

**کال: ۱۳۹۵ هـ ش**

**ترتیب کونکی: ګل احمد عطائي**

**لارښود استاذ: پوهیالی مهاجر سیال**

**څانګه: ریاضي فزیک**

**د احــتمالاتــو تـیـوري**

**Theory of probabilities**

**د لسانس دورې پایلیک**

**د لـــــوړو زدکـــړو وزارت  
شـــــېخ زایــــد پوهــــنتون  
د ښــوونې او روزنې پوهنځی**



|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| صفحه | عنوانونه | شمېره |
| 1 | د احتمالاتو تیوري | 1 |
| 1 | د احتمالاتو مفهوم | 2 |
| 4 | د احتمالاتو مفهوم د کلاسیک علماوو له نظره | 3 |
| 7 | د احتمالاتو احصائیوي مفهوم | 4 |
| 9 | د حادثې مطلقه فریکونسي | 5 |
| 9 | اساسي مفاهیم | 6 |
| 11 | مخففات یا سمبولونه | 7 |
| 12 | په څو ګڼ شمېر مشاهدو کې د څو مشاهدو غوره کول | 8 |
| 15 | د یوې تجربې د بېلګې فضاء | 9 |
| 16 | اتفاقي حادثې | 10 |
| 16 | د اتفاقي حوادثو اتفاق او تقاطع | 11 |
| 20 | مکمله حوادث | 12 |
| 21 | د یوې حادثې احتمال | 13 |
| 21 | د یوې حادثې د احتمال د سنجش کولو مرحلې | 14 |
| 24 | د احتمال مساوي حالتونه | 15 |
| 31 | د احتمالاتو اساسي قاعدې | 16 |
| 33 | د احتمالاتو لپاره د جمعې قاعدې | 17 |
| 36 | عمومي حالت | 18 |
| 37 | د ضرب قاعدې | 19 |
| 39 | د ضرب عمومي قاعدې | 20 |
| 40 | پایله | 21 |
| 41 | وړاندیزونه | 22 |

**لړلیک**

**پیلیزه**

هل يستوى الذين يعلمون والذين لايعلمون : الايه ٨ سورۀ زمر

ژباړه : ايا برابر دي هغه خلک چي علم لري او هغه چي علم نه لري.

څرګنده ده چې د يوې ټولنې پرمختګ او انکشاف د علم او پوهې په رڼاکې شونې دى. که په يوه ټولنه کې علم او پوهه نه وي نوپرمختګ به يې د ډېرو غټو ستونزو او مشکلا تو سره مخ شي. په کومه ټولنه کې چې ښوونه اوروزنه وجود ولري نوهkغه ټولنه کولاى شي چې ډېر ژر د پرمختګ په لور ګامونه اوچت کړي، د ښوونې او روزنې مسئلې ته ځکه ډېره توجه او پاملرنه په کار ده چې د ښوونې او روزنې په برکت هر کار اسانه کېږي، او تورې تيارې د پوهې د رڼا په څراغونو روښانه کېږي، د همدې ښوونې او روزنې په واسطه خلک خپله ټولنه او خپل هیواد د پرمختللو ټولنو او پرمختللو هېوادونو په قطار کې دروي. د يادونې وړده چې ښوونه اوروزنه درسي موادو او وسايلو ته اړتيالري. ځکه چې علمي اثار، کتابونه او رسالې د ښوونې او روزنې د مهمو توکــــو څخه شمېرل کــــېږي.

که دغه علمي اثاراوکتابونه د مسلکي متخصيصينو، علمي کدرونو او د علم او پوهې د لارې د مشعل دارانو په مټ ټولنې ته وړاندې شي، نو د ټولنې د پرمختګ په لاره کې ډېر مؤثر تمــامېدای شي. لــــه دې امله مــا ته د خوست پوهنتون د ښوونې اوروزنې پوهنځي د رياضي او فـــــزيک د څانـــګې د وروستي کال د يو محصـــل په حيث د «احتمالاتو تیوري» ترسرليک لاندې د مونوګراف د ليکلو مسؤليت راته وسپارل شو، ما د پورتنی موضوع چې ډيره پيچلې ده څه اړخونه ترڅيړنی لاندي نيولي او د امکان ترحده مې کو ښښ کړی د موضوع په ډيره ساده جملو کي يې مطالب راغونډ کړم هغه په دې معنی چي ما اول د احتمالاتو پيل او د هغوی په اړه د علماوو څېړني او لاس ته راوړني روښانه کړې او بيا می د حادثاتو احتمال سنجول او د حادثاتو تقاطع او د هغوی د سنجش کولو مرحلې او وروسته مې د حادثاتو لپاره ځینې قاعدې روښانه کړې او علمی سوالونه مې پکي حل کړي که څه هم دا زما لمړی ځل دی يو علمی اثر چی څه پېچلی هم دی وليکم ما کوښښ کړی چی موضوع په منظم او ارتباطی ډول وليکم، د دې سمينار د مطالعی په وخت کی که کومه خاليګاه محترمو لوستونکو ومونده د رياضی او فزيک څانګې ته خپل جوړونکی پشنهاد وليکئ.

په پاى کې د خپلو ټولو ښاغلو استادانو نه مننه کوم، او په ځانګړي ډول د خپل لارښوداستاد ښاغلي پوهیالی مهاجر «سیال» څخه منندوى يم چې د دې مونوګراف په ترتيبولو کې يې را سره نه ستړې کېدونکي هلې ځلې کړي دي. او د لوى څښتن تعالى څخه ورته د راتلونکي نسل د لا ښې روزنې توانمدي او ډېر عمر غوښتونکى يم.

په مینه

ګل احمد عطائي

H-91_MRT20.com.png

# د احتمالاتو تیوري

**Theory of probabilities**

احتمالات په معاصرې احصایې او ګڼ شمېر نورو علومو کې مهم رول او ارزښت لري. سره له دې چې د احتمالاتو تیوري له ۱۷ مې زېږیدیزي پیړۍ راهیسي رواج ده، په تیره بیا کله چې دیموور Demoiver د احتمالاتو په هکله پر له پسې کار وکړ. دغه روش په علمي څیړنې کې لا اهمیت غوره کړ، په ۱۷ مه او ۱۸ مه پيړۍ کې په اروپا کې یو شمېر جوارګرو، په پرله پسې ډول له ریاضي پوهانو دا غوښتنه وکړه، چې دوی ته په دې برخه کې لارښوونه او مرسته وکړي، چې دوی د قطعو او ډایس په لوبو او قمار کې بریالیتوب تر لاسه کړي، د دوی دا غوښتنه په حقیقت کې د بریالي کیدو د چانس موندل وو، په لومړي سر کې د احتمال سنجش په ریاضي پوري تړلی و، یعني احتمالات د ریاضي یوه څانګه وه، خصوصاً دوو ریاضي پوهانو برنولي Bernoulli او دیموور Demoivern په دې برخه کې کار وکړ، چې د احتمالاتو ریاضي یې رامنځ ته کړه، په ۱۹۳۰ز کال لاپلاس او ګاوس د احتمالاتو تیوري په ستورو پېژندنه کې وکاروله، دیماور د احتمالاتو تیوري ته ډیر پرمختګ ورکړ او له ریاضیاتو را بېله شوه، له دې کبله چې د احصایې د علم بنسټ د تصمیم په نیولو ولاړ دی، نو د راټولو شویو مشاهدو له لاري او د هغو د تحلیل په پایله کې یوه حقیقت ته ورسېدل چې د احتمالاتو د سنجش له مخې ممکن کېږي، د احتمالاتو تیوري د ناوړه او غلط تصمیم نیولو مخنیوی کوي، د احتمال تیوري د یو شمېر څرګندو میتودونو او لارو چارو لرونکې ده، چې بحث به پرې وشي.

# د احتمالاتو مفهوم

د احتمالاتو Probability مفهوم او تعریف اسانه او ساده نه دی، دا ځکه چې په خپله د (احتمال) څرګندول یو مشکل کار دی، احتمال د چانس او تصادف سره مترادفه اصطلاح ده؛ مثلاً مونږ په ورځنیو خبرو اترو کې هم دا اصطلاحات کاروو، د بېلګي په ډول وایو، چې لومړی زدکونکی صرف پنځوس په سلو کې د کامیابۍ چانس لري، یا که چېري دویم شاګرد د ازمویني څخه مخکې خپل درسونه څو، څو ځلي ولولي یا یې ښه زده کړي وایو، د کامیابې چانس یې په سلو کې نوي وو، دغه وړاندویینې او قضاوت دوه بنسټونه لري؛ یو یې ذهني احتمال، بل یې تجربي احتمال Apriorig & Experimental Probability ګڼل کېږي، په حقیقت کې همدا تجربې احتمال عملي اساس لري چې د یو شمېر معینو قواعدو او تجاربو پر بنسټ صورت نیسي او همدا مونږ ته راښودلای شي، چې په عمل (پرکتیک) کې د یوه امکان تر سره کېدل څومره محتمل دي، دا هم په احتمالاتو کې راځي، چې د یو امکان تر سره کېدل په څو ډولونو او څو بڼو کیدون لري؟ دا هم احتمال ګڼل کېږي، چې د یوې پیښې ثقه والی ثابت شي، دا ډول احتمالات تقریباً څو سوالونو ته ځواب ویونکي دي.

1. کله چې د یوې پیښې څخه څو، څو پایلې زېږېدلای شي.
2. د یو امکان تر سره کېدل له څو لارو.
3. له دوو امکاناتو صرف یو یې واقع کېدل.
4. له ډېرو پېښو هرو مرو د یو یا څو محدودو پېښو واقع کېدل.

