شمیر پوهنه

د ښوونځي لپاره

(ریاضي په درې برخو کې)

دویمه برخه

۲

Ketabton.com

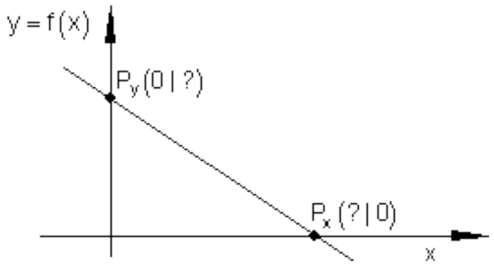
لیکونکی:
برینکمن (له برینکمن ن ج څخه)
ژباړی: ډاکتر ماخان (میږی) شینواری

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ښوونځي لپاره شمیرپوهنه

(د المان)

په درې برخو کې



دویمه برخه

لیکونکی: برینکمن(له برینکمن ن ج څخه)

ژباړی: ډاکتر ماخان (میږی) شینواری

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دې هيله، چې په دې ليکنو او ژباړو به مې زموږ د بې وزلي او له پوهې پاتې ملت - په ما د پوهني لپاره د لګښت - لپاره د پوهني په لور داسي لږ ونده اخستي وي.

د کتاب پيژند

د کتاب نوم: شميرپوهنه دښوونځي لپاره

ليکونکی: پرفيسور برينکمن

ژباړی : ډاکتر کاخان،، ميرې،، شينواری

برېښنا پته: makhanshinwari@gmail.com

د خپريدو لړی

خپرندوی: د افغانستان کلتوري ودې ټولنه

جرمني

چاپ نېټه ۲۰۱۲

چاپځای: دانش کتابتون

Danish2k2000@yahoo.com

د چاپ حقوق خپرندوي ټولني ليکونکي يا ژباړي سره خوندي دي.

پښتو مو ژبه او شميرپوهنه پرې ساده ده

(c) ketabton.com: The Digital Library

د خپرندوی ټولنې یادښت

له هغې مودې را په دې خوا، چې د افغانستان د کلتوري ودې ټولنې د علمي، ساینسي او طبي اثرو د خپرولو لړۍ پیل کړې، تراوسه یې په دې لړ کې مهم اثار خپلو هیواولو ته وړاندې کړې دي.

موږ باور لرو، چې پښتو ژبه هغه وخت په یوه مهمه غني ژبه بدلیدلای شي، چې د پوهې په ګانه سمبال شي او په علمي او اکاډمیکو اثارو غني شي.

اوس چې زموږ ملي سراسري ژبه د بیلابیلوګوابښونو او چلنجونو سره مخامخ ده، پر موږ ټولو ده، چې د دغه ګوابښونو په وړاندې به په نره ودرېږو او د علم او قلم په ژبه به ځواب ورته ووایو.

د اتحادیې له حوا د ډاکتر ماخان شینواري تراوسه زیاتو چاپ شویو اثارو په څنګ کې، د ده د پنځه وېښت شمیر پوهنې نویو ژباړو او لیکنو او دوه ټولنیزو لیکنو تر منځ، دغه اثر په همدې لړ کې ځکه د ارزښت وړ دئ، چې د علمي، ساینسي اثارو د خپراوي په لړ کې د یوه مهم ګام په توګه ګڼل کیدای شي او هیله ده، چې د دې برخې مینه وال لوستوال، زده کوونکي او د پوهنتو زده کړې کته ترې واخستلی شي.

په درناوي

د افغانستان کلتوري ودې ټولنه

۲۰۰۱۲ ز ک

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ژباړې مننه

د هر څه له مخه د هغو ليکونکو پروفيسرانو څخه زياته مننه، چې د ليکنو څخه يې زما د ژباړې لپاره تفاهم لري. ماته د دوي د ليکنو د ژباړې په هيڅ ډول مادي ګټه نه شته او دا کار مې يوازې په يوه د پوهنې توانمندې ، مګر وروسته پاتې ژبې ويونکي ولس ته وړاندې دی، دا دې د دې پروفيسرانو له خوا په پوهنيزه اړخ کې زموږ په دې اړخ کې هم مرستې ته اړ ولس سره مرسته وي.

همدا ډول زموږ،، د افغانسان کلتورې ودې ټولنه،، جرمنې، د غړو، مرستندويانو او په تيره بيا د مشر تابه څخه زياته مننه کوم، چې پرته له خپرندوې ټولنې په توګه يې د دې ليکنو زياته اقتصادي ونډه هم په غاړه اخستې.

دې لاندې زما کليوالو ملګرو او ملګرو د دې کتابونو په چاپ کې د توان سره سمه اقتصادي ونډه اخستې، چې زه ترې زياته مننه کوم:

د ښاغلي ډپلوم انجنير ريحان الدين حساس، ښاغلي ډپلوم انجنير محمد اکبر نور، ښاغلی ډاکتر سردار ګانه وال، ښاغلی ډاکترمانوګل ګانه وال، ښاغلي ټولنپوه محمدعارف بيان، ښاغلي ډپلوم انجنيرمحمد ايوب بيان، همداسې زما د ملګري اروابناد ډاکتر حاجي محمد سلطانزي د ځوي ښاغلي ډاکتر صالح محمد سلطانزي ، ډپلوم انجنير او ډپلوم اقتصاد پوه رحمت الله فتحي او نه اخر زما د لور ډاکتر ځانګې شينواري او زما د ځوي اقتصاد پوه او ټولنساپوه اباسين شينواري.

نه د ټولو په اخر کې زما له ميرمن ښاپرئ څخه ډېره زياته مننه، چې زما د ليکنو- نه دا چې مخه يې نه ده نيولې- پوره ملاتړ کړي.

بيا هم له دوي څخه د زړه له کومې مننه کوم او لوي څښتن دې ورته اجرونه ورکړي، چې داسې مرستو ته دوام ورکړي.

په مننه : ستاسو ماخان شينواری

جرمني د بن ښار

۲۰۱۲ ز ک

(c) ketabton.com: The Digital Library

نيوليک

دويمه برخه

د زباړي سيزه

لومړی: کرښيز فنکشنونه ۱

۲ . ۱ . ۱ کرښيز مساواتو ته پيل ۱

۲ . ۱ . ۲ – د محور د تقاطع ټکي ۶

۲ . ۱ . ۳ - جګيدنه يا ميلان ۹

۲ . ۱ . ۴ – د فنکشنونو د ګراف رسمول ۱۳

۲ . ۱ ۵ تمرينونه ۱۵

۲ . ۱ . ۶ – کليمې او د انځورولو... ۱۶

2.2کرښيز فنکشنونه د ورکړشوو شرايطو سره ۷۵

۲ . ۲ . ۱ – لومړی حالت ۷۵

۲ . ۲ . ۲ دويم حالت ۷۷

۲ . ۲ . ۳ – تمرينونه ۸۱

۲ . ۲ . ۴ - تمرينونه

2.3د دوه کرښو پروتځايونه يو بل ته ۱۶۱

۲ . ۳ . ۱ – د دوه کرښو غوڅټکي ۱۶۱

(c) ketabton.com: The Digital Library

۲ . ۳ . ۲ - یو بل سره عمود یا ولاړ ځغلیدونکي کرښې ۱۶۵

2,4د کرښیز مساواو په مرسته دپرابلمونو یا مسألو حل ۱۹۷

۲ . ۴ . ۱ – ورځني ستونځوبي یا د ستونځو حل ۱۹۷

۲ . ۴ . ۲ د کرښیز مساواتو ټولګه ۲۶۰

۲ . ۶ - مربع توابع ۲۸۲

۲ . ۷ - د مربع فنکشنونو یا توابعو.... ۴۰۱

۲ . ۸ - د پارابول او کرښې غوڅټکي ۴۳۵

۲ . ۹ - د پاررابول او پارابول غوڅتکي ۴۵۳

۲ . ۱۰ - د ورکړشوو شرایطو سره د ۴۵۶

۲ . ۱۲ اقتصادي توابع(نرخشمیرنه) ۵۵۱

۲ . ۱۴ توانتوابع ۵۵۸

۲ . ۱۳ د ټول راشنل – یا نسبتي توابعو... ۵۹۱

پولینوموېش ۵۹۵

د هورنر شیما ۵۹۸

۲ . ۱۴ د ټولراشنل – یا نسبي توابعو ګراف ۶۴۸

۲ . ۱۵ د ورکړشوو شراطو له مخې د تابع مساواتو لیکل ۶۸۵

۲ . ۱۶ د وکتور شمیرني بنسټیزې کلمې ۷۹۹

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ژباړي سريزه

ګرانو هيوادوالو او د شميرپوهنې مينه والو!

د ا څو کاله د مخه د ځنو شميرپوهنيزو کلمو په لټه کې د برينکمن د ن ج سره مخامخ شوم. دا چې دې ليکنې ښه خوندويونه يا متن درلود او زيات تمرينونه د حل سره، نو ما وبتيله، چې دا به پښتو ته اړوم. دا يوه ډېره ښه ليکنه ده، چې زده کوونکي ښوونکي او داسي لړ د شميرپوهنې سره بلد ميندې او پلرونه ترې ګټه اخستلی شي. په دې ليکنه کې هر څه خورا ښه روښانه شوي دي او په مختلفو بيلګو سمبال دي د حلونو يا اوبيونو سره، چې لوستنه يې هر د شميرپوهنې مينه وال لپاره د پيرځوينې وړ بولم.

کتتاب په درې برخو کې چاپيږي، چې هره برخه يې يوه خپلواکه او د يوې ځانګړې برخې خونديونه لري. زه په دې باور لرم، چې د شميرپوهنې مينه وال دا کارداسي لړ په غور وګوري، نو زر به ورسره مينه پيدا کړي.

دا کتابونه هم د هغو ۲۵ رياضي کتابونو لړۍ ده، چې ما چاپ ته چمتو کړي دي، خو نه پوهيږم، چې څو دا نور به ترې کله چاب شي. که څه پاتې شو، نو هغه به د دې کتابونو سره ن ج ته پورته کړم.

ګرانو لوستونکو!

دا زموږ د هيواد اړتيا لپاره په پوهنيزه اړخ کې په سره تيره اوبه تويول دي. دا کتابونو، چې کوم چې چاپيږي د زر دانو يا پنځه سوه څخه به نه اوړي، نو د يوه پنځوس ميليونه کمو زيات ولس لپاره زردا نې چې چاپيږي، دا خو اصلاً په شمير کې نه راځي،خو دا به په خروار ګڼو.

په لومړي کتاببرخه کې ځمککچپوهنه يا هندسه ورسره مل ده او په دويمه کتاببرخه کې مې وکتور شميرنه ورسره زياته کړې.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریمه کتاببرخه مشتق او انتیګرال ته ځانګړې شوې.

ګرانو لوستونکو!

د برینکمن د لیکنو لړۍ د شمیرپوهنې په څانګه کې د ښوونځیو لپاره نوره هم پسې غزېدلې، چې ما هغه د ګرانو لوستونکو لپاره رازباړلې.

دا احصایه یا ستاتیستک دی او د احتمالوالي شمیرنه ده. دا دواړه کتابونه، چې دلته یې تاسو ته ژباړه وړاندې کیږي، هم په زیاتو تمرینونو، اود دوی په اوبیونو یا حلونو سره سمبال ده.

زما په اند، داسې لیکنه په پښتو کې د لومړي ځل لپاره کیږي، چې نومه ونې به دلته هم څه ناڅه ګرانو لوستونوکو ته نابلدې وي، خو پرې پوهیدنه شونې ده. هر څه په روښانه توګه ورکړل شوي.

ګرانو هیوادوالو!

داچې ما یوځای یا نوره هم ښه په یوه وار ډېر کار را ونیوه، نو هرومرو به ناتیکاوي زما له خوا په کې رامنځ ته شوې وي، خو دا به داسې ناتیکاوي نه وي، چې شمیرپوهنیزې ستونځې رامنځ ته کړي. له دې امله له ستاسو څخه زما په ستونځو پوهیدلو له امله زیاته مننه.

په دې هیله ، چې زما په غوښتنو او ستونځو به و پوهیږي په دې لیکنو او ژباړه کې ما ته هیڅ مادي ګټه نه شته. دا دې په ما زموږ د بې وزلي ولس د ډېر مصرف(لګښت) په هکله د یوې کوچنۍ پیرزوینې په حیث وړاندې وي

مننه:

له هر څه د مخه د دې لکچرنوټونو لیکنو لیکونکو شمیرپوهانو یعنې ستر پروفیسور بریکمن څخه زیاته مننه، چې د لیکنو څخه یې زموږ هیوادول هم ګټه احلې.

(c) ketabton.com: The Digital Library

1 . 2 - كرښيز- يا خطي فنكشنونو (توابع)

ننوتنه:

2.1.1.پيل يا ننوتنه:

د مخه درسونو څخه د كرښيزو (لايني) توابعو(فنكشنونو) سره د ګراف په څير بلد يو او د تابع مساوات سره د كرښيز مساوتو په څير بلد يو. متناسبې اړېكي يا تناسب ټولګې يا ا ړيكې د كرښې په څير انځوريدلاى شي.

بېلګه:

په بازار كې د ماهي پلورونكي سره 1000 g ماهي 4,50 € قيمت لري، ميرمن پښتنه غواړى 3000 g واخلي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا باید 4,50€.3=13,50E ورکړي. ښاغلی سپین 5000 g اخلی او باید 4,50 € · 5 = 22,50 € : ورکړي .

