: د یوه حاصل ضرب لوګاریتم په یوه قاعده باندې د ضربي عواملو د لوګاریتمو د مجموعې سره مساوي دی.

$\log_a^{m.n} = \log_a^m + \log_a^n$

$\Pr oof = \quad \log_a^m = x \Rightarrow a^x = m$

$\log_a^n = y \Rightarrow a^y = n$

$a^x . a^y = m.n$

طرف په طرف ضربوو او د طاقت قانون پرې عملي کوو.

$a^{x+y} = m.n$ دا چې اکسپوننشیل (نمایي تابع) شکل لري، نو لوګاریتمي شکل ته اړوو.

$a^{x+y} = m.n \Rightarrow \log_a^{m.n} \Rightarrow x+y$

پورته معادله کې د x او y پرځای مخکیني قیمتونه ذکر کوو.

$\log_a^{m.n} = \log_a^m + \log_a^n \qquad \left.\begin{array}{l} x = \log_a^m \\ y = \log_a^n \end{array}\right\}$

$Ex: \log_2^{(2x)} \Rightarrow \log_2^2 + \log_2^x \Rightarrow 1 + \log_x^2$

$Ex: \log_m^{my} \Rightarrow \log_m^m + \log_m^y \Rightarrow 1 + \log_m^y$

$Ex: \log_2^{14} \Rightarrow \log_2^{2.7} \Rightarrow \log_2^2 + \log_2^7 \Rightarrow 1 + \log_2^7$

$Ex: \log_A^{ARAZAN} = \log_A^A + \log_A^R + \log_A^A + \log_A^Z + \log_A^A + \log_A^N$

$= 1 + \log_A^R + 1 + \log_A^Z + 1 + \log_A^N \Rightarrow 3 + \log_A^R + \log_A^Z + \log_A^N$

لاندې افادې چې د ضرب په شکل لیکلی شوي دي، د جمعې په شکل (فورمول) باندې لیکو:

$1: \log_6^{(6x^2)} = ?$

$Solution: \log_6^{(6x^2)} = \log_6^6 + \log_6^{x^2} \Rightarrow 1 + 2\log_6^x$

$2: \log_{10}^{(10x^2.y)} = ?$

$Solution: \log_{10}^{10} + \log_{10}^{x^2} + \log_{10}^y \Rightarrow 1 + 2\log_{10}^x + \log_{10}^y$

$3: \log_2^{(x.y.z)} = ?$

$Solution: \log_2^{(x.y.z)} = \log_2^x + \log_2^y + \log_2^z$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لاندې افادې چې د جمعې په شکل لیکل شوي، د ضرب په شکل یې تبدیل کړئ؟

$1.\ \log_7^{\frac{x^3}{5y^4}}+\log_7^{\frac{5.y^4}{x^2}}=?$

$Solution:\ \log_7^{(\frac{x^3}{5.y^4}.\frac{5.y^4}{x^2})}=\log_7^{(\frac{x}{1})}\Rightarrow\log_7^x$

$2.\ \log_{10}^4+\log_{10}^5\Rightarrow\log_{10}^{4.5}\Rightarrow\log_{10}^{20}$

$3.\ \log_9^9+\log_3^3\Rightarrow 1+1=2$

$4.\ \log_{10}^{1000}+\log_{10}^{\frac{1}{100}}\Rightarrow\log_{10}^{(1000\frac{1}{100})}=\log_{10}^{10}=1$

$5.\ \log_{12}^{36}+\log_{12}^4=\log_{12}^{36.4}=\log_{12}^{144}=\log_{12}^{12^2}=2$

$6.\ \log_3^{(\frac{8x}{3y^3})}+\log_3^{(\frac{3.y^4}{})}=\log_3^{(\frac{8x}{3y^3}.3y^4)}=\log_3^{8x.y}\Rightarrow\log_3^8+\log_3^x+\log_3^y$

$7.\ \log_{10}^5+\log_{10}^{20}\Rightarrow\log_{10}^{5.20}=\log_{10}^{1000}=\log_{10}^{10^2}=2\Rightarrow 3-\log_5^2$

لاندې د خارج قسمت افادې د تفاضل په شکل لیکو:

$1.\ \log_4^{\frac{32}{2}}\Rightarrow\log_4^{16}=\log_4^{4^2}=2.\log_4^4=2.1\Rightarrow 2$

$2.\ \log_5^{\frac{250}{160}}=\log_5^{\frac{25}{16}}=\log_5^{25}-\log_5^{16}\Rightarrow\log_5^{5^2}-\log_5^{16}$

$\Rightarrow 2\log_5^5-\log_5^{2^4}\Rightarrow 2.1-4.\log_5^2\Rightarrow 2-4\log_5^2$

$3.\ \log_7^{(\frac{63}{49})}=\log_7^{63}-\log_7^{49}=\log_7^{7.9}-\log_7^{7^2}=$

$\Rightarrow\log_7^7+\log_7^9-2.\log_7^7\Rightarrow 1+\log_7^9-2$

$\Rightarrow\log_7^9-1$

$4.\ \log_m^{(\frac{x.y.z}{d})}=\log_m^{(x.y.z)}-\log_m^d\Rightarrow\log_m^x+\log_m^y+\log_m^z-\log_m^d$

لاندې د تفاضل افادې د خارج قسمت په شکل لیکو:

$1.\ \log_a^{y^2a}-\log_a^{y^2}=\log_a^{\frac{ay^2}{y^2}}=\log_a^a=1$

$2.\ \log_2^{32}-\log_2^{16}=\log_2^{\frac{32}{16}}=\log_2^2=1$

$3.\ \log_{10}^{10000}-\log_{10}^{1000}=\log_{10}^{\frac{10000}{1000}}=\log_2^2=1$

$4.\ \log_5^{625}-\log_5^{25}=\log_5^{\frac{625}{25}}=\log_5^4$

$5.\ \log_5^{125}-\log_5^{25}=\log_5^{\frac{125}{25}}=\log_5^5=1$

شپږم خاصیت: د یوه طاقت لرونکي عدد لوګاریتم پر بله قاعده د توان او همغه عدد دلوګاریتم د حاصل ضرب سره مساوي ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\log_b^{m^r} \Rightarrow r.\log_b^m$

$\text{Proof} = \log_b^m = x \Rightarrow m = b^x$

اوس دواړه خواوې د (r) په توان پورته کوو.

$m^r = (b^x)^r \Rightarrow m^r = b^{x.r}$

په لوګاریتمي معادله یې بدلوو.

$\log_b^{m^r} = x.r$

په آخر کې د x پرځای ذکر شوی قیمت وضع کوو.

$\log_b^{m^r} = x.r \Rightarrow \log_b^{m^r} = \log_b^m .r$

$\log_b^{m^r} = r.\log_b^m$

$Ex: \log_2^{49^3} \Rightarrow 3.\log_2^{49}$

$Ex. \log_9^{81^5} \Rightarrow 5.\log_9^{81} \Rightarrow 5.\log_9^{9^2} \Rightarrow 5.2.1 = 10$

$Ex: \log_5^{(5x)^3} \Rightarrow 3(\log_5^{5x}) \Rightarrow 3(\log_5^5 + \log_5^x) \Rightarrow 3(1 + \log_5^x) \Rightarrow 3 + 3\log_5^x$

$Ex: \log_3^{(\frac{9}{5})5} \Rightarrow 5.\log_3^{\frac{9}{2}} \Rightarrow 5(\log_3^9 - \log_3^2) \Rightarrow 5(\log_3^{3^2} - \log_3^2) \Rightarrow 5(2 - \log_3^2) \Rightarrow 10 - 5\log_3^2$

اووم **خاصیت**: د یوه عدد لوګاریتم د یوه طاقت لرونکي عدد پر قاعده عبارت دی د قاعدې د توان معکوس ضرب یې د همغه عدد لوګاریتم د قاعدې د قاعدې په قاعده.

$\log_{a^b}^m = \frac{1}{b}\log_a^m$

$\text{Proof} \Rightarrow \log_a^m = y \Rightarrow m = a^y \ldots\ldots\ldots\ldots I$

(I) رابطه په عین ضرب او تقسیموو، کوم فرق نه کوي، یو طرف.

$m = a^y \Rightarrow m = (a^y)^{\frac{b}{b}} \Rightarrow m = (a^b)^{\frac{y}{b}} \ldots\ldots\ldots\ldots II$

(II) د رابطې لوګاریتم نیو.

$m = (a^b)^{\frac{y}{b}} \Rightarrow \log a^{b^m} = \frac{y}{b}$

$\log a^{b^m} = \frac{1}{b}.y \Rightarrow \log_a^{b^m} = \frac{1}{b}.\log_a^m$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پاملرنه:

د پورته قضیې څخه لاندې قضیې نورې هم لاسته راځي.

$$1.\ \log_{a^n}^{x^m} = \frac{m}{n}\log_a^x$$

$$2.\ \log_{a^n}^{x^n} \Rightarrow \frac{n}{n}\log_a^x \Rightarrow \log_a^x$$

$$3.\ \log_{\frac{1}{3}^{1}}^{\frac{1}{x}} = \log_a^x$$

د یادې قضیې په اثبات په لوګاریتم کې د لاندې خواصو نه هم استفادهد کولای شو.

$$1.\ a^{\log_a^m} = x \Rightarrow x = m$$

$$2.\ \log_b^a.\log_a^b.\log_d^c \ldots\ldots\ldots\ldots \log_m^n \Rightarrow \log_n^a$$

$$3.\ \log_a^{\log_b^{\log_c^x}} = n \Rightarrow x = \left[(C^b)^a\right]^n$$

مثالونه:

$$Ex: \log_5^3.\log_8^5.\log_9^8 \Rightarrow \log_9^3$$

$$Ex: 5^{\log_5^{12}} \Rightarrow 12 \qquad Ex:\ \log_2^{\log_3^{\log_5^x}} = 8 \Rightarrow x = \left[(5^3)^2\right]^8$$

$$Ex: \log_{16}^{32} \Rightarrow \log_{2^4}^{32} \Rightarrow \frac{1}{4}\log_2^{32} \Rightarrow \frac{1}{4}.\log_2^{2^5} = \frac{5}{4}.1 = \frac{5}{4}$$

اتم خاصیت: د یوه جذر لرونکي عدد لوګاریتم د عدد لوګاریتم او جذر د درجې د تقسیم له حاصل سره مساوي دی.

$$\log_a^{\sqrt[n]{m}} \Rightarrow \frac{1}{n}\log_a^m$$

$$\Pr oof: \sqrt[n]{m} = m^{\frac{1}{n}}$$

د دواړو خواوو نه لوګاریتم نیسو ، د a په قاعده:

$$\log_a^{\sqrt[a]{m}} = \log_a^{m^{\frac{1}{n}}} \Rightarrow \log_a^{\sqrt[n]{m}} = \frac{1}{n}\log_a^m$$

$$Ex:\ \log_4^{\sqrt[3]{16}} \Rightarrow \log_4^{16^{\frac{1}{3}}} \Rightarrow \frac{1}{3}\log_4^{4^2} \Rightarrow \frac{1}{3}.2.1 = \frac{2}{3}$$

$$Ex:\ \log_5^{\sqrt[2]{5}} \Rightarrow \frac{1}{2}\log_5^5 \Rightarrow \frac{1}{2}$$

$$Ex:\ \log_R^{\sqrt[D]{R}} \Rightarrow \frac{1}{D}.\log_R^R = \frac{1}{D}.1 \Rightarrow \frac{1}{D}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$Ex:\ \log_{10}^{\sqrt[3]{1000}} \Rightarrow \frac{1}{3}.\log_{10}^{1000} \Rightarrow \frac{1}{3}.3=1$

نهــم خاصــیت: کــه قاعــده د لوګــاریتم پــه طاقــت ســره وي، نــو پــه هغــه صــورت کــې چــې د لوګــاریتم قاعــده او د نیمــایي تــابع قاعــده ســره مســاوي وي، خپلــه د عدد سره مساوي دي.

$a^{\log_a^y} = y$

$\Pr oof = \log_a^y = x \Rightarrow y = a^x \Rightarrow y = a^{\log_a^y}$

$Ex:\ 10^{\log 10^4} = 4$

$Ex:\ 0{,}2^{\log_{0,2}^5} = 5$

$Ex:\ 2^{\log_2^3} = 3$

پاملرنه:

هیڅ وخت په لاندې ډول لوګاریتم نه شو لیکلی:

$Ex:\ \log_5^{4^5} \neq 4$

ځکه چې هیڅ قاعدې ته برابر نه دی.

$Ex:\ 3^{\log_4^3} \neq 4$

ځکه چې هیڅ قاعدې ته برابر نه دی.

$Ex:\ 8^{\log 3^8} \neq 8$

ځکه دا هم هیڅ قانوني قاعدې ته نه ده جوړه.

لســـم خاصـــیت: کـــه چیـــرې $a,b \in R$ او خـــلاف د یـــو $(a \neq 1 \ ,\ b \neq 1)$ وي، نـــو لرو، چې:

$\log b^a = \frac{1}{\log_a^b} \Rightarrow \log_b^a.\log_a^b = 1$

$\Pr oof:\ \log_b^a = y \Rightarrow a = b^y$

که د اطراف لوګاریتم د a په قاعده ونیسو، لرو چې:

$a = b^y \Rightarrow \log_a^a = \log_a^{b^y} \Rightarrow 1 = y.\log_a^b \Rightarrow y = \frac{1}{\log_a^b}$

$\Rightarrow \log b^a = \frac{1}{\log_a^b}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$Ex:\ \log_3^5 . \log_5^3 = 1$

$Ex:\ \log_2^{1000} . \log_{1000}^2 = 1$

$Ex:\ \log_y^x . \log_x^y = 1$

$Ex:\ \log_{64}^2 = ?$

$$\log_{64}^2 = \frac{1}{\log_2^{64}} = \frac{1}{\log_2^{2^6}} = \frac{1}{6}$$

یوولسم خاصیت: د یوه معکوس عدد لوګاریتم د خپله عدد د منفي لوګاریتم سره مساوي دي، چېد یوه عدد منفي لوګاریتم ته د هغه عددونو لوګاریتم هم وایي.

$$\log_a^{\frac{1}{A}} = -\log_a^A \Rightarrow Co\log_a^A$$

$$\Pr oof:\ \log_a^{\frac{1}{A}} = \log_a^1 - \log_a^A = 0 - \log_a^A \Rightarrow -\log_a^A \Rightarrow co\log_a^A$$

$$\Rightarrow \log_a^{\frac{1}{A}} = -\log_a^A = Co\log_a^A$$

دولسم خاصیت: د قاعدې د بدلولو فارمول:

که د یو عدد لوګاریتم په یوه قاعده غوښتل شوي وي، مګر د دغه عدد لوګاریتم پر دغه قاعده مشکل وي، نو د عدد او د لوګاریتم د قاعدې لوګاریتم پر یوه بله قاعده پیدا کوو، د عدد لوګاریتم پر دغه قاعده د لوګاریتم د قاعدې په لوګاریتم باندې وېشو، مطلوب عدد په لاس راځي.

$$\log_a^m = \frac{\log_b^m}{\log_b^a}$$

ثبوت:

که چېرې $\log_a^m = x$ وښیو، نو په اکسپوننشیل شکل یې بدلوو.

$$\log_a^m = x \Rightarrow m = a^x$$

د دواړو خواوو لوګاریتم د b په قاعده نیسو.

$$\log_b^m = \log_b^{a^x} \Rightarrow x\log_b^a$$

$$\log_b^m = \log_a^m . \log_b^a$$

$$\frac{\log_b^m}{\log_b^a} = \frac{\log_a^m . \log_b^a}{\log_b^a} \Rightarrow \log_a^m = \frac{\log_b^m}{\log_b^a}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تبـــدیلۍ $(\log_a^x = \dfrac{\log_b^a}{\log_b^a} \Rightarrow \log_a^x.\log_b^a = \log_b^x)$ فـــارمول پــه مرســـته لانـــدې مثالونه حلوو:

1. $\log_{64}^{16} = ?$

$$Solutin:\ \log_{64}^{16} = \frac{\log_2^{16}}{\log_2^{64}} = \frac{\log_2^{2^4}}{\log_2^{2^6}} = \frac{4.\log_2^2}{6.\log_2^2} = \frac{1.4}{6.1} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

2. $\log_{100}^{0,0001} = ?$

$$Solution:\ \log_{10}^{0,0001} = \frac{\log_{10}^{0,0001}}{\log_{10}^{100}} = \frac{\log_{10}^{10^{-4}}}{\log_{10}^{10^2}} = \frac{-4.\log_{10}^{10}}{2.\log_{10}^{10}} \Rightarrow \frac{-4.1}{2.1} = \frac{-4}{2} \Rightarrow -2$$

3. $\log_{0,01}^{10000} = ?$`

$$Solution:\ \log_{0.01}^{10000} = \frac{\log_{10}^{10000}}{\log_{10}^{0,01}} = \frac{\log_{10}^{10^4}}{\log_{10}^{10^{-2}}} = \frac{4.\log_{10}^{10}}{-2.\log_{10}^{10}} = \frac{4.1}{-2.1} = \frac{4}{-2} = -2$$

4. $\log_{16}^{32} = ?$

$$Solution:\ \log_{16}^{32} = \frac{\log_2^{32}}{\log_2^{16}} = \frac{\log_2^{2^5}}{\log_2^{2^4}} = \frac{5.\log_2^2}{4.\log_2^2} = \frac{5.1}{4.1} = \frac{5}{4}$$

5. $\log_{121}^{14641} = ?$

$$Solution:\ \log_{121}^{14641} = \frac{\log_{11}^{14641}}{\log_{11}^{121}} = \frac{\log_{11}^{11^4}}{\log_{11}^{11^2}} = \frac{4.\log_{11}^{11}}{2.\log_{11}^{11}} = \frac{4.1}{2.1} = \frac{4}{2} \Rightarrow 2$$

6. $\log_{0,001}^{0,0001} = ?$

$$Solution:\ \log_{0,001}^{0,0001} = \frac{\log_{10}^{0,0001}}{\log_{10}^{0,001}} = \frac{\log_{10}^{10^{-3}}}{\log_{10}^{10^{-2}}} = \frac{-3.\log_{10}^{10}}{-2.\log_{10}^{10}} \Rightarrow \frac{-3.1}{-2.1} = \frac{3}{2}$$

7. $\log_{0,1}^{1000} = ?$

$$Solution:\ \log_{0,1}^{1000} = \frac{\log_{10}^{1000}}{\log_{10}^{0,1}} = \frac{\log_{10}^{10^3}}{\log_{10}^{10^{-1}}} = \frac{3.\log_{10}^{10}}{-1.\log_{10}^{10}} = \frac{3.1}{-1.1} \Rightarrow -3$$

8. $\log_9^{27} = ?$

$$Solution:\ \log_9^{27} = \frac{\log_3^{27}}{\log_3^9} = \frac{\log_3^{3^3}}{\log_3^{3^2}} = \frac{3.\log_3^3}{2.\log_3^3} = \frac{3.1}{2.1} = \frac{3}{2}$$

9. $\log_{25}^{625} = ?$

$$Solution:\ \log_{25}^{625} = \frac{\log_5^{625}}{\log_5^{25}} = \frac{\log_5^{5^4}}{\log_5^{5^2}} = \frac{4.\log_5^5}{2.\log_5^5} = \frac{4.1}{2.1} = \frac{4}{2} = 2$$

10. $\log_{27}^{81} = ?$

$$Solution:\ \log_{27}^{81} = \frac{\log_3^{81}}{\log_3^{27}} = \frac{\log_3^{3^4}}{\log_3^{3^3}} = \frac{4.\log_3^3}{3.\log_3^3} = \frac{4.1}{3.1} = \frac{4}{3}$$

11. $\log_8^{16} = ?$

$$Solution: \log_8^{16} = \frac{\log_2^{16}}{\log_2^{8}} = \frac{\log_2^{2^3}}{\log_2^{2^3}} = \frac{4.\log_2^2}{3.\log_2^2} = \frac{4}{3}$$

12. $\log_b^a . \log_c^b . \log_a^d = 1$

$$Solution: \frac{\log_m^a}{\log_m^b} . \frac{\log_m^b}{\log_m^c} . \frac{\log_m^c}{\log_m^a} . \frac{\log_m^d}{\log_m^a} = 1 \Rightarrow 1 = 1$$

دیارلسم خاصیت: د $\log_a^{A^n} = n\log_a^A$ او $\log_{a^\alpha}^A = \frac{1}{\alpha}\log_a^A$ **څخه** په استفادې بل خاصیت هم رامینځته کېږي.

$$\log_{a^\alpha}^{A^n} = \frac{n}{\alpha}\log_a^A$$

پاملرنه:

د $\log_a^{A^n} = n\log_a^A$ او $\log_{a^m}^A = \frac{1}{m}\log_a^A$ خاصیتونو څخه په استفادې سره لیکلی شو.

1. $\log a^{m^{x^n}} \Rightarrow \frac{n}{m}\log_a^x$
2. $\log a^{x^m} \Rightarrow \log a^{\frac{1}{m}^x}$
3. $\log a^{m^x} \Rightarrow \log a^{x^{\frac{1}{m}}}$

مقصد دا دی، چې پورته شکلونه د خپل د ګټې لپاره په دا شان تبدیلولی شو.

څوارلسم خاصیت: که عدد او قاعده د یو واحد په یوه خوا کې قرار ولري، نو لوګاریتم یې مثبت او که یو یې یوه خوا او بل یې بله خوا قرار ولري، نو لوګاریتم یې منفي دی.

یعنې؛

۱. پوهېږو چې $a^x > 1$ دی، کله چې $a > 1$ او هم $x > 0$ وي او یا دا رنګه چې $a < 1$ او هم $x < 0$ وي.

۲. که $a > 1$ او $x < 0$ او یا $a < 1$ او $x > 0$، نو پوهېږو چې $a^x < 1$ لاسته راځي.

$$a > 1 \; , \; N < 1 \Rightarrow \log_a^N < 0$$

$$a > 1 \; , \; N > 1 \Rightarrow \log_a^N > 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a<1\ ,\ \ N>1 \Rightarrow \log_a^N<0$

$a<1\ ,\ \ N<1 \Rightarrow \log_a^N>0$

مثال: د لاندې لوګاریتمونو څخه کوم یو یې مثبت او کوم یو یې منفي دی.

$a)\ \log_5^{13}$

$b)\ \log_9^{8}$

$c)\ \log_{2,1}^{0,3}$

حل:

a) $\log_5^{13}>0$ دی، ځکه چې (13) او هم 5 دواړه په یوه خوا قرار لري.
یعنې 1<13 او هم 1<5 ،نو په نتیجه کې ویلی شو ، چې نوموړی لوګاریتم مثتب دی.

b) $\log_9^{8}>0$ دی، ځکه 8 او هم 9 په یوه خوا قرار لري، یعنې 1<8 او 1<9 دي، نو په نتیجه کې یاد لوګاریتم مثتب دی.

c) $\log_{2,1}^{0,3}<0$ دی، ځکه چې 1>0,3 او 1<2,1 دی، یعنې یو د بل په مختلف لوري قرار لري، په نتیجه کې ویلی شو ، چې دغه لوګاریتم منفي دی.

مثال: د لاندې لوګاریتمونو څخه کوم یو یې مثبت او کوم یو یې منفي دی؟

$a).\ \log_{0,9}^{0,2}$

$b).\ \log_{0,3}^{8}$

$c).\ \log_2^{0,5}$

حل:

a) جز: $\log_{0,9}^{0,2}>0$ دی، ځکه چې 1>0,2 او هم 1>0,9 دی، یعنې دواړه په یو خوا قرار لري، په نتیجه کې ویلی شو ، چې دغه لوګاریتم مثتب دی.

b) جز: $\log_{0,3}^{8}<0$ دی، ځکه چې 1<8 او 1>0,3 دی، یعنې یو په یو خوا او بل یې په بله خوا قرار لري، په نتیجه کې ویلی شو ، چې دغه لوګاریتم منفي دی.

c) جز: $\log_2^{0,5}<0$ دی، ځکه 1>0,5 او 1<2 دی، یعنې یو د بل په مختلف لوري سره قرار لري، په نتیجه کې ویلی شو ، چې دغه لوګاریتم منفي دی.