د پورته او هغو ته ورته نورو سوالونو لپاره ځواب موندل ځینو قواعدو پوري اړه لري، د دې موضوع ډیر ساده ارائه په یوه بېلګه روښانه کېدای شي، که چېري د یوې پېښې د واقع کېدو لپاره ځینې ځانګړتیاوې، شرایط او مساعد امکان په نظر کې ونیسو، طبعاً د هغو په موجودیت سره مطلوبه پېښه واقع کېږي، مثلاً مونږ ټول پوهېږو چې د ورېځې په ورځ لمر نه وي، خو که اسمان شین وي لمر هم وي، په دې ډول د لمر د رڼا لپاره د اسمان شینوالی شرط شو، د دې ډول شرط په موجودیت کې مطلوبه پېښه سل په سلو کې (۱۰۰٪) واقع کېږي، دې ته مونږ (څرګندي پدیدې) وایو.

له ۱۷ زیږیدیزې پېړۍ مخکي کلاسیکي ریاضي د مساعد شرط په صورت کې د یوې حادثې پېښېدل داسي تعریف کړي وو.

که چېري د یوې (A) حادثې په هکله (N) د هغې د وقوع احتمال ټول مساعد شرایط او لازمې امکانات او قراین یا Likely وبولو او (m) مطلقاً د (A) حادثې واقع کېدل او ښکاره کېدل Happening وبولو، نو په دې صورت کې د (A) حادثې واقع کېدل په (n) باندې د (m) د وېش یا تقسیم څخه عبارت ده، یعني چې د احتمال فورمول یې دادی:

همدا د احتمالاتو لپاره یو عمومي تعریف ومنل شو او د (A) حادثې د احتمال لوړ عدد (۱) او ټیټ یې (۰) یعنې نه واقع کېدل وبلل شول، په دې ډول غوره شوی و، نو ځکه وایو چې د یوې پېښې واقع کېدل د صفر او یو تر منځ دي.

د دې بر خلاف د (A) حادثې نه واقع کېدل هغه وخت وي، چې د دې پېښې د ټولو شرایطو، قوانینو او مساعدو امکاناتو څخه پېښېدونکي شرایط لري کړو، په دې ډول مونږ د A حادثې واقع کېدل په P(A) وښودل، نو نه واقع کېدل به یې په وښیو، چې:

صرف په یو ځل د یوې پېښې واقع کېدل (۱) کېږي، یعنې:

نو دلته به مونږ د A حادثې د پېښېدلو لپاره ضروري شرایط او امکانات په (S) وښیو د S د نه موجودیت په صورت کې احتمال 100% وي او دا یو معلوم حالت بولو، لکه د شنه اسمان په صورت کې پر ځمکه د لمر د وړانګو خپرېدل، خو برعکس که د A سره (S) قطعا موجود نه وي، یعني اسمان ورېځ وي، نو بیا طبعاً د لمر وړانګې پر ځمکه نه خپرېږي، دې ته نا ممکن حالت وایو، خو بل دریم حالت هم شته چې ممکن S موجود وي، خو ممکن A واقع شي او یا هم نه شي، مثلاً که د باران اورښت A وبولو، نو طبعاً د A واقع کېدو لپاره ورېځ یو ضروري شرط ده، خو کېدای شې اسمان ورېځ وي، یعني S موجود وي، یعني لمر نه وي، مګر بیا هم اورښت ونه شي، چې دې ته یو احتمالي یا اتفاقي حالت Equally Likely Cases وایي، یعنې احتمالي حالت د ناممکن(شنه اسمان) او معلوم (ورېځ اسمان) تر منځ یا د صفر او یو تر منځ حالت دی.

په دې ډول که چېري S د A حادثې د پېښېدلو لپاره نیم یې د مساعدو شرایطو او امکاناتو څخه عبارت وي او نیم یې بر عکس وي، نو هغه شرایط او امکانات چې د A حادثې واقع کېدلو لپاره مساعد دي، په N(A) وښیو او هغه چې مساعد نه وي، په N(S) وښیو نو A حادثې پېښېدل داسې ارایه کوو:

[2 ماخذ ص- ص (76, 74)]

# داحتمالاتومفهوم دکلاسيک علماؤله نظره

دکلاسيک علماؤ په نظر(لاپلاس ، مووي ،ګاوس او داسې نورو) احتمال عبارت ديوه نسبت څخه دي کوم چې د تصادفي حادثې د مساعده او ممکنه شرايطو ترمنځ وجود لري.

د مثال په ډول فرض کوو چې A يوه تصادفي حادثه ده چې N(s) د نوموړې حادثې د ممکنه نتايجو تعداد او N(A) د هغه د مساعدو نتايجو تعداد وي که نوموړې حادثې د ظهور احتمال په P(A) سره وښودل شي نو د کلاسيک علماؤ له نظره د احتمالاتو عمومي فرمول په لاندې ډول سره ليکل کېږي.

فرمول 

(A)دوقوع احتمال

دلته  دى ځکه دی، يا د A برخې د عناصرو شمېر مساوي وي د S د شاملو عناصرو شمېر سره مساوي دي

د A برخې دعناصرو شمير

د S د عناصرو په شمير

مثال :

په يوه صنف کې د 100 تنه محصلينو څخه ازموينه اخيستل کېږي چې له دې جملې څخه (35) جنکۍ اوباقي (65) هلکان دي د محصلينو د ازموينې پارچې په اتفاقي يا احتمالي ډول کتل کېږي هغه احتمال چې دا پارچه د يوې نجلۍ ده يا د يوه هلک ده څو فيصده امکان لري.

حل : د جنکو شمېر

مجموعي شمېر



احتمال

که دا پارچه د نجلۍ وي 35% امکان لري.   د هلکانو شمېر

مجموعي شمېر

احتمال

که دا پارچه په هلک پورې مربوط وي (65) فيصده امکان موجود دى څرنګه چې 65>35 دي نو په نتيجه کې معلوميږي چې دا ايستل شوې پارچه د يو هلک پورې ارتباط لري.

مثال :

يوه فابريکه چې برقي سامان الات توليدوي د يو باندنې هيواد څخه (20000) شل زره (150) شمع د برقي ګروپونويو غوښتنليک ترلاسه کوي فابريکه غوښتل شوي ګروپونه په (200) کارتنونو کې چې په هر يوه کې (100)ګروپونه دي د صادراتو په منظور دسته بندي کوي او د ترانسپورت د پاره اماده کوي.

مخکې له دې چې د کارتنونو لېږدول پيل شي د تصدۍ د صادراتو د کنترول شعبه دې ته متوجه کېږي چې په (200)کارتنو کې اشتباهاً (5)کارتنونه (200) شمعه ګروپونه (2) کارتنه (100) شمع کرپونه او (1) کارتن کاملاً ناقص ګروپونه يعنې هغه ګروپونه چې د نورم سره سمون نه لري دسته بندي شوي دي که تصدۍ د اشتباه شويوکارتنونو لپاره بسته بندي کارتنونه وپلټي !

A څومره احتمال لري چې د لمړي کارتن دپلټنې سره سم.

1. يوکارتن چې په هغه کې (200) شمعې ګروپونه دسته بندي شويدي پيداشي؟
2. يوکارتن چې په هغه کې (100) شمعه ګروپونه دسته بندي شويدي پيداشي ؟
3. يوکارتن چې په هغه کې (150) شمعه ګروپونه دسته بندي شويدي پيداشي ؟

فرض کړې چې د لمړې کارتن د پلټنې سره سم د ناقص ګروپونو کارتن په لاس راځي او هغه د (200)کارتنونو له جملې څخه ايستل کېږي څومره احتمال لري چې د دويم کارتن د پلټنې سره سم.

1. (200) شمعه ګروپونويوکارتن په لاس راشي ؟
2. (100) شمعه ګروپونو يوکارتن په لاس راشي ؟
3. (150)شمعه ګروپونويوکارتن په لاس راشي؟

حل :  200)شمعه ګروپونه (

150) شمعه ګرپونه(

100) شمعه ګروپونه (

) ناقص ګروپونه (



غوښتل شوي معلومات:

،، او 







# داحتمالاتواحصائيوي مفهوم

احتمالات په کلاسيک مفهوم سره د دوو فرضيو په موجوديت کې د استفادې وړ دي.

هغه احصائيوي ټولنې (جمعيت )چې تر احصائيوي مطالعې لاندې نيول کېږي بايد په نسبي ډول کوچنى وي په دې معنې چې د هغه د عناصرو تعداد بايد محدود وي.

شرط: د احصائيوي ټولنې عناصر بايد ټول د ظهور مساويانه چانس ولري. د عمل په ډګر کې اکثره وختونه ډيرې لويې احصائيوي ټولنې تر احصائيوي مطالعاتو لاندې نيول کېږي چې د هغوى د مطالعې لپاره احتمالات په کلاسيک مفهوم سره استعماليږي او يواځې نشي کيدلاى چې د احتملاتو احصائيوي مفهوم څخه استفاده وشي.

د يوې تصادفي حادثې د ظهور احتمال د احصائيوي نظر څخه نوموړې حادثې نسبي فريکونسي سره معادله وي فرضو يوه تجربه N کرته تکراريږي او د هغه څخه M ځلې د A حادثه ظهورکوي نو M ته مطلقه فريکونسي او د M او N ترمنځ نسبت ته نسبي فريکونسي وايي.که يوه تصادفي حادثه په A او د هغه مطلقه فريکونسي پهاو نسبي فريکونسي سره وښودل شي نوکولاى شو چې هغه د رياضي په ژبه کې په لاندې ډول سره وليکو.