په تولیزه توګه ویلای شو: دK ارزښت د ثابت قیمت p سره د رانیونکي سټ(ډېرۍ) xلپاره K=p.x دی.

یعني قیمت K دx په واک کې دی یا دx تابع دی. ، له دې امله دx تابع او له دې امله فنکشن دی،

د دې لپاره لیکو : K(x) = p.x .

K(x) د ارزښت تابع یا فنکشن هم بلل کیږي

د ماهی لپاره د قیمت تابع (یا د نرخ فنکشن) دی، د کوم لپاره چې د سټ واحد(د ډېرۍ یوون) په € او x د 1000g څو څله د سټ واحدونو شمیر دی .

که د(K(x په ځای y ولیکو، نو راته څرګند مساوات y = 4,50 x ترې رامنځ ته کیږي. دا په کواوردینات سیستم (د وضعیه قیمت سیستم یا پروت ولاړ سیستم) کې د صفر له ټکي څخه تیرېدونکي یوه کرښه ده.

بیلګه :

غورځنګ د ملفون (موبایل یا لاسي تلفون) قرارداد کړی، چې د میاشتي € 20 ورکوی او د دقیقي د تلفون قیمت یې € 0,2 دی. پوښتني.

الف: څومره باید غورځنګ تادیه کړی، که دی 30 min, 60 min, 90 min, 120 min تلفون وکړي.

ارزښت په یوه ارزښتجدول کې انځور کړئ.

ب : په یوه مناسب وضعیه قیمت سیستم کې یې ګراف رسم کړئ.

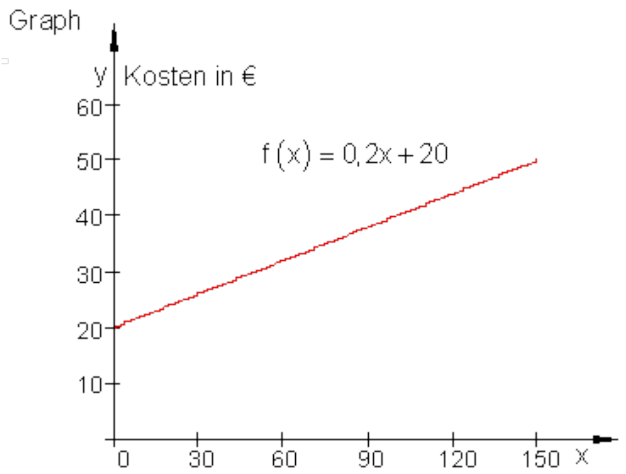
پ: د ارزښتشمیرني لپاره یې د تابع مساوات څنګه دی؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل و الف ته : قيمت له يوه زياتيدونی يا جمعي ثابت (€ 20) او (0,2 x) واريابلي يا متحولي برخي څخه منځ ته راځي، چيرته چي x د تلفون شوو دقيقو تعداد دی.

د خبرو دوام په دقيقو	0	30	60	90	120
قيمت په €	20	26	32	38	44

حل و ب ته: ګراف، y قيمت په €، پروت: په دقيقو د خبرو دوام



حل و پ ته: x په دقيقو د خبرو خپلواکه متحوله ده $y = f(x)$ په € د تولي مياشتي د تول مصرف بلواکه متحوله يا تابع ده . په لاندي شميرنه کي يوونونه(واحدونه) دقيقي او€ يورو نه ليکل کيږي.

داسي مخ ته ځو:

بنسټ پيسي بايد تاديه شي	0 min: $y = f(0) = 0,2 \cdot 0 + 20 = 20$
	30 min: $y = f(30) = 0,2 \cdot 30 + 20 = 26$
	60 min: $y = f(60) = 0,2 \cdot 60 + 20 = 32$
	....
د x دقيقو دوام لپاره د تابع مساوات	x min: $y = f(x) = 0,2 \cdot x + 20$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بيلګې :

د فنکشن (تابع) مساواتو جوړښت لپاره بيلګې:

يو د اوبو ډنډ 1000 ليتره اوبه لري.. هره رځ دې ته 100 ليتره نورې اوبه راځي.

د اوبو سټ لپاره د تابع مساوات داسې دي $f(x) = 100 \cdot x + 1000$:

اباسين هره مياشت € 1300 معاش اخلي. د معاش لپاره فرمول په € يورو.

د معاش لپاره د تابع مساوات دی: $f(x) = 1300 \cdot x$

يو ټانک 4000ليتره ډيزل لري. يو موټر هره روځ 500 ليتره مصرفوي.

د ټانګ منځپانګې لپاره د تابع مساوات : $f(x) = -500 \cdot x + 4000$

که د تابع متناسب اړيکې برقرار کيږي، نو لاندې فکر اړين دی:

ايا يو پيل ارزښت a_0 شته ؟

تر منځ تغير ارزښت څومره دی (د بيلګې په توګه هره روځ، دقيقه يا وزن).

تغير ارزښت مثبت يا منفي دی(مثبت = زياتيدنه، منفي = کميدنه)

کرښيز مساوات په لاندې بڼه پيژنو:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$y = m \cdot x + b$ يا $y = m \cdot x + n$

دا چي کرښيز مساوات د ټول راشنل توابعو کورنۍ پورې اړه لري، چي د لوړو ټولګيو موضوع ده، نو انځوريز ډول يې له پيله په همدې ډول منځ ته راغلی وي.

تعريف :

n -مه درجه ټول راشنل- يا هوښيار توابع:

يوه تابع $f(x)$ د $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$

سره n -مه درجه ټول راشنل يا ټول نسبتي يا کسري تابع بلل کيږي.

عددونه $a_n ; a_{n-1} ; a_{n-2} ; \ldots a_2 ; a_1 ; a_0$ ضريبونه (ځلوهووني) بلل کيږي.

دا چي دواړه اخرني زياتووني يا د جمعي برخې $a_1x + a_0$ په کرښيز و مساواتو اړه لري، تعريف ترې لاس ته راځي:

تعريف يا پيژند: ټول د لومړۍ درجې راشنل توابع :

يوه تابع $f(x)$ د $f(x) = a_1 x + a_0$ سره او $a_1 \in \mathbb{R}, a_0 \in \mathbb{R}$ سره د 1-مې درجې ټول راشنل تابع بلل کيږي

د تابع درجه د x د خورا لوی اکسپوننت يا جګ عدد (چي دلته 1 دی، ځکه چي $x = x^1$) ټاکل کيږي.

دلته ضريب a_1 د m او a_0 دb يا n لپاره ليکل شوی.

د ،، کرښيز ې يا لاينيز تابع،، اړيکي په دې وداني دي، چي د کرښيزې تابع ګراف په وضعيه قيمت سيستم (پروت ولاړ سيستم) کې يوه کرښه انځوروي.

په ياد ولرئ: د کرښيزې تابع ګراف يوه کرښه انځوروي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بيلګه: د کرښيز تابع د تابع مساواتو لپاره بيلګې:

$f(x) = 2x - 13 \quad f(x) = \frac{3}{4}x + 3 \quad f(x) = -\sqrt{3} \cdot x - \pi \quad f(x) = 5$

$f(x) = 3x + a_0 \quad f(x) = a_1 x$

. تمرين ۱ :

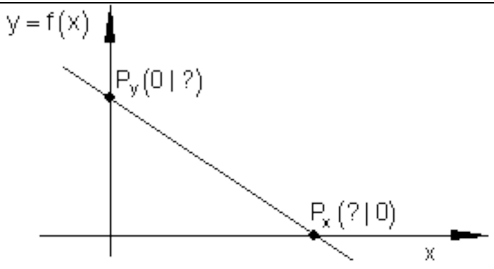
د D ټول عددي (تام عددي) ارزښت لپاره ارزښتجدول وليکئ او د ګراف رسم يې وکاږئ.

$f(x) = \frac{3}{4}x - 3$ تعريف سټ $D = \{x \mid -1 \le x \le 5\}_{\mathbb{R}}$ ،

د تعريفست D لپاره د ارزښت سټ W وټاکئ.

ګراف په کومو ټکو کې د وضعيه قيمت سيستم محورونه قطع کوي؟

2.1.2.د محور د تقاطع ټکي (غوڅټکي)

	محور غوڅټکي (د تقاطع نقاط) هغه ټکي دي په کومو کې چې ګراف د وضعيه قيمتونو محورونه غوڅوي يا قطع کوي. دا ارزښتونه لږ يا زيات له ګراف څخه هم لوستل کيدی شي. زيات وخت دا د ارزښتجدول څخه هم لوستل کيدی شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوس موخه دا ده چي دا ارزښتونه د ګراف او يا جدول ټاکلو لپاره وکارول شي يا استعمال شي.

P_y د y محور سره د تقاطع- يا غوڅټکي ټکی (Ordinate) :

د ټولو ټکو دx ټول ارزښتونه چي دy په محور پراته دي ارزښت x = 0 لري.

د لاينيزو (کرښيزو) توابعو عمومي مساوات: $f(x) = a_1x + a_0$

شرايط: $x = 0 \Rightarrow f(0) = a_1 \cdot 0 + a_0 = 0 + a_0 = a_0 \Rightarrow P_y(0 \mid a_0)$

د y محور سره د تقاطع ټکی د a_0 له خوا - يا سره ټاکلی.

بيلګه:

$$f(x) = \frac{3}{4}x - 3$$

له دي لاس ته راځي چی : P_y کواوردينات (0,-3) لري. د دي لپاره ليکو: $P_y(0,-3)$

په ياد ولرئ: د y محور سره د تقاطع ټکی د $f(x) = a_1x + a_0$ بڼي د ټولو کرښيزو توابعو لپاره کيدی شي مستقيماً له تابع مساوات څخه و لوستل شي. له دي څخه لاس ته راځي: $P_y(0, a_0)$

P_x د x محور يا پراه محور سره غوڅټکی يا د تقاطع ټکی(Abszisse) :

د ټولو ټکو د y ارزښت (د تابع ارزښت) ، چي دx په محور پراته دي، ارزښت 0 لري.

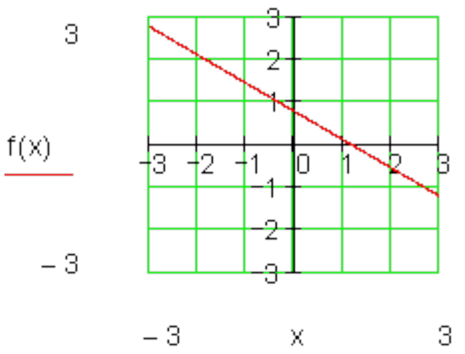
حل: د $P(x \mid f(x))$ له امله لرو: $P_x(x \mid 0) \Rightarrow f(x) = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بيلګه:

د لاندې تابع د محوررونو سره د تقاطع ټکي وټاکی او ګراف يې رسم کړی.

$$f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$$



د y محور سره د تقاطع ټکی

$$f(0) \Rightarrow \underline{P_y\left(0 \,|\, \frac{3}{4}\right)}$$

د x محور سره د تقاطع ټکی

$$f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4} = 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4} = 0 \,|\, -\frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}x = -\frac{3}{4} \,|\cdot \left(-\frac{3}{2}\right) \Leftrightarrow x = x_s = \frac{9}{8}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(\frac{9}{8} = 1{,}125 \,\middle|\, 0\right)}}$$

د x محور سره د تقاطع ټکی د x کواوردينات (پروت سيستم) هم صفرځای بلل کيږي.

ځکه چي د دې -x ارزښت لپاره (په دې ځای کي x) د تابع ارزښت صفر دی.

تمرين ۲ :

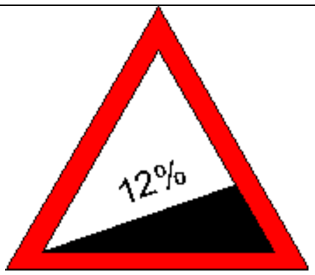
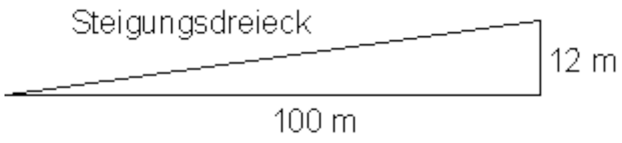
(c) ketabton.com: The Digital Library

د محوررونو سره د تقاطع ټکي وشمیرئ او د $f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$ لپاره ګراف و کاږئ.

او په $f(x)$کي د اینوولو سره صفرځایونه و ازمایئ.

2.1.3.جګیدنه(جګوالی) یا میلاند :

زیات ګاډي یا موټر کړئ شي فقط کم جګوالی ووهلی شي. له دې امله په غرونو کې غاخیز ې پټلی یا د پړو (د وسپنې پړو) (د جګیدن کوټې لپاره) کینسول کیږي یا نسبیږي یا غزیږي، دا هم د مایلو واټنونو لپاره.:

	د سرکتخته باندې ،، 12%جګوالی،، په دې معنا دی: په 100 m متره پروت (افقي) واټن په 12 m متره جګیږي. په لاندې کې Steigungsdreieck = د جګیدنې درېګوډی یا- مثلث 

دجګوالی توپیر او افقی کرښې تر منځ تناسب جګوالی یا میلان بلل کیږي.