پنځلسم خاصیت lemma : که چېرې $\log_a^M=\log_a^N$ وي، نو M=N دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$proof:\ M=N \Leftrightarrow a^{\log_a^M}=a^{\log_a^N}$$

د طاقت د خاصيت نه په استفاده لرو ، چې:

$$M=N \Leftrightarrow \log_a^M=\log_a^N$$

شپاړسم خاصيت: که a>1 او هم N>M>0 وي، نو:

$$\log_a^N>\log_a^M$$

ثبوت:

که چېرې N>M>0 وي، نو $\frac{N}{M}>1$ دی او

$$\log_a^{\frac{N}{M}}=\log_a^N-\log_a^M>0$$

او له دې څخه لرو ، چې:

$$\log_a^{\frac{N}{M}} \Rightarrow \log_a^N>\log_a^M$$

مثالونه:

د لوګاريتم قوانين عملي کول:

$$1).\ \log_2^{\frac{1}{8}}=\log_2^{\frac{1}{2^3}}=\log_2^{2^{-3}}=(-3)\log_2^2=(-3).1=-3$$

$$2).\ \log_{\frac{1}{\sqrt[3]{2}}}^{\frac{1}{4}}=\log_{\frac{1}{2^{\frac{1}{3}}}}^{\frac{1}{2^3}}=\log_{2^{-\frac{1}{3}}}^{2^{-2}}=\frac{-2}{-\frac{1}{3}}\log_2^2=\frac{-2}{-\frac{1}{3}}.=2.\frac{3}{1}=6$$

$$3).\ \log_{10}^{(20x2y)}-\log_{10}^{\left(\frac{1}{5}x^2y\right)}=\log_{10}^{(\frac{20x^2y}{\frac{1}{5}x^2y})}=\log_{10}^{(\frac{20}{\frac{1}{5}})}=\log_{10}^{100}=\log_{10}^{(10)^2}=2.\log_{10}^{10}=2$$

$$4).\ \frac{\log_5^{16}}{\log_5^8+\log_5^4}=\frac{\log_5^{16}}{\log_5^{8.4}}=\frac{10\log_5^{16}}{\log_5^{32}}=\log_{32}^{16}$$

$$\left(\log_b^a=\frac{\log_c^a}{\log_c^b}\right)$$

$$=\log_{2^5}^{2^4}=\frac{4}{5}\log_2^2=\frac{4}{5}$$

$$5).\ \log_a^{\left(\frac{\sqrt{3x-5}}{7x^3}\right)}=\log_a^{\sqrt{3x-5}}-\log_a^{7x^3}=\log_a^{(3x-5)^{\frac{1}{2}}}-\left[\log_a^7+\log_a^{x^3}\right]$$

$$=\frac{1}{2}\log_a^{3x-5}-\log_a^7-\log_a^{x^3}=\frac{1}{2}\log_a^{3x-5}-\log_a^7-3\log_a^x$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

6). $\log_a^{\left(\frac{5x^2}{y}\right)^3} = 3\left[\log_a^{\frac{5x^2}{y}}\right] = 3\left[\log_a^{5x^2} - \log_a^{y}\right] = 3\left[\log_a^{5} + \log_a^{x^2} - \log_a^{y}\right]$

$= 3\left[\log_a^{5} + 2\log_a^{x} - \log_a^{y}\right] = 3\log_a^{5} + 6\log_a^{x} - 3\log_a^{y}$

7). $\frac{1}{2}\log_{10}^{x} - 3\log_{10}^{(x-1)} = \log_{10}^{x^{\frac{1}{2}}} - \log_{10}^{(x-1)^3} = \log_{10}^{\frac{\sqrt{x}}{(x-1)^3}}$

8). $2\log(x+1) - \frac{1}{3}\log x + \frac{1}{3}\log y =$

$= \log(x+1)^2 - \frac{1}{3}(\log x - \log y)$

$= \log(x+1)^2 - \frac{1}{3}\left[\log\frac{x}{y}\right]$

$= \log(x+1)^2 - \log\sqrt[3]{\frac{x}{y}}$

$= \log\left[\frac{(x+1)^2}{\sqrt[3]{\frac{x}{y}}}\right]$

9). $\frac{1}{\log_2^{12}} + \frac{1}{\log_6^{12}} = \log_{12}^{2} + \log_{12}^{6} \ldots\ldots\ldots\ldots \left(\log_b^{a} = \frac{1}{\log_a^{b}}\right)$

10). $\log_x^{\left(\sqrt{x\sqrt[3]{x}\sqrt[5]{x}}\right)} = \log_x^{\sqrt[30]{x^{15}.x^{5}.x}} = \log_x^{\sqrt[30]{x^{15+5+1}}} = \log_x^{\sqrt[30]{x^{21}}}$

$= \log_x^{\frac{21}{30}} = \log_x^{\frac{7}{10}} = \frac{7}{10}\log_x^{x} = \frac{7}{10}$

11). $(49)^{\left[1+\log_7^{\frac{1}{2}}\right]} = (49)^{\left[\log_7^{7}+\log_7^{\frac{1}{2}}\right]} = 49^{\log_7^{\frac{7}{2}}} = (\frac{7}{2})^{\log_7^{49}}$

$= (\frac{7}{2})^{\log_7^{7^2}} = (\frac{7}{2})^{2\log_7^{7}} = (\frac{7}{2})^2 = \frac{49}{4}$

12). $(10)^{(2\log 5 - 1)} = 10^{(2\log 5 - \log_{10}^{10})} = 10^{\log 5^2 - \log 10} = 10^{\log\frac{25}{10}}$

$= \frac{25}{10}\log 10 = \frac{25}{10} = \frac{5}{2}$

13). $\frac{(\sqrt{3})^{(2\log 5 - \log 7)}}{\left(\frac{5}{\sqrt{7}}\right)^{\log(0,3)}} = \frac{(\sqrt{3})^{\log 5^2 - \log 7}}{\left(\frac{5}{\sqrt{7}}\right)^{\log 0,3}} = \frac{(\sqrt{3})^{\log 25 - \log 7}}{\left(\frac{25}{7}\right)^{\log\sqrt{0,3}}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$=\frac{(\sqrt{3})^{\log\frac{25}{7}}}{\left(\frac{25}{7}\right)^{\log\sqrt{0,3}}}=\frac{(\frac{25}{7})^{\log\sqrt{3}}}{(\frac{25}{7})^{\log\sqrt{0,3}}}$$

$$=\left(\frac{25}{7}\right)^{\log\sqrt{3}}-\log^{\sqrt{0,3}}=\left(\frac{25}{7}\right)^{\log\sqrt{\frac{3}{0,3}}}$$

$$=\left(\frac{25}{7}\right)^{\log\frac{1}{\sqrt{0,1}}}=\left(\frac{25}{7}\right)^{\log^{10^{-\frac{1}{2}}}}$$

$$=\left(\frac{25}{7}\right)^{-\frac{1}{2}}=\left(\frac{7}{25}\right)^{\frac{1}{2}}=\sqrt{\frac{7}{25}}=\frac{\sqrt{7}}{5}$$

لانـدې ســوالونه او ځوابونــه درکــړل شــوي، تاســې پــر ســوالونو عمليــه اجــرا کړئ او درکړل شوي ځوابونه مربوطه سوالونو ته په خانه خالي کې وليکئ؟

1). $5\log 2+\log 3-\log 8=?$ ( ) $A=-4\log 2$

2). $\log_6^{2.\sqrt{3}}+\log_6^{3.\sqrt{2}}=?$ ( ) $B=\log 12$

3). $\log_{x.\sqrt{x}}^{(x.\sqrt[3]{x})}=?$ ( ) $C=0$

4). $5^{(2.\log_5^2+3.\log_5^3)}=?$ ( ) $D=\frac{3}{2}$

5). $a^{\log_x^b}-b^{\log_x^a}=?$ ( ) $E=\frac{8}{9}$

6). $2^{\log_4^9}=?$ ( ) $F=108$

7). $\log_y^x.\log_m^y.\log_x^m=?$ ( ) $G=\log\left(\frac{256}{3}\right)$

8). $\log\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{27}}=?$ ( ) $H=1$

9). $\log 2^4-\log 3+\log 16=?$ ( ) $I=3$

10). $\sqrt{\log 2(0,5)^4}=?$ ( ) $J=\frac{1}{6}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لوګاریتم د خاصیتونو لنډیز

Property of Logarithm

1. $\log a^{1} = 0$

2. $\log_a^{(x.y)} \Rightarrow \log_a^{x} + \log_a^{y}$

3. $\log_a^{a} = 1$

4. $\log_b^{b^r} = r$

6. $\log_b^{m^r} = r.\log_b^{m}$

7. $\log_a^{b^m} = \frac{1}{b}\log_a^{m}$

8. $a^{\log_a^{m}} = m$

9. $\log_b^{a}.\log_a^{b}.\log_d^{c}\ldots\ldots\ldots\ldots\log_n^{m} = \log_n^{a}$

10. $\log a^{\sqrt[n]{m}} = \frac{1}{n}\log_a^{m}$

11. $\log_N^{m} = \frac{\log_a^{M}}{\log_a^{N}}$

12. $\log_a^{m} = \frac{1}{\log_m^{a}}$

13. $\log a^{\frac{1}{A}} = -\log_a^{A} = co\log_a^{A}$

14. $\log a^{m^{x^{n}}} = \frac{n}{m}\log_a^{x}$

15. $\log a^{x^{m}} = \log a^{\frac{1}{m}^{x}}$

16. $\log_{a^m}^{x} = \log a^{x^{\frac{1}{m}}}$

17. $a^{\log_a^{x} - \log_a^{y}} = \frac{x}{y}$

18. $a^{\log_a^{x} + \log_a^{y}} = x.y$

19. $a^{\log_b^{x}} = x^{\log_b^{a}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$20.\log_a^b.\log_b^a=1$$

$$21.\frac{\log_a^m}{\log_{ab}^m}=1+\log_a^b$$

$$22.\log a^{\log_b^{\log_c^x}}=m\Rightarrow x=c^{b^{a^m}}$$

$$23.\log_{ab}^c=\frac{1}{\log_c^a+\log_c^b}$$

$$24.\log_a^x=\log_a^y\Rightarrow x=y$$

$$25.\log_a^{(\frac{x}{y})}=\log_a^x-\log_a^y$$

پاملرنه:

په لاندې ډول لیکل صحیح نه دي.

$$1.\ \log\frac{b^N}{a^N}\neq\log_b^M-\log_b^N$$

دا ځکه چې د ښي خوا نه موږ چپ طرف لاسته نه شو راوړلی، ګورو چې:

$$\log_b^M-\log_b^N\ \Rightarrow\ \log_b^{(\frac{M}{N})}$$

نو بناءً داسې $\log\frac{b^N}{a^N}\neq\log_b^M-\log_b^N$ لیکل غلط دي.

$$2.\ \log_b^{(M+N)}\neq\log_b^M+\log_b^N$$

دا ځکه چې د ښي طرف نه چپ طرف لاسته نه راځي.

ثبوت:

په ښي طرف د لوګاریتم خواص تطبیقوو، ګورو که چپ طرف تر لاس ته راغی صحیح ده او که نه، نو غلط ده.

نوټ: جمع په ضرب بدلیږي:

$$\log_b^M+\log_b^N=\log_b^{(M.N)}$$

نو ثبوت شوه چې $\log_b^{(M+N)}\neq\log_b^M+\log_b^N$ لیکل غلط دي.

$$3.(\log_b^x)^2\neq\log_b^{x^2}$$

دا ځکه چې د ښي طرف نه چپ طرف لاسته نه راځي، د لوګاریتم د خواصو په تطبیقولو سره، اوس چپ طرف د لوګاریتم خواص تطبیقوو، که چېرې چپ

(c) ketabton.com: The Digital Library

طرف ترې لاسته راغ، نو صحیح ده او که رانه غی، نو غلطه ده.

$\log_b^{x^2} = 2.\log_b^x$

نو ثبوت شوه چې:

$(\log_b^x)^2 \neq \log_b^{x^2}$

لاندې سوالونه څلور ځوابونه لري، تاسې په کې صحیح ځواب په لاس راوړئ؟

1. $\log_{10}^{0,0001} = ?$

$a).\ -4 \quad b).\ 4 \quad c).\ -3 \quad d).\ 3$

2. $\log_{\frac{1}{2}}^{8^{-3}} = ?$

$a).\ 3 \quad b).\ -3 \quad c).\ 9 \quad d).\ 3$

3. $\log_{10}^{(1000)^{\frac{5}{3}}} = ?$

$a).\ 3 \quad b).\ -3 \quad c).\ 5 \quad d).\ -5$

4. $\log_{\frac{1}{5}}^{(625)^{-4}} = ?$

$a).\ 4 \quad b).\ \frac{1}{5} \quad c).\ -4 \quad d).\ -\frac{1}{5}$

5. $\log_b^{(y^2.b)} - \log_b^{y^2} = ?$

$a).\ 2 \quad b).\ 1 \quad c).\ -2 \quad d).\ -1$

6. $\log_{\frac{1}{76}}^{8} = ?$

$a).\ -\frac{3}{2} \quad b).\ \frac{1}{2} \quad c).\ \frac{3}{2} \quad d).\ 3$

7. $\log_{\frac{1}{36}}^{216} = ?$

$a).\ \frac{3}{2} \quad b).\ -\frac{3}{2} \quad c).\ 3 \quad d).\ 2$

د لوګاریتم د خواصو په اساس انکشاف ورکړئ؟

1. $\log_b^{u^2v^7}$

2. $\log_b^{\frac{u}{vw}}$

3 $\log_b^{\sqrt[3]{x^2-y^2}}$

4. $\log_4 \sqrt{\frac{x^2y^3}{\sqrt{z}}}$

5. $\log_b^{n^{\frac{1}{2}}.m^{\frac{1}{3}}}$

6. $\log_b^{\sqrt{n^2+1}}$

7. $\log_b^{\sqrt[5]{(\frac{x}{y^2.z^9})^3}}$

8. $\log_b^{\frac{m^{\frac{2}{3}}}{n^{\frac{1}{3}}}}$

9. $\log_b^{\frac{1}{a^2}}$

10. $\log\frac{\sqrt[3]{n}}{p^2q^3}$

11. $\log_b^{\frac{m^3}{n^5}}$

12. $\log_2^{\frac{1}{x^2}}$

13. $\log_a^{\frac{m^4n^3}{\sqrt{P}}}$

پر لاندې مثالونو د حل شوي مثال په څېر عملیه اجرا کړئ؟

مثال:

$$\log_b^{u^2}-\log_b^{v}=\log_b^{(\frac{u^2}{v})}$$

1. $2\log_b^x-\log_b^y=?$

2. $\log_a^m-\log_a^n-\log_a^p=?$

3. $9.\log_a^x+2\log_a^y-\frac{1}{4}\log_a^z=?$

4. $5.(\frac{1}{2}\log_b^m-2\log_b^n)=?$

5. $\frac{1}{8}(2.\log_b^x+3\log_b^y)=?$

6. $\log_b^w+\log_b^x-\log_b^y=?$

7. $\frac{1}{3}\log_b^w-3\log_b^x-5.\log_b^y=?$

8. $7(4\log_b^m+\frac{1}{3}\log_b^n)=?$

9. $\frac{1}{3}(4\log_b^x-2\log_b^y)=?$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لوګاریتم اقسام

Kind of Logarithm

۱. اعشاري یا برګس لوګاریتم:

هغه لوګاریتم ته وایي، چې قاعده یې لس (10) وي، د اعشاري لوګاریتم جدول په 1931 م کال د هانربریکس امریکایي ریاضي دان له خوا ترتیب شوی دی، څرنګه چې د دغه لوګاریتم قاعده (10) ده، نو لیکلو ته ضرورت نه شته.

$$\log_{10}^{x} = \log x$$

۲. معمولي لوګاریتم:

هغه لوګاریتم ته وایي، چې قاعده یې یو کیفي عدد وي، دا چې کیفي هر عدد کېدای شي، نو په هر سوال کې مربوطه قاعده لیکل ضرور ده.

$$\log_{a}^{x} \quad , \quad a \in IR^{+} \setminus \{1\}$$

۳. طبیعي لوګاریتم یا نیپرین لوګاریتم:

هغه لوګاریتم ته وایي، چې قاعده (e) وي، دغه لوګاریتم په (1614) م کال د نیپرین انګلیسي ریاضي دان له خوا کشف شوی، دغه لوګاریتم په لاندې ډول لیکل کېږي.

$$\log_{e}^{x} = \ln x$$

e یو غیر نسبتي عدد دی، چې د نیپرین عدد په نوم هم یادېږي، او تقریبي

(c) ketabton.com: The Digital Library

قیمت یې په لاندې ډول سره دی.

$$\lim_{x\to\alpha}(1+\frac{1}{x})^x = 2 = 2,718281824$$

استعمال ځایونه:

د طبیعي لوګاریتم نه په عالي ریاضیاتو، ساینس، انجینري، تخنیک او طبابت کې ډېره ګټه اخیستل کېږي.

د اعشاري لوګاریتم او معمولي لوګاریتم څخه په بانکي، مالي، د راکټ په فیر، د اوازونو د سرعت په معلومولو، د زلزلې په اندازه او د محاسباتو په ساده کولو کې ډېره ګټه اخیستل کېږي.

Table of Logarithm

Common Logarithm	Natural Logarthim
$\log x.y = \log x + \log y$	$\ln xy = \ln x + \ln y$
$\log\frac{x}{y} = \log x - \log y$	$\ln\frac{x}{y} = \ln x - \ln y$
$\log x^y = y.\log x$	$\ln x^y = y.\ln x$
$\log\sqrt[y]{x} = \frac{1}{y}\log x$	$\ln\sqrt[y]{x} = \frac{1}{y}\ln x$
$\log x = \log y \; if \; x = y$	$\ln y = \ln x \; if \; x = y$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د lnx او logx ترمينځ رابطه

د ln او log يو د بل له جنسه پيدا کول:

مخکې ثبوت شو ، چې $\log_a^x = \log_b^x . \log_a^b$ او س که چېرې a او b مثبت عددونه او b,a خلاف د يو وي، که چېرې a=10 او b=e وضع کړو ، نو لرو چې:

دا چې وي، $e = 2,71828281$ نو :

$$\log_{10}^x = \log_e^x . \log_{10}^e \Rightarrow \log x = \ln x . \log e$$

فورمول:

$$\Rightarrow \log x = 0,4343 . \ln x$$

نو:

او يا که د مساوات دواړه خواوې په 0,4343 تقسيم کړو ، نو:

$$\log x = 0,4343 \ln x \Rightarrow \frac{1}{0,4343} . \log x = \frac{0,4343}{0,4343} \ln x$$

$$\Rightarrow 2,3026 \log x = \ln x$$

فورمول:

$$\Rightarrow \ln x = 2,3026 \log x$$

د ذکر شوو فورمولونو په واسطه کولی شو ، چې د لسو د قاعدې د يو عدد لوګاريتم د e قاعدې ته او د e د قاعدې د يو عدد لوګاريتم د لسو قاعدې ته تبديل کړو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال: ln4,69 پیدا کړئ، داسې چې log4,69=0,6712

حل: د $\ln x = 2{,}3026 \log x$ فورمول څخه استفاده کوو.

$$\ln 4{,}69 = 2{,}3026 \log 4{,}69 \Rightarrow$$
$$\ln 4{,}69 = 2{,}3026.0{,}6712$$
$$\ln 4{,}69 = 15455$$

مثال: $\ln 8910$ پیدا کړئ؟

$$\ln x = 2{,}3026 \log x \qquad \ln 8910 = 2{,}3026 \,.\, \log 8910$$
$$\Rightarrow \ln 8910 = 2{,}3026.\log 8{,}91.10^3 \Rightarrow \ln 8910 = 2{,}3026.\log 8{,}91 + \log 10^3$$
$$\ln 8910 = 2{,}3026(\log 8{,}91 + 3\log 10) \Rightarrow 2{,}3026(0{,}9499 + 3) = 9{,}095$$

مثــال: تاســې ln70,9 پیــدا کــړئ، پــه هغــه صــورت کــې چــې Log70,9=1,8506 وي؟

$$\ln 70{,}9 = 2{,}3026.\log 70{,}9 \Rightarrow 2{,}3026.1{,}8506 = 4{,}25981$$
$$\ln 70{,}9 = 4{,}2{,}5981$$

مثال: تاسې $\ln 15$ پیدا کړئ، داسې چې $\log 15 = 1{,}17609$

$$\ln 15 = 2{,}3026.\log 15 = 2{,}3026.1{,}1709 = 2{,}69611434$$
$$\ln 15 = 2{,}69611434$$

مثال: $\ln(\frac{3}{4})$ پیدا کړئ، داسې چې $\log(\frac{3}{4}) = -0{,}12486$ وي.

$$\ln(\frac{3}{4}) = 2{,}3026.\log(\frac{3}{4}) = 2{,}3026.(-0{,}12486) = -0{,}287502$$
$$\ln(\frac{3}{4}) = -0{,}287502$$

مثال: که $\ln 11 = 2{,}3978952$ وي، $\log 11 = ?$ پیدا کړئ؟

$$\log 11 = 0{,}4343.\ln x = 0{,}4343.2{,}3978952$$
$$\log 11 = 1{,}04140589$$

مثال: که $\log_{10}^{1} = 0$ وي، نو $\ln_e^1 = ?$ ده.

$$\ln_e^1 = 2{,}3026.\log_{10}^1 = 2{,}3026.0 = 0$$
$$\ln_e^1 = 0$$

مثال: $\ln 10^4 = 9{,}2104$ ده، نو $\log 10^4 = ?$ پیدا کړئ؟

$$\log 10^4 = 0{,}4343.\ln 10^4 = 0{,}4343.9{,}2104 = 4{,}0007$$

مثال: $\log 10^4 = 4$ ده، نو $\ln 10^4 = ?$ پیدا کړئ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\ln 10^4 = 2{,}3026.\log 10^4 = 2{,}3026.4 = 9{,}2104$

$\ln 10^4 = 9{,}2104$

تمرین:

۱. د $\log 6{,}73$ قیمت پیدا کړئ، داسې چې $\ln 6{,}73 - 1{,}906$ وي؟

۲. د $\ln 481 = ?$ قیمت پیدا کړئ، داسې چې $\log 481 = 2{,}6821$ وي؟

۳. د $\ln(48100)$ قیمت پیدا کړئ، داسې چې $\log 48100 = 4{,}6821$ وي؟

۴. د $\ln 0{,}0481$ قیمت پیدا کړئ، داسې چې $\log 0{,}0481 = \bar{2}{,}6821$ وي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

انتي لوګاريتم Anti Logarithm

هر عدد د خپل لوګاريتم انتي لوګاريتم دی.

مثلاً ؛ $\log 1000 = 3$ دی، نو $Anti\log 3 = 1000$ دی.

عمومي قاعده:

که چېرې $\log_a^y = x$ وي، نو y د x انتي لوګاريتم دی.

$$\log_a^y = x \;\Rightarrow\; y = Anti\log x$$

د انتي لوګاريتم پيدا کول:

که د يوه عدد لوګاريتم راکړل شوی وي او وغواړو چې انتي لوګاريتم يې پيدا کړو، نو مانتيس يې په جدول کې پيدا کوو.

هغه عدد چې د مانتيس د ستون او د N په کرښه واقع دی، ليکو او هغه رقمونه چې د مانتيس د کرښې او د N په ستون کې واقع دی، وروسته يې ليکو، په دې ترتيب هغه رقمونه او د هغوی ترتيب پيدا کېږي، چې لوګاريتم يې نيول شوی وي.

بيا کرکترستيک ته ګورو، کرکترستيک د انتي لوګاريتم د رقمونو څخه يو کم دی او که کرکترستيک منفي وو، نو د اعشاريې د علامې د دواړو خواوو د صفرونو د شمېر سره مساوي دي، يو صفر د اعشاريې د علامې چپې خواته او نورې ښي خواته دي.

مثال: $Anti\log 4,6590 = ?$

0,6590 د يو لوګاريتم په جدول کې پيدا کوو، په ستون کې يې 6 او په کرښه کې يې 45 دی، 6 په يو يز مرتبه کې او 45 ورپسې ليکو، چې 456 ورنه

(c) ketabton.com: The Digital Library

جوړېږي.

بیا کرکترستیک ته ګورو، کرکترستیک یې 4 دی، نو هغه عدد چې لوګاریتم یې نیول شوی دی، رقمونه یې پنځه دي، نو 456 مخې ته دوه صفرونه لیکو، چې 45600 په لاس راځي.

یعنې: $Anti\log 4{,}5690 = 45600$ دی.