د A حادثې مطلقه فريکونسي 

د A حادثې نسبي فريکونسي 

هر کله چې د (n) سايز (د نمونې تعداد) ورو ورو مخ په ډېرېدو شي او بلاخره لايتناهي ته تقرب وکړي نو د (A) تصادفي حادثي نسبي فريکونسييو حدي ارزښت ته تقرب کوي چې هغه کولاى شو د A د حادثې د ظهور د احتمال لپاره د يو تخمين شوي ارزښت په ډول قبول کړو يعنې.

د A حادثې د ظهور احتمال.

مثال :

يوه تصدي (فابريکه) د موټرو پرزه جات توليدوي د تصدۍ د کنترول شــــــعبه وظيفه لري چې تو ليــــــــد د نورم اوسټنډرد له نـــګانه تر احصايوي ازمايښت لاندې ونيـــــسي فرضووچې د تصــــدۍ د ورځني توليداتو څخه (1000) زر واحده د نمــــونــــې په ډول راپورته کــــېږي چې د هغوي د مطالعې په نتيجه کې (950) واحده يې د ټاکل شوي نورم سره مطابق او (50) واحده يي خلاف د نورم په نظر راځي. يو تن خريدار د تصدۍ د توليداتو څخه يو واحد په اتفاقي ډول راپورته کوي او هغه د تصميم نيولو په منظور د نورم له پلوه مطالعه کوي څومره احتمال لري چې هغه.

1. دا واحد د ټاکل شوي نورم سره سمون ولري ؟
2. نوموړى واحد د ټاکل شوي نورم خلاف وي ؟

حل :د مثال شرايطو سره سم هغه معلومات چې په مثال کې راکړل شوي دارنګه ليکو.

د نمونې سايز n=100

د نورم سره سمون ولري 

نورم سره مطابقت ونلري

[۵ ماخذ ص-ص (۳۳-۳۶)]

# دحادثې مطلقه فريکونسي

که د توليداتو احصايوي ازمايښت د يوې تصادفي تجربې په څېر د هغه د توليداتو ظهور چې د نورم سره سمون لري د Á د حادثې په ډول قبول کړو نو لانديني معلومات په مثال کې غوښتل شويدي .

1. P (A)=?
2. P (Á)=?

د P(A) يعنې د A د حادثې د ظهور احتمال د محاسبې لپاره لاندې د رياضي فرمول ليکلى شو.





[1 ماخذ ص ـ ص (8, 14)]

# اساسي مفاهیم (Basic Concepts)

**A probability experiment is a chance process that leads to well defined results called outcomes.**

**لکه د یوې سکې پورته اچول، د یو ډایس چورلول احتمالاتي تجربې دي.**

حاصل(Outcomes): **د یو احتمالاتي تجربې د یو وار ازمایښت نتجه د outcome په نوم یادېږي.**

**An outcome is the result of a single trial of a probability Experiment.**

**د یو ازمایښت مقصد د یوې سکې یو ځل پورته اچول، یو ډایس یو ځل چورلول او یا په دې شان کله چې یوه سکه پرتاب شي دلته دوه ممکن نتایج دي یا شېر او یا خط او کله چې ډایس یو ځل پرتاب شي دلته شپږ ممکن نتایج دي. بس په هره تجربه کې د ټولو ممکنو نتایجو سیټ ته نمونه یې فضا (Sample space) وایې.**

**Coin 🡪two possible outcomes**

**Die 🡪 six possible outcomes**

نمونه یې فضا (Sample space): **په یوه احتمالاتي تجربه کې د ټولو ممکنو نتایجو سیټ ته نمونه یې فضا وایې.**

**A sample space is the set of all possible outcome of a probability Experiment. Some sample spaces for various probabilities Experiment are shown here:**

|  |  |
| --- | --- |
| Sample space | Experiment |
| Head, Tail | **Toss on coin (یوه سکه اچول)** |
| 1, 2, 3, 4, 5, 6 | **Roll a Die (د یو ډایس کولول)** |
| Head-Head, Tail-Tail, Head-Tail, Tail-Head | **Toss Two Coins (دوه سکې اچول)** |

**که چېرې دوه ډایس په یو وخت کې پرتاب شي نو (36) ممکن نتایج لري.**

**Simple space =36**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | Die |  |  |  |
| 6 | **5** | **4** | **3** | **2** | **1** | **Die** |
| (1,6) | **(1,5)** | **(1,4)** | **(1,3)** | **(1,2)** | **(1,1)** | **1** |
| (2,6) | **(2,5)** | **(2,4)** | **(2,3)** | **(2,2)** | **(2,1)** | **2** |
| (3,6) | **(3,5)** | **(3,4)** | **(3,3)** | **(3,2)** | **(3,1)** | **3** |
| (4,6) | **(4,5)** | **(4,4)** | **(4,3)** | **(4,2)** | **(4,1)** | **4** |
| (5,6) | **(5,5)** | **(5,4)** | **(5,3)** | **(5,2)** | **(5,1)** | **5** |
| (6,6) | **(6,5)** | **(6,4)** | **(6,3)** | **(6,2)** | **(6,1)** | **6** |

**حادثه یا پېښه (Event): په یو احتمالاتي تجربه کې د نتایجو (Outcome) سیټ ته حادثه (Event) وایې.**

**An event consists of a set of outcomes of a probability experiment.**

**یوه حادثه کېدای شي یوه نتجه او د یوې څخه زیات نتایج ولري مثلاً کله چې یو ډایس و کولوو او 6 مخ څرګند شي دې ته یوه نتجه (Outcome) وایې، او یوه حادثه د یو Outcome سره د ساده حادثې (Simple Event) په نوم یادېږي.**

مرکبه حادثه (Compound Event): **کله چې یوه حادثه دوه یا له دوه څخه زیات Outcomes یا ساده حادثې ولري د مرکبې حادثې په نوم یادېږي. مثلاً کله چې ډایس وکولوو او مطلوب طاق نمبرونه وي نو دېته مرکبه حادثه ویل کېږي.**

**په دې ډول که حادثه په A وښایوو نو د A حادثې د واقع کېدو احتمال دی، داسي چې د A حادثې د نه واقع کېدو احتمال:**

# مخففات یا سمبولونه

**د A حادثې د واقع کیدو احتمال.**

**د A حادثې د نه واقع کېدو احتمال.**

**د A یا B د حوادثو د واقع کیدو احتمال.**

**د A او B د حوادثو د نه واقع کیدو احتمال.**

**د A د حادثې د واقع کېدو احتمال په هغه صورت کې چې B حادثې صورت نیولی وي.**

**په دې ډول که یوه تجربه د یوې حادثې د وقوع لپاره n ځلي تحقیق کړو او د دې تحقیق په نتجه کې m ځلي حقیقت ته ورسېږو نو د حادثې احتمال د له نسبت څخه په لاس راځي داسي چې:**

1. **که وي حادثه موثقه ده.**
2. **که وي حادثه غیر موثقه ده.**
3. **که وي حادثه تصادفي ده.**

**[3 ماخذ ص ـ ص (171, 167)]**

# په څو ګڼ شمېر مشاهدو کې د څو مشاهدو غوره کول

څرنګه مو چې په پورته فورمول کې ولیدل د یوې حادثې واقع کېدل د احتمالاتو په تیورۍ کې له تیوریکي پلوه له ټولو حادثو یا مشاهدو څخه د مورد نظر چانس څخه عبارت ده، خو که په عملي ډول وغواړو چې د ارقامو یوې سلسلې څخه د مورد نظر پدیدې احتمال وسنجوو په لاندي مثالونو کې یې ګورو.

لومړی مثال: که چېري د لوبو ۵۲ قطعې په نظر کې ونیسو او په هغو کې صرفا د خشت پري (چې ۱۳ کېږي) د A حادثې په توګه فرض کړو، نو په اتفاقي ډول د هغو غوره کول عبارت دي له:

*په یوه المارۍ کې ټول ۳۶ ټوکه کتابونه دي، چې ګډ وډ ایښودل شوي، له هغې جملې دوه کتابونه د احصایې، څلور ټوکه کتابونه د بیولوژي، لس ټوکه یې د کیمیا او شل یې پرازیتولوژۍ کتابونه دي، مونږ په تصادفي ډول یو کتاب را اخلو، څومره احتمال لري، چې دا کتاب به د بیالوژي وي؟*

1. *مونږ په عملي څېړنه کې اکثراً د ارقامو د ګڼ شمېر سلسلو سره کار لرو، اکثراً د عملي تحقیق په جریان کې مونږ هغه شمېر ارقام را ټولوو، یا یې جمع اوري کوو او بیا یې ترتیب، صنف بندي او تنظیم او تحلیل کوو، چې اکثراً مسلسل واقع وي، دې برخه کې مونږ سره فکتوریل مېتود ډیره مرسته کوي، کوم چې مونږ د طبعي چاپیریال د پدیدو د څېړلو (د کرنې، وترنرۍ او طب په ساحه کې) په ترڅ کې مثبتو (عیني) ارقامو سره سروکار لرو، لکه د بوټو اندازه، د څاروي عمر، د مېوې وزن، د زړه ضربان، د بدن د حرارت درجه، د اورښت ورځي او نور چې دا مثبت ارقام دي، لکه ۵،۴،۲،۴... او نور.*

*په دې ډول مونږ د طبعي علومو په ډګر کې د دې ډول مثبتو ارقامو سره ډېر مخامخ کېږو، خصوصاً کله چې دا ډول ارقام صنف بندي شي او د هغو نورمال منحني ترسیم شي، نو د هري مشاهدې یا د مشاهدو د یو معین صنف د احتمال پیدا کولو ته اړ یو، د دې ډول احتمال د سنجش لپاره فکتوریل مېتود زمونږ کار اسانه کوي، چې دا اعداد یو د بل سره ضربوو، د دغو سلسلو مثبتو اعدادو د ضرب حاصل د یعنې فکتوریل په واسطه ښودل کېږي؛ مثلاً:*

*یا*

که چېري کې وي، نو لرو چې:

دا چې د احتمالاتو د عمومي تیورۍ مطابق له ګن شمېر مثبتو سلسلو ارقامو څخه یو څو یې غوره شي، د نظر وړ ارقام په صورت کې او ټول مسلسل ارقام مخرج کې راوړو، یعني د یو تناسب شکل غوره کوي؛ مثلاً که چېري n او k مثبت یا منفي اعداد وي او وي، نو داسي لیکو:

مثال:

د 8 فکتوریل او 6 فکتوریل تناسب شپږ پنځوس دی، یعني:

د فکتوریل مېتود په اړه به په راتلونکي کې په تفصثل سره بحث وکړو، خو یو مثال به په لنډیز سره داسي راوړو.