په انځور شوی حالت کي دی: $12\,m : 100\,m = 0{,}12 \triangleq 12\%$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پیژندنه(تعیف):

جګوالی=m = مخامخ اړخ پر ګاوندي اړخ

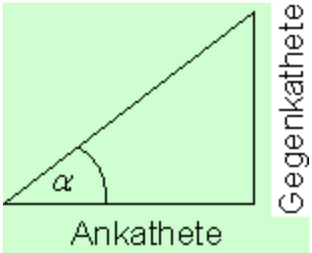
= تانجنت α ۱

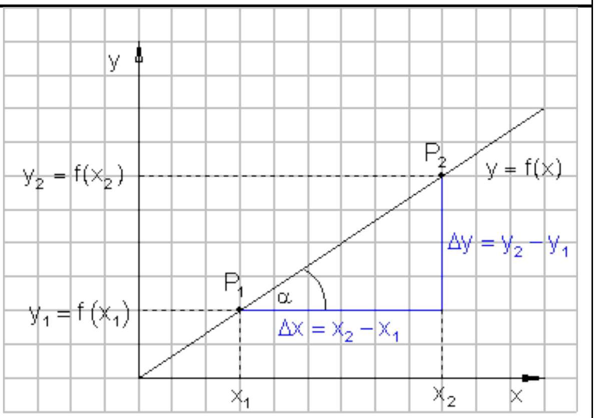
$$\tan\alpha = \frac{\text{مخامخارخ}}{\text{په پروت اړخ}} = m = \text{جګوالی}$$

کونج α ۱ د جګوالي کونج هم بلل کیږي.

لاندې الماني په پښتو:

ولاړ:مخامخ اړخ، پروت: په پروت اړخ





په ښکته کې تشکیل ګراف کې یوه سرچینه یزه کرښه جوړه ده، چې له ټکو P_1 او P_2 څخه تیریږي.

د کرښې جګوالی دې د ټکو او کواوردیناتو په مرسته پیدا شی.

د ګاونډي او مخامخ اړخونو اوږدوالی د د دواړو ټکو د کواوردیناتو دکمښت(تفریق) له لارې کره شوی.

د کمښت یا توپیر لپاره لیکو:

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

همداسې

$$\Delta y = y_2 - y_1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

قضيه:

د جګيدني مثلث څخه د کرښې جګوالی شمیرل کيدی شي:

جګوالی $= m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x)_1}{x_2 - x_1} = \tan(\alpha)$

په يوه کواوردیناتسیستم کې د کرښې جګوالی د يوه په خوښه قايمالزاويه مثلث (ولاړګوډيز درېګوډی) د پراته اړخ په مخامخ اړخ تناسب دی ، چې اوږد اړخ يا نيمی يا قطر Hypotenuse يې د تابع د ګراف برخه ده.

ګومان مو نږدې دی، چې د a_1 ضريب د کرښې مساواتو $f(x) = a_1x + a_0$ د جګوالي دنده په غاړه لري.

دا بايد اوس وښوول شي.

غوښتنه:

جګوالی m د کرښمساواتو ضريب a_1 په ګوته کوي..

$f(x) = a_1x + a_0$

ښوونه:

$f(x_2) = a_1x_2 + a_0 \qquad f(x_1) = a_1x_1 + a_0$

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{a_1x_2 + a_0 - (a_1x_1 + a_0)}{x_2 - x_1}$$

$$= \frac{a_1x_2 + a_0 - a_1x_1 - a_0}{x_2 - x_1} = \frac{a_1x_2 - a_1x_1}{x_2 - x_1} = \frac{a_1(x_2 - x_1)}{x_2 - x_1} = a_1 \Rightarrow \underline{\underline{m = a_1}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

جمله :

د یوه کرښیز تابع $f(x) = a_1x + a_0$ د ګراف جګوالی چې له ټکو $P_1(x_1, y_1)$ او $P_2(x_2, y_2)$ څخه تیریږي د ضریب a_1 لخوا ټاکل کیږي.

$$a_1 = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \tan\alpha$$

په لنډه بڼه

$$\underline{\underline{a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}}$$

که د یوې کرښې دوه ټکي د کواورردیناتي له لارې ورکړ شوي وي، نو کیدی شي، چې

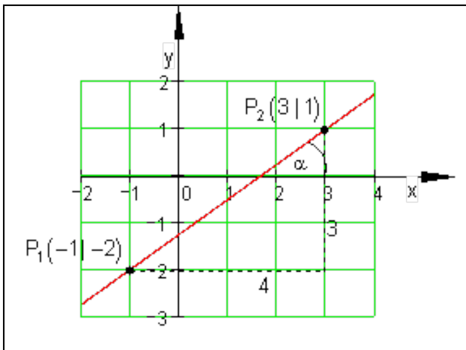
اول . کرښې رسمیږي، که دواړه ټکي سره و نښلول شي او دا داسې مځ ته راغلي کرښه له ټکو اخوا وغزوي.

دویم. د کرښې جګوالی د د جګوالي مثلث په مرسته وشمیری

بیلګه :

$P_1(-1|-2)$ او $P_2(3|1)$

دې د یوې کرښې ټکي وي، چې جګوالی یې ټاکل کیږي



$P_1(\underbrace{-1}_{x_1}|\underbrace{-2}_{y_1}) \Rightarrow x_1 = -1$ او $y_1 = -2$

$P_2(\underbrace{3}_{x_2}|\underbrace{1}_{y_2}) \Rightarrow x_2 = 3$ او $y_2 = 1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

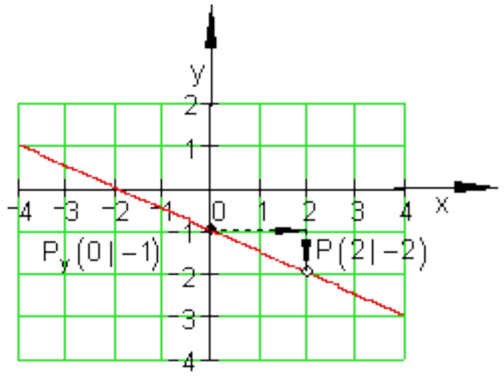
$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-(-2)}{3-(-1)} = \frac{1+2}{3+1} = \frac{3}{4} = tg(\alpha)$$

$$\alpha = arctg\left(\frac{3}{4}\right)$$

د جبشمیري په مرسته لرو: $\Rightarrow \alpha \approx 36{,}87^0$

2.1.4.د فنکشنونو (توابعو) د ګراف رسمول

د کرښیزې تابع ګراف تل کرښه ده. د یوې کرښې د رسمولو لپاره دوه ټکي اړین یا ضروري دي. که د تابع مساوات معلوم وي، نو د y محور سره غوځیکی یا د تقاطع ټکی P_y هم پیژنو. دویم ټکی د جګوال له لارې لاس ته راوړی شو(د جګوالي مثلث).

بیلګه :	
$f(x) = -0{,}5x - 1$ $a_1 = -0{,}5 = -\frac{1}{2} \quad a_0 = -1$ ګراف د y محور په P_y (0,-1) کي غوځوي یا قطعه کوي. دا ټکی په کواوردینات سیستم کي رسمو. د P_y څخه دوه واحده یا یونونه ښي لورته ځو او یو واحد یا یوون کښته لور ته. موږ P(2,-2) لاس ته راوړو. اوس د P_y P سره نښلوو او کرښه دواړو لورو ته غزوو.	

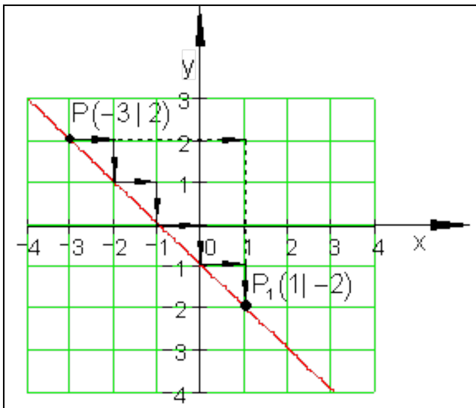
(c) ketabton.com: The Digital Library

که غواړو د کرښې له يوه ټاکلې ټکي څخه، د جګوالي مثلث له لارې دويم ټکی ته راشو، کيدی شي دا لاندې لنډه بڼه په ياد کې ونيسو:

په ياد ولرئ: د مخرج واحدونه ښي لور ته ، د صورت واحدونه د مخنخښې په واک يا تابعيت کې پورته يا کښته لور ته.

دلته باور لري: د + لپاره پورته لور ته او - لپاره کښته لور ته

که دواړه ټکي ډېر نږدې پراته وي دا تلنلار کيدی شي ډېرواره و کارول شي. که د جګوالي ضريب a_1 يو ټول(تام) عدد هم وي، دويم ټکی په دې ډول ټاکل کيدی شي، څکه چې هر عدد کيدی شي په کسر بدل شي.

	بيلګه: ټکی P(-3,2) په کرښه پروت دی، چې جګوالی يې a1=-1 دی. $a_1 = -1 = -\frac{1}{1}$ که څلور پله مخ ته لاړ شو، نو دواړه ټکي يو له بل پوره لرې پراته دي چې يوه سوچه کرښه رسم کړای شو. له P څخه هر ځل څلور پله يا قدمونه ښي لورته ځو او يو پل کښته لورته او ټکي P_1 لاس ته راوړو. څلور پله ښي لور او څلور پله کښته لور ته مو همغې برابرې نتيجې ته بيايي.

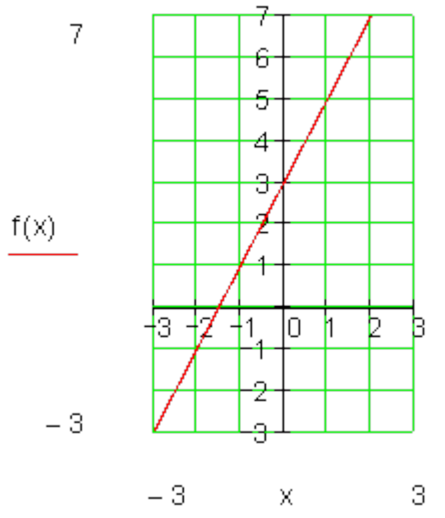
(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه:

$$y = f(x) = 2x+3$$

$$a_1 = 2 = \frac{2}{1} \qquad a_0 = 3$$

ګراف د y محور په $P_y(0|3)$ کې غوڅوي. دا ټکی په پروتولاړ – یا کواودینات سیستم کاږو. له P_y یو یوون (واحد) ښي لور ته ځو او دوه یوونه پورته لور ته. موږ ټکی P(1;5) لاس ته راوړو. اوس P_y او P سره تړو او کرښه دواړولورو ته غزوو.



2.1.5.تمرینونه :

د محورونو د تقاطع ټکي وشمیرئ او کرښې رسم کړئ.

د لاندې کرښو ګرافونه د امکان تر حده بې له جدول څخه رسم کړئ.

د دې لپاره د y محور او د جګوالي مثلث څخه کار واخلئ. او x محورسره د تقاطع ټکی وشمیرئ او د ګرافونو له مخې یې و ازمایئ.

اول – $f(x) = 2x - 5$ دویم - $f(x) = -x + 3$ دریم - $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم - $f(x) = -\frac{1}{2}x - 2$ پنځم - $f(x) = \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}$ شپږم - $f(x) = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{2}$

اوم - ا $f(x) = \frac{2}{3}x + 2$ تم - $f(x) = -\frac{3}{4}x - 1$

نهم - $f(x) = -3x + \frac{5}{10}$ لسم - $f(x) = \frac{5}{7}x - \frac{12}{4}$

2.1.6.کليمې او د انځورولو ډولونه يې

د f(x)تابع گراف ليدشکل K_f هم بلل کيږي.

په ولاړکونجيز - يا قايم االزاويه کواوردينات کې هر ټکی P يو x او y کواوردينات P (x | y) لري.

د x کواوردينات د f(x) تابع مستقله يا خپلواکه متحوله ده.

د y کواوردينات دf(x) تابع ارزښت په گوته کوي. له دې امله زيات وخت د دې لپاره ليکدود y = f(x) استعمالول کيږي.

د کرښيزو توابعو لپاره په ځانگړي ډول لاندې ليکدود عادي دی:

y = f(x) = mx + b د کرښې مساوات بلل کيږي او فقط د $f(x) = a_1x + a_0$ لپاره بل ليکندود دی، کوم سره چې $m = a_1 \wedge b = a_0$ باور لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

يو کرښيز مساوات په مختلفو اشکالو رامنځ ته کيدی شي:

د کرښيز مساوات عمومي بڼه:

$Ax + By + C = 0$

بيلګه: $3x + 2y + 4 = 0$

د کرښيز مساوات د محور برخو په بڼه

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

بيلګه:

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$$

د نورو شميرنو لپاره هدفمند دی، چي دا مساوات په لاندې معلومه یا پیژندل شوې بڼه راوړو:

$y = f(x) = mx + b$ یا $y = f(x) = a_1x + a_0$

تمرينونه۳:

دK_f f کرښيزي تابع ليدعکس دی د $f(x) = 1,5x - 2;\ x \in \mathbb{R}$. سره .

د یوې f تابع د کرښيز ليدخيره K_f د تابع ګراف هم بللکيږي.

الف – ایا تکی $P(2,5 \mid 1,75)$ د K_f په کرښه پروت دی؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب - ټکي $A(x_A|4)$ او $B(-2|y_B)$ په K_f پراته دي. x_A او x_B وټاکئ.