مثال: $\log \bar{3}{,}3598$ پیدا کړئ؟

حل: 0,3598 په جدول کې پیدا کوو، د 0,3598 په ستون کې 9 او په کرښه کې یې 22 دی، نو 229 هغه رقمونه دي، چې مانتیس 0,3598 دی، بیا کرکترستیک ته ګورو، کرکترستیک یې 3- دی، نو عدد اعشاري دی او د اعشاري د علامې دواړو خواوو ته یې 3 صفرونه ږدو، نو:

$$Anti\log \bar{3}{,}3598 = 0{,}00229$$

مثال: $Anti\log(-5{,}2628)$ پیدا کړئ؟

حل: د 5- څخه (1+) منفي کوو او د (0,2628-) سره (1+) جمع کوو، په نتیجه کې کرکترستیک (6-) او مانتیس یې 0,7372+ په جدول کې پیدا کوو، په نتیجه کې 549 کېږي، ددې رقمو شاته د اعشاري د علامې دواړو خواوو ته 6 صفرونه ږدو.

$$Anti\log(-5{,}2628) = 0{,}00000546$$

مثال: $\log x = 3{,}9939$ راکړل شوی دی، نو x یې پیدا کړئ؟

حل: ددې عدد کرکترستیک 3 دی، نو x باید څلور رقمي عدد ولرو، څرنګه چې 0,9939 په جدول کې په 9,8 سطر او 6 ستون کې واقع دی، نو:

$$\log x = 3{,}9939 \Rightarrow x = 9860 \Rightarrow \log 9860 = 3{,}9939$$

$$Anti\log 3{,}9939 = 9860$$

مثال: $\log N = 3{,}82530$ دی، د N قیمت پیدا کړئ؟

حل: څرنګه چې کرکترستیک 3 دی، نو مطلوب عدد باید څلور رقمي وي او د راکړل شوي عدد مانتیس په 668 سطر او 8 ستون کې پروت دی، نو لیکو چې:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\log N = 3{,}82530 \Rightarrow N = 6688$

مثال: د 3,8182 انتي لوگاريتم پيدا کړئ؟

حل: د 0,8182 په ستون کې د N په کرښه کې (8) او د 0,8182 په کرښه او د N په ستون کې 6,5 ليکل شوی دی، نو د هغه عدد رقمونه چې لوگاريتم يې نيول شوی 658 دی، بيا کرکترستيک ته گوروو کرکترستيک (3) دی، نو عدد ځلور رقمه دی، يعنې $Anti\log 3{,}8182$ عبارت د 6580 څخه دی، نو:

$Anti\log 3{,}8182 = 6580$

انتي لوگاريتم يې پيدا کړئ؟

1. $x = anti\log 3{,}3214$
2. $x = anti\log 4{,}5436$
3. $x = anti\log 5{,}7180$
4. $x = anti\log 2{,}4935$
5. $x = anti\log \bar{1}{,}4982$
6. $x = anti\log 4{,}8972$
7. $x = anti\log \bar{4}{,}4256$
8. $x = anti\log 2{,}23852$
9. $x = anti\log 0{,}5093$
10. $x = anti\log(-5{,}5744)$
11. $x = anti\log(-4{,}3645)$
12. $x = anti\log 2{,}4416$
13. $x = anti\log 2{,}5946$
14. $x = anti\log 5{,}7180$

(c) ketabton.com: The Digital Library

کرکترستیک او مانتیس

راکړل شوی عدد په عملي ډول (Scientific Notation) لیکو:

مثلاً؛ که x یو مثبت عدد وي، نو $x = S.10^n$

په پورته مساوات کې $1 \le S < 10$ او n یو تام عدد دی.

$$\log x = \log(S.10^n) \Rightarrow \log x = \log S + \log 10^n \Rightarrow \log x = \log 5 + n.\log 10$$

$$\log x = \log S + n.1 \Rightarrow \log x = n + \log S$$

په پورته مساوات کې $\log S$ په لاندې ډول پیدا کېږي.

$$\log 1 \le \log S < \log 10$$
$$\downarrow \quad \downarrow$$
$$0 \le \log S < 1$$

لیدل کېږي، چې $\log x$ او n مجموعه ده، د $\log S$ کسري برخه (Mantissa) مانتیس او n یو تام عدد، چې د $\log x$ د صحیح یا مشخصي یا کرکترستیک (Characteristic) په نوم یادېږي.

یا په بل عبارت سره د یوه عدد لوګاریتم دوه برخې لري، یوه برخه یې صحیح او بله برخه یې اعشاري ده، صحیح برخې ته یې کرکترستیک (Characteristic) او اعشاري برخې ته یې مانتیس وايي.

کرکترستیک د محاسبې په واسطه پیدا کېږي او مانتیس د حساب د ماشین یا د لوګاریتم د جدول له مخې پیدا کېږي.

$\log x =$ کرکترستیک + مانتیس

(c) ketabton.com: The Digital Library

د کرکترستیک یا مشخصې ټاکل په اعشاري لوګاریتم:

Finding the Characteristic of a Common Logarithm

د یــو عــدد د لوګــاریتم مشخصــه (کرکترســتیک) د لانــدې دوو قاعــدو (اصولو) له مخې ټاکل کېږي.

۱. د هغــه عــدد کرکترســتیک چــې د یــوه څخــه لــوی وي، د عــدد د صــحیح برخــې د رقمونــو لــه شــمېر څخــه یــو کــم دی، کــه عــدد پــه صــحیح برخــه کــې n رقمونــه ولــري، نو کرکترستیک به یې د (n-1) سره مساوي وي.

۲. د هغــه عــدد کرکترســتیک چــې لــه یــوه څخــه کــوچنی د صــفر او یــو تــرمینځ وي، د هغــو صــفرونو لــه شــمېر څخــه یــو زیــات دی، کــوم چــې د اعشــاري علامــې او د اعشــاري برخــې د کیڼــې خــوا د لــومړي رقــم پــه میــنځ کــې وجــود لــري، خــو علامــه یــې منفــي ده، کــه د نومــوړو صــفرونو شــمېر n وي، نــو کرکترســتیک یــې (n+1)- دی، له صفر څخه کوچنی یعنې د منفي عدد لوګاریتم نه لري.

مثال: که چېرې P یو عدد او n د صحیحو رقمونو شمېر وي، نو:

$$10^{n-1} < P < 10^{n}$$

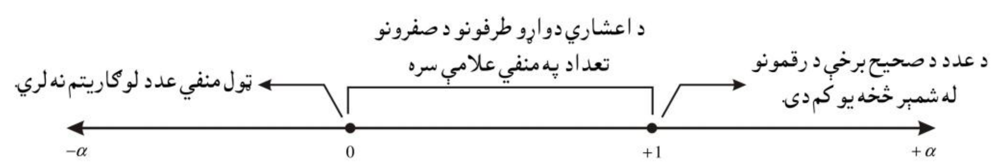
که چېرې د ټولو طرفونو څخه لوګاریتم ونیسو، نو $\log 10^{n-1} < \log P < \log 10^{n}$

$$n-1 < \log P < n$$

دا چې د n او (n-1) عددونو ترمینځ کوم عدد وجود نه لري، نو لهذا:

$\log P = n-1+$ کسري عدد

لــه دې څخــه دا نتیجــه لاس تــه راځــي، چــې P کرکترســتیک عــدد چــې لرونکــی د n تامو عددونو عبارت دی، له (n-1) څخه:



مثال: د $\log 814{,}6$ کرکترستیک (ch) وټاکئ؟

حــل: دلتــه ګــورو چــې د صــحیح ارقــامو شــمېر 3 دی، نــو د قاعــدې مطابقــت

(c) ketabton.com: The Digital Library

کرکترستیک (Ch) یې 2=1-3 دی.

مثال: د $\log 0,009$ کرکترستیک (Ch) وټاکئ؟

حل:

$$\log 0,009 = \log 9.10^{-3} = \log 9 + \log 10^{-3}$$
$$= \log 9 - 3.\log 10 \Rightarrow \log 9 - 3$$

نو کرکترستیک یې عبارت دی له 3- څخه.

یا همدا مثال حل په بله وینا سره:

دلته ګورو $\log 0.009$ چې عدد د یو څخه کوچنی دی او دغه قسم عددونو کرکترستیک د اعشاري د علامې د ښي خوا د صفرونو له شمېر څخه د یوه عدد په اندازه زیات دی، خو علامه منفي نیول کېږي.

په یاد مثال کې ګورو، چې د اعشاري علامې نه ښي خواته دوه صفرونه موجود دي، نو د قاعدې له مخې یو ورسره جمع کوو، چې درې عدد لاسته راځي، خو د قاعدې له مخې علامه ورته منفي نیسو، نو د $\log 0,009$ کرکترستیک عبارت دی له 3- څخه.

له تېرو مثالونو څخه په ګټه اخیستنې سره د لاندې عددونو کرکترستیک په لاس راوړو.

$1.Ex: \ \log 0,27 \Rightarrow Characteristic = -1$

$2.Ex: \ \log 0,0783 \Rightarrow Ch = -2$

$3.Ex: \log 0,0008 \Rightarrow Ch = -4$

$4.Ex: 0,00005 \Rightarrow Ch = -5$

$5.Ex: \ \log 0,000000000321 = Ch = -11$

$6.Ex: \ \log 5 \Rightarrow Ch = 0$

$7.Ex: \ \log 12 \Rightarrow Ch = 1$

$8.Ex: \ \log 4,2 \Rightarrow Ch = 0$

$9.Ex: \ \log 49,7 \Rightarrow Ch = 1$

$10.Ex: \log 547,11 \Rightarrow Ch = 2$

$11.Ex: \log 2134632 = 3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$12.Ex: \log 10000000 \Rightarrow Ch = 6$

$13.Ex: \log 93{,}41 \Rightarrow ch = 1$

$14.Ex: \log 1{,}42305 \Rightarrow ch = 0$

$15.Ex: \log 0{,}010002 \Rightarrow ch = -2$

$16.Ex: \log 0{,}00004 \Rightarrow ch = -5$

$17.Ex: \log 8 \Rightarrow ch = 0$

$18.Ex: \log 3466 \Rightarrow ch = 3$

$19.Ex: \log 0{,}8 \Rightarrow ch = -1$

$20.Ex: \log 0{,}00008 \Rightarrow ch = -5$

$21.Ex: \log 33{,}02 \Rightarrow ch = 1$

د مانتیس ټاکل:

مانتیس همېشه مثبت وي او د لوګاریتم په ټولو جدولونو کې مثبت حفظ او ترتیب شوی دی، که چېرې کوم مانتیس منفي په لاس راشي، نو ددې لپاره چې مانتیس مثبت شي، نو مانتیس سره یو جمع او له کرکترستیک سره یو تفریق کوو.

$Ex: \log = -2{,}6198$

دا چې مانتیس او کرکترستیک دواړه منفي دي، نو ددې لپاره چې مانتیس مثبت شي؛ لرو چې:

$\log = -2{,}6198 \Rightarrow -0{,}6198 + (-2) \Rightarrow (-0{,}6198 + 1) + (-2 + 1)$

$\log x = 0{,}3802 - 3 \Rightarrow \bar{3}{,}3802$

نو اوس په دې ځای کرکترستیک منفي او مانتیس یې مثبت دی.

پاملرنه:

کرکترستیک کله مثبت او کله منفي وي، مګر مانتیس همېشه لپاره مثبت وي، خو کله چې په سوال کې منفي راکړل شوی وي، باید مثبت ته یې د پورته

(c) ketabton.com: The Digital Library

طریقې په شان مثبت ته واړوو.

د اعدادو د لوګاریتمونو مشخصه یا کرکترستیک په خپله د عدد څخه په لاس راځي، حال دا چې اعشاري برخه د ترتیب شوو جدولونو له مخې چې څلور رقمي او پینځه رقمي ... دي په لاس راځي.

د عددونود لیکلو د علمي روش (طریقې) او د لوګاریتم د قوانینو څخه په استفادې سره هم کولای شو، د عددونو لوګاریتم لاس ته راوړو.

1). $\log 0{,}035 = \log(3{,}5.10^{-2}) \Rightarrow \log 3{,}5 + \log_{10}^{-2} = 0{,}5441 + (-2) \Rightarrow \bar{2}{,}5441$

2). $\log 85300 \Rightarrow \log(8{,}33.10^{10}) = \log 8{,}33 + \log 10^{4} \Rightarrow 0{,}7657 + 4 \Rightarrow 4{,}7657$

3). $\log 0{,}00024 \Rightarrow \log(2{,}4.10^{-4}) = \log 2{,}4 + \log 10^{-4} \Rightarrow 0{,}3802 + (-4) \Rightarrow \bar{4}{,}3802$

4). $\log 0{,}000428 \Rightarrow \log(9{,}28.10^{-5}) \Rightarrow \log 9{,}28 + \log 10^{-5} \Rightarrow 0{,}9675 + (-5) \Rightarrow \bar{5}{,}9675$

مثال: په هغه صورت کې چې $\log 9{,}28 = 0{,}9675$ وي، نو د لاندې عددونو لوګاریتم پیدا کړئ، البته د عملي روش نه ګټه پورته کړئ؟

a). $\log 92800$

b). $\log 92{,}800$

c). $\log 0{,}00928$

d). $\log 0{,}0000928$

حل:

د (a) جز حل:

a). $\log 92800 \Rightarrow \log(9{,}28.10^{4}) \Rightarrow \log 9{,}28 + \log 10^{4} \Rightarrow 0{,}9675 + 4 \Rightarrow 4{,}9675$

د (b) جز حل:

b). $\log 92{,}800 \Rightarrow \log(9{,}28.10) \Rightarrow \log 9{,}28 + \log 10 \Rightarrow 0{,}9675 + 1 \Rightarrow 1{,}9675$

د (c) جز حل:

c). $\log(9{,}28.10^{-3}) \Rightarrow \log 9{,}28 + \log 10^{-3} \Rightarrow 0{,}9675 + (-3) \Rightarrow \bar{3}{,}9675 = -2{,}0325$

د (d) جز حل:

d). $\log 0{,}0000928 \Rightarrow \log(9{,}28.10^{-5}) = \log 9{,}28 + \log 10^{-5}$

$\Rightarrow 0{,}9675 + (-5) \Rightarrow \bar{5}{,}9675 \Rightarrow -4{,}0325$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لاندې عددونه په علمي روش ولیکئ؟

1.) 789000
2). 0.00521
3). 6753102
4). 405
5). 8600000
6). 0.00052
7). 0,780905
8). 0,00081202
9). 0,00001111
10). 10000

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لوګاریتم د جدول ترتیب

$$\ln(1+x)=x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}+\frac{x^5}{5}-\frac{x^6}{6}+\ldots\ldots(I)$$

په پورته رابطه کې د x پرځای (x-) لیکو.

$$\ln(1-x)=-x-\frac{(-x)^2}{2}+\frac{(-x)^3}{3}-\frac{(-x)^4}{4}+\frac{(-x)^5}{5}-\frac{(-x)^6}{6}+\ldots\ldots$$

$$\ln(1-x)=-x-\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}-\frac{x^5}{5}-\frac{x^6}{6}+\ldots\ldots(II)$$

اوس د (I) رابطې نه دوهم (II) رابطه منفي کوو.

$$Ln(1+x)-\ln(1-x)=x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}+\frac{x^5}{5}-\frac{x^6}{6}\ldots\ldots-(-x-\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}-\frac{x^5}{5}-\frac{x^6}{6})$$

$$\ln\frac{(1+x)}{(1-x)}=x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}+\frac{x^5}{5}-\frac{x^6}{6}+\ldots\ldots+x+\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}+\frac{x^4}{4}+\frac{x^5}{5}+\frac{x^6}{6}$$

$$\ln\frac{(1+x)}{(1-x)}=2x+\frac{2x^3}{3}+\frac{2x^5}{5}+\frac{2x^7}{7}\ldots\ldots$$

$$\ln\frac{(1+x)}{(1-x)}=2(x+\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}+\frac{x^7}{7}+\ldots)\ldots\ldots(III)$$

په (III) رابطه کې د x پرځای $\frac{1}{2n+1}$ وضع کوو.

$$\ln\frac{1+\frac{1}{2n+1}}{1-\frac{1}{2n+1}}=2(\frac{1}{2n+1}+\frac{1}{3(2n+1)^3}+\frac{1}{5(2n+1)^5}+\frac{1}{7(2n+1)^7}\}\ldots\ldots(IV)$$

اوس نو که په (IV) رابطه کې د n پرځای (1) وضع کړو ، نو ln2 کېږي.

$$\ln 2=2\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{3.3^3}+\frac{1}{5.3^5}+\frac{1}{7.3^7}\right)$$

$$\ln 2=0{,}693147180$$

اوس د ln2 د کمیت څخه log2 هم پیدا کولی شو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\log 2 = 0,434294.\ln 2$$

$$\log 2 = 0,30103$$

که چېرې د n=2 وضع کړو ، نو Ln3 لاسته راځي.

$$\ln\frac{1+\frac{1}{2.2=1}}{1-\frac{1}{2.2+1}} = 2\left(\frac{1}{2.2+1}+\frac{1}{3(2.2+1)^3}+\frac{1}{5(2.2+1)^5}+\frac{1}{7(2.2+1)^7}.......\right)$$

$$\ln\frac{\frac{6}{5}}{\frac{4}{5}} = 2\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{3.5^3}+\frac{1}{5.5^5}+\frac{1}{7.5^7}+.....\right)$$

$$\ln\frac{6}{4} = 2\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{3.5^3}+\frac{1}{5.5^5}+\frac{1}{7.5^7}+\frac{1}{9.5^9}+.......\right)$$

$$\ln\frac{3}{2} = 2\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{3.5^3}+\frac{1}{5.5^5}+\frac{1}{7.5^7}+\frac{1}{9.5^9}+....\right)$$

$$\ln 3 - \ln 2 = 2\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{3.5^3}+\frac{1}{5.5^5}+\frac{1}{7.5^7}+\frac{1}{9.5^9}\right)$$

$$\ln 3 = \ln 2 + 2\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{3.5^3}+\frac{1}{5.5^5}+\frac{1}{7.5^7}+\frac{1}{9.5^9}\right)$$

$$\ln 3 = 1,0986122$$

اوس log3 هم پیدا کولی شو.

$$\log 3 = 0,434294.\ln 3$$

$$\log 3 = 0,434294.1,0986122 \Rightarrow \log 3 = 0,47712$$

اوس نو log4 د log2 څخه په اسانه پیدا کولی شو.

$$\log 4 = \log 2^2 = 2.\log 2 = 2.0,30103 = 0,60206$$

$$\log 4 = 0,60206$$

د log5 پیدا کولو لپاره n=4 وضع کوو ، په (IV) رابطه کې.

$$\ln\frac{1+\frac{1}{2.4+1}}{1-\frac{1}{2.4+1}} = 2\left(\frac{1}{2.4+1}+\frac{1}{3(2.3+1)^3}+\frac{1}{5(2.4+1)^5}+\frac{1}{7(2.4+1)^7}\right)$$

$$\ln\frac{\frac{10}{9}}{\frac{8}{9}} = 2\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{3.9^3}+\frac{1}{5.9^5}+\frac{1}{7.9^7}+\frac{1}{9.9^9}\right)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\ln 5-\ln 4=2.\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{3.9^3}+\frac{1}{5.9^5}+\frac{1}{7.9^7}+\frac{1}{9.9^9}\right)$$

$$\ln 5=\ln 4+2\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{3.9^3}+\frac{1}{5.9^5}+\frac{1}{7.9^7}+\frac{1}{9.9^9}\right)$$

$$\ln 5=2.\ln 2+2\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{3.9^3}+\frac{1}{5.9^5}+\frac{1}{7.9^7}+\frac{1}{9.9^9}\right)$$

$$\ln 5=2.0{,}693147180+2(0{,}11156)$$

$$\ln 5=1{,}386254360+0{,}22312$$
$$\ln 5=1{,}609414360 \Rightarrow \log 5=0434294.1{,}60941436=0{,}698466$$
$$\log 5=0{,}69896676$$

Log6 هم په اسانه د log2 او log3 نه پیدا کېږي.

$$\log 6=\log 2.3=\log 2+\log 3$$

$$=0{,}30103+047712$$

$$\log 6=0{,}77815$$

د log7 پیدا کولو لپاره په (IV) رابطه د n پر ځای 6 لیکو.

$$\ln\frac{6+1}{6}=2\left\{\frac{1}{13}+\frac{1}{3.13^3}+\frac{1}{5.13^5}+\frac{1}{7.13^7}+\frac{1}{9.13^9}\right\}$$

$$\ln\frac{7}{6}=2\left(\frac{1}{13}+\frac{1}{3.13^3}+\frac{1}{5.13^5}+\frac{1}{7.13^7}+\frac{1}{9.13^9}\right)$$

$$\ln 7-\ln 6=2\left(\frac{1}{13}+\frac{1}{3.13^3}+\frac{1}{5.13^5}+\frac{1}{7.13^7}+\frac{1}{9.13^9}\right)$$

$$\ln 7=\ln 6+2\left(\frac{1}{13}+\frac{1}{3.13^3}+\frac{1}{5.13^5}+\frac{1}{7.13^7}+\frac{1}{9.13^9}\right)$$

$$\ln 7=0{,}84510$$

اوس نو log7 لاسته راوړو ، له ln7 **څخه**.

$$\log 7=0{,}434294.\ln 7=0{,}434294.0{,}84510$$

$$\log 7=0{,}36702186$$

Log8 هم د log2 له جنسه په اسانه پیدا کولی شو.

$$\log 8=\log 2^3=3.\log 2=3.0{,}30103=0{,}90309$$

$$\log 8=0{,}90309$$

Log9 د log3 له جنسه اسانه پیدا کولی شو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\log 9 = \log 3^2 = 2.\log 3 = 2.0{,}47712 = 0{,}95424$$

$$\log 9 = 0{,}95424$$

Log10 د log2 او log5 له جنسه په اسانه پیدا کولی شو.

$$\log 10 = \log 2.5 = \log 2 + \log 5 = 0{,}30103 + 0{,}69896676$$

$$\log 10 = 0{,}9999676 \sim 1$$

$$\log 10 = 1$$

معلومه شوه چې log10=1 دی.

په هم دې ترتیب د ټولو عددونو لوګاریتم پیدا کولی شو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لوګاريتم د جدول استعمال

د اعشاري لوګاريتم (برکس لوګاريتم) مانتيسونه محاسبه او په جدول کې ليکل شوي دي، ځينې جدولونه تر اوو ، ځينې تر پينځو ، ځينې تر څلورو او دريو اعشاري مرتبو پورې مانتيسونه لري، چې د همدې مرتبو له مخې جدولونه اووه رقميز، پينځه رقميز او داسې نور نومول کېږي، هغه جدول چې له ټولو نه زيات استعمالېږي، څلور رقميز جدول دی.

۱. د پينځه رقميز جدول د استعمال طريقه:

په دې جدول کې د يوه څلور رقمي عدد مانتيس د پيدا کولو لپاره د هغه د چپې خوا درې رقمونه د عددونو په ستون (N) کې پيدا کوو او ورپسې څلورم رقم د جدول په سر (لومړي کرښه) کې پيدا کوو.

هغه عدد چې په دې کرښه او نومورې ستون کې واقع دي، د راکړل شوي عدد مانتيس دی.

مثال: د $\log 7545$ پيدا کولو لپاره د پينځه رقميز جدول څخه استفاده کوو؟

حل: د راکړل شوي عدد کرکترستيک 3 دی او مانتيس يې په جدول کې د 5 تر ستون لاندې په 754 کرښه کې 0,87766 دی، نو ليکلای شو ، چې:

$$\log 7545 = 3 + 0{,}87766$$

مثال: $\log 0{,}008743$ په لاس راوړئ؟

حل: ددې عدد کرکترستيک 3- او مانتيس يې په 874 کرښه کې د 3 تر ستون لاندې 0,94166 دی، نو:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\log 0{,}0038743 = 0{,}94166 + (-3) = \bar{3}{,}94166$$

۲. د ځلور رقمیز جدول د استعمال طریقه:

په دې جدول کې د یوه درې رقمي عدد مانتیس د پیدا کولو لپاره د هغه د چپې خوا دوه رقمونه د (N) په ستون او دریم رقم یې د (N) په سطر کې پیدا کوو، چې د دې سطر او ستون تقاطع د راکړل شوي عدد مانتیس دی.

مثال: $\log 431$ په لاس راوړئ؟

حل: د دې عدد کرکتریک 2 دی او مانتیس یې په 41 کرښه کې د 3 ستون لاندې 0,1660 دی، نو لیکلای شو، چې:

$$\log 431 = 2{,}6160$$

مثال: $\log 0{,}0452$ پیدا کړئ.

حل: د دې کرکتستیک (2-) دی او مانتیس یې د جدول د 45 کرښه کې د 2 ستون لاندې (0,6551) دی، نو :

$$\log 0{,}0452 = \bar{2}{,}6551$$

مثلا د 386 لوګاریتم په لاس راوړو.

$$386 = 3{,}86.10^2$$

$$\log 386 = \log(3{,}86.10^2)$$

$$\Rightarrow \log 3{,}86 + \log 10^2$$

$$= \log 3{,}86 + 2$$

اوس $\log 3{,}86$ په جدول کې ګورو او داسې یې په لاس راوړو.

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
3,5	5563	5575	5587	5599	5611		5835		5658	
3,6						5623		5658		5670
3,7										
3,8	5789	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899
3,9										
40										

د چپ خوا دوه رقمه یعنې 3,8 د N په سطر کې او د (6) عدد د N په ستون

(c) ketabton.com: The Digital Library

کې پیدا کوو.

هغه عدد چې د 3,8 د کرښې او د (6) ستون د تقاطع په ځای کې واقع وي، د 3,86 عدد لوګاریتم د مانتیس څخه عبارت دی، (لکه چې په جدول کې لیدل کېږي)، یعني:

$$\log 3{,}86 = 0{,}5866$$

$$\log 386 = \log 3{,}86 + 2$$

$$\log 386 = 0{,}5866 + 2$$

$$\log 386 = 2{,}5866$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لوګاریتمي افاده
Logarithmic Expressions

هره الجبري افاده او یا عدد چې له دې سره (log) موجود وي، نو د لوګاریتمي افادې په نوم یادېږي. د دې د ساده کولو لپاره د لوګاریتم د مربوطو قضیو څخه استفاده کېږي.

د لوګاریتمي افادې د حل کولو لپاره باید کوښښ وشي، چې وروستۍ نتیجه یې $\log_a^a = 1$ شي، چې له دې څخه آخري ځواب لاسته راځي.

پاملرنه:

افاده (Expression): د حدونو د جمع او تفریق حالاتونو ته افاده وايي.