مثال: که چېري په یو خاښ کې د پیوند لګولو سلنه ۹۰٪ په نظر کې ونیسو او به یوه ونه کې ۲۰ پیوندونه ولګوو، دا احتمال به وموي چې لس به یې ولګېږي.

د فورمول له مخي لرو چې:

دلته:

که یې چې په سلنه وښایو نو، 0,9 کېږي.

حل:

مثال: که چېري د یو ډول لېړو تخم د شنه کېدو احتمال یا د تېغنه وهلو سلنه 40% وي، نو د پینځه دانو د کرلو څخه دا احتمال او سلنه معلومه کړۍ، چې دوه یې شنه شي؟

حل:



لکه چې مونږ د احتمالاتو تیورۍ د مفهوم د شرحې په برخه کې وویل په علمي مسایلو او څېړنو کې د تجربې احتمال Experimental Probability چې په تجربې متکي وي، د کار اساس جوړوي، په دې ډول یو سنجش او یو پېش بینۍ کې مربوطه پدیدې باندي تجربه موجوده وي، مثلاً یو ډول د غنمو ټاکلی تخم په تجربوي ډول ازمایل شوی وي، چې د خالص تېغنې وهلو (LPS) سلنه یې مثلاً 60% وي، یا د یو معین جنس ونې 10gr تخم څخه په قوریه کې 40 بوټي شنه کېږي، یا داسي نوري تجربې او ازمایښتونه چې ترسره شوي وي او وغواړو د همدغو تجربو په اساس احتمال وښیو، د هغو پایله په سلنه ارایه کوو، میلاً د یو ډول اصلاح شویو جوارو 4 دانې تخمونه کرو، دا احتمال څرګند کړۍ، چې دغه څلور واړه را شنه شي.  
حل:

یا د شنه کېدو احتمال.

یا د نه شنه کېدو احتمال.

د څلور واړو جوارو د شنه کېدو احتمال 40,96% ده.

کله چې له دوو امکاناتو صرف یو یې واقع کېدای شي، مثلاً شین والی یا ورېځ د یوې سیکې شېر یا خط مخ، د یوې هګۍ څخه چرګ یا چرګه راوتل او داسې نور، نو د یوه احتمال په صورت کې او د واړو حالت په مخرج کې راځي، مثلاً په یوه سیکه کې د شېر احتمال:

همدارنګه د احتمالاتو د تیورۍ د علم د مفهوم په برخه کې وویل، ځیني وخت خصوصاً د طبعي علومو په برخه کې له یوې پېښې څخه څو نتایج تر لاسه کېدای شي، یا هم څو پدیدې په څو څو بڼو څرګندېدای شي، دې ته تبادیل او تراکیب ویل کېږي، چې اوس به دا دواړه تر بحث لاندي ونیسو.

[۲ ماخذ ص ـ ص (۷۶، ۷۹)]

# د یوې تجربې د بېلګې فضاء

S سېټ ته د یوې تجربې د بېلګې فضاء وایې، که چېري د تجربې هر ممکن حالت د S له یوه عنصر سره مطابقت ولري او یا باالعکس، په بل عبارت د بېلګې فضا د یوې ناڅاپه پېښې د ټولو ممکن پایلو سيټ دی.

مثال: دوه ډایسونه یو ځای غورځوو، د دې تجربې د بېلګي فضاء عبارت دی له:

او یا هم

دلته د بېلګې فضاء 36 عنصره لري.

[۴ ماخذ ص-ص (۲۷۳)]

# اتفاقي حادثې

هغوحادثوته ويل کېږي چې دهغه وقوع ياعــدم وقوع دمــطلق پيشبيني قابليت ونه لري او د عواملو پورې مربوط شي .

مثلاً: د باران وريدل يوه اتفاقي حادثه ده چې د دې حادثې عوامــل يا اسبــــاب وريځ ده

دويم مثال: په کانکورکې ديوزده کونکې موفقيت يوه حادثه ده خوددې حادثې عوامل اواسباب دزده کونکي زيارايستل دي .

دريم مثال : د يو ماشوم منځ ته راتلل يوه حادثه ده مګر د دې حادثې مساعد شرايط د جنسي عواملو پورې اړه لري، خو کله کله جنسي شرايط ټول اماده وي مګر ماشوم منځ ته نه راځي نو د مطلق پيشبني نشو کولاى چې سره له دې يوه زمينه يا مساعد شرايط د يوې اتفاقي حادثې لپاره برابرهم وي خو حادثه منځ ته نه راځي .

مثلاً :د يوې جلۍ د واده کولو لپاره ټول ممکنه مساعد شرايط برابر او تهيه شوي خو د واده په شپه جلۍ مريضه شوه دفعتاً مړه کېږي نو د واده مساعد شرايط بې نتيجې پاتې کېږي او کومه حادثه چې ترې طمع کيده صورت نه نيسي نو د احتمال د معلوم او نا معلومو حالاتو تر منځ اټکل کېږي .

# د اتفاقي حوادثو اتحاد او تقاطع

هرکله چې S د محدودې فضا نمونه Aاو B د دې فضا اتفاقي حوادث وي نو د تعريف په اساس پوهيږو که A او B دS فرعي سيټونه وي د اتفاقي حوادثو په نتيجه کې حادثه د A او B د اتحادي حادثې په نوم يادېږي، او د ټولو هغو نقطو څخه تشکيل دي چې په A او B کې شامل دي په دې اساس د هرو دوو نه د يوې حادثې واقع کيدل د A او B د  د حادثې باعث کېږي .

همدارنګه دحادثه چې د A او B د دوو حادثو د تقاطع په نامه ياديږي، د ټولو هغو نقطو څخه عبارت دى چى د A او B په حادثو کې شامل وي د واقع کيدو لپاره A او B بايد يو ځاى واقع شي.

تجربه: د يوټاس اچول چې د هغې نمونې فضا چې  دى په نظرکې نيسو، هرکله چې A د ټاس جفت شمېرې او د B حادثه د 3 څخه لويه وي  داو حوادث عبارت دي له A حادثې جفت و الى يا د 3 څخه لوى والى عبارت دى. 

د ټاس جفت والى او د 4 څخه لوى والى که د دې اتفاقي حوادثو احتمال تعين کړو نو لرو چې.









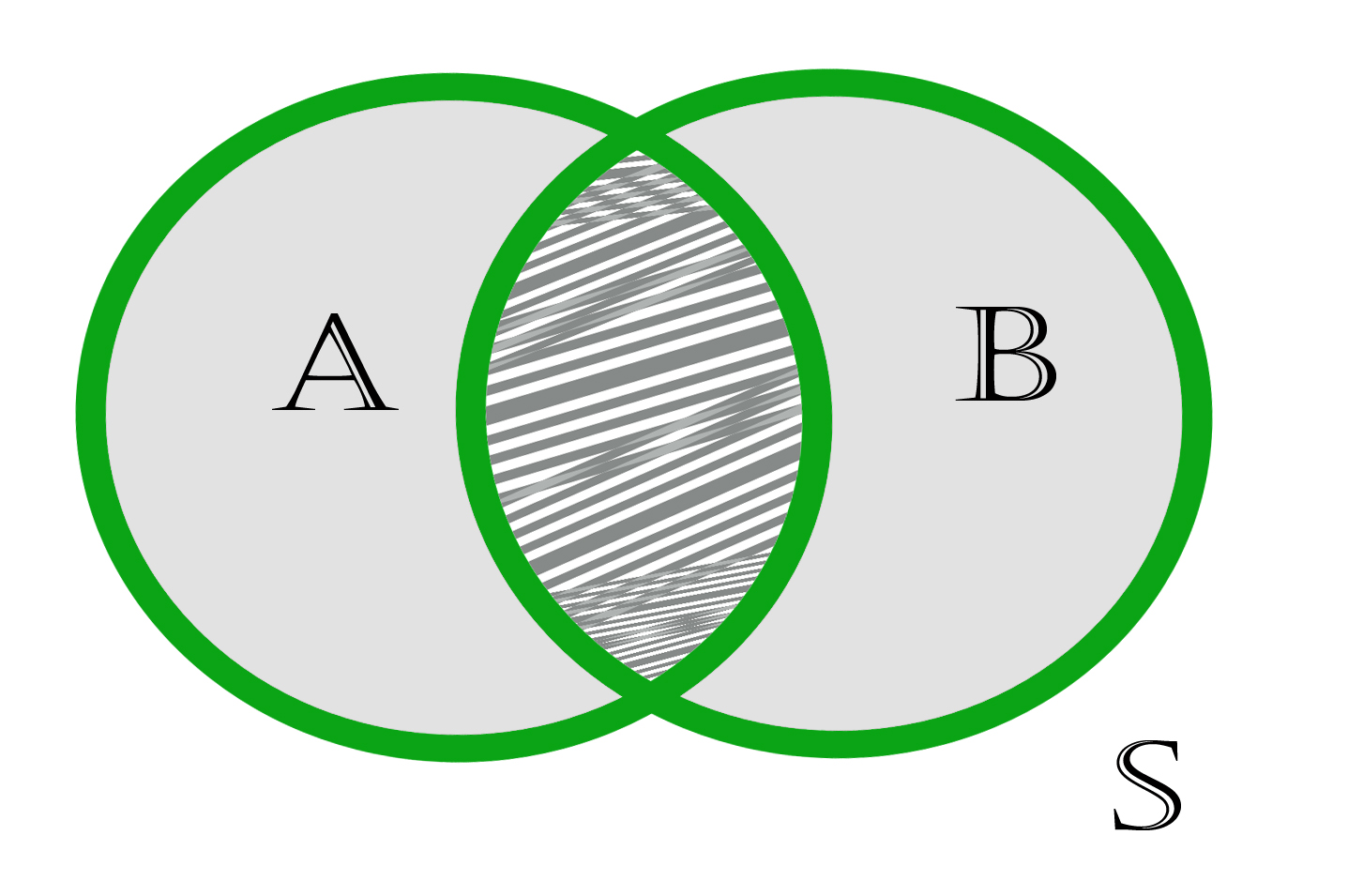
ليدل کېږي چې دپورتنۍ رابطې په منځ  دغه رابطه برقراره ده.