پ – د f(x) صفرځای وشميرئ.

ت – د کوم x -ارزښت لپاره f(x) > 0 باور لري؟

ټ – د f(x) ارزښتورشو يا ساحه وټاکئ، که $D = R_+^x$ و ټاکل شي.

ث – ګراف g دK_f راکښني له لارې ، چې د y په لور منځ ته راځي او له ټکي N(4 | 0). تيرېږي.

بيلګه:

د ،، پومس (سره شوي الوګان)،، ګرندی رستورانت د پومس لپاره هره ورځ 19 kg تازه غوړي په کار لري. تر اوسه په زخيره ځای کې 250 kg شتون لري.

الف – د تابع مساوات وکاږئ او په يوه مناسب کواوردیناتسيست (پروتولاړ سيستم) کي يې ګراف رسم کړئ.

ب – په زخيره ځای کې د95 kg پاتې غوړيو وروسته بايد د رستورانت مشر د نورو پوښتنه وکړي(فرمايش ورکړي). له څو ورځو ورسته بايد دا فرمايش صورت ونيسي؟

پ – دا غوړي څومره دوام لرودی شي، که سملاسي پسې را ونه غوښتل شي؟
الف ته حل -

خپلواک اووښتوني يا متحوله x د وخت لپاره ده چې په ورځو يې ښايو.

بلواکه متحوله يا تابع متحوله f(x) د پاتې سټ(ډېرئ) په کيلوګرام غوړيو لپاره ده.

پيل ارزښت 250 kg دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تغيرکچه منفي(کميزه) ده او 19kg/Tag يا ورځ / ۱۹ کيلوګرام ده.

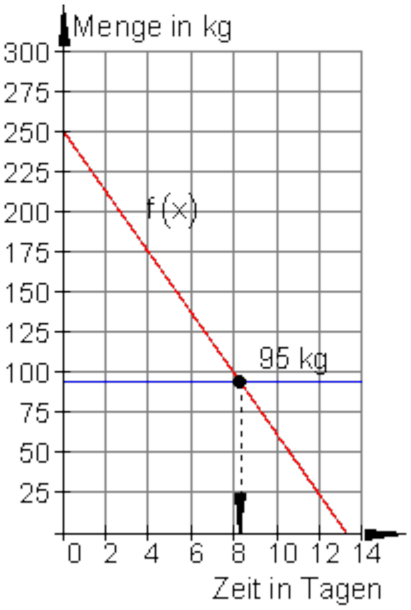
دا چې کرښيزې اړيکې شتون لري، نو باور لري:

$$f(x) = a_1x + a_0$$

د $a_1 = -19$ او $a_0 = 250$ سره کيږي

$$f(x) = -19x + 250$$

ولاړ: ډېرئ يا ست په کيلوګرام



وخت په ورځو

ب ته حل – د 95 kg فرمايش ورکولو سره لاندې باور لري:

$$f(x) = 95 \Leftrightarrow -19x + 250 = 95 \mid \cdot(-1)$$

$$\Leftrightarrow 19x - 250 = -95 \mid +250$$

$$\Leftrightarrow 19x = 155 \mid : 19$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{155}{19} \approx 8{,}156$$

فرمايش بايد د 8 ورځو په شاوخوا کې صورت ونيسي.

پ ته حل – د y -محور سره د ګراف د تقاطع يا غوښتکی دې وټاکل شي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\begin{aligned} f(x) = 0 \quad &\Leftrightarrow -19x + 250 = 0 \mid \cdot(-1) \\ &\Leftrightarrow 19x - 250 = 0 \mid +250 \\ &\Leftrightarrow 19x = 250 \mid : 19 \\ &\Leftrightarrow x = \frac{250}{19} \approx 13{,}158 \end{aligned}$$

غوړي لا نږدې تر 13 ورځو رسيږي.

2.1.7.د تمرينونو حل :

تمرين ۱ : تمرين ۱ : د D ټول عددي (تام عددي) ارزښت لپاره ارزښتجدول وليکئ او د ګراف رسم يې وکاږئ.

$f(x) = \frac{3}{4}x - 3$ تعريف سټ $D = \{x \mid -1 \leq x \leq 5\}_{\mathbb{R}}$ ،

د تعريفست D لپاره د ارزښت سټ W وټاکئ.

ګراف په کومو ټکو کې د وضعيه قيمت سيستم محورونه قطع کوي؟

حل :

$$f(x) = \frac{3}{4}x - 3 \qquad D = \{x \mid -1 \leq x \leq 5\}_{\mathbb{R}}$$

$$f(-1) = \frac{3}{4}\cdot(-1) - 3 = -\frac{3}{4} - 3 = -\frac{3}{4} - \frac{12}{4} = -3{,}75$$

$$f(0) = \frac{3}{4}\cdot 0 - 3 = -3$$

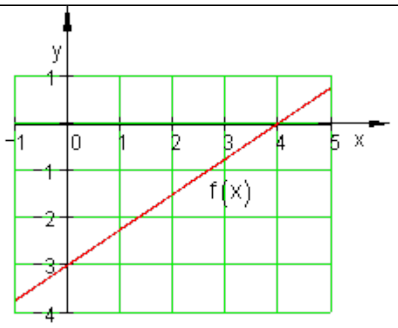
$$f(1) = \frac{3}{4}\cdot 1 - 3 = \frac{3}{4} - 3 = \frac{3}{4} - \frac{12}{4} = -\frac{9}{4} = -2{,}25$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(2)=\frac{3}{4}\cdot 2-3=\frac{3}{2}-3=\frac{3}{2}-\frac{6}{2}=-\frac{3}{2}=-1,5$$
$$f(3)=\frac{3}{4}\cdot 3-3=\frac{9}{4}-3=\frac{9}{4}-\frac{12}{4}=-\frac{3}{4}=-0,75$$
$$f(4)=\frac{3}{4}\cdot 4-3=3-3=0$$
$$f(5)=\frac{3}{4}\cdot 5-3=\frac{15}{4}-3=\frac{15}{4}-\frac{12}{4}=\frac{3}{4}=0,75$$

جدول او ګراف:

x	−1	0	1	2	3	4	5
f(x)	−3,75	−3	−2,75	−1,5	−0,75	0	0,75



$W=\{y\,|\,-3,75\le y\le 0,75\}_{\mathbb{R}}$

$P_x(4|0)$ او $P_y(0|-3)$

تمرین ۲ -

د محورونو سره د تقاطع ټکي وشمیرۍ او د $f(x)=-\frac{2}{3}x+\frac{3}{4}$ لپاره ګراف و کاږۍ.

او په f(x) کي د ایښوولو سره صفرځایونه و ازمایی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل :

$$f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$$

د y- محور سره د تقاطع يا غوڅټکی:

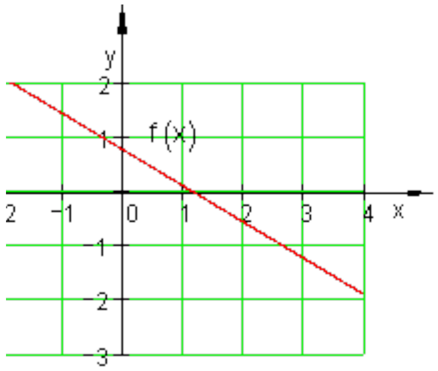
$$f(0) = \frac{3}{4} \Rightarrow P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{3}{4}\right)$$

د x– محور سره غوڅټکی:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4} \,\Big|\, -\frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}x = -\frac{3}{4} \,\Big|\, \cdot\left(-\frac{3}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{9}{8} \Rightarrow P_x\left(\frac{9}{8} \,\middle|\, 0\right)$$



ازمايينت

$$f\left(\frac{9}{8}\right) = -\frac{2}{3}\cdot\frac{9}{8} + \frac{3}{4} = -\frac{18}{24} + \frac{3}{4} = -\frac{3}{4} + \frac{3}{4} = 0$$

تمرين ۳ : حل.

تمرينونه۳:

K_f د f کرښيزې تابع ليدعکس دی د $f(x) = 1,5x - 2;\ x \in \mathbb{R}$. سره .

د يوې f تابع د کرښيز ليدڅېره K_f د تابع ګراف هم بللکيږي.

الف – ايا تکی $P(2,5\,|\,1,75)$؛ د K_f په کرښه پروت دی؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب - ټکي $A(x_A|4)$ او $B(-2|y_B)$ په K_f پراته دي. x_A او x_B وټاکئ.

پ – د $f(x)$ صفرځای وشمېرئ.

ت – د کوم x -ارزښت لپاره $f(x) > 0$ باور لري؟

ټ – د $f(x)$ ارزښتورشو یا ساحه وټاکئ، که $D = R_+^x$ و ټاکل شي.

ث – ګراف g دK_f راکښني له لارې ، چې د y - په لور منځ ته راځي او له ټکي N(4 | 0).

تیرېږي.

و الف ته حل- f(x) = 1,5x-2

ازماېښت:

P(2,5;1,75):f(2,5)=1,5.2,5 – 2 = 1,75 =>

P په کرښه K_f پروت دی یا $P \in K_f$.

و ب ته حل -

$A(x_A|4):\quad f(x_A) = 1{,}5 \cdot x_A - 2 = 4$

$\Rightarrow \quad 1{,}5 \cdot x_A - 2 = 4 \,|+2$

$\Leftrightarrow \quad 1{,}5 \cdot x_A = 6 \,|:1{,}5$

$\Leftrightarrow \quad x_A = 4$

$B(-2|y_B):\quad f(-2) = 1{,}5 \cdot (-2) - 2 = y_B$

$\Rightarrow y_B = 1{,}5 \cdot (-2) - 2 = -5$

و پ ته حل –

صفرځایونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=0 \Leftrightarrow 1{,}5x-2=0 \Leftrightarrow 1{,}5x-2=0\,|+2$$
$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}x=2\,|\cdot 2 \Leftrightarrow 3x=4\,|:3 \Leftrightarrow x=\frac{4}{3} \Rightarrow P_x\left(\frac{4}{3}\,\middle|\,0\right)$$

و ت ته حل –

$$f(x)=1{,}5x-2>0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}x-2>0\,|+2 \Leftrightarrow \frac{3}{2}x>2\,|\cdot\frac{2}{3}$$
$$\Leftrightarrow x>\frac{4}{3} \Rightarrow \text{Für } x>\frac{4}{3} \text{ ist } f(x)>0$$

و ټ حل –

$f(x)=1{,}5x-2 \quad D_f=\mathbb{R}^*_+$ ($\mathbb{R}^*_+$ په دې معنا چې $0<x$) ($x>0$)

$$\Rightarrow f(x)>-2 \quad \Rightarrow \quad W_f=\{y\,|\,y=f(x)>-2\}$$

و ث ته حل- د y په لور راکښنه له ټکي N(4;0) څخه غبرگې (موازي) کرښې g(x) =(3/2)x +a0 لاس ته راځي.

د لاندې سره ازماېښت:

$$N(4\,|\,0):\Rightarrow g(4)=0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}\cdot 4+a_0=0 \Leftrightarrow 6+a_0=0\,|-6 \Leftrightarrow a_0=-6$$

g(x) =(3/2)x -6 و g(x) =(3/2)x -2 ته چې له ټکي N(4;0) تيرېږي، غبرگه ځغلي.

حلونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

کرښیز توابعو تمرینونه I

نتیجې او مفصل حلونه

نتیجې :

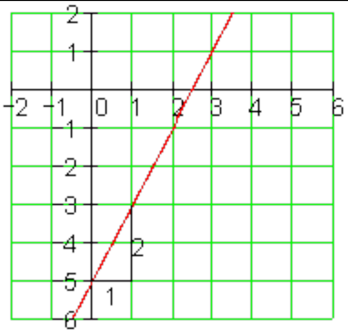
لومړی- د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ	$P_y(0 \mid -5);\ a_1 = \frac{2}{1};\ P_x\left(\frac{5}{2} \,\middle|\, 0\right)$
دویم- د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ	$P_y(0 \mid 3);\ a_1 = -\frac{1}{1};\ P_x(3 \mid 0)$
درېم- د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ	$P_y(0 \mid 1);\ a_1 = \frac{1}{2};\ P_x(-1 \mid 0)$
څلورم - د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ	$P_y(0 \mid -2);\ a_1 = -\frac{1}{2};\ P_x(-4 \mid 0)$
پنځم - د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ	$P_y\left(0 \,\middle|\, -\frac{1}{2}\right);\ a_1 = \frac{1}{3};\ P_x\left(\frac{3}{2} \,\middle|\, 0\right)$
شپږم - د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ	$P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{3}{2}\right);\ a_1 = -\frac{1}{4};\ P_x(6 \mid 0)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوم - د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورى	$P_y(0\mid 1);\ a_1=\frac{2}{3};\ P_x(-3\mid 0)$
اتم - د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورى	$P_y(0\mid -1);\ a_1=-\frac{3}{4};\ P_x\left(-\frac{4}{3}\,\middle|\,0\right)$
نهم - د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورى	$P_y\left(0\,\middle|\,\frac{1}{2}\right);\ a_1=-\frac{3}{1};\ P_x\left(\frac{1}{6}=0,1\bar{6}\,\middle|\,0\right)$
لسم - د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورى	$P_y(0\mid -3);\ a_1=\frac{5}{7};\ P_x\left(\frac{21}{5}=4,2\,\middle|\,0\right)$

مفصل حلونه:

لومړى

د تابع مساوات $f(x)=2x-5 \Rightarrow P_y(0\mid -5)$ جګوالى $a_1=2=\frac{2}{1}$ د x محور سره د تقاطع ټکى $f(x)=0 \Leftrightarrow 2x-5=0$ $\Leftrightarrow x=\frac{5}{2} \Rightarrow P_x\left(\frac{5}{2}\,\middle|\,0\right)$	

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم:

د تابع مساوات

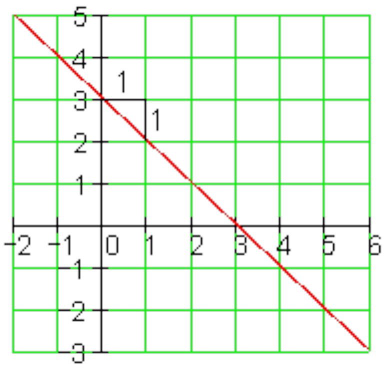
$$f(x) = -x + 3 \Rightarrow P_y(0 \mid 3)$$

جګوالی: $a_1 = -1 = -\frac{1}{1}$

د x محور سره د تقاطع ټکی

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -x + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \Rightarrow P_x(3 \mid 0)$$



دريم-

د تابع مساوات

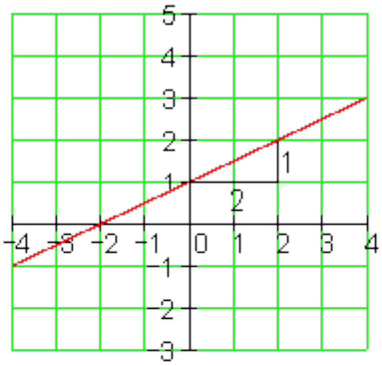
$$f(x) = \frac{1}{2}x + 1 \Rightarrow P_y(0 \mid 1)$$

جګوالی : $a_1 = \frac{1}{2}$

د x محور سره د تقاطع ټکی

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -2 \Rightarrow P_x(-2 \mid 0)$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

ځلورم: د تابع مساوات

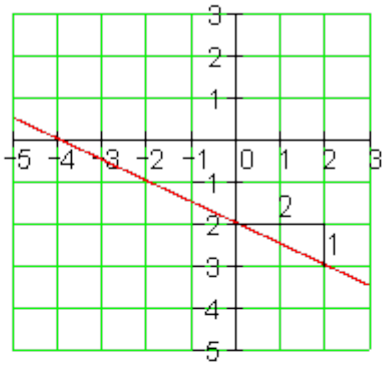
$$f(x) = -\frac{1}{2}x - 2 \Rightarrow P_y(0 \mid -2)$$

جګوالی: $a_1 = -\frac{1}{2}$

د x محور سره د تقاطع ټکی

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -4 \Rightarrow P_x(-4 \mid 0)$$



پنځم -

د تابع مساوات

$$f(x) = \frac{1}{3}x - \frac{1}{2} \Rightarrow P_y\left(0 \middle| -\frac{1}{2}\right)$$

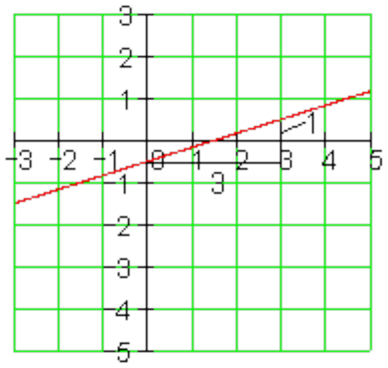
جګوالی $a_1 = \frac{1}{3}$

د x محور سره د تقاطع ټکی

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3}x - \frac{1}{2} = 0 \mid + \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3}x = \frac{1}{2} \mid \cdot 3$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{3}{2} \Rightarrow P_x\left(\frac{3}{2} \middle| 0\right)$$



شپږم -

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تابع مساوات

$$f(x) = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{2} \Rightarrow P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{3}{2}\right)$$

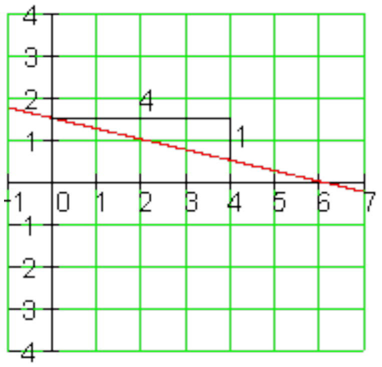
جګوالی $a_1 = -\frac{1}{4}$

د x محور سره د غوځي يا تقاطع ټکی

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{4}x + \frac{3}{2} = 0 \,|-\frac{3}{2}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{4}x = -\frac{3}{2} \,|\cdot(-4)$$

$$\Leftrightarrow x = 6 \Rightarrow \underline{\underline{P_x(6 \mid 0)}}$$



اوم -

د تابع مساوات

$$f(x) = \frac{2}{3}x + 2 \Rightarrow P_y(0 \mid 2)$$

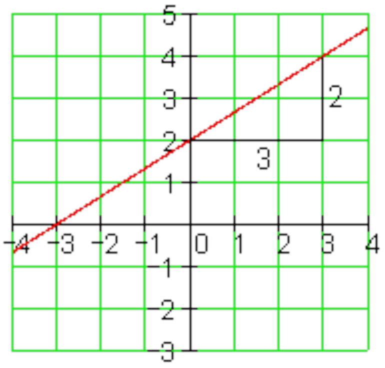
جګوالی $a_1 = \frac{2}{3}$

د x محور سره د تقاطع ټکی

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{2}{3}x + 2 = 0 \,|-2$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{3}x = -2 \,|:\frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow x = -3 \Rightarrow \underline{\underline{P_x(-3 \mid 0)}}$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم – د تابع مساوات

$$f(x) = -\frac{3}{4}x - 1 \Rightarrow P_y(0 \mid -1)$$

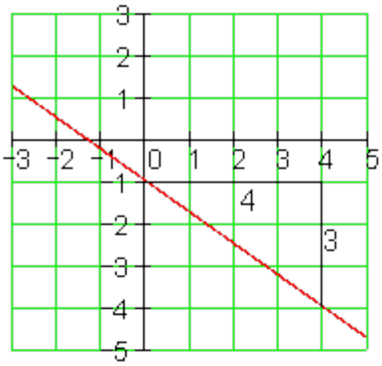
جګوالی $a_1 = -\frac{3}{4}$

د x محور سره د تقاطع ټکی

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{4}x - 1 = 0 \mid +1$$

$$\Leftrightarrow -\frac{3}{4}x = 1 \mid : \left(-\frac{3}{4}\right)$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{4}{3} \Rightarrow P_x\left(-\frac{4}{2} \mid 0\right)$$



نهم -

د تابع مساوات

$$f(x) = -3x + \frac{5}{10} \Rightarrow P_y\left(0 \mid \frac{1}{2}\right)$$

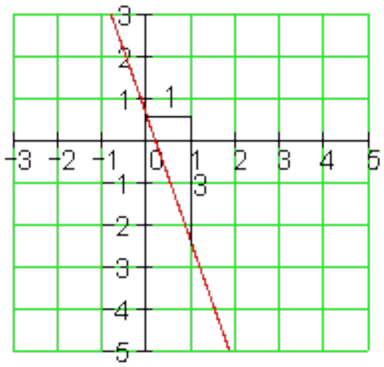
جګوالی $a_1 = -3 = -\frac{3}{1}$

د x محور سره د تقاطع ټکی

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -3x + \frac{1}{2} = 0 \mid -\frac{1}{2}$$

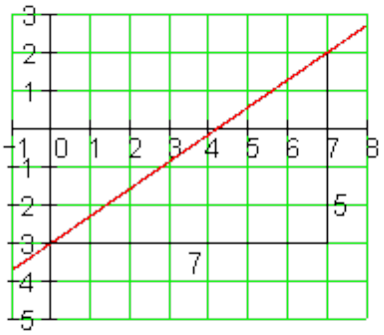
$$\Leftrightarrow -3x = -\frac{1}{2} \mid : (-3)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{6} \Rightarrow P_x\left(\frac{1}{6} = 0,1\overline{6} \mid 0\right)$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

لسم -



د تابع مساوات

$$f(x)=\frac{5}{7}x-\frac{12}{4}\Rightarrow P_y(0|-3)(0\,|-3)$$

جګوالی $:\ a_1=\frac{5}{7}$

د x محور سره د تقاطع ټکی

$$f(x)=0\Leftrightarrow\frac{5}{7}x-3=0|+3$$

$$\Leftrightarrow\frac{5}{7}x=3|:\frac{5}{7}$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{21}{5}\Rightarrow P_x\left(\frac{21}{5}=4,2\,\middle|\,0\right)$$

2.1.پوښتنې

کربنيز مساواتI .

لومړی - د لاندې توابعو ګرافونه هر يو په يوه کواورډينات سيستم کې وکاږئ

الف - $f(x)=-\frac{2}{3}x+2$ ب = $f(x)=2x-4$ پ = $f(x)=-\frac{5}{4}x+1$

ت = $f(x)=-4x+5$ ټ = $f(x)=-0,3x$ ث - $f(x)=2,5$

دويم - و ازمايئ، چې کرښه په P_1 او P_2 کې سرچينه پيژه کرښه ده.

الف - $P_1(2|4);P_2(-1,5|-3)$ ب = $P_1(-1|3,5);P_2(2|-2)$

دريم - د کوم x ارزښت لپاره $f(x)>0$ باور لري.؟

الف - $f(x)=0,4x+1$ ب = $f(x)=-1,5(x-2)$ پ = $f(x)=\frac{x}{5}-\frac{7}{5}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم - د کرښيزې تابع ارزښت جدول معلوم دی. د تابع ترم او د محورونو د تقاطع ټکي معلوم کړی.

الف -

x	0	1	2	3	4	5
y	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5

ب =

x	−1	0	1	2
y	−3	−1	1	3

پنځم - کرښيز ه $f(x) = 3 - \frac{12}{7}x$ تابع ورکړ شوې

الف - ګراف رسم کړی او(f (-1 په ګوته کړی

ب = ايا $P(\sqrt{7} \mid -1{,}54)$ يا ټکی د f(x) په ګراف پروت دی؟

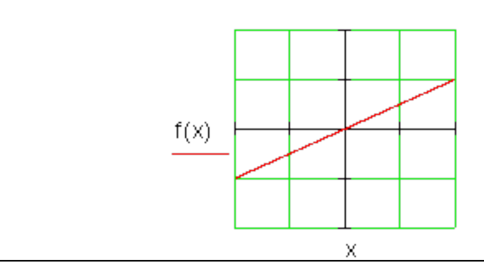
پ = تعريع ساحه D دې داسې محدوده شي، چې باور ولري :

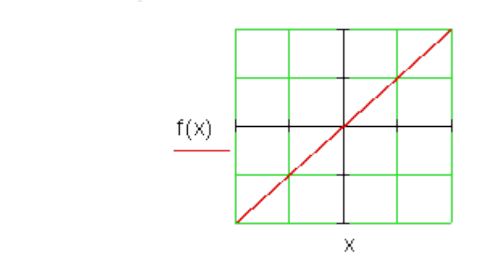
$W_f = \{y \mid 1 \le y < \infty\}$ او D_f وټاکی.

ت = د k د کوم ارزښا لپاره $f(\sqrt{2k}) < 0{,}6$? دی؟

شپږم - د $g(x) = 0{,}75x + 3$ او د $h(x) = -x - 2{,}5$ توابع ورکړ شوي.
کرښه h دې د y په لور داسې راکښل شي(يا دې داسې تغير ورکړ شي)، چې g او تغير خوړلي کرښه h د x محور په همغه ټکي کې قطع (غوڅ) کړي.

د تغير خوړلي کرښي لپاره د f(x) تابع ترم وټاکی يا پيدا کړی.
اوم - کيدی شي لاندې ګرافونه همغه کرښه انځور کړي؟ دلايل يې راوړی



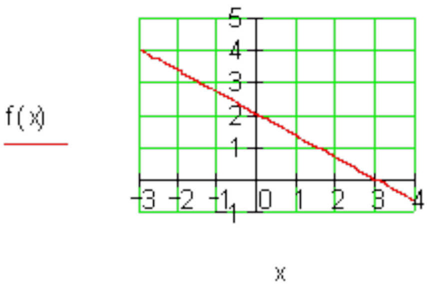
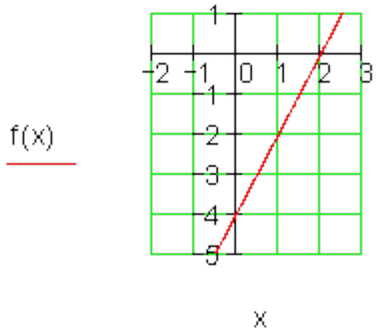
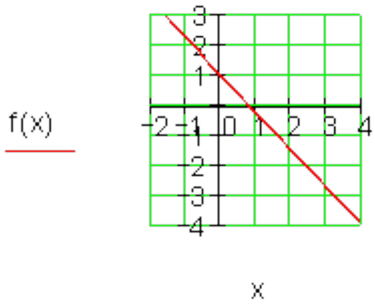
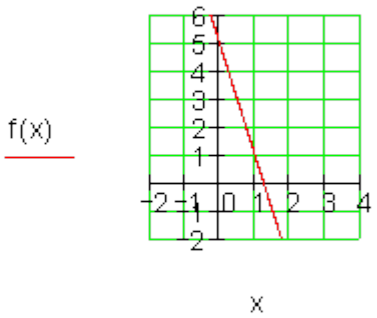


(c) ketabton.com: The Digital Library

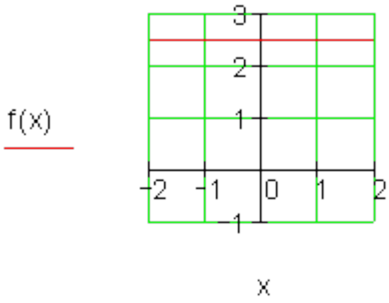
څوابونه کربنیز مساوات لومړی برخه.