لکه؛ $\log_{12}^{36} + \log_{12}^{4} - \log_5^5 = ?$ لوګاریتمي افاده

Logarithmic Expression
اسانه مثالونه

1). $\log_{10}^{100} = 2$

2). $\log_3^{81} = 4 \Rightarrow 3^4 = 81$

3). $\log_7^{49} = 2 \Rightarrow 7^2 = 49$

4). $\log_5^{25} = 2 \Rightarrow 5^2 = 25$

5). $\log_2^{4} = 2 \Rightarrow 2^2 = 4$

6). $\log_{12}^{144} = 2 \Rightarrow 12^2 = 144$

(c) ketabton.com: The Digital Library

7). $\log_5^1 = 0 \Rightarrow 5^0 = 1$

8). $\log_5^{\frac{1}{5}} = -1 \Rightarrow \frac{1}{5} = 5^{-1}$

9). $\log_2^{0,002} = -3 \Rightarrow 0,002 = 2^{-3}$

10). $\log_{\sqrt{2}}^1 = 0 \Rightarrow \sqrt{2}^0 = 1$

11). $\log_{100}^{100} = 1 \Rightarrow 100 = 100^1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

1). $\log_e^1 = 0$

2). $\log_e^{e^{2x+2}} = 2x+2$

3). $e^{\log_e^{x^2+1}} = x^2+1$

4). $\log_e^{e^{m+n}} = m+n$

5). $e^{\log_e^{(x^4+1)}} = x^4+1$

6). $\log\frac{mn}{b^{pq}} = \log_b^{mn} - \log_b^{pq} = \log_b^m + \log_b^n - (\log_b^p + \log_b^q)$

7). $\log_b^{(m.n)^{\frac{2}{3}}} = \frac{2}{3}\log_b^{(m.n)} = \frac{2}{3}(\log_b^m + \log_b^n)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

Logarthim Expressions

1). $Ex:\log_{\frac{1}{3}}^{625^{-1}} \Rightarrow \log_{\frac{1}{5}}^{\frac{1}{625}} = \log_{\frac{1}{5}}^{(\frac{1}{5})^{4}} = 4.\log_{\frac{1}{5}}^{\frac{1}{5}} = 4$

2). $Ex:\log_{3}^{(9.27)} \Rightarrow \log_{3}^{9}+\log_{3}^{27} \Rightarrow \log_{3}^{3^{2}}+\log_{3}^{3^{3}} \Rightarrow 2\log_{3}^{3}+3\log_{3}^{3} \Rightarrow 2+3=5$

3). $Ex:\log_{10}^{(20x^{2}z)}-\log_{10}^{(\frac{1}{5}x^{2}z)} \Rightarrow \log_{10}^{(\frac{20x^{2}z}{\frac{1}{5}x^{2}z})} \Rightarrow \log_{10}^{\frac{20}{\frac{1}{5}}} \Rightarrow \log_{10}^{100} = 8$

4). $Ex:\log_{5}^{(10y^{2}x)}-\log_{5}^{(2xy^{2})} \Rightarrow \log_{50}^{(\frac{10y^{2}x}{2xy^{2}})} = \log_{5}^{5} = 1$

5). $Ex:\log_{2}^{8^{-\frac{1}{3}}} = -\frac{1}{3}.\log_{2}^{2^{3}} = -\frac{1}{3}.3\log_{2}^{2} = -1$

6). $Ex:\log_{4}^{\sqrt{256}} \Rightarrow \log_{4}^{(256)^{\frac{1}{2}}} \Rightarrow \frac{1}{2}\log_{4}^{4^{4}} = \frac{1}{2}.4.\log_{4}^{4} = \frac{1}{2}.4 = 2$

7). $Ex:\log_{9}^{27} \Rightarrow \frac{\log_{3}^{27}}{\log_{3}^{9}} = \frac{\log_{3}^{3}}{\log_{3}^{3^{2}}} = \frac{3.\log_{3}^{3}}{2.\log_{3}^{3}} = \frac{3}{2} = 1,5$

8). $Ex:\log_{10}^{(0,1)^{5}} \Rightarrow \log_{10}^{(\frac{1}{10})^{5}} \Rightarrow \log_{10}^{10^{(-1)^{5}}} \Rightarrow 5.-1\log_{10}^{10} = -5$

9). $Ex:\log 0,0001 \Rightarrow \log_{10}^{(\frac{1}{4})} \Rightarrow \log_{10}^{-4} = -4$

10). $Ex:\log\frac{1}{1000} \Rightarrow \log\frac{1}{10^{3}} \Rightarrow \log 10^{-3} = -3$

11). $Ex:\ln(e,e.e) \Rightarrow \ln e+\ln e+\ln e = 1+1+1 = 3$

12). $Ex:\ln\left(\frac{1}{e.e}\right) \Rightarrow \ln\frac{1}{e^{2}} \Rightarrow \ln e^{-2} = -2$

13). $Ex:\log\frac{1}{10^{-2}} \Rightarrow \log 10^{2} = 2$

14). $Ex:\log 0,01 = \log 10^{-2} = -2$

15). $Ex:\log 0,001 = \log 10^{-3} = -3$

16). $Ex:\log_{10}^{100}+\log_{10}^{\frac{1}{10}} \Rightarrow \log_{10}^{100\frac{1}{10}} = \log_{10}^{10} = 1$

17). $Ex:\log_{10}^{5}+\log_{10}^{20} \Rightarrow \log_{10}^{5.20} = \log_{10}^{100} = \log_{10}^{10^{2}} = 2$

18). $Ex:\log_{12}^{36}+\log_{12}^{4} \Rightarrow \log_{12}^{36.4} = \log_{12}^{144} \Rightarrow \log_{12}^{(12)^{2}} = 2$

19). $Ex:\log_{a}^{ax^{2}}-\log_{a}^{x^{2}} \Rightarrow \log_{a}^{\frac{ax^{2}}{x^{2}}} \Rightarrow \log_{a}^{a} = 1$

20). $Ex:\log_{10}^{0,001} \Rightarrow \log_{10}^{0,001\,1.10^{3}.10^{-3}} \Rightarrow \log_{10}^{1.10^{-3}} \Rightarrow \log_{10}^{1}+\log_{10}^{-3} = 0-3 = -3$

21). $Ex:\log_{\frac{1}{2}}^{8^{-3}} \Rightarrow -1.\log_{2}^{8^{-3}} \Rightarrow -1.\log_{2}^{(2^{3})^{-3}} \Rightarrow -1.\log_{2}^{2^{-9}} \Rightarrow -1.9.\log_{2}^{2} = 9$

(c) ketabton.com: The Digital Library

22). $Ex:\log_{\frac{1}{5}}^{625^{1}} = \log_{\frac{1}{5}}^{\frac{1}{625}} = \log_{\frac{1}{5}}^{(\frac{1}{5})^{4}} = 4.1 = 4$

23). $Ex:\log_{16}^{32} = \log_{2^4}^{2^5} = \frac{5}{4}\log_{2}^{2} = \frac{5}{2}$

24). $Ex:\log_{3}^{81} = \log_{3}^{3^4} = 4.\log_{3}^{3} = 4$

25). $Ex:\log_{0,01}^{0,001} = \log_{10^{-2}}^{10^{-4}} = \frac{-4}{-2}\log_{10}^{10} = 2$

26). $Ex:10^{\log_{10}^{10}+\log_{10}^{\frac{9}{4}}} \Rightarrow 10^{\log_{10}^{10\frac{9}{4}}} \Rightarrow 10^{\log_{10}^{\frac{90}{4}}} \Rightarrow 10^{\log_{10}^{\frac{45}{2}}} = \frac{45}{2} = 22,5$

27). $Ex:5^{\log_{5}^{7}} = 7$

28). $Ex:3,2^{\log_{3,2}^{100}} = 100$

29). $Ex:\log_{3}^{\frac{1}{9}} = \log_{3}^{3^{-2}} = -2$

30). $Ex:\log_{8}^{\sqrt[5]{8}} \Rightarrow \log_{8}^{8^{\frac{1}{5}}} = \frac{1}{5}\log_{8}^{8} = \frac{1}{5}$

31). $\log_{\sqrt{5}}^{25} \Rightarrow \log_{5^{\frac{1}{2}}}^{5^{2}} = 2.\log_{5^{\frac{1}{2}}}^{5} = 2.\frac{1}{\frac{1}{2}}.\log_{5}^{5} = 2.2.1 = 4$

(c) ketabton.com: The Digital Library

1). $\log_{10}^{1000^{\frac{4}{3}}} = \log_{10}^{(10^3)^{\frac{4}{3}}} = \log_{10}^{10^4} = 4.\log_{10}^{10} = 4.1 = 4$

2). $\log_2^{16} = \log_2^{2^4} = 4.\log_2^2 = 4.1 = 4$

3). $\log_3^{81} = \log_3^{3^4} = 4.\log_3^3 = 4.1 = 4$

4). $\log_5^{625} = \log_5^{5^4} = 4.\log_5^5 = 4.1 = 4$

5). $\log_4^{256} = \log_4^{4^4} = 4.\log_4^4 = 4.1 = 4$

6). $\log_3^{27} = \log_3^{3^3} = 3.\log_3^3 = 3.1 = 3$

7). $\log_5^{125} = \log_5^{5^3} = 3.\log_5^5 = 3.1 = 3$

8). $\log_2^8 = \log_2^{2^3} = 3.\log_2^2 = 3.1 = 3$

9). $\log_{10}^{(100)^{\frac{3}{2}}} = \log_{10}^{(10^2)^{\frac{3}{2}}} = \log_{10}^{10^3} = 3.\log_{10}^{10} = 3.1 = 3$

10). $\log_4^{64} = \log_4^{4^3} = 3.\log_4^4 = 3.1 = 3$

11). $\log_2^4 = \log_2^{2^2} = 2.\log_2^2 = 2.1 = 2$

12). $\log_5^{25} = \log_5^{5^2} = 2.\log_5^5 = 2.1 = 2$

13). $\log_3^9 = \log_3^{3^2} = 2.\log_3^3 = 2.1 = 2$

14). $\log_{216}^{1296} = \log_{6^3}^{6^4} = 4.\frac{1}{3}\log_6^6 = \frac{4}{3}\log_6^6 = \frac{4}{3}.1 = \frac{4}{3}$

15). $\log_{\frac{1}{16}}^8 = \log_{\frac{1}{2^4}}^{2^3} = \log_{2^{-4}}^{2^3} = 2.-\frac{1}{2}\log_2^2 = -\frac{3}{2}.\log_2^2 = \frac{-3}{2}.1 = \frac{-3}{2}$

16). $\log_{\frac{1}{36}}^{216} = \log_{6^{-2}}^{6^3} = -\frac{3}{2}\log_6^6 = \frac{-3}{2}.1 = \frac{-3}{2}$

17). $\log_{49}^7 = \log_{7^2}^7 = \frac{1}{2}\log_7^7 = \frac{1}{2}.1 = \frac{1}{2}$

18). $\log_{84}^4 = \log_{4^3}^4 = \frac{1}{3}\log_4^4 = \frac{1}{3}.1 = \frac{1}{3}$

19). $\log_{64}^2 = \log_{2^6}^2 = \frac{1}{6}\log_2^2 = \frac{1}{6}.1 = \frac{1}{6}$

20). $\log_{10000}^{10} = \log_{10^4}^{10} = \frac{1}{4}.\log_{10}^{10} = \frac{1}{4}.1 = \frac{1}{4}$

21). $\log_{125}^5 = \log_{5^3}^5 = \frac{1}{3}\log_5^5 = \frac{1}{3}.1 = \frac{1}{3}$

22). $\log_3^{(9.27)} = \log_3^{3^2} + \log_3^{3^3} = 2.\log_3^3 + 3.\log_3^3 = 2.1 + 3.1 = 2 + 3 = 5$

23). $\log_2^{\frac{1}{16}} = \log_2^{2^{-4}} = -4.\log_2^2 = -4.1 = -4$

24). $\log_{10}^{\frac{1}{10^8}} = \log_{10}^{10^{-8}} = -8.\log_{10}^{10} = -8.1 = -8$

(c) ketabton.com: The Digital Library

25). $\log_2^8 = \log_2^{2^3} = 3.\log_2^2 = 3.1 = 3$

26). $2^{\log 4^x} \Rightarrow 2^{\log 2^{2x}} = 2x$

27). $\log_4^{\frac{1}{4}} \Rightarrow \log_{2^2}^{4^{-1}} = \frac{1}{2}\log_2^{2^{-2}} = \frac{-2}{2}\log_2^2 = -1$

28). $\log_7^8 - \log_7^2 + \log_7^3 \Rightarrow \log_7^{\frac{8}{2}} + \log_7^3 = \log_7^4 + \log_7^3 \Rightarrow \log_7^{4.3}$

حل شوي مثالونه:

1). $\log_{10}^{0,001} = ?$

حل:

$\log_{10}^{0,001 10^{3}.10^{-3}} \Rightarrow \log_{10}^{1.10^{-3}} \Rightarrow \log_{10}^{1} + \log_{10}^{10^{-3}} = 0 - 3\log_{10}^{10}$
$\Rightarrow 0 - 3.1 = -3$

2). $\log_{3}^{81} = ?$

حل:

$\log_{3}^{81} \Rightarrow \log_{3}^{3^{4}} \Rightarrow 4.\log_{3}^{3} \Rightarrow 4.1 = 4$

3). $\log_{0,01}^{0,001} = ?$

حل:

$\log_{0,01}^{0,001} \Rightarrow \log_{10^{-2}}^{10^{-3}} \Rightarrow -3.\frac{1}{-2}\log_{10}^{10} \Rightarrow \frac{-3}{-2} = \frac{3}{2}$

4). $\log_{10}^{(100)^{\frac{3}{2}}} = ?$

حل:

$\log_{10}^{(100)^{\frac{3}{2}}} \Rightarrow \log_{10}^{(10^{2})^{\frac{3}{2}}} \Rightarrow \log_{10}^{10^{3}} \Rightarrow 3.\log_{10}^{10} \Rightarrow 3.1 = 3$

5). $\log_{64}^{16} = ?$

حل:

$\log_{64}^{16} = 2.\frac{1}{3}\log_{4}^{4} \Rightarrow \frac{2}{3}.\log_{4}^{4} = \frac{2}{3}.1 = \frac{2}{3}$

6). $\log_{a}^{ax^{2}} - \log_{a}^{x^{2}} = ?$

حل:

$\log_{a}^{\frac{ax^{2}}{x^{2}}} \Rightarrow \log_{a}^{a} = 1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

7). $\log_7^{\frac{63}{49}} = ?$

حل:

$\log_7^{63} - \log_7^{49} \Rightarrow \log_7^{7.9} - \log_7^{7^2} \Rightarrow \log_7^{7} + \log_7^{9} - 2\log_7^{7}$

$\Rightarrow 1 + \log_7^{9} - 2 \Rightarrow -1 + \log_7^{9} \Rightarrow \log_7^{9} - 1$

8). $\log_{\frac{1}{5}}^{(625)^{-1}} = ?$

حل:

$\log_{\frac{1}{5}}^{(\frac{1}{5})^4} \Rightarrow 4.\log_{\frac{1}{5}}^{\frac{1}{5}} \Rightarrow 4.1 = 4$

9). $\log_{\frac{1}{2}}^{8^{-3}} = ?$

حل:

$\log_{\frac{1}{2}}^{(2^3)^{-3}} \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}}^{2^{-9}} \Rightarrow \log_{2^{-1}}^{2^{-9}} \Rightarrow -1\log_2^{2^{-9}} \Rightarrow -1.-9\log_2^{2}$

$\Rightarrow +9\log_2^{2} \Rightarrow 9.1 = 9$

10). $\log_{10}^{100} + \log_{10}^{\frac{1}{10}} = ?$

حل:

$\log_{10}^{100} + \log_{10}^{\frac{1}{10}} \Rightarrow \log_{10}^{100\frac{1}{10}} \Rightarrow \log_{10}^{\frac{100}{10}} = \log_{10}^{10} = 1$

11). $\log_{10}^{5} + \log_{10}^{20} = ?$

حل:

$\log_{10}^{5.20} \Rightarrow \log_{10}^{100} \Rightarrow \log_{10}^{10^2} \Rightarrow 2.\log_{10}^{10} = 2.1 = 2$

12). $\log_{12}^{6^2} + \log_{12}^{2^2} - \log_5^{5} = ?$

حل:

$\log_{12}^{6^2} + \log_{12}^{2^2} - \log_5^{5} \Rightarrow 2.\log_{12}^{6} + 2.\log_{12}^{2} - \log_5^{5} \Rightarrow 2(\log_{12}^{6} + \log_{12}^{2}) - \log_5^{5}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow 2(\log_{12}^{6.2})-1\Rightarrow 2(\log_{12}^{12})-1\Rightarrow 2(1)-1\Rightarrow 2.1-1\Rightarrow 2-1=1$$

13). $\log_5^{5x^2}=?$

حل:

$$\log_5^{5x^2}\Rightarrow \log_5^5+\log_5^{x^2}\Rightarrow 1+2\log_5^x$$

14). $-\log_n^{mp}+\log_{\frac{1}{n}}^{\frac{1}{mp}}=?$

حل:

$$-\log_n^{mp}+\log_{n^{-1}}^{(mp)^{-1}}\Rightarrow -\log_n^{mp}+-1.-1\log_n^{mp}$$

$$-\log_n^{mp}+\log_n^{mp}\Rightarrow 0$$

15). $\log_{27}^{3c}=?$

حل: که Note: if $\log_3^c=0,2$

$$\log_{27}^{3c}\Rightarrow \log_{27}^3+\log_{27}^c\Rightarrow \log_3^{3^3}+\log_{3^3}^c$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}\log_3^3+\frac{1}{3}\log_3^c\Rightarrow \frac{1}{3}.1+\frac{1}{3}.0,2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}+\frac{0,2}{3}\Rightarrow \frac{1+0,2}{3}\Rightarrow \frac{1,2}{3}$$

16). $9^{2\log_9^8}=?$

حل:

$$9^{2\log_9^8}\Rightarrow 9^{\log_9^{8^2}}\Rightarrow 8^2=64$$

17). $\log_{27}^{(\frac{1}{3})^{18}}=?$

حل:

$$\log_{27}^{(3^{-1})^{18}}\Rightarrow \log_{3^3}^{3^{-18}}\Rightarrow -18.\frac{1}{3}\log_3^3\Rightarrow \frac{-18}{3}.1=-6$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

18). $\log_{\frac{1}{10}}^{\frac{1}{10^{10}}} = ?$

حل:

$$\log_{10^{-1}}^{10^{-10}} \Rightarrow -10.-1\log_{10}^{10} \Rightarrow +10.1 = 10$$

19). $\dfrac{\log_{5}^{125} + \log_{12}^{144}}{\log_{1000}^{10^6}} = ?$

حل:

$$\frac{\log_{5}^{5^3} + \log_{12}^{12^2}}{\log_{10^3}^{10^6}} \Rightarrow \frac{3.\log_{5}^{5} + 3.\log_{12}^{12}}{6.\frac{1}{3}\log_{10}^{10}} = \frac{3.1 + 2.1}{\frac{6}{3}.1}$$

$$\Rightarrow \frac{3+2}{2} = \frac{5}{2} \Rightarrow 2\frac{1}{2}$$

20). $\log_{2}^{8} + \log_{4}^{16} + \log_{3}^{27} = ?$

حل:

$$\log_{2}^{2^3} + \log_{4}^{4^2} + \log_{3}^{3^3} \Rightarrow 3.\log_{2}^{2} + 2.\log_{4}^{4} + 3.\log_{3}^{3}$$

$$\Rightarrow 3.1 + 2.1 + 3.1 \Rightarrow 3 + 2 + 3 \Rightarrow 8$$

21). $1 + \log_{n}^{\frac{1}{n}} = ?$

حل:

$$1 + \log_{n}^{\frac{1}{n}} \Rightarrow 1 + \log_{n}^{n^{-1}} \Rightarrow 1 - 1\log_{n}^{n} \Rightarrow 1 - 1.1 \Rightarrow 0$$

22). $\log_{p^2}^{p^3} + \log_{\frac{1}{m}}^{m^2} = ?$

حل:

$$\log_{p^2}^{p^3} + \log_{\frac{1}{m}}^{m^2} \Rightarrow \frac{1}{2}.3\log_{p}^{p} + \log_{m^{-1}}^{m^2}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2}.1 + -1.2 \Rightarrow \frac{3}{2} - 2 \Rightarrow -\frac{1}{2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

23). $\log_n^{n^2} + \log_m^{m^3} = ?$

حل:

$$\log_n^{n^2} + \log_m^{m^3} \Rightarrow 2.\log_n^n + 3.\log_m^m \Rightarrow 2.1 + 3.1 \Rightarrow 2+3=5$$

24). $a^{\frac{1}{2}\log_a^{16}} = ?$

حل:

$$a^{\frac{1}{2}\log_a^{16}} \Rightarrow a^{\log_a^{16^{\frac{1}{2}}}} \Rightarrow 16^{\frac{1}{2}} = \sqrt{16} \Rightarrow 4$$

25). $2^{1-\log_2^5} = ?$

حل:

$$2^{1-\log_2^5} \Rightarrow 2^1 - 2^{\log_2^5} \Rightarrow 2^1 . \frac{1}{2^{\log_2^5}}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{2^{\log_2^5}} \Rightarrow \frac{2}{5}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لاندې افادې ثبوت کړئ؟

$Ex: \ \log_3^7 . \log_5^3 . \log_7^5 = ?$

$Solve: \ \log_3^7 . \log_5^3 . \log_7^5 = \log_3^7 . \dfrac{\log_3^3 . \log_3^5}{\log_3^5 . \log_3^7} = \log_3^3 = 1$

$Ex: \ \log_{0,1}^{\sqrt{2}} . \log_{\sqrt{3}}^{0,1} . \log_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} = ?$

$Solve: \ \log_{0,1}^{\sqrt{2}} . \dfrac{\log_{0,1}^{0,1} . \log_{0,1}^{\sqrt{3}}}{\log_{0,1}^{\sqrt{3}} . \log_{0,1}^{\sqrt{2}}} = \log_{0,1}^{0,1} = 1$

$Ex: \ \log_b^a . \log_c^b . \log_a^c = ?$

$Solve: \ \log_b^a . \dfrac{\log_b^b . \log_b^c}{\log_b^c . \log_b^a} = \log_b^b = 1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال: که $\log 2 = 0{,}3010$ او $\log 6 = 0{,}7782$ وي، $\log 12$ پیدا کړئ؟

$$\log 12 = \log 2.6 = \log 2 + \log 6 = 0{,}3010 + 0{,}7782$$

$$\log 12 = 1{,}0792$$

مثال: که $\log 6 = 0{,}7782$ او $\log 5 = 0{,}6990$ وي، نو $\log 30$ به څو وي؟

$$\log 30 = \log 6.5 = \log 6 + \log 5 = 0{,}7782 + 0{,}6990$$

$$\log 30 = 1{,}4772$$

مثال: که $\log 7 = 0{,}367021$ او $\log 4 = 0{,}60206$ وي، نو $\log \frac{4}{7}$ به څو وي؟

$$\log \frac{7}{4} = \log 7 - \log 4 = 0{,}367021 - 0{,}60206$$

$$\log(\frac{7}{4}) = -0{,}235039$$

مثال: که $\log 31 = 1{,}4914$ او $\log 17 = 1{,}2305$ وي، نو $\log \frac{31}{17}$ پیدا کړئ؟

$$\log \frac{31}{17} = \log 31 - \log 17 = 1{,}4914 - 1{,}20305 = 0{,}2609$$

$$\log \frac{31}{17} = 0{,}2609$$

مثال: که $\log_e^3 = 1{,}10$ او $\log_e^7 = 1{,}95$ کمیت ولري، نو د لاندې افادو کمیتونه پیدا کړئ؟

$$find:\ (A)\ \log_e^{(\frac{7}{3})}$$

$$Solution:\ \log_e^{(\frac{7}{3})} = \log_e^7 - \log_e^3 = 1{,}95 - 1{,}10 = 0{,}85$$

$$find:\ \log_e^{\sqrt[3]{21}} = \log_e^{(21)^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{3}.\log_e^{(3.7)} = \frac{1}{3}(\log_e^3 + \log_e^7)$$

$$= \frac{1}{3}(1{,}95 + 1{,}10) = 1{,}02$$

مثال: که $\log_e^5 = 1{,}609$ او $\log_e^8 = 2{,}079$ کمیت ولري، نو تاسې د لاندې افادې کمیتونه پیدا کړئ؟

$$find:\ \log_e^{\left(\frac{5^{10}}{8}\right)} = ?$$

$$Solution:\ \log_e^{\left(\frac{5^{10}}{8}\right)} = \log_e^{5^{10}} - \log_e^8 = 10.\log_e^5 - \log_e^8$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$=10.1{,}609-2{,}079\Rightarrow 14{,}011$

مثـــال: کــه $\log_e^5=1{,}609$ او $\log_e^8=2{,}079$ کمیــت ولــري، نــو تاســې د لانــدې افــادې کمیت پیدا کړئ؟

$$find:\ \log_e^{\sqrt[4]{\frac{8}{5}}}=?$$

$$Solution:\ \log_e^{\left(\frac{8}{5}\right)^{\frac{1}{4}}}=\frac{1}{4}.\log_e^{\left(\frac{8}{5}\right)}=\frac{1}{4}\left(\log_e^8-\log_e^5\right)$$

$$=\frac{1}{4}(2{,}079-1{,}609)=\frac{1}{4}(0{,}47)\Rightarrow 0{,}1175$$

مثال: لاندې مثال محاسبه کړئ؟

$$Ex:\ \log 5000-\log\frac{1}{0{,}01}-\log_2^5=?$$

په داسې حال کې چې $\log 2=0{,}3010$ او $\log 5=0{,}6990$ وي.