قضيه :هرکله چې S د يوې محدودې فضاه نمونه او A او B د فضا اتفاقي حوادث وي نولروچې:



د تعريف په اساس لروچې د احتمالي نقاطو مجموعه ده په همدې ترتيب P(A)د احتمالي نقاطو مجموعه ده Aاو P(B) د Bد سيټ د احتمالاتو مجموعه ده پدې اساس عبارت د Aاو B د ټولو احتمالا تو څخه دى ځکه چې نقطې د A او B په سيټ کې مشترک دي. د په محاسبه کې د دې نقطو احتمال دوه ځله محاسبه کېږي که چيرته د P(A)+P(B) څخه کم کړو د د احتمالاتو مجموعه ده نو لرو چې:





مثال :دوه سپين او تور ټاسونه اچوو

پيداکړۍ چې دتورو ټاسونو د احتمال

شمېره 6 او د سپينو ټاسو نو شمېره

د 4 څخه زياته وي ؟

حل : )د تورټاس شمېر شپږ (د A حادثه او )د سپين ټاس شمېر د څلورو څخه زيات ( د B د حادثې په نامه نوموو او د دې په قبلولو سره چې (X,Y) په ترتيب شوې جوړه کې X د تورټاس شمېره او Y د سپين ټاس شمېره وي لروچې :



تعريف : د A او B دوه حادثې د S د يوې نمونې محدودې فضا څخه مستقلې کوو په داسې حال کې چې د هغو يو ځاى واقع کيدل مقداري شوي نه وي په دې صورت کې او وي.

هر کله چې A او B دوه مستقلې حادثې وي د د حادثې د احتمال په باره کې لاندې قضيه چې خاص حالت دى بيانوو.

قضيه :هرکله چې A او B دوه مستقلې حادثې وي  دوه ټاسونه اچوو ددې احتمال پيداکړئ چې د دوو ټاسونو د شمېرو مجموعه 5يا 10 وي که چيرته د A د دوو ټاسونو مجموعه 5 او د B د دوو ټاسونو د شمېر مجموعه 10فرض کوو لرو چې:



اوڅرنګه چې د دواړو ټاسونو مجموعه نه شي کيداى په عين وخت کې 5 يا10 وي نو او په نتيجه کې. 

مثال :

د يولاس قطعو څخه 3قطعې اخلو د دې احتمال پيداکړئ چې درې واړه قطعې د يو خال درلودونکې وي، درې واړه قطعې کيداى شي.

:پشه ، :تپان، :قره او خشــت وي د هــغوى احتـــمال عبـــارت دى لــــه .



او څرنګه چې دا حوادث مستقل دي نو لرو چې:



# مکمله حوادث

هر کله چې A د S د نمونه يي اتفاقي محدودې فضاء يوه اتفاقي حادثه وي د A د نقطو سيټ چې په Aکې نه وي شامل د A د مکمله حادثې په نامه ياديږي. اوهغه په ښودل کېږي پدې اساس سره وي.

د پورتني تعريف څخه دا نتيجه اخلو چې د A د حادثې واقع کيدل د د حادثې نه واقع کيدل او بالعکس بنا پر دې A اودوه مستقلې حادثې دي.

مثال :

يوه سکه اچوو په داسې حال کې چې سکې شير کيدلو ته د A د حادثې نوم ورکو او د سکې خط کيدلو ته د مکمله حادثې يعنې نوم ورکوو دلته راتلونکې احتمالات اوحادثې عبارت له .

 او اوپدې اساس

فرمول 

مثال :

که د يوه ټاس په اچولو کې د ټاس د 6 کيدلو حادثه A ونوموو د A د مکمله کيدلو حادثه د 1تر 6 د ټاس يو شمېرده.

چې د دې احتمالاتو په منځ کې د  رابطه برقراره ده ليدل کېږي هر کله چې دحادثه د A د حادثې مکمله ياتکميلونکې وي بالعکس Aبه هم دمکمله وي.

[۱ ماخذ ص-ص (23, 20)]

# د یوې حادثې احتمال Probability of an event

د یوې حادثې (A) احتمال د سنجش د نمونې په فضا کې د نمونې د نقاطو د احتمال د مجموعې څخه په لاس راځي چې کولای شو د یوې حادثې د احتمال د سنجش مراحل په لاندي توګه خلاصه کړو.

# د یوې حادثې د احتمال د سنجش کولو مرحلې

Steps for calculating Probabilities of events

1. د تجربې تعریف: یعني هغه عملیه چې د یوې مشاهدې د جوړولو لپاره په کار وړل کېږي او د مشاهدې نوعیت چې باید په ثبت ورسېږي.
2. د نمونو د نقاطو لړلیک.
3. د نمونې د نقاطو د احتمال په لاس راوړل.
4. په نظر کې نیول شوې حادثې کې د نمونې د نقاطو د مجموعې په لاس راوړل.
5. د حادثې د نمونې د لاس ته راوړلو لپاره د نمونې د نقاطو احتمال سره جمع کوو.

مثال: په وروستیو کې د امریکا د متحده ایالاتو په کاروبار کې کارمندانو مختلف روزنیز کورسونه اخستي دي. USA Today (Aug.15.1995) مجله ریپورټ ورکوي چې د دې ډوله روزنیز کورسونو د جوړولو اساسي دلیل چې کاروبارونه یې پېش بیني کوي د هغوی د ستراتیژیکو پلانونو برخه ده، چې دغه دلیلونه په لاندي جدول کې خلاصه شوي دي، فرض کړۍ چې یو کاروبار د متحده ایالاتو د کاروبارونو څخه چې دلایل یې په ګوته شوي او د کورس د اخستلو لپاره په اتفاقي ډول انتخاب شوي دي.

1. هغه تجربه تشریح کړۍ چې د لاندي جدول ارقام یې منځ ته راوړي دي او د نمونې د نقطو لړلیک یې ولیکئ.

د مختلفو کورسونو لپاره اساسي دلایل

|  |  |
| --- | --- |
| دلیل | سلنه |
| د غړو د سیاست سره موافق کېدل (CCP)  د مولدیت زیاتوالی (IP)  په رقابت کې پاتي کېدل (SC)  ټولنیز مسئولیتونه (SR)  داسي نور موضوعات (O) | 7  47  38  4  4 |
| مجموعه | 100% |

1. د نمونې نقطو لپاره احتمالات تعین کړۍ؟
2. څومره احتمال لري چې د زدکړي د مختلف کورسونو لپاره اساسي دلایل د تجارت پوري مربوط دي. یعني رقابت یا مولدیت پوري مربوط وي؟
3. د دې څومره احتمال دی چې د ټولنیز مسئولیت اساسي دلایل د زدکړي د مختلف کورسونو په هکله صحت ونه لري؟

حل:

A نوموړې تجربه د متحده ایالاتو په کاروبار کې د کارګرانو د زدکړي مختلف کورسونو لپاره د اساسي په عمل کې تعینول دي، د نمونې نقاط، د تجربې ساده ترین نتایج دي چې په پورتني جدول کې په پنځه کټګوریو وېشل شوي دي چې د نمونې دغه نقاط په لاندیني وین دیاګرام کې ښودل کېږي.

* CPP
* SR
* O

S

b. که چې په دې تجربه کې د ټولو لپاره یو شان مساوي احتمالات وټاکو نو د دې کټګوري هر ځواب یو پر پنځه یا 0.2 احتمال لري، ولي جدول ته په کتو سره معلومېږي چې د دې سوالونو لپاره یو شان احتمال ټاکل مناسبه نه ده، ځکه په دغو پنځه کټګوریو کې حتی په تقریبي ډلو هم د ځواباتو یو شان سلني (فیصدي) وجود نه لري. نو مناسبه ده چې د کلاس لپاره احتمال د هغې د سلني له مخي په لاس راوړو. چې په لاندي جدول کې لیدل کېږي.

|  |  |
| --- | --- |
| Table of sample point probabilities for Diversity Training Survey. | |
| Probability | Sample Point |
| 0.07  0.47  0.38  0.04  0.04 | CPP  IP  SC  SR  O |

c. راځۍ چې د B سمبول د هغې حادثې لپاره استعمال کړو چې د اساسي دلیل د زدکړي د مختلفو کورسونو لپاره د کاروبار مربوط دي. B د نمونې نقطه نه ده ځکه چې د تصنیف شوي (د نمونې نقاط) زیاتو ځوابونو څخه تشکیل شوي دي، او را ښایې چې د B د دوه نقطو (IP او SC) څخه تشکیل شوي دي. د B د احتمال پیدا کول د هغې د نمونې د نقاطو (په B کې شامل) د احتمالاتو له جمعي څخه په لاس راځي.