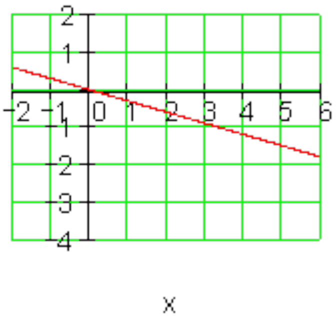
مفصل حلونه

لومړی –

الف- $f(x) = -\frac{2}{3}x + 2$ 	ب- $f(x) = 2x - 4$ 
پ- $f(x) = -\frac{5}{4}x + 1$ 	ت- $f(x) = -4x + 5$ 
ټ- $f(x) = -0,3x$	ث- $f(x) = 2,5$

(c) ketabton.com: The Digital Library





دويم –

الف –

$$f(x)=a_1x+a_0 \quad P_1(2|4);P_2(-2{,}5|-3)$$

جګوالی

$$:a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-3-4}{-1{,}5-2}=\frac{-7}{-3{,}5}=2\Rightarrow f(x)=2x+a_0$$

$$P_1(2|4):\quad f(2)=2\cdot 2+a_0=4\Rightarrow a_0=0\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=2x}}$$

سرچينه ييزه كربنه

ب-جګوالی

$$P_2(2|-2):\quad f(2)=-\frac{11}{6}\cdot 2+a_0=-2\Rightarrow a_0=\frac{5}{3}\Rightarrow f(x)=-\frac{11}{6}x+\frac{5}{3}$$

بي سرچينييزه كربنه

(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم:

الف –

$$f(x) = 0{,}4x + 1 > 0 \Rightarrow 0{,}4x + 1 > 0 \Rightarrow x > -2{,}5$$
$$f(x) = 0{,}4x + 1 > 0 \text{ für } \underline{\underline{x > -2{,}5}}$$

ب =

$$f(x) = -1{,}5(x-2) = -1{,}5x + 3 > 0$$
$$\Rightarrow -1{,}5x + 3 > 0 \mid -3 \quad \Leftrightarrow \quad -1{,}5x > -3 \mid : (-1{,}5) \quad \Leftrightarrow \quad x < \frac{-3}{-1{,}5} = 2$$
$$f(x) = -1{,}5(x-2) > 0 \text{ für } \underline{\underline{x < 2}}$$

$$f(x) = \frac{x}{5} - \frac{7}{5} > 0$$
$$\Rightarrow \frac{x}{5} - \frac{7}{5} > 0 \mid \cdot 5 \quad \Leftrightarrow \quad x - 7 > 0 \mid +7 \quad \Leftrightarrow \quad x > 7$$
$$f(x) = \frac{x}{5} - \frac{7}{5} > 0 \text{ für } \underline{\underline{x > 7}}$$

څلورم:

الف –

$$\underline{\underline{P_y(0 \mid -2)}} \Rightarrow a_0 = -2 \quad \underline{\underline{P_x(4 \mid 0)}}$$
$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0-(-2)}{4-0} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \frac{1}{2}x - 2}}$$

ب =

(c) ketabton.com: The Digital Library

---

x	−1	0	1	2
y	−3	−1	1	3

$\Rightarrow \underline{\underline{P_y(0\,|\,-1)}} \Rightarrow a_0 = -1 \Rightarrow f(x) = a_1x - 1$

$P(1|\,1):\quad f(1) = a_1 \cdot 1 - 1 = 1 \Rightarrow a_1 = 2 \Rightarrow f(x) = 2x - 1$

$f(x_s) = 0 \Rightarrow 2x_s - 1 = 0 \Rightarrow x_s = 0{,}5 \Rightarrow \underline{\underline{P_x(0{,}5\,|\,0)}}$

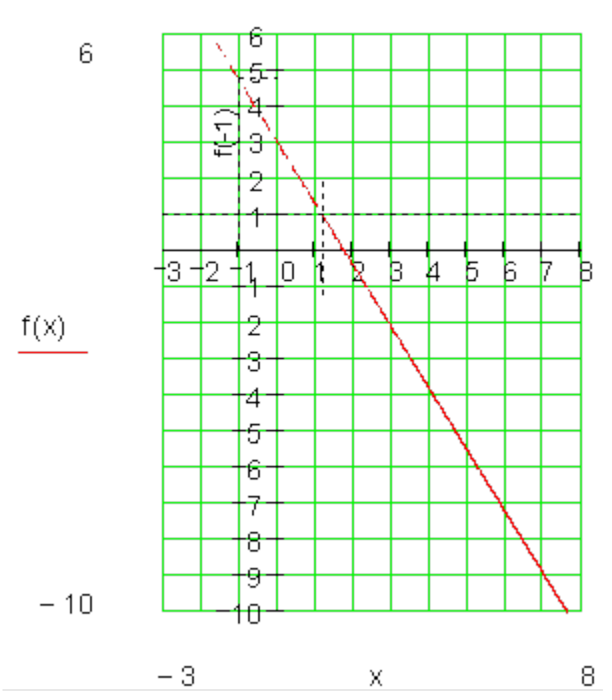
پنځم:

الف –

$$f(x) = 3 - \frac{12}{7}x = -\frac{12}{7}x + 3$$

$$f(-1) = -\frac{12}{7}\cdot(-1) + 3 = 4\frac{5}{7} \approx 4{,}71$$

$f(7) = -9 \quad f(0) = 3$



ب = $P\left(\sqrt{7}\,|\,-1{,}54\right) \Rightarrow f\left(\sqrt{7}\right) = -1{,}53557\ldots \approx 1{,}54$

په دوه لسمیزځایونو گردیري، بیا P په کرښه پرته ده.

پ =

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$W_f = \{y \mid 1 \le y < \infty\} \Rightarrow f(x) \ge 1 \Leftrightarrow -\frac{12}{7}x + 3 \ge 1 \mid -3$$
$$\Leftrightarrow -\frac{12}{7}x \ge -2 \mid \cdot \left(-\frac{7}{12}\right) \Leftrightarrow x \le \frac{14}{12} \Leftrightarrow x \le \frac{7}{6}$$

$$\Rightarrow f(x) \ge 1$$

د $x \le \frac{7}{6}$: لپاره.

$$\Rightarrow D_f = \left\{x \mid -\infty < x \le \frac{7}{6}\right\}_{\mathbb{R}}$$

ت =

$$f\left(\sqrt{2k}\right) < 0,6 \Leftrightarrow -\frac{12}{7}\sqrt{2k} + 3 < 0,6 \mid -3 \Leftrightarrow -\frac{12}{7}\sqrt{2k} < -2,4 \mid \cdot 7$$

$\Leftrightarrow -12 \cdot \sqrt{2k} < -16,8 \mid : (-12) \Leftrightarrow \sqrt{2k} > 1,4 \mid$ مربع کوو

$$\Leftrightarrow 2k > 1,96 \Leftrightarrow k > 0,98$$

د $k > 0,98$ ؛ لپاره $: f\left(\sqrt{2k}\right) < 0,6$ باور لري

شپږم:

دx- محور سره د g(x) غوڅټکی

$$P_{xg}(x_s \mid 0): \quad g(x_s) = 0,75x_s + 3 = 0$$
$$\Rightarrow x_s = -4$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

h(x) او f(x) برابر جګوالی لري.

$a_{1h} = a_{1f} = -1$

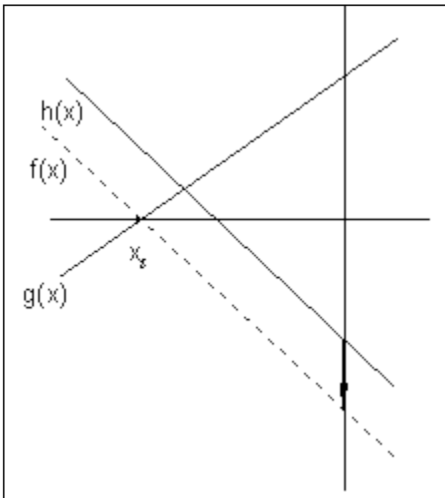
ږدو: $: f(x) = -x + a_{0f}$

$P_{xg} = P_{xf} \quad P_{xf}(-4\,|\,0):$

$\Rightarrow f(-4) = -(-4) + a_{0f} = 0 \Rightarrow a_{0f} = -4$

$\Rightarrow f(x) = -x - 4$

h(x) د x په محور په 1,5- کښنول شوې.



اوم: مفصل حل

دواړه ګرافونه کړی شي همغه يا برابره کرښه انځور کړي، که کچوونی په محور مختلف وټاکل شي

پوښتنې

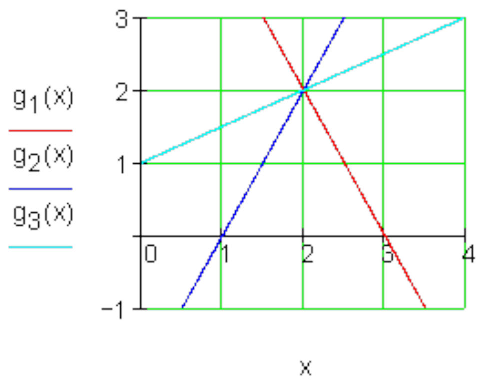
کرښيز مساوات يا - برابرونونه II

لومړی –

د لاندې برابرون له لارې کرښه g ورکړ شوې

g(x) = 2x + 8,2

(c) ketabton.com: The Digital Library



د ځنګ ښيري کرښه وټاکی، چي د$g(x)$ سره غبرګه له ټکي$P(\,2 \mid 2\,)$ تيريږي. د دي کرښي تابع مساوات وټاکی او خپله ټاکنه په دليل ودانه کړی.

دويم –

تکی $P(4,5;\ -3)$ په کرښه چي صفر(سرچينه ييزه کرښه) پروت دی.

تکی $P(3;f(3))$ هم په دي کرښه پروت دی. $f(x)$ وټکی.

دريم –

تکي$A(1;3), B(-1;-7), C\ (\ 2;-2)$ او $D(8;7)$ د مساوات $f(x) = 4x\text{-}3$ سره د کرښي پورته لور ته ، کښته لور ته او که په کرښه پراته دي؟

څلورم –

د کرښي g مساوات وټکی.

الف – $a_1 = -\frac{3}{4}$؛ له $P(1 \mid -2)$ ب - $a_1 = 1{,}5$؛ له $P(-1 \mid -0{,}5)$

پ - له $P_1(2 \mid -4)$ او $P_2(0 \mid -2)$ ت - له سرچيني او $P(-3 \mid -1)$

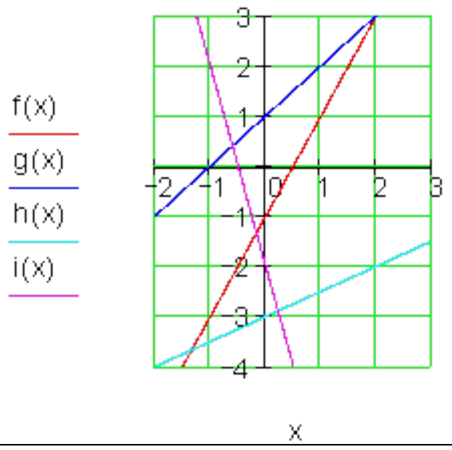
ټ – له $P(-3 \mid 3)$ او وکرښي $g(x) = -\frac{1}{2}x - 5$ ته غبرګ

پنځم- د يوه کرښيز تابع f لپاره $f(2) = -3$ او $f(0) = 5$ باور لري.

د تابع ترم وټاکی او$f(0{,}25)$ او $f\left(\sqrt{2}\right)$ وشمېری.

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم-
له څنګ څيري څخه د تابع
ترم وټاکی. د x مناسب
ارزښتونو له لارې يې
نتيجې و ازمايی.



حلونه

کرښيز برابرونونه II

مفصل حلونه

لومړی –

د غوښتونو کرښو جګيدنه : $a_1 = 2 \Rightarrow g_2$ ده.