$$Slove:\ \log 5.10^3-\log\frac{1}{10^{-2}}-\log_2^5$$

$$\Rightarrow \log 5+\log 10^3-\log 10^2-\frac{\log 5}{\log 2}=0{,}6990+3-2-\frac{0{,}6990}{0{,}3010}$$

$$\Rightarrow 0{,}6990+1-2{,}32=-0{,}621$$

مثال: که $\log 5=0{,}6990$ وي، نو تاسې د $\log 25+\log\sqrt{5}-\log 125$ پیدا کړئ؟

$$Solve:\ \log 5^2-\log 5^{\frac{1}{2}}-\log 5^3=2.\log 5+\frac{1}{2}.\log 5-3.\log 5$$

$$\Rightarrow 2.0{,}6990+\frac{1}{2}.0{,}6990-3.0{,}6990\Rightarrow 1{,}398+0{,}3495-2{,}097$$

$$\Rightarrow 1{,}7475-2{,}097$$

$$\Rightarrow -0{,}3495$$

مثال: که $\log 3=0{,}4771$ او $\log 5=0{,}6990$ وي، نو $\log 16875$ محاسبه کړئ؟

$$Solve:\ \log 16875=\log(27.625)=\log 27+\log 625$$

$$\Rightarrow \log 3^3+\log 5^4=3.\log 3+4.\log 5$$

$$\Rightarrow 3(0{,}4771)+4(0{,}6990)=1{,}4313+2{,}796$$

$$\log 16875=4{,}495$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

کــــه چېـــــرې $\log_b^2 = 0,69$ او $\log_b^3 = 1,10$ او $\log_b^5 = 1,61$ وي، نــــو تاســــې د لانـــدې افادو کميتونه د دوی له مخې پيدا کړئ؟

1). $\log_b^{30} = ?$

2). $\log_b^{16} = ?$

3). $\log_b^{16} = ?$

4). $\log_b^{\sqrt[3]{2}} = ?$

5). $\log_b^{\sqrt{3}} = ?$

6). $\log_b^{\left(\frac{2}{5}\right)} = ?$

7). $\log_b^{\left(\frac{5}{3}\right)} = ?$

8). $\log_b^{\sqrt{0,9}} = ?$

9). $\log_b^{27} = ?$

10). $\log_b^{\sqrt[3]{1,5}} = ?$

(c) ketabton.com: The Digital Library

که چېرې $\log 5 = 0{,}6990$ ، $\log 2 = 0{,}3010$ وي، نو تاسې د لاندې افادو لوګاریتم محاسبه کړئ؟

1). $\log\frac{410}{16} - \log 41 = ?$

2). $3.\log 5 - \log 64 = ?$

3). $\log 27 = ?$

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال:

$$\ln(e.e.e) = \ln e + \ln e + \ln e = 1 + 1 + 1 = 3$$

پورته مثال په لاندې طریقه هم حلولی شو:

$$\ln(e.e.e) = \ln e^3 = 3.\ln e = 3.1 = 3$$

مثال:

$$\ln\frac{1}{e.e} = ?$$

$$\ln\frac{1}{e.e} = \ln\frac{1}{e} + \ln\frac{1}{e} = \ln e^{-1} + \ln e^{-1} = -1.\ln e + (-1).\ln e$$

$$\Rightarrow -1.1 + (-1).1 = -1 - 1 = -2$$

پورته مثال په لاندې طریقه هم حلولی شو:

$$\ln\frac{1}{e.e} = \ln\frac{1}{e^2} = \ln e^{-2} = -2.\ln e = -2.1 = -2$$

مثال:

$$\ln 12e = ?$$

$$\ln 12e = \ln 12 + \ln e = \ln 12 + 1$$

$$\Rightarrow 1 + \ln 12$$

مثال:

$$\ln\frac{30}{e} = ?$$

$$\ln\frac{30}{e} = \ln 30 - \ln e = \ln 6.5 + 1$$

$$\Rightarrow \ln 6 + \ln 5 + 1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لوګاریتمي افادو تمرینات

لاندې لوګاریتمي افاده محاسبه کړئ؟

1). $\log 30 + 1 - \log \sqrt[5]{100} = ?$

2). $\log \frac{7100}{64} - \log 71 = ?$

3). $\log_3^{\sqrt[5]{243}} - \log 100 + 2 = ?$

4). $\log_3^{\frac{1}{81}} + 5 = ?$

5). $(\log 4 + \log 8 - \log 16) - \log 2 = ?$

6). $\log_{10}^3 + \log_{10}^2 + \log_{10}^4 = ?$

7). $\log_2^6 + \log_2^5 - \log_2^{10} = ?$

8). $\log_4^3 + \log_4^2 = ?$

9). $\log_5^{250} - \log_5^2 = ?$

10). $\log_4^{32} + \log_4^2 = ?$

11). $\log_7^2 + \log_4^2 = ?$

12). $4.\log_5^2 - \log_5^8 = ?$

13). $\log_3^{405} - \log_3^5 = ?$

14). $\log_{25}^3 - \log_3^5 = ?$

15). $\log_7^8 - \log_7^2 + \log_7^3 = ?$

16). $\log_5^{24} - \log_5^{50} = ?$

17). $\log_8^2 + \log_8^4 = ?$

18). $\log_2^{25} - \log_2^5 = ?$

(c) ketabton.com: The Digital Library

19). $5\log_3^2 - \log_3^4 + 2\log_3^5 = ?$

20). $\log 7 - \log 4 + \log 2 = ?$

21). $2\log_4^6 + \log_4^9 - 3\log_4^3$

22). $\log_8^2 + \log_8^4 + \log_8^1 = ?$

23). $2\log_7^4 - \log_7^4 = ?$

24). $4\log_2^3 - \log_2^9 + \log_2^7 = ?$

25). $6\log_3^2 + \log_3^4 - 3\log_3^2 = ?$

26). $\log_8^5 + \log_8^3 + \log_8^6 = ?$

27). $2\log 9 - \log 4 = ?$

28). $\log 11 + 4\log 8 = ?$

29). $\log 4 + \log 6 + \log 5 = ?$

30). $5\log_3^2 - \log_3^4 + \log_3^5 = ?$

31). $\log_3^{\sqrt{5}} = 5$

32). $\log 0,1 = -1$

33). $\log_{16}^{64} = \frac{3}{2}$

34). $\log_8^2 = \frac{1}{3}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرین:

لاندې لوګاریتمي افادې ساده کړئ؟

35). $\log 30 + 1 - \log \sqrt[5]{1000} = ?$

36). $(\log 4 + \log 8 - \log 16) - \log 2 = ?$

37). $\log_3^{\frac{1}{81}+5} = ?$

38). $\log \frac{4100}{64} - \log 71 = ?$

39). $\log_3^{\sqrt[5]{243}} - \log 100 + 2 = ?$

40). $\log 210(\log 32) - \log 21 = ?$

(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرین:

د لوګاریتم قوانین پرې تطبیق کړئ؟

1). $\ln\frac{\sqrt{a}.b^{-2}}{\sqrt[3]{c}.d^{-3}}$

2). $\ln\sqrt{\frac{5e}{e^{\ln 5}}}$

3). $\ln\left(\sqrt{e}\right)^{3}$

4). $\ln\sqrt{\frac{1}{\sqrt[3]{e^{2}}}}$

5). $\ln\sqrt{e^{3(\ln e^{2}+\ln e^{6})}}$

6). $\log\frac{x^{2}.\sqrt{y}}{\sqrt{x^{5}.y^{3}}}$

7). $\log_{\frac{1}{3}}\sqrt{\frac{xy^{2}}{m.n}}$

8). $\log 8.\sqrt{3.\sqrt[3]{x^{2}.y.\sqrt[4]{x.p^{2}}}}$

9). $\log\frac{x^{2}y^{3}}{p^{2}}$

10). $\frac{1}{5}.\log(x+y)+\frac{1}{5}\log(x-y)^{-1}$

11). $\log x-\frac{1}{8}\log p+\frac{5}{2}\log y$

12). $\log x+m.\log(x+y)+m.\log(x-y)$

13). $\frac{1}{4}\log(x^{2}-y^{2})-\frac{1}{2}\log(x-y)-\frac{1}{2}\log(x+y)$

14). $\frac{1}{2}\log(x^{2}+y^{2})-\frac{1}{3}\{\log(x-y)+\log(x+y)\}$

15). $(\log x+3\log y)^{\frac{1}{3}}-(4\log y-2\log p)^{\frac{1}{2}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

انترپولېشن
Interpolation

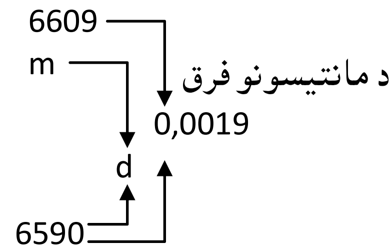
انترپولېشن په لغت کې پر بل عبارت اړولو ته وايي.

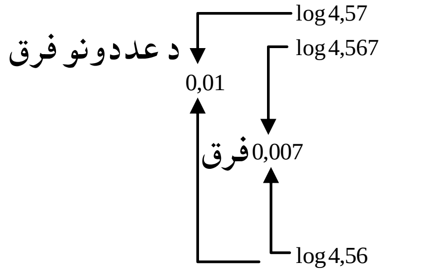
او په اصطلاح کې انترپولېشن د هغه طريقې نوم دی، چې د هغه اعدادو مانتيس پيدا کوي، کوم چې جدول يې ترتيب شوی نه وي.
يا د يو عدد انتي لوګاريتم د پيدا کولو لپاره چې په لوګاريتمي جدول کې مجود نه وي، د انترپولېشن څخه کار اخلو.

طريقه:

د انترپولېشن په واسطه د يوه عدد د مانتيس پيدا کولو لپاره په جدول کې دوه پرلپسې عددونه چې يو عدد د رکړل شوی عدد څخه زيات او بل ورڅخه کوچنی وي پيدا کوو.
بيا ددې دوو عددونو مانتيسونه له جدول څخه لاسته راوړو، بيا د عددونو او د هغوی د مانتيسونو له فرق څخه يو تناسب جوړوو، له دې تناسب څخه مجهول فرق پيدا کوو او د کوچني عدد له مانتيس سره يې جمع کوو، دغې د جمعې حاصل ته د راکړل شوي عدد مانتيس وايي.
د $\log 4567$ لوګاريتم مانتيس پيدا کړئ، په داسې حال کې چې ددې لوګاريتم مانتيس په جدول کې وجود نه لري.

مانتیسونه عددونه





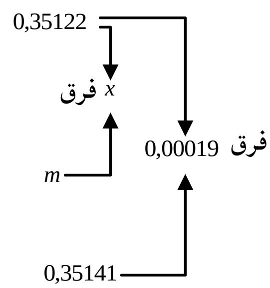
$$\frac{0,007}{0,01} = \frac{d}{0,0019} \Rightarrow d = \frac{0,007.0,0019}{0,01}$$

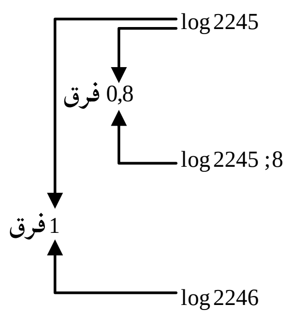
$$\Rightarrow d = \frac{7.19}{100000} \Rightarrow \frac{133}{100000} \Rightarrow d = 0,00133$$

مربوط مانتیس $m = 0,6590 + 0,0013 \Rightarrow m = 0,6603$

$$\log 4567 = 3,6603$$

مثــال: $\log 2245,8$ مــانتیس پیــدا کــړئ، پــه داســې حــال کــې چــې ددې عــدد مانتیس په جدول کې وجود نه لري؟





$$\frac{x}{0,00019} = \frac{0,8}{1}$$

$$x = (0,8.0,00019) \Rightarrow x = 0,000152$$

اوس د x قیمــت د کــوچني عــدد لــه مــانتیس ســره جمــع کــوو او یــا یــې د لــوی عدد له مانتیس څخه تفریقوو.

دغه مانتیس دی $m = 0,35122 + 0,000152 \Rightarrow 0,351372$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\log 2245{,}8 = 4{,}351372$

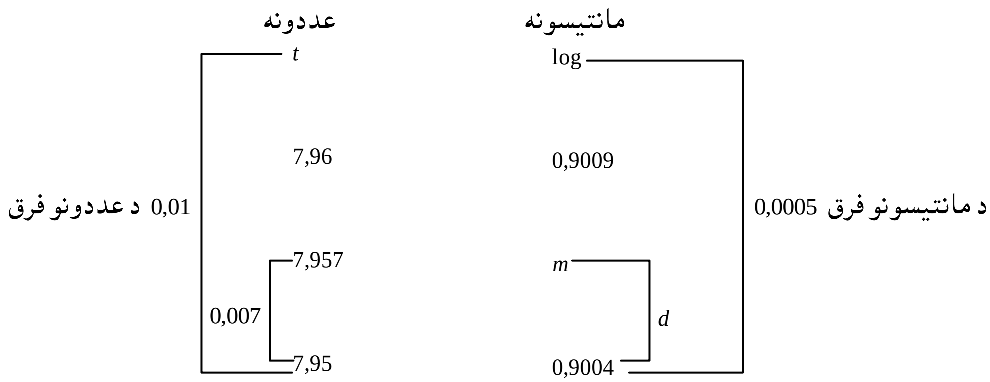
مانتیس + کرکترستیک = لوگاریتم

مثال: $\log 0{,}0007957$ پیدا کړئ؟

$\log 0{,}0007957 \Rightarrow \log 7{,}957.10^{-4} \Rightarrow \log 7{,}957 + \log 10^{-4}$

$\Rightarrow m - 4$

دا چې $7{,}96 > 7{,}957 > 7{,}95$ نو m د لاندې جدول په استفادې سره پیدا کوو.



$$\Rightarrow \frac{0{,}007}{0{,}01} = \frac{d}{0{,}0005} \Rightarrow d = \frac{(0{,}007).(0{,}0005)}{0{,}01}$$

$\Rightarrow d = 0{,}00035 \approx 0{,}0004$

$m = 0{,}9004 + d \Rightarrow 0{,}9004 + 0{,}0004 \Rightarrow 0{,}9008$

$\log 0{,}0007957 \Rightarrow 0{,}9008$

$\log 0{,}0007957 \Rightarrow 0{,}9008 - 4 \Rightarrow \bar{4}{,}9008 \Rightarrow -3{,}0992$

(c) ketabton.com: The Digital Library

انترپولېشن بله طریقه:

مثال: د 7453,27 عدد لوګاریتم غواړو پیدا کړو، کوم جدول په خپله وجود نه لري، ددې عدد نه لوی عدد مانتیس د جدول څخه راخلو او له دې د کوچني عدد مانتیس له جدول څخه راخلو او د عددونو او د دوی د مانتیسونو فرق پیدا کوو.

	عددونه	مانتیسونه	
لوی له 7453,27	7454	0,87239	
کوچنی له 7453,27	7453	0,78233	
د عددونو ترمینځ فرق	1	0,00006	د مانتیسونو فرق
د کوچني عدد او خپله اصل عدد فرق	0,27	x	

$$x=\frac{0,27\,.\,0,00006}{1}\Rightarrow 0,0000162$$

دا چې د عددونو 0,27 دی، نو تفاوت مانتیس 0,0000162 ده، چې دغه د مانتیس تفاوت د کوچني عدد له مانتیس سره جمع کوو، چې د 7453,27 عدد حاصل په لاس راځي.

$$0,8723+0,0000162\Rightarrow 0,8723462$$

چې دغه مانتیس د 7453,27 عدد دی.

دا چې اولنی عدد چې لوګاریتم یې هدف وو، عبارت دی له 745327 چې شپږ رقمي عدد دی، ددې عدد کرکترستیک 5 دی، نو له دې ځایه نتیجه کېږي.

$$\log 745327\Rightarrow 5,872362$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال: $\log 8752,8$ پیدا کړئ؟

حل: 8752,8 عدد تقریبا د 8752 او 8753 په مینځ کې موجود دی.

$$\begin{array}{r} 94216 \\ 94211 \\ \hline 5 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 8753 \\ 8752 \\ \hline 1 \end{array}$$

د مانتیسونو فرق x — 0,8 د عدد فرق

$$x=\frac{5.0,8}{1}=\frac{4}{1}=4$$

د 4 عدد د کوچني عدد له مانتیس سره جمع کوو.

$$94211+4=94215$$

دا چې په خپله عدد 87,528 دوه رقمي دی، نو کرکترستیک یې (1) دی، نو لوګاریتم یې عبارت دی له:

$$\log 87,528 \approx 1,94215$$

که وغواړو چې د څلور رقمه عدد لوګاریتم پیدا کړو، نو دریم رقم لوګاریتمي جدول په پام کې نیسو.

مثال: 3275 لوګاریتم په لاس راوړو.

پوهېږو چې:

$$3270<3275<3280$$

څرنګه چې د لوګاریتم په جدول کې 327 او 328 موجود دی، نو لیکو:

$$\left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}\log 3270 \\ \log 3275\end{array}\right\} 5 \\ \log 3280\end{array}\right\} 10 \qquad \left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}=3,5145 \\ =X\end{array}\right\} d \\ =3,5159\end{array}\right\} 0,0014$$

یعنې لرو چې:

3275-3270=5

$$3280-3270=10$$

او:

$$3,5159-35145=0,0014$$
$$x-3,5145=d$$

او له دې ځایه لیکو چې:

$$\frac{5}{10}=\frac{d}{0,0014}\Rightarrow d=\frac{5}{10}.0,0014=0,007$$

اوس که $0,0014$, $3,5145$ سره جمع شي، په لاس راځي.

$$3,5145+0,007=3,5152$$

یعنې د 3275 لوګاریتم عبارت دی له 3,5152

$$\log 3275=3,5152$$

مثال: د 31,76 عدد لوګاریتم په لاس راوړو.

لیکلی شو چې:

$$3170<3176<3180$$

log3,170	=1,5011
log31,76	= X
log31,90	=1,5024

log3,170 او log31,76 ترمنځ: 6؛ log3,170 او log31,90 ترمنځ: 10؛ 1,5011 او X ترمنځ: d؛ 1,5011 او 1,5024 ترمنځ: 0,0013

یعنې:

$$\frac{6}{10}=\frac{d}{0,0013}\Rightarrow d=\frac{6}{10}.0,0013$$

نو:

$$1,5011+0,0008=1,5019$$

او په دې ډول لرو:

$$\log 31,76=1,5019$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

که وغواړو چې د پينځه رقمي عدد لوګاريتم په لاس راوړو، نو د څلور رقمي لوګاريتمي جدول څخه استفاده کوو.

مثال: د 51826 لوګاريتم محاسبه کړئ؟

حل: ګورو چې:

$$51800 < 51826 < 51900$$

دی او څرګنده ده، چې:

$$\left.\begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} \log 51800 \\ \log 51826 \end{array}\right\} 26 \\ \log 51900 \end{array}\right\} 100 \quad \left.\begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} =4,7143 \\ =X \end{array}\right\} d \\ =4,7152 \end{array}\right\} 0,0009$$

په دې ډول لرو چې:

$$\frac{26}{100} = \frac{d}{0,0009} \Rightarrow d = \frac{26}{100}.0,0009$$

اوس که 0,0002 د 4,7143 سره جمع کړو، په لاس راوړو.

$$4,7143 + 0,0002 = 4,7145$$

نو د ورکړل شوي عدد لوګاريتم دا دی:

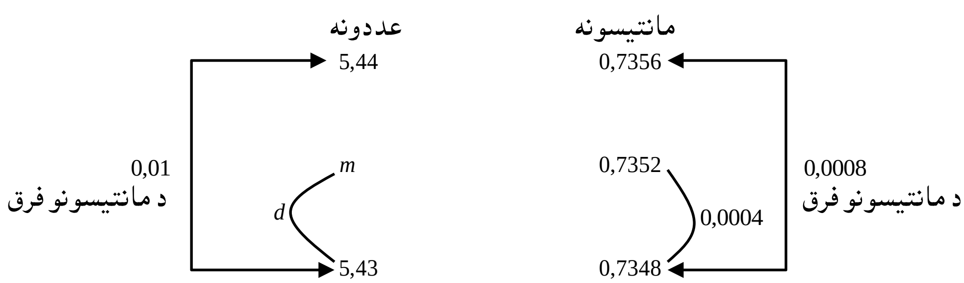
$$\log 51826 = 4,7145$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د انترپولېشن
په واسطه د انتي لوګاریتم پیدا کول

د انتي لوګاریتم د پیدا کولو لپاره مانتیس په جدول کې لټوو ، که مانتیس په جدول کې نه وو ، نو د دغه مانتیس انتي لوګاریتم په یوه حرف ښیو ، د مانتیس نه ښکته او پورته مانتیسونه په جدول کې پیدا کوو ، شپږ عددونه چې یو یې مجهول او نور پینځه یې معلوم دي لاسته راځي، دوه دوه عددونه یو له بل څخه منفي کوو ، چې څلور عددونه لاس ته راځي، چې یو یې مجهول او درې یې معلوم دي، د تناسب په واسطه مجهول عدد پیدا کوو ، بالاخره د راکړل شوي مانتیس انتي لوګاریتم پیدا کېږي.

مثال: $Anti\log = 3{,}7352$ پیدا کړئ؟



$$\frac{d}{0{,}01} = \frac{0{,}0004}{0{,}0008} \Rightarrow \frac{d}{0{,}01} = \frac{4}{8}$$

$$\Rightarrow d = \frac{4\ .\ 0{,}01}{8} \Rightarrow d = \frac{4}{800} \Rightarrow d = 0{,}005$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$m = 0,005 + 5,43 \Rightarrow 5,435$$

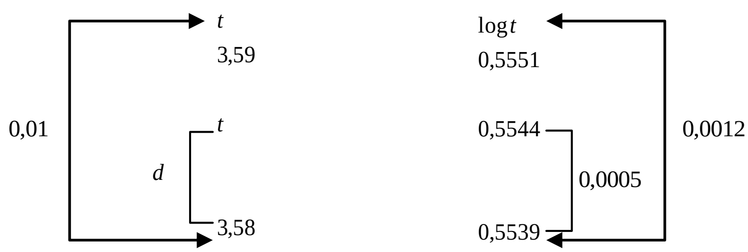
$$Anti \log 3,7352 = 5,435$$

مثال: د 4,5544 عدد انتي لوګاریتم پیدا کړئ؟

$$x = anti \log 4,5544$$

$$\log x = 4,5544 \Rightarrow 0,5544$$

0,5544 په جدول کې نشته، خو 0,5539 او 0,5551 په جدول کې شته، د دغو عددونو انتي لوګاریتم پیدا کوو، د دغه عددونو او انټرپولېشن په مرسته د x قیمت پیدا کوو.



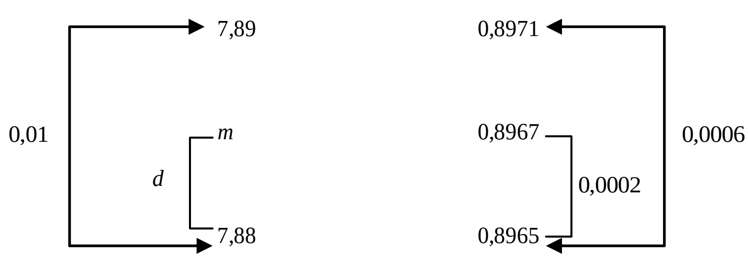
$$\frac{d}{0,01} = \frac{0,0005}{0,0012} \Rightarrow d = 0,0042$$

$$t = 3,58 + d \Rightarrow 3,58 + 0,0042 \Rightarrow 3,5842$$

$$\log x = \log(3,5842.10^4) \Rightarrow \log 35842$$

$$x = 35842$$

مثال: $Anti \log 5,8967$ پیدا کړئ؟



(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{d}{0,01}=\frac{0,0002}{0,0006}\Rightarrow\frac{d}{0,01}=\frac{2}{6}\Rightarrow d=\frac{2.0,01}{6}=\frac{2}{600}=\frac{1}{300}$$

$$d=0,03$$

$$m=0,03+7,88\Rightarrow 7,883$$

دا چې کرکترستیک (5) دی، نو انتي لوګاریتم صحیح عدد دی او د ارقامو شمېر (6) دی، یعنې

$$Anti\log 5,8967=788300$$

مثال: $\log N=4,4713$ وي، نو N په لاس راوړو.

حل: څرګنده ده، چې په دې مثال کې مانتیس 0,4713 دی، هغه عدد چې په لوګاریتمي جدول کې د 0,4713 سره مطابقت کوي، 296 دی او څرنګه چې مشخصه 4 ده، نو باید ورکړل شوي عدد (5) رقمي وي.

یعنې:

$$N=29600$$

مثال: که $\log N=2,6459$ وي، نو N په لاس راوړو.

حل: څرنګه چې 0,6459 مستقیم په لوګاریتمي جدول کې وجود نه لري، نو ښکاره ده، چې په جدول کې نوموړی عدد داسې موقعیت لري.

$$6454<6459<6466$$

نو پوهېږو چې:

log442	X	1	=2,6454	0,0005	0,001
logN			=2,6459		
log443			=2,6464		

$$\Rightarrow\frac{5}{10}=\frac{x}{1}\Rightarrow x=\frac{5}{10}\Rightarrow x=0,5$$

په دې ډول لرو، چې:

$$N=442+0,5\Rightarrow 442,5$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال: د 1,9358 انتي لوګاريتم په لاس راوړو.