D. راځۍ چې د سمبول د هغې حادثې لپاره استعمال کړو چې ټولنیز مسئولیت د مختلف روزنیز کورسونو لپاره اساسي دلیل نه دی. نو د کې د نمونې ټول نقاط په استثنا د شامل دي، او احتمال یې عبارت دی د هغه ټولو نمونو د نقطو د احتمالاتو د مجموعې څخه چې په نوموړې حادثه کې شامل وي.

[۲ ماخذ ص-ص (۹۸-۱۰۴)]

# داحتمال مساوي حالتونه

د احتمال په تعريف کې مو وليدل چې دغه علم د اتفاقي حوادثو په باره کې بحث کوي اوس غواړو د دې بحث ډول او ياپه بل عبارت سره د احتمالي حوادثو د ارزونې او سنجش احتمال په عددي ميقياسونو د غور او څيړنې لاندې نيسو. دې حالت ته درسيدوپه خاطر لومړى د احتمال مساوي حالات چې د احتمال د علم اساس دى تر مطالعې لاندې نيسو.

په يوه قطي کې چې سپينې مرۍ اوتورې مرۍ پرتې وي له قطي څخه يوه مرۍ په اتفاقي ډول را اخلوکه له مونږ څخه ووغوښتل شي چې مونږ د شرط په اساس مرۍ انتخاب کړونومونږ به سپين رنګ ته ترجيح ورکړو. داپه دې مفهوم ده چې زمونږ اطمينان په دې دى چې د سپين رنګ مرۍ د تورو څخه ډېرې دي، اياکوم عوامل دي چې ډېر اطمينان منځ ته راوړي ؟

کولاى شو ووايو ساليم عقل دا حکم کوي چې د سپينو مريو ډېروالى د مريو د سپين والي امکان زياتوي او زمونږ مفکوره د دې تجربې عملي تکرار تائيدوي نو په دې اساس د مريو د سپينوالي امکان د مريو د توروالي څخه زيات دى که په دې قطي کې د سپينو او تورو مريو شمېر مساوي وي نو زمونږ اطمينان په دې دوو حالاتو نه په کوم يوزيات وي. مثلاً که په يوقطي کې سرې اوشنې تشلې واچوو تاسې به شنې واخلۍ.

په سکه اچولو کې د شير او خط ممکنه حالت په نظر کې نيسو دلته کوم دليل نه ليدل کېږي چې د هغې په واسطه مونږ د يوې حادثې په واقع کيدوبلې ته ترجيح ورکړواوپه دې اساس که مونږ داسې دليل پيدا نه کړو کولاى شو دا قبول کړو چې د دې دواړو حالاتو د وقوع امکان مساوي دى. او هغه متساوي اﻻحتمالات نوموو.

لاندې ازما يښتونه په عملي ډول د تساوي مفکوره د سکې په اچولو کې تائيد وي.

١-بوفن (Boffon)فرانسوي رياضي دان يوه سکه (4040)ځله واچوله اوپه نتيجه کې (2048)ځله خط لاسته راوړو

]خط 50,69% او شېر[49,31%

٢-کريش (kerrich) ډنمارکې رياضي دان يوه سکه (10000)ځله واچوله اوپه نتيجه کې (4913) ځله خط لاسته راغى .

]خط 49,13% او شير [50,87%

٣- پيرسون (Pearson) انګليسي رياضي دان (24000)ځله سکه واچوله اوپه نتيجه کې (12012)ځله خط لاسته راغى .

]خط 50,05% اوشير [49,95%

څرنګه چې د ازمايښتونو په نتيجه کې ليدل کېږي هرڅومره چې د تجربو شمېر زيات شوى دى حقيقت ته نېږدې کېږو چې د شير او خط حالات مساوي کېږي. يوه سکه په خپله (100)ځله واچوئ د شير او خط فيصدي تعين کړئ!

٢ -څرنګه چې د يوټاس په اچولو کې د1 څخه تر 6 پورې شمېرې موجودې دي چې د دې تجربو په څيړلوکې کوم دليل نه ليدل کېږي چې د يو څخه د بل دواقع کيدو امکان زيات وي څرنګه چې د ټاس هر مخ کاملاً مساوي شرايط لري اوپه دې اساس د ټاس په اچوولو کې ممکنه حالات متساوي الاحتمال قبلوو. اوس چې د پورتنيو مثالونو په مرسته د احتمال مساوي حالاتونه توضيح شول نو د دې بحث نتيجه د لانديني اصل په توګه قبلوو.

((د يوې تجربې هغه حالات متساوي اﻻحتمال نوموو په هغه صورت کې چې د تجربې ټول اړخونه (جوانب )وڅيړو او دا دليل پيدا نه کړو چې په دې حالا توکې د يو د پيدا کيدو د بل څخه زيات وي )) د هغو مفاهيمو په نظر کې نيولو سره چې تر اوسه ورسره بلد شو او پورتني اصل ته په توجه د A د اتفاقي حادثې احتمال چې په P(A) ښودل کېږي په لاندې ډول تعريف کوو.

تعريف: هرکله چې د E محدوده تجربه په n کې متساوي اﻻ حتمال شامله وي او د A اتفاقي حادثه د E د تجربې تشکيل د m حالت مساعدوي د A د حادثې احتمال عبارت دى له:څرنګه چې د A اتفاقي حادثې حاصل د E د تجربې څخه وه نو هر مساعد حالت د E د تجربې څخه وه نو په دې اساس لرو چې :.

هر کله چې P(A)=0 وي (m=0) د A حادثه غيرممکن او په هغه صورت کې.

P(A)=1 وي (m=n) د A حادثه حتمي الوقوع نوموو.

د پورتني تعريف څخه په استفادې او د سکې د اچولو د تجربې او د ټاس په اچولو سره په اسانۍ محاسبه کوو.

الف: د سکې د اچولو د تجربې مربوط حوادثو احتمال عبارت دى له :

)=خط کيدل )=P( شيرکيدل P(

ب : د يوټاس په اچولو کې که چيرته مونږ هغه Xونومو نو لرو چې :







په يوه قطي کې  سپينې مرۍ او تورې مرۍ دي دقطي څخه يوه مرۍ را اخلو د حوادثو احتمال پيداکړئ A سپينې مرۍ B تورې مرۍ C سرې مرۍ څرنګه چې مخکې مو وليدل د ممکنه حالاتو تعداد او متساوي اﻻ احتمال  دي چې د A،B اوC حوادث په ترتيب سره او 0 مساعد حالت لرونکي دي نو په دې اساس :

 ،  ، 

دوه سيکې اچوو احتمال دادى چې دواړه به سره متفاوتې وي د سيکو اچول د څلورو ممکنه مساوي احتمال لرونکې دي شيرشير ،خط خط، شيروخط اوخط وشير ظاهر داسې ليدل کېږي چې شير او خط او خط وشير يو وي اما داســـــــې نده او د دې موضــــــوع د روښانولو لپاره د X اوY دوه مختلفې سيکې سره واچو پداسې حال کې چې Xاو Yشير را ووځي د هغه حالت نه فرق کوي چې X او Y خط را ووځي. په حقيقت کې مناسبه طريقه داده چې د متساوي اﻻ حتمال ممکنه حالت لپاره دوه سيکې په مرتب (جوړيي) ډول (X,Y)په نظرکې نيسوکه X او Y د Y د سيکې حالات مشخص کړي نو پدې ترتيب به لاندې څلورمرتبې جوړې ولرو.

(خط،خط) (خط،شير) (شير،خط) (شير،شير)اوس واضح ده چې د(خط،شير) او(شير،خط) مرتبې جوړې يو دبل په ډول نه دي ويل کېږي.

چې د لامبر فرانسوي رياضي دان دسيکې د اچولو د حالت په تعين کولو کې د اشتباه سره مخ شو او د (شير،خط) او د (خط،شير) دوه حالتونه يې په يو حالت حساب کړل او د دې حالاتو احتمال يې تعين کړ.اوس د دې احتمال چې دوه سکې متفاوتې راشي عبارت دى له

 )چې دوه سکې متفاوتي راشي P(

دوه تاسونه اچوو د دې احتمال پيداکړئ چې د دوو ټاسونو مجموعه 8وي د دوو ټاسونو د متمايز کولو لپاره او د هغې د حالاتو د څيړلو لپاره هر يو په جدا ډول فرض کوو چې يو سور رنګى ټاس او دويم شين رنګى ټاس وي پدې مسله کې ممکنه حالات د (X,Y) د مرتبو جوړو څخه ده څرنګه چې X د سور ټاس شمېره او Y د شين ټاس شمېره وي (بالعکس )څرنګه چې X او Y د 6 حالاتو لرنکي دي نو د مرتبو جوړو تعداد عبارت دى له  کولى شو د هغې څخه 6په لانديني ډياګرام کې ارايه کړو.

پدې اساس د دوو ټاسونو په اچولو کې

X

Y

1 2 3 4 5 6

65

4

3

2

1

n=36 متساوي اﻻ حتمال حالت لرونکى

دي اوس د حاثې د بيانولو د اسانتيا

دوهم شکل

(د دوو ټاسونو مجموعي شمېره 8)د A حادثه نوموو د A حادثه په مستقيمه شمېرنه کې

حالت ځانته غوره کوي .

دمستقيمې شمېرنې يوه طريقه داده چې ديوټاس شمېرې ته تغيرورکړواودبل ټاس شمېره داسې تنظيم کړو چې د هغوى مجموعه 8شي.