کرښه دې له ټکي P(2;2) تيره شي.

$$g_2(x) = 2x + a_{0g2} \quad P(2|2): \quad g_2(2) = 2 \cdot 2 + a_{0g2} \Rightarrow a_{0g2} = -2$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{g_2(x) = 2x - 2}}$$

دويم –

پيل کرښه $f(x) = a_1 x$:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$A(4{,}5|-3):\quad f(4{,}5)=a_1\cdot 4{,}5=-3\Leftrightarrow a_1=-\frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{2}{3}x}}\quad f(3)=-\frac{2}{3}\cdot 3=\underline{\underline{-2}}$$

دريم –

$$f(x)=4x-3$$

$$A(1|3):\qquad f(1)=4\cdot 1-3=1\Rightarrow A(1|3)$$

د کرښې پورته لور ته پرته ده

$$B(-1|-7):\quad f(-1)=4\cdot(-1)-3=-7\Rightarrow B(-1|-7)$$

په کرښه پورته ده

$$C(2|-2):\quad f(2)=4\cdot 2-3=5\Rightarrow C(2|-2)$$

د کرښې کښته لور ته پرته ده

$$D(8|7):\qquad f(8)=4\cdot 8-3=29\Rightarrow D(8|7)$$

د کرښې کښته لور ته پرته ده

ځلورم :

الف-

$$a_1=-\frac{3}{4}\Rightarrow f(x)=-\frac{3}{4}x+a_0$$

$$P(1|-2):\quad f(1)=-\frac{3}{4}\cdot 1+a_0=-2\Rightarrow a_0=-\frac{5}{4}\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{3}{4}x-\frac{5}{4}}}$$

ب-

$$a_1=1{,}5=\frac{3}{2}\Rightarrow f(x)=\frac{3}{2}x+a_0$$

$$P(-1|-0{,}5):\quad f(-1)=\frac{3}{2}(-1)+a_0=-\frac{1}{2}\Rightarrow a_0=1\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=\frac{3}{2}x+1}}$$

پ –

$$P_2(0|-2)\Rightarrow a_0=-2\quad\Rightarrow f(x)=a_1x-2$$

$$P_1(2|-4):\quad f(2)=a_1\cdot 2-2=-4\Rightarrow a_1=-1\quad\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-x-2}}$$

ت - کرښه أه سرچيني

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow a_0 = 0 \Rightarrow f(x) = a_1 x$$

$$P(-3\,|\,-1): \quad f(-3) = a_1 \cdot (-3) = -1 \Rightarrow a_1 = \frac{1}{3} \quad \Rightarrow f(x) = \frac{1}{3}x$$

ت - و $g(x) = -\frac{1}{2}x - 5 \Rightarrow a_1 = -\frac{1}{2} \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{2}x + a_0$ ته غبرګه

$$P(-3\,|\,3): \quad f(-3) = -\frac{1}{2}\cdot(-3) + a_0 = 3 \Rightarrow a_0 = \frac{3}{2} \quad \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}}}$$

پنځم –

$$f(x) = a_1 x + a_0 \quad f(2) = -3 \quad f(0) = 5$$
$$f(0) = a_1 \cdot 0 + a_0 = 5 \Rightarrow a_0 = 5 \Rightarrow f(x) = a_1 x + 5$$
$$f(2) = a_1 \cdot 2 + 5 = -3 \Rightarrow a_1 = -4 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -4x + 5}}$$
$$f(0,25) = -4 \cdot 0,25 + 5 = -1 + 5 = \underline{\underline{4}}$$
$$f\left(\sqrt{2}\right) = -4 \cdot \sqrt{2} + 5 \approx \underline{\underline{-0,657}}$$

شپږم –

a_0 کيدی شي دy محور غوڅتکي ځخه ولوستل شي يا لاس ته راشي.

a_1 ، $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ ، جګيدنه ده ، دا هم لوستل کيدی شي.

$$f(x) = 2x - 1;\ g(x) = x + 1;\ h(x) = 0,5x - 3\ ;\ i(x) = -4x - 2$$

پوښتنې

کسرونه، ترمونه او کرښيز مساوات د تولګي کار چمتووني لپاره

لومړی: وشميرئ:

الف - $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{10}$ ب - $\frac{7}{8} - \frac{2}{7} - \frac{1}{4}$

دويم: وشميرئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - $1\frac{2}{3}\cdot\left(-2\frac{3}{2}\right)$ ب - $4\frac{5}{6}:1\frac{2}{9}$

دريم: نوکان حل يا لرې کړئ او ساده يې کړئ

الف - $3u+\left[4-(2u-1)+8u\right]+7$ ب - $6x-\left[9y-(2x+4z)-(2x+3y-8z)\right]$

څلورم:: سره ضرب يې کړئ او سره يوځای يې کړئ

الف - $\frac{1}{2}(2x-4)-5(2x+8)+\frac{1}{4}(12x-4)$ ب - $(4,2u-2,4v)(5u-10v)$

پنځم: په نوکانو کې يې ګير کړئ.

الف - $-5xu+15xv-10xz$ ب - $\frac{1}{2}xu-\frac{1}{8}xv+\frac{3}{4}xz$

شپږم: د بينوم فرمول په مرسته يې وشمېرئ

الف - $\left(\frac{1}{3}a+b\right)^2$ ب - $\left(\frac{6}{7}m-\frac{1}{8}n\right)^2$

پ - $\left(m+\frac{3}{4}n\right)^2$ ت - $\left(\frac{3}{4}a-2\right)^2$

اوم: لاندې ترمړنه د ضرب په حيث انځور کړئ.

بيلګه: $4a^2+4ab+b^2=(2a)^2+2\cdot 2ab+b^2=(2a+b)^2$

الف - $u^2+2uw+w^2$ ب - $4x^2+12xy+9y^2$

پ - $9-48n+64n^2$ ت - m^2+2m+1

(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم: د لادې توابعو ګراف په يوه مناسب پروتولاړ-يا کواوردیناتسیستم کې وکاږئ

الف - $f(x)=-\frac{5}{4}x+1$ ب - $f(x)=-4x+5$

نهم: يو کرښيز تابع f(x) د $x\in\mathbb{R}$ ؛ f(x)=1,25x+1,5 سره ورکړ شوی

الف -تابع ارزښتونه وشميرئ:

$f(0)$; $f(-1,5)$; $f(0,7)$; $f(\pi)$; $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$; $f(u)$:

ب – تابع په کوم ځای کې ارزښت 5- لري؟

پ – د کوم ارګومنت يا پروتارزښت سره تابع ارزښت مثبت دی؟

ت – و ښايئ، چې f(u+2)-f(u) له uخپلواک دی.

لسم: د لاندې کرښيزو توابعو محورغوڅتکي وټاکی او ګراف يې په يوه پروتولاړسيتم کې وکاږی.

الف - $f(x)=-4x-3,5$ ب - $f(x)=-\frac{8}{3}x+\frac{5}{4}$

يولسم: کرښيز مساوات $f(x)=-\frac{12}{7}x+3$ ورکړ شوی دی.

الف - ګراف يې وکاږئ او $f(-1)$ په نخښنه کړئ.

ب – ايا ټکی $P(\sqrt{7}\mid-1,54)$ د $f(x)$ په ګراف پروت دی؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – د t د کوم ارزښت لپاره $f\left(\sqrt{2t}\right) < 0,6$? دی ؟

دولسم: د f(x) کرښو مساوات وټاکی.

الف - $a_1 = -\frac{3}{4}$ د ټکي $P(1|-2)$ له لارې ب- $a_1 = 1,5$ د ټکي $P(-1|-0,5)$ له لارې

پ - د ټکي $P_1(2|-4)$ او $P_2(0|-2)$ له لارې ت - د سرچینې $P(-3|-1)$ له لارې.

دیارلسم: د کرښيز تابع f لپاره باور لري: f(2)=-3 او f(0)=5 .

د تابع ترم و ټاکئ او وشميرئ f(0,25) او $f\left(\sqrt{2}\right)$.

څوارلسم: د f(x) کرښو مساوات وټاکی.

الف - $P_1(-4|2)$ او $P_2(2|0)$ په کرښه پراته دي

ب - $P_1(1|-2)$ او $P_2(-2|10)$ په کرښه پراه دي.

پ - کرښه محور په x=2 او y=6 کي غوڅوي.

ت – کرښه له ټکو $P_1(-3|1)$ او $P_2\left(1|\frac{11}{3}\right)$ څخه تيريږي.

ټ - کرښه $a_1 = -4,5$ جګوالی لري او له ټکي $P(2|-3)$ تيريږي.

ث- کرښه جګوالی $a_1 = 3$ لري او له ټکي $P(1|1,5)$ تيريږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځلسم: د کرښیز تابع(f(x تابعترم او صفرځای وټاکئ، که دا لاندې معلوم وي.:

$f(1) = -4$ او $f(-4) = 2$

شپاړس: د کرښیز تابع(f(x تابع ترم پیداکړئ، که باور ولري:

الف - $f(1) = 7 ; f(-1) = 3$ ب - $f(a) = 0 ; f(0) = a$ پ - $f(a) = 1 ; f(2a) = -1$

اوه لسم: د میرویس میدان وړوکتون ښوونکې او ښوونکي یا روزونکي د زړه له کومې ،،بریکمن ۱ ،، مارکي چای چښي. اوسنۍ زخیره 1,8 kg چای دی. په ا ونۍ کې 350 g د چې چاینکې لپاره بسیا کوي.

الف - د تابع مساوات ولیکئ، کوم چې دا کړنه تشریح کوي.

ب – له کوم وخته د کافي زخیره تمامیږي.

پ – د کافي پسې فرمایش باید ورکړ شي، که د زخیرې کوټۍ پاتې فقط 400 g ولري. دا حالت به کله وي؟

ت – د تابع ګراف په یوه مناسب پروتولاړ سیستم وکاږئ.

اتلسم: پښتون او هیواد په یوه د بیارغونې کلینیک کې د روغپال په حیث کار کوي او برابر بنستمعاش لري. په دې وخت باید دواړه زیات کار وکړي. د میاشتې په اخر کې دواړه معاشونه سره پرتله کوي. د\بشتون بې مالليا معاش € 3559 دی او د هیواد € 3223 دی. پښتون په همدې میاشت کې 43 زیات ساعته کار کړی دی، هیواد برعکس فقط 27ساعته زیات کار کړی دی.

بنستمعاش وشمیرئ او د زیات کار ټولې پیسې.

نولسم: د 80 kg ګنې ځخه کیدی شي 8,5 kg ګوړه جوړه شي.(د ګني او ګوړې ترمنځ یوه کرښیزه اړیکه نیول (فرض)کیږي). یو فنکشن ترم (f (x ښایې، چې له x کیلوګرام ګنې ځخه ځومره ګوړه لاس ته راځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - فنکشاترم f (x) وټاکئ.

ب – وشميرئ: $f(100); f(250); f(x) = 25$

پ – د تابع f (x) ګراف وکاږي.

شلم: په يوه ملي اقتصادي مودل کي لګښت ورکړه کرښيز د لاس کي لرلي لاس ته راوړني په واک کي دی.

د يوه € 1000 لاس ته راوړني سره لګښت ورګړه € 900 دی. د يوه € 1800 لاس ته راوړني سره لګښت € 1460 دی.

الف - د لګښت (خوراک) تابعK لپاره يو تابع ترم پيدا کړئ.

ب – دلګښت ورکړې جګوالی شميرئ که لاس ته راوړنه € 2500 ,€ 800 همداسې € 4000وي.

پ – د لګښت کچه د معاش هغه برخه ده، چي د لګښت لپاره کارول کيږي يا لګيږي.

معاش: لګښت= د لګښت کچه (Konsumquote = Konsum / Einkommen)

د لګښتکچې او معاش ترمنځ کومې اړيکې شتون لري؟

ت – د معاش زياتوالی dx دی. د معاش څو په سلو کي د لګښت لپاره لګيږي؟

ټ – د زخيرې زورS د معاش په واکوالي کي کوم تابع يا فنکشن تشريح کوي؟ تابع K او S ګرافيکي انځور کړئ . د S صفرځای کوم غوره والی لري؟

يوويشتم: فيرما،، بيګ بيوټي(Big Beauty)،، د شونډو قلم ،، امور(Amore)،،

توليدوي.

دا په توليد کي منځ ته راغلی لګښتK د توليد شوو دانو يا ټوټو په واک کي دی. د x = 100 د انو توليد سره € 385 لګښت منځ ته راځي د 200 = xدانو وتوليد سره € 410

(c) ketabton.com: The Digital Library

لګښت منځ ته راځي. د تولید شوو دانو ګڼون یا تعداد او لګښت ترمنځ یوه کربنیزه اړیکه شتون لري.

الف - د لګښت تابع وټاکئ.

ب – د x = 140 تولید سره د دانئ قیمت څومره لوي دی؟

پ – د څګ دانو تعداد تولید سره د داني قیمت کوم ارزښت ته هڅیږي یا نږدې کیږي؟

ت – د کوم مقدارx سره د ګټې راټلنه لرو، که د یوې داني شوندو قلم € 5,20 قیمت لاس ته راوړی شو؟

ټ – په یوه پروتولاړ سیستم کواوردینات سیسیتم کې د K(x) او E(x) ګراف وکاږئ.

ځوابونه

کسرونه، ترمونه او کرښيز توابع د ټولګي کار چمتووالي لپاره.