حـل: څرنګـه چـې 0,9358 مسـتقيما پـه جـدول کـې نشـته دی او ليـدل کېـږي، چې:

$9355 < 9358 < 9360$

$$\left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}\log 862 \\ \log N\end{array}\right\} X \\ \log 863\end{array}\right\} 1 \qquad \left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}=1{,}9355 \\ =1{,}9358\end{array}\right\} 0{,}0003 \\ =1{,}9360\end{array}\right\} 0{,}0005$$

$$\frac{x}{1} = \frac{3}{5} \Rightarrow x = 0{,}6$$

په دې ډول لرو، چې:

$$N = 862 + 0{,}6 = 862{,}6$$

څرنګه چې مشخصه (1) ده، نو بايد عدد دوه رقمي وي، يعنې:

$$N = 86{,}26$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

خطي انترپولېشن
Linear Interpolation

کله چې درې رقمي لوګاریتمي جدول ولرو، نشو کولای چې د څلور رقمي عدد لوګاریتم په مستقیمه توګه ترې په لاس راوړو، خو د انترپولېشن په مرسته یې لوګاریتم پیدا کولی شو، چې د غه طریقه په لاندې مثالونو کې روښانه کوو.

مثال: $\log 1{,}234$ پیدا کړئ؟

حل: د 1,234 او 1,24 لوګاریتمونه په درې رقمي جدول کې شته، د انترپولېشن په مرسته کولی شو، د نوموړي عدد لوګاریتم پیدا کړو.

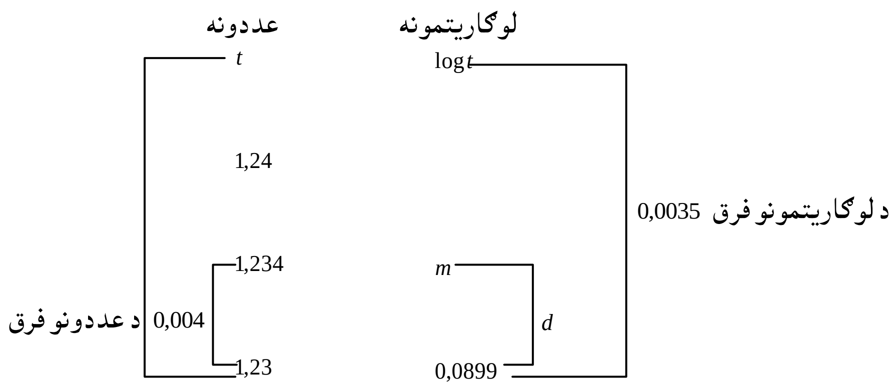
$\log 1{,}24 = 0{,}0934 \quad , \quad \log 1{,}23 = 0{,}0899$

$1{,}23 < 1{,}234 < 1{,}24$

$\log 1{,}23 < \log 1{,}234 < \log 1{,}24$

$0{,}0899 < m < 0{,}0934$

د m قیمت په لاندې ډول پیدا کوو.



(c) ketabton.com: The Digital Library

په خطي انترپولېشن کې فرض شوی، چې دغه څلور عددونه متناسب دي، يعني:

$$\frac{d}{0,0035} = \frac{0,004}{0,01}$$

$$d = \frac{(0,0035).(0,004)}{0,01} 0,0014$$

$$m = \log 1,234 = 0,899 + d \Rightarrow 0,0899 + 0,0014$$

$$\Rightarrow 0,0913$$

په نتيجه کې:

$$m = \log 1,234 = 0,0913$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لوګاریتمي معادلات
Logarthmic Equations

د لوګـــاریتمي افـــادو چـــې پـــه هغـــه کـــې متحـــول (مجهـــول) وي، د لوګـــاریتمي معادلاتو په نوم یادېږي.

د لوګـــاریتمي معـــادلاتو د حـــل لپـــاره بایـــد لـــومړی معادلـــه د لوګـــاریتم د قضیوو په اساس کار پرې وشي او وروسته پرې د الجبر قوانین تطبیق شي.

بعضـــې وخـــت ضـــرورت پیـــدا کېـــږي، چـــې د اکسپوننشـــیل (نمـــایي) تـــابع د خواصـو څخـه اسـتفاده وشـي، نـو معادلـه سـاده کېـږي او پـه نتیجـه کـې د مجهـول قیمت لاسته راځي.

په لاندې افادو کې د x، y و z قیمتونه پیدا کوو:

1). $\log_{10}^{10^{-6}} = y \quad , \quad y = ?$

Solution: $\log_{10}^{10^{-6}} = y \Rightarrow 10^{-6} = 10^{y} \Rightarrow y = -6$

2). $\log_{10}^{100} = x \quad , \quad x = ?$

Solution: $\log_{10}^{100} = x \Rightarrow \log_{10}^{10^{3}} = x \Rightarrow 10^{3} = 10^{x} \Rightarrow x = 3$

3). $\log_{8}^{x} = 2 \quad , \quad x = ?$

Solution: $\log_{8}^{x} = 2 \Rightarrow x = 8^{2} \Rightarrow x = 64$

(c) ketabton.com: The Digital Library

4). $\log_x^{36} = 2 \quad , \quad x = ?$

$Solution: \ \log_x^{36} = 2 \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x^2 = 6^2 \Rightarrow x = 6$

5). $\log_5^{\sqrt[5]{625}} = y \quad , \quad y = ?$

$Solution: \ \log_5^{\sqrt[5]{625}} = y \Rightarrow \sqrt[5]{625} = 5^y \Rightarrow \sqrt[5]{5^4} = 5^y \Rightarrow 5^{\frac{4}{5}} = 5^y \Rightarrow y = \frac{4}{5}$

6). $\log_2^{32} = z \quad , \quad z = ?$

$Solution: \ \log_2^{32} = z \Rightarrow 32 = 2^z \Rightarrow 2^5 = 2^z \Rightarrow z = 5$

7). $\log_y^{\sqrt[3]{64}} = \frac{1}{3} \quad , \quad y = ?$

$Solution: \ \log_y^{\sqrt[3]{64}} = \frac{1}{3} \Rightarrow \sqrt[3]{64} = y^{\frac{1}{3}} \Rightarrow \sqrt[3]{4^3} = y^{\frac{1}{3}} \Rightarrow 4 = y^{\frac{1}{3}} \Rightarrow 4^3 = y \Rightarrow 64 = y$

8). $\log_6^{216} = x \quad , \quad x = ?$

$Solution: \ \log_6^{216} = x \Rightarrow 216 = 6^x \Rightarrow 6^3 = 6^x \Rightarrow x = 3$

9). $\log_{100}^{100} = y \Rightarrow 100 = 100^y \Rightarrow 100^1 = 100^y \Rightarrow y = 1$

10). $\log_{10}^{10^{-3}} = x \quad , \quad x = ?$

$Solution: \ \log_{10}^{10^{-3}} = x \Rightarrow 10^{-3} = 10^x \Rightarrow x = -3$

11). $\log_2^x = 6 \quad , \quad x = ?$

$Solution: \ \log_2^x = 6 \Rightarrow x = 2^6 \Rightarrow x = 64$

12). $\log_2^x = 3$

$Solution: \ \log_2^x = 3 \Rightarrow x = 2^3 \Rightarrow x = 8$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په لاندې مساوات کې د x کمیت پیدا کړئ؟

$$Q2:\ \log_m^x=\frac{2}{3}\log_m^8+\frac{1}{2}\log_m^9-\log_m^6$$

$find\ m=?$

$$Solution:\ \log_m^x=\frac{2}{3}\log_m^8+\log_m^{9^{(\frac{1}{2})}}-\log_m^6$$

$$=\log_m^{(8)^{\frac{2}{3}}}+\log_m^3-\log_m^6$$

$$=\log_m^4+\log_m^3-\log_m^6$$

$$=\log_m^{(4.3)}-\log_m^6=\log_m^{12}-\log_m^6$$

$$\log_m^x=\log_m^{(\frac{12}{6})}=\log_m^2$$

$$\log_m^x=\log_m^2$$

نو د لوګاریتم له خواصو څخه لیکلای شو:

$$m=m\Rightarrow x=2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لوګاریتمي معادلو د حل طریقه

د لوګاریتمي معادلو د حل لپاره د لوګاریتم له خواصو څخه استفاده کوو.

1). $Ex:\log_a^{(x+4)}-\log_a^{(x+2)}=\log_a^x$

$Solution: \ \log_a^{(\frac{x+4}{x+2})}=\log_a^x$

$\frac{x+4}{x+2}=x \Rightarrow x^2+2x=x+4 \Rightarrow x^2+x-4=0$

$\Delta=1^2-4.1.-4=1+16=17$

$x_1=\frac{-1+\sqrt{17}}{2} \quad , \quad x_2=\frac{-1-\sqrt{17}}{2}$

2). $Ex:\frac{\log(35-x^3)}{\log(5-x)}=3$

$Solution: \ \log(35-x^3)=3.\log(5-x) \Rightarrow \log(35-x^3)=\log(5-x)^3$

$\Rightarrow 35-x^3=(5-x)^3$

$\Rightarrow 35-x^3=125-75x+15x^2-x^3$

$\Rightarrow 35=125-75x+15x^2$

$\Rightarrow 15x^2-75x+125-35$

$\Rightarrow 15x^2-75x+90$

$\Rightarrow x^2+5x+6=0$

$\Rightarrow (x-2)(x-3)=0$

$\Rightarrow x_1=2 \quad , \quad x_2=3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

3). $Ex:\log_2^{(11x-1)} 5$

$Solution:\log_2^{(11x-1)}=5 \Rightarrow 2^5=11x-1$

$\Rightarrow 32+1=11x$

$\Rightarrow 11x=33$

$\Rightarrow x=3$

4). $\log_3^{2^x-7}=2$

$Solution: lo_3^{2^x-7}=2 \Rightarrow 2^x-7=3^2$

$\Rightarrow 2^x-7=9$

$\Rightarrow 2^x=9+7$

$\Rightarrow 2^x=16$

$\Rightarrow 2^x=2^4$

$\Rightarrow x=4$

5). $Ex:\log\sqrt[3]{x}^{25}=18$

$Solution:\log\sqrt[3]{x}^{25}=18 \Rightarrow 25=\sqrt[3]{x}^{25}$

$\Rightarrow 25=x^{(\frac{1}{3})^{18}}$

$\Rightarrow 25=x^6$

$\Rightarrow 5^2=(x^3)^2$

$\Rightarrow x^3=5$

$\Rightarrow x=\sqrt[3]{5}$

6). $Ex:\log(x^2-1)-\log(x+1)=\log 2$

$Solution:\log\frac{(x^2-1)}{x+1}=\log 2$

$\frac{x^2-1}{x+1}=2 \Rightarrow x^2-1=2x+2$

$x^2-2x-3=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\Rightarrow (x+1)(x-3)=0$

$\Rightarrow x+1=0 \Rightarrow x=-1$

$\Rightarrow x-3=0 \Rightarrow x=3$

7). $Ex: x^{\log 10^{x}}=10$

$Solution: \log x^{\log 10^{x}} \log 10$

$\Rightarrow \log_{10}^{x}.\log_{10}^{x}=1$

$\Rightarrow \log_{10}^{x}=1$

$\Rightarrow x=10^{1}$

$\Rightarrow x=10$

8). $Ex: \log\sqrt{x}+\log x^{\frac{3}{2}}=\log 100$

$\Rightarrow \log\sqrt{x}\sqrt{x^{3}}=\log 100$

$\Rightarrow \log\sqrt{x^{4}}=\log 100$

$\Rightarrow x^{2}=100$

$\Rightarrow x=10$

9). $\log_{3}^{(x+1)}-\log_{3}^{(x-1)}=1$

$\Rightarrow \log_{3}^{\left(\frac{x+1}{x-1}\right)}=1$

$\Rightarrow \frac{x+1}{x-1}=3^{1}$

$\Rightarrow x+1=3x-3$

$\Rightarrow 3x-x-3-1$

$\Rightarrow 2x-4=2x=4$

$\Rightarrow x=2$

10). $Ex: \log_{4}^{(3x-3)}=\log_{2}^{3}$

$\Rightarrow \log_{2}^{2^{3x-3}}=\log_{2}^{3}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\Rightarrow \frac{1}{2}\log_2^{3x-3} = \log_2^3$

$\Rightarrow \log_2^{(3x-3)^{\frac{1}{2}}} = \log_2^3$

$\Rightarrow \log_2^{\sqrt{3x-3}} = \log_2^3$

$\Rightarrow (\sqrt{3x-3})^2 = 3^2$

$\Rightarrow 3x-3=9$

$\Rightarrow 3x=9+3$

$\Rightarrow 3x=12$

$\Rightarrow x=4$

11). $Ex: \log\sqrt{x} + \log_x^{\frac{3}{2}} = \log 100$

$Solution: \log\sqrt{x}.x^{\frac{3}{2}} = \log 100$

$\Rightarrow \sqrt{x}.x^{\frac{3}{2}} = 100$

$\Rightarrow x^{\frac{1}{2}}.x^{\frac{3}{2}} = 100$

$\Rightarrow x^{\frac{1}{2}+\frac{3}{2}} = 100$

$\Rightarrow x^{\frac{4}{2}} = 100$

$\Rightarrow x^2 = 100$

$\Rightarrow x = \pm\sqrt{100}$

$\Rightarrow x_1 = 10 \qquad , \qquad x_2 = -10$

12). $Ex: \log_3^{(2+\frac{1}{x})} = \log_2^4$

$Solution: \log_3^{(2+\frac{1}{x})} = \log_2^{2^2}$

$\Rightarrow \log_3^{(2+\frac{1}{x})} = 2.\log_2^2$

$\Rightarrow \log_3^{(2+\frac{1}{x})} = 2.1$

$\Rightarrow \log_3^{(2+\frac{1}{x})} = 2$

$\Rightarrow 2+\frac{1}{x} = 3^2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow 2+\frac{1}{x}=9$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x}=9-2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x}=7$$

$$\Rightarrow x=\frac{1}{7}$$

13). $\log_a^{\{1+\log_b[1+\log_c(1+\log_p^x)]\}}=0$

$Solution 1: 1+\log_b^{[1+\log_c(1+\log^x)]}=a^0=1$

$\Rightarrow \log_b^{\left[1+\log_c^{(1+\log_p^x)}\right]=1-1=0}$

$\Rightarrow 1+\log_c^{(1+\log_p^x)}=b^0=1$

$\Rightarrow \log_c^{(1+\log_p^x)}=1-1=0$

$1+\log_p^x=c^0\Rightarrow 1$

$\log_p^x=1-1=0\Rightarrow \log_p^x=0$

$x=p^0\Rightarrow x=1$

14). $Ex: \log_9^3 . \log_2^x=1$

$Solution: \log_{3^2}^3 . \log_2^x=1$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\log_3^3 . \log_2^x=1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\log_2^x=1$$

$$\Rightarrow \log_2^{x^{\frac{1}{2}}}=1$$

$$\Rightarrow x^{\frac{1}{2}}=2^1$$

$$\Rightarrow x=4$$

15). $Ex: \log . \log_2^x=\log 5$

$Solution: \log_2^x=5$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\Rightarrow x = 2^5$

$\Rightarrow x = 32$

16). $Ex: \log^{3\log 2^{(x-1)}} = 2$

$Solution: \log_2^{(x-1)} = 3^2$

$\Rightarrow \log_2^{(x-1)} = 9$

$\Rightarrow x - 1 = 2^9$

$\Rightarrow x - 1 = 512$

$\Rightarrow x = 513$

17). $Ex: \log x = \dfrac{\log_3^{12}}{\log_3^{10}}$

حل: د قاعدې د بدلولو له مخې:

$\Rightarrow \log x = \dfrac{\log_3^{12}}{\log_3^{10}}$

$\Rightarrow \log x = \log_{10}^{12}$

$\Rightarrow x = 12$

18). $Ex: \log_{10}^{x} = 1$

$Solution: \log_{10}^{x} = 1$

$\Rightarrow x = 10^1$

$\Rightarrow x = 10$

19). $Ex: \log_x^{\sqrt[5]{625}} = \dfrac{4}{5}$

$\Rightarrow \sqrt[5]{625} = x^{\frac{4}{5}}$

$\Rightarrow \sqrt[5]{625} = \sqrt[5]{x^4}$

$\Rightarrow x^4 = 625$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\Rightarrow x^4 = 5^4$

$\Rightarrow x = 5$

20). $Ex: \frac{\log_{\sqrt{2}}^{r}}{\log_{\sqrt{2}}^{5}} = \log_x^r$

$\Rightarrow \log_5^r = \log_x^r$

$\Rightarrow 5 = x$

$\Rightarrow x = 5$

21). $Ex: \sqrt{\log x} + 3 = 4$

$\Rightarrow \sqrt{\log x} = 4 - 3$

$\Rightarrow \sqrt{\log x} = 1$

$\Rightarrow \sqrt{\log x}^2 = 1^2$

$\Rightarrow \log x = 1^2$

$\Rightarrow \log x = 1$

$\Rightarrow x = 10^1$

$\Rightarrow x = 10$

22). $Ex: \log 3 + \log 5 = \log x \qquad x = ?$

$Solution: \log 3.5 = \log x$

$\Rightarrow \log 15 = \log x$

$\Rightarrow 15 = x$

23). $Ex: \log_2^{(x^2-9)} = 4 \qquad , \qquad x = ?$

$Solution: \log_2^{(x^2-9)} = 4$

$\Rightarrow x^2 - 9 = 2^4$

$\Rightarrow x^2 - 9 = 16$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\Rightarrow x^2 = 16 + 9$

$\Rightarrow x^2 = 25$

$\Rightarrow x = \pm\sqrt{25}$

$\Rightarrow x_1 = -5 \qquad x_2 = 5$

24). $Ex : \log_5^{(x-1)} - \log_5^{(x-2)} = \log_5^2 \qquad x = ?$

$\Rightarrow \log_5^{\frac{x-1}{x-2}} = \log_5^6$

$\Rightarrow \dfrac{x-1}{x-2} = 2$

$\Rightarrow x - 1 = 2(x-2)$

$\Rightarrow x - 1 = 2x - 4$

$\Rightarrow 2x - x = -1 + 4$

$\Rightarrow x = 3$

25). $Ex : \dfrac{7}{\log m + 4} = 1 \qquad m = ?$

$Solution : \log m + 4 = 7$

$\Rightarrow \log m = 7 - 4$

$\Rightarrow \log m = 3$

$\Rightarrow m = 10^3$

$\Rightarrow m = 1000$

26). $Ex : \log_x^{\frac{1}{25}} = \dfrac{-2}{3} \qquad x = ?$

$Solution : \log_x^{\frac{1}{25}} = \dfrac{-2}{3}$

$\Rightarrow \dfrac{1}{25} = x^{\frac{-2}{3}}$

$\Rightarrow x^{\frac{-2}{3}} = \dfrac{1}{5^2}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\Rightarrow x^{\frac{-2}{3}} = 5^{-2}$

$\Rightarrow x^{(\frac{-2}{3})^3} = 5^{(-2)^3}$

$\Rightarrow x^{-2} = 5^{-6}$

$\Rightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{1}{5^6}$

$\Rightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{1}{(5^3)^2}$

$\Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{5^3}$

$\Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{125}$

$\Rightarrow x = 125$

27). $Ex: \log x = \log 5 - \log 25 \quad , \quad x = ?$

$Solution: \log x = \log \frac{5}{25}$

$\Rightarrow \log x = \log \frac{1}{5}$

$\Rightarrow x = \frac{1}{5}$

28). $Ex: \log_{\sqrt{5}}^{x} - \log_{\sqrt{5}}^{3} - \log_{\sqrt{5}}^{5} + \log_{\sqrt{5}}^{4} = 0 \quad , \quad x = ?$

$Solution: \log_{\sqrt{5}}^{x} = \log_{\sqrt{5}}^{3} + \log_{\sqrt{5}}^{5} - \log_{\sqrt{5}}^{4}$

$\Rightarrow \log_{\sqrt{5}}^{x} = \log_{\sqrt{5}}^{3.5} - \log_{\sqrt{5}}^{4}$

$\Rightarrow \log_{\sqrt{5}}^{x} = \log_{\sqrt{5}}^{15} - \log_{\sqrt{5}}^{4}$

$\Rightarrow \log_{\sqrt{5}}^{x} = \log_{\sqrt{5}}^{\frac{15}{4}}$

$\Rightarrow x = \frac{15}{4}$

29). $Ex: \log x = \log r^2 + \log z^2 \quad , \quad x = ?$

$Solution: \log x = \log r^2.z^2$

$x = r^2.z^2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

30). $Ex: \log x^{2\log x} = \log 10x \quad , \quad x = ?$

$\Rightarrow \log_x^{2\log x} = \log 10x$

$\Rightarrow 2\log x . \log x = \log 10x$

$\Rightarrow 2\log x . \log x = \log 10 + \log x$

$\Rightarrow 2\log x^2 = 1 + \log x$

$\Rightarrow 2y^2 = 1 + y$

$\Rightarrow 2y^2 - y - 1 = 0$

$\Rightarrow 2y^2 - y - 1 = 0$

$\Rightarrow (y-1)(2y+1) = 0 \qquad y = \log x$

$\Rightarrow y - 1 = 0 \qquad 2y + 1 = 0$

$\Rightarrow y_1 = 1 \qquad 2y = -1$

$\Rightarrow y_2 = \frac{-1}{2}$

اوس يې له اصلي مجهول سره ګورو.

$\log x = y$

$y_1 = 1$

$\log x = 1$

$\Rightarrow x_1 = 10^1$

$\Rightarrow x = 10$

$y_2 = \frac{-1}{2}$

$\log_{10}^x = \frac{-1}{2}$

$\Rightarrow x = 10^{\frac{-1}{2}}$

$\Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{10}}$

31). $Ex: \sqrt{10^{2+\frac{1}{2}\log 16}} = x \qquad x = ?$

$Solution: x = 10^{(2+\frac{1}{2}\log 4^2)^{\frac{1}{2}}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\Rightarrow 10^{(2+\frac{1}{2}.2\log 4)^{\frac{1}{2}}}$

$\Rightarrow x = 10^{(2+\log 4)^{\frac{1}{2}}}$

$\Rightarrow x = \sqrt{10^{2+\log 4}}$

$\Rightarrow \sqrt{10^{\log 100+\log 4}}$

$\Rightarrow x = \sqrt{10^{\log 400}}$

$\Rightarrow \sqrt{10^{\log_{10}^{400}}}$

$\Rightarrow x = \sqrt{400}$

$\Rightarrow x = 20$

32). $Ex: \log_4\left\{2\log_3^1\left[\log_2(1+3\log_2^x)\right]\right\} = \frac{1}{2}$

$Solution: 2\log_3\left[1+\log_2(1+3\log_2^x)\right] = 4^{\frac{1}{2}} = 2$

$\Rightarrow 1+\log_2^{(1+3\log_2^x)} = 3^1$

$\Rightarrow \log_2^{(1+3\log_2^x)} = 3-1$

$\Rightarrow \log_2^{(1+3\log_2^x)} = 2$

$\Rightarrow 1+3\log_2^x = 2^2 = 4$

$\Rightarrow 3\log_2^x = 4-1 = 3$

$\Rightarrow 3\log_2^x = 3$

$\Rightarrow \log_2^x = 1 \Rightarrow x = 2$

33). $Ex: \log_9^{3\log_2^x} = 1$

$Solution: \log_9^{3\log_2^x} = 1$

$\Rightarrow 3\log_2^x = 9^1$

$\Rightarrow \log_2^{x^3} = 9$

$\Rightarrow x^3 = 2^9$

$\Rightarrow x^3 = (2^3)^3$

$\Rightarrow x = 2^3 \Rightarrow x = 8$

(c) ketabton.com: The Digital Library

34). $Ex:\log_{(x^2-x+4)}^{(x^2+5x-1)}=1$

$Solution:\log_{(x^2-x+4)}^{(x^2+5x-1)}=1$

$\Rightarrow(x^2+5x-1)=(x^2-x+4)$

$\Rightarrow x^2+5x-1=x^2-x+4$

$\Rightarrow 5x-1=-x+4$

$\Rightarrow 5x+x=4+1$

$\Rightarrow 6x=5$

$\Rightarrow x=\frac{5}{6}\Rightarrow x=\frac{5}{6}$

35). $Ex:\log\sqrt{x}=\sqrt{\log x}$, $x=?$

$Solution:\log\sqrt{x}=\sqrt{\log x}$

$\Rightarrow\frac{1}{2}\log x=\sqrt{\log x}$

$\Rightarrow\log x=2\sqrt{\log x}$

$\Rightarrow\log x^2=(2\sqrt{\log x})^2$

$\Rightarrow\log 2x=4\log x$

$\Rightarrow\log 2x-4\log x=0$

$\Rightarrow\log x(\log x-4)=0$

$\Rightarrow\log x=0$

$\Rightarrow x_1=10^0\Rightarrow x_1=1$

$\Rightarrow\log x=4\Rightarrow x_2=10^4$

د 100 عدد طبیعي لوګاریتم محاسبه کړئ.