X

Y

1 2 3 4 5 6

- 6 5 4 3 2

څرنګه چې ليدل کېږي m=5 په لاس راغلي او د A د حادثې احتمال عبارت دى له: 

همدارنګه که ګراف رسم کړو هغه نقاط چې د ممکنه حالاتو نو نه په دې خط واقع کيږي د A د حادثې مساعد حالات دي.

که په يوه لاس کې 52قطعې وي دوه قطعې ترې په اتفاقي ډول را اخلو دا چې دواړه قطع به طوس وي.

د متساوي اﻻ حتمال د ممکنه حالا توتعداد د دوه قطعو اخيستل د 52 څخه عبارت دي له : او هغه مساعد حالت چې دواړه قطع طوس وي د څلور طوس قطعو څخه د دوو اخيستل دي نو پدې اساس  لروچې : ) دوه طوس P(

مثال :

په يوه امتحان کې لس ۱۰سوالونه ورکړل شوي دي چې هرسوال د څلور ځوابونو لرونکى دي او فقط يو ځواب صحيح دى يو محصل بغير د توجه نه هر سوال ته يو ځواب صحيح کړى دى تعين کړئ چې حد اقل د هغه 5 پنځه ځوابونه صحيح وي هر سوال ته څلور ځوابونه ورکړل شوي دي چې محصل بايد يو نشاني کړي نو پدې اساس ممکنه او متساوي اﻻحتمال حالتونه عبارت دي له: 

څرنګه چې د ورکړل شويو ځوابونو څخه فقط 10 ځوابونه صحيح دي مساعد حالا تونه چې محصل بايد فقط  9,8,7,6,5 يا 10يې صحيح نشاني کړي وي پدې ترتيب عبارت دي له :



نو پدې اساس مساعد حالت عبارت دي له :



د دې احتمال چې حد اقل 5ځوابونه صحيح وي: 

[۱ ماخذ ص-ص (46, 37)]

# د احتمالاتو اساسي قاعدې (Rounding Rules for probability)

دلته د احتمالاتو څلور اساسي اصول دي چې دا اصول د احتمالاتو د سوالونو په حل کې له مونږ سره پوره مرسته کوي.

**لومړی اصل (Probability Rule 1)**

د A حادثې د واقع کېدو احتمال همېشه د صفر او یو تر منځ قرار لري.

د A حادثې د واقع کېدو احتمال یعنې د یو څخه لویېدلی نه شي او د صفر څخه کوچنی کېدلای نه شي.

**دویم اصل (Probability Rule 2)**

که چېري یوه حادثه نه شي واقع کېدای (د حادثې اعضاء په sample space کې موجونه وي) نو احتمال یې صفر دی.

مثال: د یو ډایس د یو ځل پرتاب کېدو سره د دې احتمال پیدا کړۍ چې 9 عدد حاصل شي؟

حل: دا چې او دا نا ممکن دی چې 9 حاصل شي ځکه نو لیکو چې:

**دریم اصل: (Probability Rule 3)**

که چېري A حادثه یقیني (Certain) نو د A حادثې احتمال یو دی.

مثال: د یو ډایس د یو ځل پرتاب کېدو سره د دې احتمال پیدا کړئ چې 7 څخه کښته عدد حاصل شي څه دی؟

حل: دا چې نو:

**څلورم اصل: (Probability Rule 4)**

په Sample Space کې د ټولو نتایجو د احتمالاتو مجموعه د یو سره مساوي دی.

The sum of all probabilities of all outcomes in the sample space is (1)

مثال: که چېري یو ډایس یو ځل پرتاب کړو نو په sample space کې د هر Outcome احتمال دې نو ځکه د احتمالاتو outcome په لاندي ډول ښودل کېږي.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | Outcome |
|  |  |  |  |  |  | Probability |
|  | | | | | | Sum |

[۳ ماخذ ص-ص (۱۷۱-۱۷۳)]

# د احتمالاتو لپاره د جمع قاعدې (The Edition Rules for Probability)

په طبیعي پدیده کې یوه پېښه صرف په یوه یا بل حالت واقع کېدای شي، د دواړو واقع کېدل په یوه وخت کې هیڅ امکان نه لري او که وي هم مونږ اړ کېږو چې د یوه حالت د واقع کېدو احتمال څرګند کړو، دې ته جمع قاعده ویل کېږي.

په بل عبارت د یوې حادثې پېښېدل تل د یا د یوه (واقع کېدلو) او صفر (نه واقع کېدلو) تر منځ وي، یعني یا به دا پېښه هیڅ نه واقع کېږي، یا به یو ځل واقع شي، نو په دې ډول یو بل سره وتړل شوې، خو د دواړو همزمان پېښېدل هیڅ امکان نه لري، مثلاً: که یو زدکونکی د کېمیا په ازموینه کې یواځي یوې پوښتنې ته ځواب ووایې، یا به سم وي یا به غلط، یا د اورښت ورځ، یا د شنه اسمان ورځ، د جمع قاعده به په پوره تفصیل سره له مثاله وڅېړو.[۲ مأخذ ص (۸۵)]

1. خصوصي حالت

نو موړې قاعدې ته د احتمالاتو خاصې جمع قاعده ویل کېږي، نوموړې قاعدې پوري هغه ډول حادثې مربوط ګڼل کېږي چې په یو واحد وخت کې د یوې حادثې واقع کېدل نوري حادثې نا ممکنې ګرځوي.

په یوه تجربه کې A او B دوه حادثې یو له بلي څخه جدا حادثې بولي چې یوه له بلي سره اړیکه ونه لري، یا دا چې د هغوی احتمال تقاطع یو خالي سېټ وي، یعني؛

دغه ډول حوادث د غیر همزمان حوادثو په نامه یادېږي.

مثال یې د یوې سکې د پرتاب کېدو وروسته د شېر یا خط ظاهر کېدل دي، یا د مرګ او ژوند حوادث، شپې او ورځي منځ ته راتلل یا عدد په انتخابولو کې د جفت او طاق عدد او داسي نور.

د دغه ډلو حوادثو د واقع کېدو د احتمال د محاسبې لپاره د خاص جمع د قانون څخه استفاده کېږي، چې دا قاعده یواځې د غیر همزمان حوادثو لپاره په کار وړل کېږي.

که او دوه غیر همزمان حادثې وي د واقع کېدو احتمال یې عبارت دی له:

مثال: د ډایس د پرتاب کېدو وروسته دری خالې یا پنځه خالې رامنځ ته کېدل په لاندي ډول محاسبه کېږي.

د ډایس د پرتاب کېدو ورسته د دری خالې یا پنځه خالې د سمت پورته خواته راتلل احتمال لري.

نوټ: د خاصې جمع قاعده د دوو څخه زیاتي غیر همزمان حوادثو لپاره هم را تلای شي.

مثال: د (50) نفرو په یوه نمونه کې، 21 نفرو (o) ګروپ وینه درلوده، 22 نفرو (A) ګروپ وینه درلوده، 5 نفرو (B) ګروپ وینه درلوده او 2 نفرو (AB) ګروپ وینه درلوده، د دفعاتو توزیع ترتیب او لاندي احتمالات پیدا کړۍ؟

1. یو نفر (O) ګروپ وینه لري.
2. یو نفر (A) ګروپ یا (B) ګروپ وینه لري.
3. یو نفر هیڅ (A) ګرپ وینه نه لري او نه هم (O) ګروپ وینه لري.
4. یو نفر (AB) ګروپ وینه لري.

|  |  |
| --- | --- |
| Frequency | Type |
| 22  5  2  21 | A  B  AB  O |
| 50 | Total |

د دواړو صنفونو دفعات جمع کوو.

یو نفر هیڅ (A) ګروپ وینه نلري او نه هم (O) ګروپ وینه لري، د دې معنی دا ده چې نوموړی نفر یا (B) ګروپ او یا (AB) ګروپ وینه لري.

مثال: یو روغتون ریکارډ ښودلی چې په روغتون کې مریضان د څو ورځو لپاره پاتې شوي دي په لاندي جدول کې توزیع شوي دي.

|  |  |
| --- | --- |
| Number of days stayed | Frequency |
| 3  4  5  6  7 | 15  32  56  19  5 |
| Total | 127 |

لاندي احتمالات پیدا کړۍ؟

1. یو مریض (5) ورځي پاتي شوی ده.
2. یو مریض له (6) ورځو څخه کم پاتي شوی دی.
3. یو مریض حد اکثر (4) ورځي پاتي شوی دی.
4. یو مریض حد اقل (5) ورځي پاتي شوی دی.

د (6) ورځو ځخه کم معنی دا چې په 3, 4 یا 5 ورځي پاتې شوی.

*At most 4 days معنی داده، چې 3 یا 4 ورځي پاتي شوي دی.*

*At most 5 days معنی داده، چې 6, 5 او یا هم 7 ورځي پاتي شوی دی.*

# عمومي حالت

*دغي قاعدې ته د عامې جمعي قاعده وایې، دا قاعده هم د همزمان او هم د غیر همزمان حوادثو لپاره راتلای شي؛ نو ځکه د عامې جمعي د قاعدې په نامه سره یادېږي.*

*که او دوه غیر همزمان حادثې وي د واقع کېدو احتمال یې عبارت دی له:*

*د بېلګې په توګه که چېري د واورې د ورېدو امکان او د باران د ورېدو امکان په یو خاص وخت کې وي، نو دا چې واوره او باران په یوه وخت کې پېښېدلای شي ځکه نو د باران او واورې د احتمال سنجش لپاره د واوري او د باران د واقع کېدو احتمال دواړه د واورې او باران د مجموعي احتمال څخه تفریقوو.*

*مثال: که چېري وي او وي او د دواړو د همزمان د واقع کېدو احتمال وي، په دې صورت کې د واوري یا باران د ورېدو احتمال محاسبه کړئ؟*

*مثال: د یوه روغتون په یوه برخه کې 8 نرسان او 5 ډاکتران دي؛ 7 نرسان او 3 ډاکتران ښځینه دي که چېري یو شخص انتخاب شوی وي؛ نو د دې احتمال پيدا کړئ چې دا نفر یو نرس یا یو نارینه دی؟*

*حل: نو د دې لپاره لومړی د Sample space اندازه ښایو:*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *Total* | *Males* | *Females* | *Staff* |
| *8* | *1* | *7* | *Nurses* |
| *5* | *2* | *3* | *Physicians* |
| *13* | *3* | *10* |  |

# د ضرب قاعدې ( The Multiplication Rules)

د خاص ضرب قانون

دا قاعده د هغې حوادثو پوري مربوط ګڼل کېږي، چې د احتمال د سنجش لپاره یې د خاص ضرب د قانون څخه استفاده کیږي، د خاص ضرب د قانون څخه د مستقل حوادثو د احتمال د سنجش لپاره استفاده کېږي، او مستقل حوادث هغه حوادث دي چې د یوې حادثې واقع کېدل په نورو باندي کوم تاثیر نه لري.