$\ln 100=2{,}3026.\log 100$

$\ln 100=2{,}3026.2=4{,}6052$

36). $Ex:\log_2\{2+\log_3(x+3)\}=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$2+\log_3(x+3)=2^0=1$

$\log_3(x+3)=-1 \Rightarrow x+3=3^{-1}$

$x=\frac{1}{3}+3 \Rightarrow x=\frac{10}{3}=\frac{-8}{3}$

37). $Ex:\log_b^x=\log_b^{30}+\frac{1}{5}\log_b^{32}-\frac{2}{3}\log_b^8$

$\log_b^x=\log_b^{30}+\log_b^{32^{\frac{1}{5}}}-\log_b^{8^{\frac{2}{3}}}$

$=\log_b^{30}+\log_b^{(2^5)^{\frac{1}{5}}}-\log_b^{(2^3)^{\frac{2}{3}}}$

$=\log_b^{30}+\log_b^2-\log_b^{2^2}$

$=\log_b^{30}+\log_b^2-2\log_b^2=\log_b^{30}-\log_b^2$

$\log_b^x=\log_b^{\frac{30}{2}} \Rightarrow x=15$

38). $Ex:\log_5^{2x}=3 \qquad x=?$

$\Rightarrow \log_5^{2x}=3$

$\Rightarrow 2x=5^3$

$\Rightarrow 2x=125$

$\Rightarrow x=\frac{125}{2}$

$\Rightarrow x=62,2$

39). $Ex:x=\log_2^{128}+\log_{16}^{256} \qquad x=?$

$Solution: x=\log_2^{2^7}+\log_{16}^{16^2}$

$\Rightarrow x=7.\log_2^2+2.\log_{16}^{16}$

$\Rightarrow x=7.1+2.1$

$\Rightarrow 7+2=9$

40). $Ex:\log_x^{16}=4$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$Solution: \log_x^{16} = 4$

$\Rightarrow 16 = x^4$

$\Rightarrow 2^4 = x^4$

$\Rightarrow 2 = x$

41). $Ex: \log x + \log 10 = 2 \qquad x = ?$

$Solution: \log x.10 = 2$

$\Rightarrow \log 10x = 2$

$\Rightarrow 10x = 10^2$

$\Rightarrow 10x = 100$

$\Rightarrow x = 10$

42). $Ex: \log_2^{4.3^x-6} - \log_2^{9^x-6} = 1 \qquad x = ?$

$Solution: \log_2^{\frac{4.3^x-6}{9^x-6}} = 1$

$\Rightarrow \log_2^{\frac{4.3^x-6}{9^x-6}} = \log_2^2$

له log2 څخه صرف نظر کوو.

$\Rightarrow \frac{4.3^x-6}{9^x-6} = 2$

$\Rightarrow 4.3^x - 6 = 2.9^x - 6.2$

$\Rightarrow 4.3^x - 6 = 2.3^{2x} - 12$

$\Rightarrow 4.y = 2.y^2 - 12 + 6$

$3^x = y$

$\Rightarrow 2y^2 - 4y - 12 + 6 = 0$

$\Rightarrow 2y^2 - 4y - 6 = 0$

$\Rightarrow y^2 - 2y - 3 = 0$

$\Rightarrow (y-3)(y+1) = 0$

$y - 3 = 0 \Rightarrow y_1 = 3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$y+1=0 \Rightarrow y_2=-1$

اوس يې له اصلي مجهول سره پرتله کوو.

۱ جز:

$3^x=y \Rightarrow 3^x=3^1$

$3=3$

$x=1$

۲ جز:

$3^x=y \Rightarrow 3^x=-1$

دوهم جز نه شي صحيح کېدلی، ځکه چې 1- له 3 سره نه شي مساوي کېدلی، نو لهذا دا کميت په کې صدق هم نه کوي.

امتحان:

$\log_2^{4.3^x-6}-\log_2^{a^x-6}=1$

$y=3$ وضع کوو.

$\log_2^{4.3^1-6}-\log_2^{9^1}=1 \Rightarrow \log_2^{12-6}-\log_2^{3}=1$

$\log_b^{x}=\log_b^{\frac{30}{2}} \Rightarrow x=15$

43). $Ex:\log_3^{(2x-7)}=2 \qquad x=?$

$Solution:\log_3^{(2x-7)}=2$

$\Rightarrow 2x-7=3^2$

$\Rightarrow 2x-7=9$

$\Rightarrow 2x=9+7$

$\Rightarrow 2x=16$

$\Rightarrow x=\frac{16}{2} \Rightarrow x=8$

44). $Ex:\log(x^2-1)-\log(x+1)=\log 2 \qquad x=?$

$Solution:\log\frac{x^2-1}{x+1}=\log 2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow \frac{x^2-1}{x+1}=2$$

$$\Rightarrow \frac{(x-1)(x+1)}{(x+1)}=2$$

$$\Rightarrow x-1=2$$

$$\Rightarrow x=2+1 \Rightarrow x=3$$

45). $Ex:\log_3^{(x+1)}-\log_3^{(x-3)}=1 \qquad x=?$

$Solution:\log\frac{x+1}{x-3}=1$

$$\Rightarrow \frac{x+1}{x-3}=3^1$$

$$\Rightarrow x+1=3(x-3)$$

$$\Rightarrow x+1=3x-9$$

$$\Rightarrow x=3x-9-1$$

$$\Rightarrow 3x-x-10=0$$

$$\Rightarrow 2x-10=0$$

$$\Rightarrow 2x=10 \Rightarrow x=5$$

46). $Ex:\log_2^{(11x-1)}=5 \qquad x=?$

$Solution:\log_2^{(11x-1)}=5$

$$\Rightarrow 11x-1=2^5$$

$$\Rightarrow 11x-1=32$$

$$\Rightarrow 11x=32+1$$

$$\Rightarrow 11x=33$$

$$\Rightarrow x=3$$

47). $Ex:\log_3^{(2^x-7)}=2 \qquad x=?$

$Solution:\log_3^{2^x-7}=2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\Rightarrow 2^x - 7 = 3^2$

$\Rightarrow 2^x - 7 = 9$

$\Rightarrow 2^x = 9 + 7$

$\Rightarrow 2^x = 16$

$\Rightarrow 2^x = 2^4$

$\Rightarrow x = 4$

48). $Ex: \log_{\sqrt[3]{x}}^{25} = 18 \qquad x = ?$

$Solution: \log_{\sqrt[3]{x}}^{25} = 18$

$\Rightarrow 25 = (\sqrt[3]{x})^{18}$

$\Rightarrow 25 = x^3$

$\Rightarrow 5^2 = (x^3)^2$

$\Rightarrow x = \sqrt[3]{5}$

49). $Ex: \log x = \frac{\log_3^{12}}{\log_3^{10}} \qquad x = ?$

$Solution: \log x = \frac{\log_3^{12}}{\log_3^{10}}$

$\Rightarrow \log x = \log_{10}^{12}$

$\Rightarrow \log x = \log 12$

$\Rightarrow x = 12$

50). $Ex: 3^{\log_4^{16}} = 27^x \qquad x = ?$

$Solution: 3^{\log_4^{16}} = 27^x$

$\Rightarrow 3^{\log_4^{4^2}} = (3^3)^x$

$\Rightarrow 3^{2\log_4^4} = 3^{3x}$

$\Rightarrow 3^{2.1} = 3^{3x}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\Rightarrow 3^2 = 3^{3x}$

$\Rightarrow 2 = 3x$

$\Rightarrow x = \frac{2}{3}$

51). $Ex: \log_4^{(3x-3)} = \log_2^3 \qquad x = ?$

$Solution: \log_{2^2}^{(3x-3)} = \log_2^3$

$\Rightarrow \frac{1}{2}\log_2^{(3x-3)} = \log_2^3$

$\Rightarrow \log_2^{(3x-3)^{\frac{1}{2}}} = \log_2^3$

$\Rightarrow \log_2^{\sqrt{3x-3}} = \log_2^3$

$\Rightarrow \sqrt{3x-3} = 3$

$\Rightarrow \sqrt{3x-3}^{\,2} = 3^2$

$\Rightarrow 3x - 3 = 9$

$\Rightarrow 3x = 9 + 3$

$\Rightarrow 3x = 12$

$\Rightarrow x = \frac{12}{3}$

$\Rightarrow x = 4$

52). $Ex: \log_3^{\log_2^{(x-1)}} = 2 \qquad x = ?$

$Solution: \log_3^{\log_2^{(x-1)}} = 2$

$\Rightarrow \log_2^{(x-1)} = 3^2$

$\Rightarrow \log_2^{(x-1)} 9$

$\Rightarrow x - 1 = 2^9$

$\Rightarrow x - 1 = 512$

$\Rightarrow x = 512 + 1$

$\Rightarrow x = 513$

(c) ketabton.com: The Digital Library

53). $Ex:\log_{x^2-x+4}^{(x^2+5x-1)}=1$ $\qquad x=?$

$Solution:\log_{3}^{\log_{2}^{(x-1)}}=2$

$\Rightarrow x^2+5x-1=x^2-x+4$

$\Rightarrow 5x-1+x-4=0$

$\Rightarrow 6x-5=0$

$\Rightarrow 6x=5$

$\Rightarrow x=\dfrac{5}{6}$

په لاندې مساوات کې د x کمیت پیدا کړئ؟

$\log_b^x=\dfrac{2}{3}.\log_b^{27}+2.\log_b^2-\log_b^3$

$find\ \ x=?$

$Solution:\log_b^x=\dfrac{2}{3}\log_b^{27}+2\log_b^2-\log_b^3$

$=\log_b^{(27)^{\frac{2}{3}}}+\log_b^{2^2}-\log_b^3$

$=\log_b^9+\log_b^4-\log_b^3$

$=\log_b^{(9.4)}-\log_b^3$

$\log_b^x=\log_b^{\frac{9.4}{3}}=\log_b^{(\frac{36}{3})}=\log_b^{12}$

$\log_b^x=\log_b^{12}$

پاملرنه:

دا چې قاعدې د لوگاریتم سره مساوي دي، نو:

$x=12$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لوګاریتمي معادلاتو سیستم

د لوګـاریتم معـادلاتو د سیسـتم د حـل کولـو لپـاره د لوګـاریتم لـه قوانینـو څخـه ګټه اخلو.

مثال: لاندې لوګاریتمي معادلاتو سیستم حل کړئ؟

$$\begin{cases}\log x + 2\log y = 0\\ \log x - \log y = 0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\log x + \log y^2 = 0\\ \log x - \log y = 0\end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases}\log(x.y^2) = 0\\ \log(\frac{x}{y}) = 0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x.y^2 = 10^3\\ \frac{x}{y} = 10^0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x.y^2 = 1\\ \frac{x}{y} = 1\end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases}x.y^2 = 1\\ x = y\end{cases} \Rightarrow x.x^2 = 1 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = y = 1$$

مثال: لاندې لوګاریتمي معادلاتو سیستم حل کړئ؟

1). $\begin{cases}\log_2^{(x^2+y^2)} = 5\\ \log_2^x + \log_2^x = 4\end{cases}$ $\quad$ *find* $x = ?$ *find* $y = ?$

2). $\begin{cases}3.\log x + \log y^2 = 5\\ \log x^2 - 2\log y = 0\end{cases}$ $\quad$ *find* $x = ?$ *find* $y = ?$

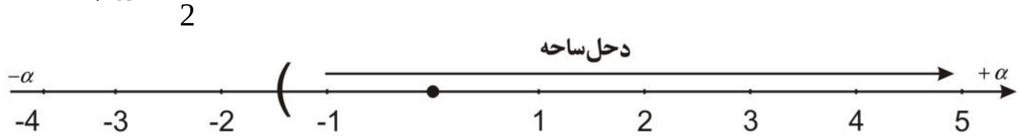
(c) ketabton.com: The Digital Library

لوګاریتمي غیر مساوات

د لوګاریتمي غیر مساوات د حل کولو لپاره په لومړي قدم کې غیر مساوات د لوګاریتم څخه خلاصوو ، له دې وروسته د غیر مساوات له خواصو څخه استفاده کوو ، د دې په نتیجه کې د مجهول د حل ساحه لاسته راځي.

مثال: د $\log_2^{(x+2)} > -1$ غیر مساوات د حل ساحه معلومه کړئ؟

$$\log_2^{(x+2)} > -1$$
$$\Rightarrow (x+2) = 2^{-1}$$
$$\Rightarrow x+2 = \frac{1}{2}$$
$$\Rightarrow x = \frac{1}{2} - 2$$
$$\Rightarrow x > \frac{1-4}{2}$$
$$\Rightarrow x > \frac{-3}{2}$$



مثال: د لاندې غیر مساواتونو د حل ساحه معلومه کړئ؟

1). $\log_{\frac{1}{2}}^{(3x+1)} > 0$

2). $\log_{\frac{1}{2}}^{(x^2-5x+6)} > -1$

3). $x^2 - 5x + 4 = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لوګاریتمي معادلو تمرین

تمرین:

لاندې لوګاریتمي معادلې حل کړئ؟

1). $\log 2+\log 8=\log x \qquad x=?$

2). $\log 6+\log 12-\log 5-\log x=0 \qquad x=?$

3). $\log_4^{\frac{1}{32}}=x \qquad x=?$

4). $\log_x^4=\frac{2}{3} \qquad x=?$

5). $\log_4^{(2x-5)}=\log_4^{16} \qquad x=?$

6). $\log_2^{(\log_3(2x-5))}=2 \qquad x=?$

7). $\frac{\log y}{\log y-3}=2 \qquad y=?$

8). $\log_2^{(x^2-5x+22)}=4 \qquad x=?$

9). $\log_{\sqrt{2}}^x-\log_{\sqrt{2}}^8-\log_{\sqrt{2}}^7+\log_{\sqrt{2}}^5=0 \qquad x=?$

10). $\log_{125}^{25}=x \qquad x=?$

11). $\log_3^{(x+3)}-\log_3^{(x-4)}=\log_3^4 \qquad x=?$

12). $3^{\log x}=3x$

13). $x^{\log x}=100x$

14). $\ln(\ln x)=1$

15). $\log(\log x)=1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

16). $(\log x)^3 = \log x^4$

17). $(\ln x)^3 = \ln x^4$

18). $\ln x = \ln(2x-1) - \ln(x-2)$

19). $\log(2x+1) = 1 - \log(x-1)$

20). $\ln(x+1) = \ln(3x+1) - \ln x$

21). $\log(6x+5) - \log 3 = \log 2 - \log x$

22). $\log(2x+1) = 1 + \log(x-2)$

23). $\log(x-0) + \log 100x = 3$

24). $\ln(2x+1) - \ln(x-1) = \ln x$

25). $\ln(\log x) = 1$

26). $(\ln x)^3 = \ln x^9$

27). $(\log x)^3 = \log x^9$

28). $\ln(2x-1) = \ln(x+3)$

29). $\log(x^2-3) = 2.\log(x-1)$

30). $\log_x^9 = 2$

31). $10^{\log_{10}^x} = 44$

32). $\log x + \log(x+15) = 2$

33). $\ln(x+4) - \ln(x-4) = 2.\ln 3$

34). $\log_9^x = -\frac{3}{2}$

35). $\log(\ln x) = -1$

36). $\ln(2x^2+2) = 2\ln(2x-4)$

37). $e^{\ln x} = 2,5$

38). $\log_x^{e^s} = s$

39). $\log_{\frac{1}{4}}^{16} = x$

40). $\log_{16}^x = \frac{3}{2}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

41). $\log_5^{5x} = 2$

42). $\log_5^{(x-2)} + 2\log_5^{(x^3-2)} + \log_5^{(x-5)} = 4$

43). $\log_{10}^{x} = 1$

44). $\log(x-3) + \log(x+6) = \log 2 + \log 5$

45). $\log_2^{(\frac{8}{x}-1)} = x - 2$

46). $x(1-\log 5) = \log 4^x - 12$

47). $\log_7^{15} - \log_2^{3} = \log_7^{n}$ $\qquad n = ?$

48). $\log x = \log 4 - \log 20$

49). $\log(\sqrt{2})^n = \log(\sqrt{2})^3 + \log(\sqrt{2})^6$

50). $\log_8^{2} - \log_2^{x} - 2 = 0$

51). $\log_5^{(x-1)} - \log_5^{(x-2)} = \log_5^{2}$

52). $\log_2^{(10x+4)} = \log_2^{8}$

53). $\log_2^{(x+5)} = 2\log_2^{3}$

54). $2.\log_5^{x} = \log_5^{(x^2-6x+2)}$

55). $\log_e^{(x+8)} - \log_e^{x} = 3\log_e^{2}$

56). $2.\log_3^{x} = \log_3^{2} + \log_3^{(4-x)}$

57). $3.\log_b^{2} + \frac{1}{2}\log_b^{25} - \log_b^{20} = \log_b^{x}$

58). $\log_{10}^{(5-x)} = 3\log_{10}^{2}$

59). $\log_{10}^{(x^2-2x-2)} = 2\log_{10}^{(x-2)}$

60). $\log_7^{4x} - \log_7^{(x+2)} = \frac{1}{2}\log_7^{4}$

61). $\log_4^{x} + \log_4^{(x+2)} = \frac{1}{2}\log_4^{9}$

62). $\frac{3}{2}.\log_b^{4} - \frac{2}{3}\log_b^{8} + 2\log_b^{2} = \log_b^{x}$

63). $\log_{\frac{1}{2}}^{x} = \log_{\frac{1}{2}}^{2} + \log_{\frac{1}{2}}^{3} + \log_{\frac{1}{2}}^{5}$

64). $\log_4^{x} - \log_4^{(x-1)} = 2\log_4^{3}$

65). $\log|x+1| - \log|x-1| - \log 5 + \log 2 = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

66). $\log(3x-1)+\log 2-\log 3=0$

67). $\log_2^{\left|\frac{x+2}{x-1}\right|}=2$

68). $\log_2^{(x^2)}+2\log_2^x+1=0$

69). $\log x^2-3\log x-4=0$

70). $\log_{\frac{1}{2}}^x=\log_{\frac{1}{2}}^2+\log_{\frac{1}{2}}^3+\log_{\frac{1}{2}}^5$

71). $\log_7^{15}-\log_7^3=\log_7^x$

72). $\log_3^5+\log_3^6=\log_3^x$

73). $\log_3^5+\log_3^6=\log_3^x$

74). $\dfrac{7}{\log y+4}=1$

75). $2\log_3^{\sqrt{x}}=5$

76). $\log m+\log 25=\log 5$

77). $\dfrac{\log_5^{125}}{\log_5^{25}}=\log_{25}^x$

78). $\log x=\log 4-\log 20$

79). $\log_5^{(x-1)}-\log_5^{(x-2)}=\log_5^2$

80). $2\log_3^{\sqrt{x}}=5$

81). $\dfrac{\log_7^{343}}{\log_7^{49}}=\log_x^{343}$

82). $\log x=\log 4-\log 20$

83). $\log_7^{(2x-3)^2}=2$

84). $\log_x^3+\log_x^{(2x+9)}=2$

85). $\sqrt{(\sqrt{x})^{\log x}}=x$

86). $\sqrt{x.\log\sqrt{x}}=10$

87). $\log_3^5+\log_3^6=\log_3^x$

88). $\ln x+\ln(x+1)=2$

89). $\dfrac{3}{2}\log_2^4-\dfrac{1}{2}\log_2^x=3$

90). $\log_4^{(x^2-17)}=3$

91). $\ln(2x+3)=8$

(c) ketabton.com: The Digital Library

92). $\log x = \log(2x^2) - 2$

93). $\log[\log 3(x-2)] = 0$

94). $\dfrac{\log_7^{343}}{\log_7^{49}} = \log_x^{343}$

95). $\log x^{\frac{3}{2}} - \log\sqrt{3} = 5$

96). $\log\sqrt{x+1} = 1 - \dfrac{1}{2}\log x$

97). $\ln x - \dfrac{1}{2}\ln 2 = \dfrac{1}{2}\ln(x+4)$

98). $\log(5x-1) - \log(x-3) = 2$

99). $\log_7^{(2x-1)} = \log_x^{(x+3)}$

100). $x(1-\log 5) - \log(4^x - 12)$

101). $\log 2^{(\frac{8}{2^x}-1)} = x - 2$

102). $3{,}2^{\log_x^{(3x-2)}} + 2{,}3^{\log_x^{(3x-2)}} = 5{,}6^{\log_{x^2}^{(3x-2)}}$

103). $2\log_3^{(x-2)} + \log_3^{(x-4)^2} = 0$

104). $\dfrac{\log_5^{125}}{\log_5^{25}} = \log_{25}^{x}$

105). $2\ln x + 3\ln 2 = 5$

106). $\ln(2x-1)^2 = 7$

107). $\ln(3x+5)^2 = 4$

108). $\log_a^{\left(\frac{x^2 y}{z^3}\right)} = ?$

109). $\log_a^{\left(x^3 \cdot \sqrt{\frac{y^2}{z^4}}\right)} = ?$

110). $\log\sqrt[3]{x^2 . y . \sqrt{z}} = ?$

111). $\log_3\left[7(2x-3)^2\right] = ?$

112). $\log\left(3\sqrt{\dfrac{x^2}{y.z^2}}\right) = ?$

113). $\log\sqrt{x.\sqrt{yz^3}} = ?$

114). $\log_a\left(\dfrac{\sqrt{x}.z^2}{y^4}\right) = ?$

115). $\log_3^{(6x^4 y^{-2} - z^2)} = ?$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لوګاریتم د استعمال ځیني ځایونه

استعمال:

محاسبه اسانوي، یعني هره عملیه له هغې څخه پر اسانه عملیه بدلوي.

1). $x=(2{,}05).(0{,}74)=?$

حل: د ضرب له مخې ځواب:

$$\begin{array}{r} 2{,}05 \\ \times\quad 0{,}74 \\ \hline 820 \\ +\ 1435 \\ 000 \\ \hline 1{,}5170 \end{array}$$

$x=(2{,}05)(0{,}74)=1{,}517$

همدا سوال یعني $x=(2{,}05)(0{,}74)$ د لوګاریتم په طریقه اوس حل کوو.

چې ضرب یې په جمع بدلوي او د جمعي عملیه نظر ضرب ته اسانه ده.

$x=(2{,}05)(0{,}74)$

$\log x=\log[(2{,}05)(0{,}74)]$

$\log x=\log 2{,}05+\log 0{,}74$

د جدول څخه په استفادې نو اوس یې وضع کوو.

$\log 2{,}05=0{,}3118$ او $\log 0{,}74=1{,}869$

$\Rightarrow \log x=\log 2{,}05+\log 0{,}74$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\log x = 0{,}3118 + 1{,}8692$

$\log x = 2{,}181$

$x = anti\log 2{,}181$

$x = 1{,}517$

۲ مثال: تقسیم او د ضرب محاسبه په اسانه طریقې سره:

3). $Ex:\ x = \dfrac{48{,}3}{(83{,}8)(3{,}14)} = ?$

د پورتــه ســوال محاســبه د تقســیم او ضــرب ښخــه جــوړ شــوی دی، داســې حــل کــوو، د تقســیم او ضــرب پــه واســطهٔ ډېــر وخــت او مشــکلات لــري، خــو د لوګــاریتم په واسطه یې محاسبه اسانه او ژر کېږي.

$\log x = \log \dfrac{48{,}3}{(83{,}8)(3{,}14)}$

$\Rightarrow \log x = \log y 48{,}3 - (\log(8{,}38)(3{,}14))$

$\log x = \log 48{,}3 - (\log 83{,}8 + \log 3{,}14)$

$\log x = 1{,}6875 - (1{,}9232 + 0{,}4969)$

$\Rightarrow 1{,}6875 - 2{,}4201$

$\log x = -0{,}7326 = \bar{1}{,}2674$

$anti\log(\log x) = anti\log(\bar{1}{,}2674)$

$x = 0{,}1851$

4). $Ex:\ \dfrac{(780{,}6)^2.\sqrt{3}}{4{,}000} = ?$

$Solution: \log x = \log \dfrac{(780{,}6)^2.\sqrt{3}}{4{,}000}$

$\log x = \log(78{-},6)^2 + \log\sqrt{3} - \log 4{,}000$

$\log x = 2\log(780{,}6) + \dfrac{1}{2}\log 3 - \log 4{,}000$

$\log x = 2.(2{,}8924) + \dfrac{1}{2}(0{,}4771) - 0{,}6021$

$\log x = 5{,}7848 + 0{,}2586 - 0{,}6021$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\log x = 5{,}4213$

$anti\log(\log x) = anti\log 5{,}4213$

$x = 263800$

استعمال:

د لوګاريتم په ذريعه د توان لرونکي عدد محاسبه کول.

$(1{,}05)^6$ محاسبه کړئ؟

$\log(1{,}05)^6 = 6.\log 1{,}05 = 6(0{,}212) = 0{,}1272$

او $anti\log 0{,}1272 = 1{,}340$ دي.

يعنـې $(1{,}05)^6$ دا داسـې عـددونو محاسـبه کـول پرتـه لـه لوګـاريتم نـه مشـکل او د وخـت ضـايع کېـدل دي، خـو داسـې مثالونـه د لوګـاريتم پـه ذريعـه پـه ډېـر کـم وخت او مطمين ځواب لاسته راځي، يعني $(1{,}05)^6 = 1{,}340$ سره دی.

استعمال:

د عددونو د n ام جذر موندلو لپاره استعمالېږي.

1). $Ex: \sqrt[7]{2187} = ?$

حـل: د داسـې ډېـرو عـددونو جذر پيـدا کـول ډېـر وخـت او پـه پيـدا کولـو کـې يـې زيـات مشـکل وي، مګـر د لوګـاريتم لـه طريقـه پـه اسـانه دقيـق او کـم وخـت کـې حـل کېږي.

د جذر له طريقې څخه صرف نظر کوو او د لوګاريتم په طريقه يې حل کوو.

ګورو چې:

$x = \sqrt[7]{2187}$

$\Rightarrow \log x = \log(2187)^{\frac{1}{2}}$

$\Rightarrow \log x = \frac{1}{2}\log 2187 = 0{,}4771$

0,4771 له جدول څخه اخيستل شوی.