Two events A and B ate independent events if the fact that A occurs does not affect the probability of B occurring.

که چېري دوه حادثې مستقلې وي نو د دواړو د واقع کېدو احتمال عبارت دی له:

که یوه سکه پورته وغورځول شي د سکې راتلل د شېر په طرف په لومړي پرتاب کې ، په دوهم پرتاب کې ، په دریم پرتاب کې مقیاس شي دا چې د لومړي پرتاب نتجه په دوهم او دریم پرتاب باندي څه تاثیر نه لري بنا دری واړه حادثې مستقلې دي، چې د دری واړه حادثو د واقع کېدو احتمال په لاندي توګه محاسبه کېږي.

لومړی مثال: د یوې سکې او ډایس د پرتاب کولو څخه دا احتمال پیدا کړئ چې د سکې د شېر طرف او د ډایس څلور مخ راشي؟

نوټ: Sample space د سکې لپاره H, T او ډایس لپاره 1, 2, 3, 4, 5, 6, دي نو نوموړی مثال د Sample Space د استعمال په واسطه هم حلوو.

دویم مثال: په یوه چاینک کې د 3 سره بالونه، 2 شنه بالونه او 5 سپین بالونه دي یو بال انتخاب شوی دی او رنګ یې یادښت شوی دی او دا بیا چاینک ته ور اچول شوی دی، دوهم انتخاب شوی دی او رنګ یې یادښت شوی دی نو د دې احتمال پیدا کړۍ چې:

* دواړه شنه بالونه دي.
* یو شین او یو سپین بال دی.
* یو سور او یو شین بال دی.

حل:

# د ضرب عمومي قاعده

دا قاعده د هغې ډول حوادثو لپاره استعمالېږي چې غیر مستقل دي، غیر مستقل حوادث هغه حوادث دي چې د یوې حادثې واقع کېدل پو نورو باندي تاثیر ولري، دا چې دا قاعده د خاص ضرب د قاعدې په نسبت عمومیت لري نو ځکه د عام ضرب د قاعدې په نوم یادېږي.

When the outcome of the first event affect the outcome of the second event in such a way that the probability is changed, the event are said to be **Dependent Events.**

که چېري غیر مستقلې دوه حادثې لومړۍ حادثه او دویمه حادثه او په هغه صورت کې چې لومړې حادثه واقع شوې وي وي، په دې صورت کې د دواړو د واقع کېدو احتمال عبارت دی له:

مثال: که په یوه قطې کې دری سپین او دوه تور بالونه قرار ولري د څو واري حرکت ورکولو څخه وروسته که د قطي څخه دوه بالونه لومړي او دوهم د یو د بل پسې وویستل شي، د دې احتمال په لومړي او دوهم بال به تور وي څه به وي؟

حل:

1. د دې احتمال په لومړي بال به تور وي کېږي.
2. د دې احتمال چې دوهم بال به تور وي کېږي په هغه وخت کې چې لومړی بال ویستل شوی وي.
3. نو په دې اساس چې دواړه ویستل شوي وي بالونه تور وي عبارت دی له:

[۳ ماخذ (۱۷۱-۱۷۹)]

# پایله

دا چې ریاضی د طبیعت د قوانینو تر منځ شریکه ژبه ده چې د نورو علومو لپاره یې لاره هواره کړې ده، او زما مونوګراف هم په یوه ریاضیکي موضوع باندی څرخیږي، دا چې هره موضوع په خپل ځای کې د ارزښت وړ ده نو د دې مونوګراف د څیړلو او مطالعې څخه دې پایلې ته رسیږو چې دا یوه مهمه او ضروري موضوع د انسان په ژوند کې پیژندل شوې ده.

او په راتګ سره یی یو زیات شمیر علمي، تخنیکي او نظري ستونزو لپاره لاره هواره کړې ده، همدارنګه د ریاضی علم په ورځني ژوند کې ډیر استعمالیږي چې د شیانو تبدیل، ترکیب او منظم کول او د زیاتو شیانو څخه یو غوره شی انتخابول او د شیانو ځایونو ته تغیر ورکول دی. چې د احتمالاتو د علم د اصولو مطابق ترسره کیږي. نو ماهم د ریاضی د علم یوه برخه چې د «احتمالاتو تیوري» ترعنوان لاندي د خپل د یپلوم د دفاع لپاره انتخاب او خوښه کړه، او د امکان ترحده می کوښښ کړی چې د احتمالاتو تیوري په هر اړخیزه توګه وڅیړم د بیلګی په توګه د احتمالاتو مفهوم، په څو ګڼ شمېر مشاهدو کې د څو مشاهدو غوره کول، اتفاقي حادثې، د یوې حادثې د احتمال د سنجش کولو مرحلې او د احتمالاتو لپاره اساسي قاعدې. د احتمالاتو تیوري یواځی د ساینسی علوموپه باره کې نه بلکه د اجتماعي علومو لکه د سیاست علم، ښوونه او روزنه، روانشناسي، جامعه شناسي، او اقتصادي مسائلو کې د احتمالاتو د علم څخه ګټه اخیستل کیږي، او مسائل یی د دې علم په اساس حل کیږي، او دا چې ما نوموړې موضوع په خپله رساله (مونوګراف ) کې په تفصیل سره ذکرکړې ده نو دلته یی د ډیري یادونې څخه تیریدل اړین بولم.

له دغو موضوعاتو څخه ځیني ضروري مسائل چې ما وړاندي کړل له دغو موضوعاتو او مسائلو څخه زما هیله اوهدف دا دی چې خپلی ټولنې اوجامعې ته یو څه اړینه مسایل وړاندي کړم او زمونږ ځورېدلی اولس ورڅخه ګټه واخلی او په خپل ژوند کې یې عملي کار ورڅخه واخلی. او امید لرم چې لوستونکو ته می څه ګټور او اړین معلومات وړاندي کړي وي. او دې علم ته نورهم توجه وکړي ځکه دغه علم د انسانانو په ژوند کې زیات په کار راځي. او دغه لیکنه چې ما کړې ده حتماً به څه نیمګړتیاوي لري نو هر انسان د نیمګړتیاوو سره مخامخ کیږی نوهیله کوم چې زما معذرت ومنی.

**په درنښت**

# وړاندیزونه

دا چې ټول پوهېږو چې په افغانستان کې په دې وروستیو کې تحصیل ډیر پرمختګ کړی، او نور هم دا لړۍ ادامه لري، او د تدریس بڼه او درسي مواد کال په کال نوې کېږي، چې د زدکونکو او محصلینو لپاره زیاتې ستونزي منځ ته راځي، او راغلې دي خصوصاً د احتمالاتو په برخه کې، چې محصیلینو ته په خپله ژبه (پښتو) کې داسې کتابونه نشته چې هغوی د یوې موضوع په اړه معلومات ترې راټول کړي، که شته هم په نورو ژبو دي، چې د اړین کتابونو نه موجودیت، انټرنیټ ته نه لاسرسی، د مسلکي اشخاصو او لابراتوارونو نه شتون او دې ته ورته نوري ستونزې چې محصلین او زدکونکي نه شي کولای په سم ډول خپلو درسونو ته ادامه ورکړي نو دې ستونزو ته په کتنې سره مې لومړی له خپلو درنو استادانو او د پوهنځی د ډیپارټمنټ له ریاست نه غوښتنه ده چې په دې اړه غور وکړي، او په خپلو رسالو او کتابونو سره د محصیلینو دې ستونزو ته د پای ټکی کېږدي. په دوهم قدم کې مې د دولتي ارګانونو څخه غوښتنه ده چې په پوهنتونونو کې د انټرینټ او لابراتوارونو شته ستونزي ته خاتمه ورکړي، تر څو د محصیلینو په مخ کې شته ستونزې له منځه لاړې شي.

عطائي

H-96_MRT20.com.png

**سرچینې او راخیستنې**

1. ابراهم زاده، احمد. سلسله لکچر نوټ، پوهنتون کابل. (1357). (8, 14-20, 23- 37, 24- 81, 94)، (ص - ص)
2. دودیال، محمد بشير، احصائیه. (1390). (79, 74). (ص ـ ص). ګودر خپرندویه ټولنه.
3. راسخ، ضیاء الرحمن، د احصائیوي تیوري اساسات. (1394). (183, 167). (ص ـ ص). مومند خپرندویې ټولنې تخنیکي څانګه.
4. غوري، محمد انور، سپین غر، احمد فهیم، ژباړن. (1391). (273)، (ص). انتشارات سعید.
5. ناصري، محمد همایون. (1394). احتمالات، کابل ـ افغانستان، انتشارات سعید، ص ـ ص (33-36).