$\log x = 0{,}4771$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\Rightarrow x = anti\log 0{,}4771 = 3$

$\sqrt[7]{2187} = 3$

2). $Ex: x = \sqrt[6]{2500{,}12}$

$\Rightarrow \log x = \log\sqrt[6]{2500{,}12}$

$\Rightarrow \log(2500{,}12)^{\frac{1}{6}}$

$\Rightarrow \frac{1}{6}\log 2500{,}12$

$\log x = 0{,}39969$

$\Rightarrow x = anti\log 0{,}39969 \Rightarrow 2{,}5101$

$x = \sqrt[6]{2500{,}12} = 2{,}5101$

مثال: $\frac{1}{\sqrt[5]{(0{,}34)^3}}$ عملیه د لوګاریتم نه په استفاده محاسبه کړئ؟

ددې عدد لوګاریتم د لوګاریتم د قوانینو نه په استفاده په اسانۍ سره حل کېږي، خو کولای شو ، هغه داسې هم محاسبه کړو.

$\log 0{,}34 = \bar{1}{,}5315$

اوس $\bar{1}{,}5315$ په 3 کې ضربوو.

$\bar{1}{,}5315 . 3 = \bar{2}{,}594$

اوس ددې لپاره چې نتیجه په (5) تقسیم کړو ، پر هغې هم 3 زیاتوو او هم 3 ورځنې کموو ، ځکه ($\bar{2}$) په (5) نه تقسیمېږي.

$\bar{2}{,}5945 = (3 + \bar{3}) + \bar{2}{,}5945$

$= \bar{5} + 0{,}5945 + 3$

$= \bar{5} + 3{,}5945$

کولای شو دا عدد پر (5) تقسیم کړو.

$\bar{2}{,}5945 \div 5 = (\bar{5} + 3{,}5945) \div 5$

$= \bar{1} + 0{,}7189 = \bar{1}{,}7189$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په حقیقت کې لرو چې:

$$\log\sqrt[5]{(0,34)^3}=\bar{1},7189$$

څرنګه چې اصلي عدد $\frac{1}{\sqrt[5]{(0,34)^3}}$ دی، نو لیکو:

$$\log\frac{1}{\sqrt[5]{(0,34)^3}}=\log 1-\log\sqrt[5]{(0,34)^3}$$

د جدول نه په لاس راوړو، چې:

$$\log 1=0,0000=\bar{1}+1,0000$$

دا د ښې خوا د عددونو د تفریق حاصل دی.

$$1,0000-\bar{1},7189=0,2811+\bar{1}$$

په دې ډول لرو، چې:

$$\log x=0,2811+\bar{1}$$

په نتیجه کې کولای شو، له جدول څخه په لاس راوړو.

$\frac{1}{\sqrt[5]{(0,34)^3}}=0,911$ یعنې $x=0,911$

استعمال:

د نمایي تابع ګانو د حل لپاره استعمالیږي.

هغه محاسبات (سوالونه) چې په نمایي (اکسپوننشیل) شکل راکړل شوي وي، دغه ډول سوالونو حل په نورو طریقو ډیر مشکلات لري، زیات وخت نیسي، ځواب دومره زیات دقیق نه وي، خو همدغه سوالونه د لوګاریتم په واسطه په لږ وخت، په دقیق ډول سره صورت نیسي.

$Ex:\ x^{\sqrt{x}}=(\sqrt{x})^x$ نمایي تابع

حل:

له دواړو خواوو څخه log نیسو:

$$\log x^{\sqrt{x}}=\log(\sqrt{x})^x$$

$$\sqrt{x}\log x=x.\log\sqrt{x}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\sqrt{x}.\log x = x\log x^{\frac{1}{2}}$$

$$\sqrt{x}.\log = \frac{1}{2}.x\log x$$

$$\sqrt{x} = \frac{1}{2}x$$

$$\Rightarrow (\sqrt{x})^2 = (\frac{1}{2}x)^2$$

$$x = \frac{1}{4}x^2$$

$$\Rightarrow 4x = x^2$$

$$\Rightarrow \frac{4x}{x} = \frac{x^2}{x}$$

$$\Rightarrow x = 4$$

د لاندې مثالونو محاسبات د لوګاریتم له لارې وکړئ.

1). $(0,34).(15,7) = ?$

2). $(13,17).(4,2) = ?$

3). $(27,1).(6,231) \div (6,30) = ?$

4). $\frac{8,5}{(3,7).(7,3)} = ?$

5). $\frac{12,5}{(5,2).(3,2)} = ?$

6). $\frac{87;1}{(6;5).(2,4)} = ?$

7). $\sqrt[8]{250,7}$

8). $\sqrt[8]{2465}$

9). $\sqrt[12]{75,39}$

استعمال:

د عددونو د رقمو شمیر پرې معلومېږي.

مثال: که چېرې $\log 5 = 0,6990$ وي، نو معلوم چې 5^8 به څو رقمي عدد وي.

$$\log 5^8 = 8.\log 5 = 8.0,6990 = 5,592$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نتیجه: دا چې 5 عدد کرکترستیک دي، نو غوښتل شوی عدد 6=(5+1) دی، یعني دا عدد (6) رقمي دی.

مثال: که چېرې $\log 2 = 0{,}3010$ وي، نو 2^5 عدد به څو رقمي وي؟

$$\log 2^5 = 5.\log 2 = 5(0{,}3010) = 1{,}505$$

نتیجه:

دا چې (۱) عدد کرکترستیک دی، نو غوښتل شوی عدد 2=1+1 ده، یعني اوس ګورو چې $2^5 = 32$ کېږي، چې دوه رقمه لري.

مثال: که چېرې $\log 5 = 0{,}6990$ وي، نو 5^4 عدد به څو رقمي وي؟

$$\log 5^4 = 4.\log 5 = 4(0{,}6990) = 2{,}766$$

اوس ګورو چې ایا 5^8 رښتیا هم 6 عدد لري.

$$5^8 = 5^4.5^4 = 625.625$$

$$\Rightarrow 390625$$

نتیجه:

دا چې (2) عدد کرکترستیک دی، نو غوښتل شوی عدد 3=1+2 دی، نو ثبوت شوه چې دا عدد (3) رقمي ده، ځکه چې $5^4 = 625$ کېږي او 625 هم درې رقمي ده.

مثال: که $\log 2 = 0{,}3010$ وي، نو 2^{30} عدد څو رقمي وي؟

$$\log 2^{30} = 30.\log 2 = 30(0{,}3010) = 9{,}030$$

نتیجه: دا چې (9) عدد کرکترستیک دی، نو غوښتل شوی عدد (10=1+9) دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرين:

که چېرې $\log 5 = 0{,}6690$ او $\log 3 = 0{,}4771$ او $\log 31 = 1{,}4914$ وي؟

نو د لاندې عددونو د رقمونو شمېر پيدا کړئ؟

۱). نو د $(5^3.31^2)$ عدد به څو رقمي وي؟

۲). 2^6 عدد به څو رقمي وي؟

۳). $(31)^{12}$ عددبه څو رقمي وي؟

۴). $(\frac{5^3}{2^5})$ عددبه څو رقمي وي؟

۵). 2^{30} عدد به څو رقمي وي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

استعمال:

د بانکداری په حسابونو کې مهم رول لري.

مثال: احمد 100000 افغانۍ د 9% ربحې له قراره په بانک کې ذخیره کړې، د 20 کالو وروسته به د نوموړې سرمایه څو افغاني شوې وي.

حل:

$C = C_0(1+r)^{20}$

$C = 100000(1+9\%)^{20}$

$C = 100000(1+0{,}009)^{20}$

$C = 100000(1{,}09)^{20}$

$\log C = \log 100000 + \log(1{,}09)^{20}$

$= 5 + 20\log(1{,}09)^{20}$

$= 5 + 20(0{,}0374) = 5 + 0{,}7480$

$\log C = 5{,}7480$

$C = anti\log 5{,}7480$

$C = 560000$

استعمال:

د زلزلې په معمولو کې مهم رول لري.

د ریکتر مقیاس (معیار):

چارلس ریکتر امریکایي زلزله پېژندونکی (۱۹۰۰ متولد) د زلزلې د سنجش لپاره یو معیار رامنځته کړ، چې د هغه په نوم یادېږي او د لاندې فورمول له مخې سنجول کېږي.

$$R = \log(\frac{a}{T}) + B$$

چې دلته a د اهتزاز لمن (دامنه) د مایکرون له جنسه T د موج پریود په ثانیه او د B د تجربې ثابت دی، چې زلزلې د مرکز نه د اخذې تر ماشین پوري

(c) ketabton.com: The Digital Library

جدا قیمتونه لري.

د مثال په ډول د زلزلې مرکز د اخذي څخه 1000km فاصله لري، چې د B قیمت 6,8 کېږي، که د زلزلې د نوسان دامنه a=10Mm ثبت شوي وي او T=1sec وي د زلزلي قدرت د ریکتر له مخې څو دی؟

$$R = \log(\frac{10}{1}) + 6{,}8$$

$$R = 7{,}8$$

د ساینس له نظره د یوې زلزلې تېزوالی او لوړوالی د یو مقدار انرژي څخه عبارت دی، کوم چې د زلزلې په مرکز کې پیدا کېږي، د زلزلې د اندازه کولو واحد ریکتر (ریشتر) (Richter) ده.

E	E.30	$E.30^2$	$E.30^3$	$E.30^4$	$E.30^5$	$E.30^6$	$E.30^7$	$E.30^8$	$E.30^9$
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

مثال: په 1995 د مکسیکو په ښار کې د زلزلې ټکان تقریبا 8,0 درجې وه او په 2001 کال په واشنګټن ښار کې د زلزلې ټکان 6,8 درجې وه، د دې دواړو زلزلو ترمنځ د ټکان تفاوت عبارت دی له:

د انرژي تفاوت $= \frac{E_1}{E_2} = \frac{(30)^{8,0}}{(30)^{6,8}} = (30)^{8,0-6,8} = (30)^{1,2} \approx 59{,}2$

نو معلومه شوه، کومه زلزله چې په مکسیکو کې شوې وه، تقریبا 59,2 ځلې زیاته وه، د هغې زلزلې له انرژي څخه کوم چې په واشنګټن کې شوې وه.

استعمال:

د زلزلې شدت(د زلزلې د انرژۍ اندازه):

د زلزلو په واسطه په ډېره زیاته اندازه د انرژۍ منځته راتګ امکان لري، چې دغه انرژي په ژول (Joule) ښودل کېږي، چې تقریبا د کوچنۍ زلزلې په واسطه (100000000000) 100 بلیونه په اندازه انرژي تولید شوې ده، 150

(c) ketabton.com: The Digital Library

کاله پخوا ډېر خلکو د انرژي شدت په مختلفو طریقو اندازه کړی دیو په (1935) م کال کې یو زلزله شناس چې (Charles Richter) نومېږي، په کیلیفورنیا کې یو لوګاریتمي معیار یا اندازه چې د (Richter Scale) په نامه یادېږي اختراع کړ، چې لاندې ذکر شوی دی.

$$M = \frac{2}{3}\log\frac{E}{E_0}\ Richter\ Scale$$

په فارمول کې E هغه انرژي ده، چې د زلزلې په واسطه مینځته راغلې وي او په (Joule) سره اندازه کېږي او E_0 هغه انرژي ده، چې تر ټولو کمه او لږه وي او د یوې زلزلې په واسطه پېژندل شوی دی، چې عبارت ده له ($E_0=10^{4.410}$Joule) چې د E_0 معیاري قیمت دی.

مثال: په فرانسیسکو ایالت کې یوې زلزلې تقریبا ($5.96x10^{16}\ Joule$) انرژي مینځته راوړې ده، نو د (Richter Scale) یا معیار د فارمول له مخې یې اندازه پیدا کړئ، محاسبه تر دوه عدد اعشاري پورې کار وکړئ؟

$$M = \frac{2}{3}\log\frac{E}{E_0}$$

$$= \frac{2}{3}\log\frac{5.96x10^{16}}{10^{4.40}}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3}\log(5.96x10^{11.6})$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3}(\log 5.96 + \log 10^{11.6})$$

$$= \frac{2}{3}(0,775 + 11.6) = 8,25$$

$$M = 8,25$$

مثال: که یوه زلزله (1000) چنده له بلې زلزلې څخه لویه وي، نو د (Richte Scale) له مخې یې رابطه معلومه کړئ.

$M_1 = \frac{2}{3}\log\frac{E_1}{E_0}$ او $M_2 = \frac{2}{3}\log\frac{E_2}{E_0}$

$$E_2 = 1,000E_1$$

$$M_2 = \frac{2}{3}\log\frac{1,000E_1}{E_0}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$= \frac{2}{3}(\log 10^3 + \log \frac{E_1}{E_0})$$

له مخې لیکو: $M_1 = \frac{2}{3}\log\frac{E_1}{E_0}$

$$= \frac{2}{3}(3) + \frac{2}{3}\log\frac{E_1}{E_2}$$

$$\Rightarrow 2 + M_1$$

استعمال:

په کیمیاوي محاسبو کې مهم رول لري.

مثال: په یو محلول کې د $[OH]$ ایون غلظت 0,0004 دی، د محلول PoH لوگاریتم محاسبه کړئ.

حل:

$$[OH]^- = 0{,}0004 \Rightarrow 4.10^{-4}$$
$$PoH = -\log[OH]$$
$$\Rightarrow -\log 4.10^{-4}$$
$$\Rightarrow -(\log 4 + \log 10^{-4})$$
$$\Rightarrow -(\log 4 - 4)$$
$$\Rightarrow -\log 4 + 4$$
$$\Rightarrow -0{,}7321 + 4$$

$-\log 4 = -0{,}7321$ قیمت له جدول څخه اخیستل شوی.

پاملرنه:

دا چې مانتیس منفي دی، نو باید مثبت یې کړو.

$$\Rightarrow -0{,}7321 + 1 + 4 - 1$$
$$\Rightarrow 1 - 0{,}7321 + 3$$
$$\Rightarrow 0{,}2679 + 3$$
$$\Rightarrow 3{,}2679$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\Rightarrow PoH = 3{,}2679$

مثال: په یو محلول کې د $[H^{+}]$ ایون غلظت $3{,}2.10^{-4}$ دی، د محلول PH پیدا کړئ.

$$PH = -\log[H^{+}]$$
$$PH = -\log[3{,}2.10^{-4}] = -\{\log 3{,}2 + \log 10^{-4}\}$$
$$PH = -\{\log 3{,}2 - 4.\log 10\} = -\{\log 3{,}2 - 4\}$$
$$PH = -\log 3{,}2 + 4 = 4 - \log 3{,}2 = 4 - (0{,}5050) \approx 3{,}5$$
$$PH = 3{,}5$$

په عمومي ډول په ساینس او خاصتا کیمیا پوهان د معمولي لوګاریتم څخه ډېره استفاده کوي.

مثال: د لیمو جوس 2,3 PH او د شیدو 6,6 Ph دی، په دواړو کې د هایدروجن ایونونه معلوم کړئ.

د لیمو جوس:

$$PH = -\log[H^{+}]$$
$$2{,}3 = -\log[H^{+}]$$
$$\log[H^{+}] = -{,}3$$
$$[H^{+}] = (10)^{-2{,}3}$$
$$[H^{+}] \approx 5.10^{-3}$$

د شیدو جوس:

$$PH = -\log[H^{+}]$$
$$6{,}6 = -\log[H^{+}]$$
$$\log[H^{+}] = -6{,}6$$
$$[H^{+}] = (10)^{-6{,}6}$$
$$[H^{+}] \approx 10^{-7}$$

لیدل کېږي، چې د لیمو په جوس کې د هایدروجن د ایونو نسبت د شیدو د هایدروجن ایونو ته زیاته ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

استعمال:

سرعت پرې معلومېږي.

مثال: کـه هـوايي جهاز سـرعت $7{,}7\frac{Km}{Sec}$ وي، کـولای شـئ چـې 300Km د ځمکې څخه اوچت پرواز وکړي.

د يو راکټ اعظمي سرعت عبارت دی له:

$$V = -0{,}0098t + c.\ln R$$

کـه داسې فـرض کـړو، چـې يـو راکـټ پـه (25) نسـبتي کتلـې بانـدې حرکـت وکـړي، هـوايي جهـاز پـه حرکـت شـروع کـوي، هـر کلـه چـې تـاخيري سـرعت $2{,}8\frac{Km}{Sec}$ وي، آيـا پـه 100Sec وخت کـولای شـي، چـې پـه هـوا کـې پـه (300) کيلـو متـرۍ کـې له ځمکې اوچت پرواز وکړي؟

حل: پوهېږو چې $t = 100Sec$ ، $C = 2{,}8\frac{Km}{Sec}$ او $R = 25$ ده.

پس:

سرعت $V = -0{,}0098t + c.\ln 12$

$$V = -0{,}0098.100 + 2{,}8\ln 25$$

د حساب ماشين څخه استفاده کوو، نو ځواب:

$$V = 0{,}98 + 2{,}8(3{,}219) \approx 8{,}0\frac{Km}{Sec}$$

لاسـته راغلـی سـرعت نسـبت د $7{,}7\frac{Km}{Sec}$ څخـه زيـات دی، پـس هـوايي جهـاز د ځمکې څخه 300Km اوچت پرواز کوي.

استعمال:

د راکټ الوتنه يا د راکټ الوتلو تيوري:

راکـټ الوتنـه پـه عـالي رياضـياتو او فزيـک پـورې اړه لـري، مـوږ د لوګـاريتم لـه مخې يو فارمول لرو، چې د راکټ سرعت معلوموي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$(V = c\ln\frac{W_t}{W_b} = Rocket\ Equation)$$

پورته فارمول د (Rocket Equation) په نامه یادېږي.
پورته فارمول کې C د انجن پورې متعلق سرعت څرګندوي، W_t د راکټ د پورته کېدو په وخت کې وزن او اندازه ده او W_b هغه اندازه ده، چې کله یو راکټ په هوا کې هغه وزن ولري، چې د هغه تېل او نور سونګ مواد ختم وي، د ځمکې جاذبې قوه عبارت ده له $9{,}0\frac{Km}{Sec}$ څخه.

مثال: که د یو راکټ د وزنونو نسبت $\frac{W_t}{W_b}$ مساوي وي له $\frac{W_t}{W_b} = 18{,}7$

او $C = 2{,}38\frac{Km}{Sec}$ وي، نو آیا دا راکټ به د $9{,}0\frac{Km}{Sec}$ سرعت ته ورسېږي.

$$V = C\ln\frac{W_t}{W_b}$$

$$= 2.38\ln 18{,}7$$

$$= 6{,}97\frac{Km}{Sec}$$

استعمال:

د اواز شدت(اواز د انرژۍ اندازه)

د یو انسان غوږ کولای شي، چې اواز په ډېر شدت سره واوري، که د اواز شدت (1) ترلین (1000,000,000,000) هم وي، نو یو صحتمند غوږ کولای شي چې په اسانۍ سره یې واوري.

نو یو عدد چې ډېر لوی وي، هغه محاسبه کول ډېر مغلق او پېچلی کار دی، نو موږ کولای شو، چې د لوګاریتم څخه کار واخلو، چې قاعده یې د (1) څخه زیاته وي، لوګاریتم اکثره ددې لپاره استعمالېږي، چې ډېر ارام او هوسا معیار جوړ کړي، د (Decibel) په نامه یو اندازه یا معیار لرو، چې دا یو ښه مثال دی د اندازه ګیرۍ چې د اواز د شدت یا انرژۍ اندازه معلوموي.

کله چې د ټیلیفون مخترع (Alexancler Caraham) د غه لاندې فارمول کشف کړ، نو په (decibel) یې ونوماوه.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$D = 10\log\frac{1}{10} \Rightarrow Decibel\ \ Scale$$

D عبــارت د Decibel څخــه ده، چــې د اواز شــدت لیــول معلومــوي او 1 د اواز شــدت چــې انــدازه یــې $\frac{W}{m^2}$ ده واحــد دی او I_0 چــې د اواز تــر ټولــو کمــه انــدازه رشوت ښآیي او عبارت دی له:

$$I_0 = 10^{-12} W/m^2$$

مثــال: کــه د اواز د شــدت انــدازه $5.20x10^{-10}$ واټ پــر متــر مربــع یعنــې $\frac{W}{m^2}$ وي، نــو تاســو د Decibel معیــاري واحــد محاســبه او عــدد یــې پیــدا کــړئ، نــو 2 عــدد اعشاري پورې کار وکړئ.

$$D = 10\log\frac{1}{10}$$

$$= 10\log\frac{5.2x10^{-10}}{10^{-12}}$$

$$= 10\log(5.2x10^2)$$

$$= 10(\log 5.2 + \log 10^2)$$

$$= \log 5.2 = 0{,}716$$

$$= 10(0{,}716 + 2)$$

$$= 27{,}16\ Decibels$$

$$D = 27{,}16$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د (Scientific Calculator) په مرسته د لوګاریتم پیدا کول

مهمه یادونه:

د حساب ماشین (Sciencific Calculator) په مرسته هم کولای شو، چې د لوګاریتم (طبیعي او اعشاري لوګاریتمونو) محاسبه په ډېره اسانه او لږ وخت کې ترسره کړو.

د حساب ماشین په مرسته د لوګاریتم د محاسبه کولو طریقه:

مثال: د $\log_{10}^{3,184}$ عدد (Scientific Calculator) په مرسته وکړئ؟

حل: لومړی به په ماشین کې 3,184 داخل کړو، ورپسې به په ماشین کې د (log) په نوم تو کمه (بټنه) باندې به فشار راوړو، نو په اتومات ډول به 3,502973 عدد راشي، چې دا عدد $\log_{10}^{3,184} = 3,502973$ کمیت په لنډ ډول:

Enter	Press	Display
3,184	log	3,502973

مثال: $\ln 0,000349$ پیدا کړئ؟

Enter in Calculator	Press Botton	Display
0,00349	ln	-7,960439

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثــــال: د (3,24-)log عـــدد لوګـــاریتم (Scientific Calculator) حســـاب ماشین په مرسته پیدا کړئ؟

حــل: د حســاب ماشــین دغــه قســم عــددونو لوګــاریتم نــه شــي پیــدا کــولی، دا ځکه چې (3,24-) د لوګاریتمي تابع په دومین کې وجود نه لري.

مثال: $n=\frac{\log^{2}}{\log^{1,1}}$ د n کمیت (Scientific Calculator) په مرسته پیدا کړئ؟

حل: طریقه په لاندې ډول عملي کوو.

لــومړی بــه د 2 عــدد پــه ماشــین کــې کېکــاږو، بیــا ورپســې د log بټنــې تــه فشــار ورکــوو، بیــا د (÷) تقســیم بټنــه کېکــاږو، بیــا د 1,1 عــدد لیکــو، بیــا ورپســې د log بټنــه Click کــوو او پــه آخــر کــې د = علامــه Click کــوو، نــو دا 7,273 ځــواب بــه راکړي.

$$\ln=\frac{\log 2}{\log 1{,}1}=7{,}273$$

$$n=7{,}273$$

Enter	Press	Press	Enter	Press	Display
2	log	÷	1,1	=	7,273

مثــــال: د n کمیــــت $n=\frac{\ln 3}{\ln 1{,}08}$ د حســـاب ماشـــین (Scientific Calculator) پـــه مرسته پیدا کړئ.

حل: په لنډ ډول عمل کوو.

$$n=\frac{\ln 3}{\ln 1{,}08}$$

Enter	Press	Press	Enter	Press	Display
3	ln	÷	1,08	=	14,275

تمرین:

لاندې لوګاریتمي کمیتونه (Scientific Calculator) په مرسته پیدا کړئ؟

1). $Ex:\log 0{,}013529=?$

2). $Ex:\log 0{,}1202=?$

(c) ketabton.com: The Digital Library

3). $Ex : \log 28{,}693 = ?$

4). $Ex : \ln 21{,}69 = ?$

5). $Ex : \ln(-0{,}439) = ?$

6). $Ex : \log(-0{,}215) = ?$

7). $Ex : \log(-1{,}101) = ?$

8). $Ex : n = \frac{\ln 2}{\ln 1{,}1} \quad , \quad n = ?$

9). $Ex : n = \frac{\log 3}{\log 1{,}03} \quad , \quad n = ?$

10). $Ex : n = \frac{\log 2}{\log 3} \quad , \quad m = ?$

11). $m = \frac{\ln 9}{\ln 2{,}2} \quad , \quad m = ?$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ماخذونه

۱. عمومي رياضي، پوهاند عبدالحق ايمل.
۲. رياضی عمومی، پوهنوال دکتور محمد انور غوري.
۳. رياضي لارښود ، پوهيالی حميد الله شيرزی وردګ.
۴.رياضی عالی [۱] ، تورن فيضان الله صديقی.
۵. عمومي رياضي، استاد عبدالرشيد رشيد.
۶. عمومي رياضي، استاد شماس خان باورزی.
۷. رياضی عمومی، استاد محمد طاهر.
۸. معادلات، استاد شماس خان باورزی.
۹. عالي رياضيات، انجينر امدادالله.
۱۰. شمېر پوهنه، ډاکتر ماخان مېړی شينواری.
۱۱. رياضی برای همه، استاد محمد عظيم خاموش.
۱۲. کانکور وياړ، استاد جانداد وياړ.
۱۳. يوولسم ټولګي رياضي [نوی نصاب].
۱۴. د ۱۳۸۵ تر ۱۳۹۱ لمريز کال پورې د کانکور د فورمونو حل.
۱۵. د رياضي د تمرينونو حل، استاد شماس خان باورزی.

16. College Algebra.
Raymond A,Barmett.
Michael Ziegteg
17. Algebra XI Z.R Bhatti
M,K Chouri
18. Valemied Mathematics
K, Velsker

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library