نتیجط او مفصل ځوابونه:

نتیجې:

لومړی:

الف - $\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{8}-\frac{1}{10}=\frac{11}{40}$ ب - $\frac{7}{8}-\frac{2}{7}-\frac{1}{4}=\frac{19}{56}$

دویم:

الف - $1\frac{2}{3}\cdot\left(-2\frac{3}{2}\right)=-5\frac{5}{6}$ ب - $4\frac{5}{6}:1\frac{2}{9}=3\frac{21}{22}$

دریم:

الف - $3(3u+4)$ ب - $2(5x-3y-2z)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځلورم:

الف ـ $-6x-43$ ب ـ $21u^2-54uv+24v^2$

پنځم: الف ـ $-5x(u-3v+2z)$ ب ـ $\frac{1}{2}x\left(u-\frac{1}{4}v+\frac{3}{2}z\right)$

شپږم:

الف ـ $\frac{1}{9}a^2+\frac{2}{3}ab+b^2$ ب ـ $\frac{36}{49}m^2-\frac{3}{14}mn+\frac{1}{64}n^2$

پ ـ $m^2+1\frac{1}{2}mn+\frac{9}{16}n^2$ ت ـ $\frac{9}{16}a^2-3a+4$

اوم:

الف ـ $(u+w)^2$ ب ـ $(2x+3y)^2$

پ ـ $(3-8n)^2$ ت ـ $(m+1)^2$

اتم:

الف ـ $f(x)=-\frac{5}{4}x+1$ ب ـ $f(x)=-4x+5$

نهم:

الف ـ

$f(0)=1,5 \quad f(-1,5)=-0,375 \quad f(0,7)=3,375$

$f(\pi)\approx 5,427 \quad f\left(\frac{\pi}{2}\right)\approx 3,463 \quad f(u)=1,25u+1,5$

ب ـ $f(x)=-5 \text{ für } x=-5,2$

پ ـ $f(x)>0 \text{ für } x>-1,2$

ت ـ $f(u+2)-f(u)=2,5$ i له u خپلواک دی.

لسم:

الف ـ $P_x\left(-\frac{7}{8}\,|\,0\right) \quad P_y(0\,|\,-3,5)$

ب ـ $P_x\left(\frac{15}{32}\,|\,0\right) \quad P_y\left(0\,|\,\frac{5}{4}\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

یولسم:

الف – ګرافونه د مفصل حل لاندې وګورئ.

ب - $f\left(\sqrt{7}\right) = -1,53557... \approx 1,54$

په دوه لسمیزو راګردیري، نو P په کرښه پروت دی.

پ – د $t > 0,98$ لپاره $f\left(\sqrt{2t}\right) < 0,6$ باور لري.

دولسم:

الف - $f(x) = -\frac{3}{4}x - \frac{5}{4}$ ب - $f(x) = \frac{3}{2}x + 1$

پ - $f(x) = -x - 2$ ت - $f(x) = \frac{1}{3}x$

دیارلسم:

$f(x) = -4x + 5 \qquad f(0,25) = 4 \qquad f\left(\sqrt{2}\right) \approx -0,657$

څوارلسم:

الف - $f(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$ ب - $f(x) = \frac{2}{3}x + 3$

پ - $f(x) = -4x + 2$ ت - $f(x) = -3x + 6$

ټ - $f(x) = -4,5x + 6$ ث _ $f(x) = 3x - 1,5$

پنځلسم:

$P_x\left(-\frac{7}{3} \mid 0\right) \qquad f(x) = -\frac{6}{5}x - \frac{14}{5}$

شپاړلسم:

الف - $f(x) = 2x + 5$ ب - $f(x) = -x + a$ پ - $f(x) = -\frac{2}{a}x + 3 \,;\, a \neq 0$

اووه لسم:

الف – تابع مساوات $f(x) = -0,35x + 1,8$

ب –له پنځه اونیو وروسته نوره کافي نه شته

پ – له څلورو اونیو فقط نوره 400 g کافي شته دی.

ت - ګراف د مفصل حل لاندې دی.

اتلسم: بنسټ معاش 2656 € دی، د زیات ساعتون یوځای 21 € .

(c) ketabton.com: The Digital Library

نولسم: الف - $f(x) = \frac{17}{160}x$

ب –

$$f(100) = 10{,}625 \qquad f(250) = \frac{425}{16} \approx 26{,}563 \qquad f(x) = 25 \Leftrightarrow x = \frac{4000}{17} \approx 235{,}3$$

پ – گراف په مفصل حل کې میندل کیږي.

شلم:

الف - $K(x) = 0{,}7x + 200$

ب - $P_1(800\,|\,760) \qquad P_2(2500\,|\,1950) \qquad P_3(4000\,|\,3000)$

پ -

د لګښت جګوالی	
$\Rightarrow \text{Konsumquote} = 0{,}95 \triangleq 95\%$	معاش ۸۰۰یورو
$\Rightarrow \text{Konsumquote} = 0{,}78 \triangleq 78\%$	معاش ۲۵۰۰ یورو
$\Rightarrow \text{Konsumquote} = 0{,}75 \triangleq 75\%$	معاش۴۰۰۰ یورو

ټولیزه اویکي

د لګښت جګوالی= $\text{Konsumquote} = \frac{K(x)}{x} = \frac{0{,}7x + 200}{x} = 0{,}7 + \frac{200}{x}$

ت - په 70%د معاش زیاتیدنه د لګښت یا مصرف لپاره ورکولکیږي.

ټ- $S(x) = 0{,}3x - 200$

د $\text{von } S(x)$ صفرځایونه: $S(x) = 0 \Leftrightarrow x = 666{,}\bar{6}$

د صفرځای معنا:

لومړی له € 666,67 معاش څخه کیدی شي زخیره وشي. په دې مودل کې € 666,67 د شتون مینیموم جوړوي. د موجودیت مینیموم کښته یا لاندې پور شروع کیږي، ځکه چې انسانان له یو څه باید ژوند وکړي. ګراف د مفصل حل لاندې میتدل کیږي.

یوویشتم:

الف - $K(x) = 0{,}25x + 360$

ب – د 140 دانو تولید وروسته د داني قیمت € 2,82 دی.

پ - د جګ دانو تعداد سره د داني قیمت د € 0,25 په لور ځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت - د 73 ډېرئ یا سټ د شونډو رنګ خرڅلاو وروسته کته لاس ته راوړل کیږي یا کیږي.
ټ - ګراف د مفصل حل لاندې میندل کیږي.
ث –

مفصل ځوابونه:

لومړی:

الف –

$$\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{8}-\frac{1}{10} \underset{HN=40}{\equiv} \frac{1\cdot 20}{2\cdot 20}-\frac{1\cdot 10}{4\cdot 10}+\frac{1\cdot 5}{8\cdot 5}-\frac{1\cdot 4}{10\cdot 4}$$

$$=\frac{20}{40}-\frac{10}{40}+\frac{5}{40}-\frac{4}{40}=\frac{20-10+5-4}{40}=\underline{\underline{\frac{11}{40}}}$$

ب –

$$\frac{7}{8}-\frac{2}{7}-\frac{1}{4} \underset{HN=56}{\equiv} \frac{7\cdot 7}{8\cdot 7}-\frac{2\cdot 8}{7\cdot 8}-\frac{1\cdot 14}{4\cdot 14}=\frac{49}{56}-\frac{16}{56}-\frac{14}{56}=\underline{\underline{\frac{19}{56}}}$$

دویم:

الف -

$$1\frac{2}{3}\cdot\left(-2\frac{3}{2}\right)=\frac{5}{3}\cdot\left(-\frac{7}{2}\right)=-\frac{35}{6}=\underline{\underline{-5\frac{5}{6}}}$$

ب -

$$4\frac{5}{6}:1\frac{2}{9}=\frac{29}{6}:\frac{11}{9}=\frac{29\cdot 9}{6\cdot 11}=\frac{29\cdot 3}{2\cdot 11}=\frac{87}{22}=\underline{\underline{3\frac{21}{22}}}$$

دریم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف -

$$\begin{aligned}&3u+[4-(2u-1)+8u]+7=3u+[4-2u+1+8u]+7\\&=3u+4-2u+1+8u+7=3u-2u+8u+4+1+7\\&=9u+12=\underline{\underline{3(3u+4)}}\end{aligned}$$

ب –

$$\begin{aligned}&6x-[9y-(2x+4z)-(2x+3y-8z)]=6x-[9y-2x-4z-2x-3y+8z]\\&=6x-9y+2x+4z+2x+3y-8z=6x+2x+2x-9y+3y+4z-8z\\&=10x-6y-4z=\underline{\underline{2(5x-3y-2z)}}\end{aligned}$$

ځلورم:

الف -

$$\begin{aligned}&\frac{1}{2}(2x-4)-5(2x+8)+\frac{1}{4}(12x-4)\\&=\frac{1}{2}\cdot 2x-\frac{1}{2}\cdot 4-5\cdot 2x-5\cdot 8+\frac{1}{4}\cdot 12x-\frac{1}{4}\cdot 4\\&=x-2-10x-40+3x-1\\&=x-10x+3x-2-40-1=\underline{\underline{-6x-43}}\end{aligned}$$

ب -

$$\begin{aligned}&(4,2u-2,4v)(5u-10v)=4,2u\cdot 5u-4,2u\cdot 10v-2,4v\cdot 5u+2,4v\cdot 10v\\&=21u^2-42uv-12uv+24v^2=\underline{\underline{21u^2-54uv+24v^2}}\end{aligned}$$

پنځم:

الف -

$$-5xu+15xv-10xz=-5x\cdot u-5x\cdot(-3v)-5x\cdot 2z=\underline{\underline{-5x(u-3v+2z)}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب - $\frac{1}{2}xu-\frac{1}{8}xv+\frac{3}{4}xz=\frac{1}{2}x\cdot u+\frac{1}{2}x\cdot\left(-\frac{1}{4}v\right)+\frac{1}{2}x\cdot\frac{3}{2}z=\underline{\underline{\frac{1}{2}x\left(u-\frac{1}{4}v+\frac{3}{2}z\right)}}$

شپږم:

الف - $\left(\frac{1}{3}a+b\right)^2=\left(\frac{1}{3}a\right)^2+2\cdot\frac{1}{3}a\cdot b+b^2=\underline{\underline{\frac{1}{9}a^2+\frac{2}{3}ab+b^2}}$

ب -

$$\left(\frac{6}{7}m-\frac{1}{8}n\right)^2=\left(\frac{6}{7}m\right)^2-2\cdot\frac{6}{7}m\cdot\frac{1}{8}n+\left(\frac{1}{8}n\right)^2=\underline{\underline{\frac{36}{49}m^2-\frac{3}{14}mn+\frac{1}{64}n^2}}$$

پ –

$$\left(m+\frac{3}{4}n\right)^2=m^2+2\cdot m\cdot\frac{3}{4}n+\left(\frac{3}{4}n\right)^2=m^2+\frac{3}{2}mn+\frac{9}{16}n^2=\underline{\underline{m^2+1\frac{1}{2}mn+\frac{9}{16}n^2}}$$

ت - $\left(\frac{3}{4}a-2\right)^2=\left(\frac{3}{4}a\right)^2-2\cdot\frac{3}{4}a\cdot2+2^2=\underline{\underline{\frac{9}{16}a^2-3a+4}}$

اووم: الف - $u^2+2uw+w^2=u^2+2\cdot u\cdot w+w^2=\underline{\underline{(u+w)^2}}$

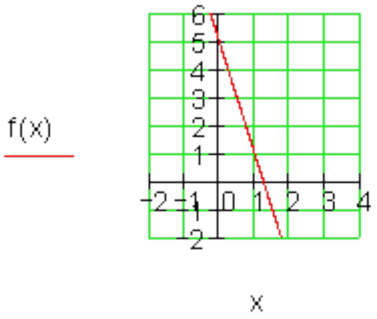
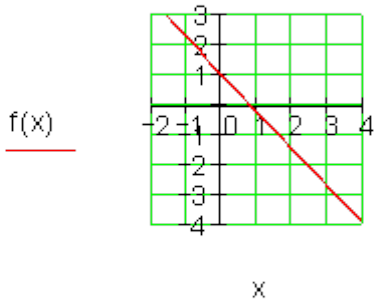
ب - $4x^2+12xy+9y^2=(2x)^2+2\cdot6x\cdot y+(3y)^2=\underline{\underline{(2x+3y)^2}}$

پ - $9-48n+64n^2=3^2-2\cdot3\cdot8n+(8n)^2=\underline{\underline{(3-8n)^2}}$

ت - $m^2+2m+1=m^2+2\cdot m\cdot1+1^2=\underline{\underline{(m+1)^2}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم:

ب-	الف-
$f(x) = -4x + 5 = -\frac{4}{1}x + 5$ له $(0 \mid 5)$ يو يوون يا واحد ښي لور ته ځلور واحده کښته لور ته 	$f(x) = -\frac{5}{4}x + 1$ له $(0 \mid 1)$ ځلور يوونه ښی لور ته پنځه واحده کښته لر ته 

نهم:

الف – نتيجه په دري ځايونو راکرد شوی: $f(x) = 1,25x + 1,5$

$f(-1,5) = 1,25 \cdot (-1,5) + 1,5 = -0,375$ $\qquad f(0) = 1,25 \cdot 0 + 1,5 = 1,5$

$f(\pi) = 1,25 \cdot \pi + 1,5 = 5,427$ $\qquad f(0,7) = 1,25 \cdot 0,7 + 1,5 = 2,375$

$f(u) = 1,25u + 1,5$ $\qquad f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1,25 \cdot \frac{\pi}{2} + 1,5 = 3,463$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = 1,25x + 1,5 = -5 \Rightarrow 1,25x + 1,5 = -5 \Rightarrow x = -5,2$$
$$f(x) = -5 \text{ für } \underline{\underline{x = -5,2}}$$

ب -

$$f(x) = 1,25x + 1,5 > 0$$
$$\Rightarrow 1,25x + 1,5 > 0 \mid -1,5$$
$$\Leftrightarrow 1,25x \quad > -1,5 \mid : 1,25$$
$$\Leftrightarrow x \quad > -1,2$$

$$\underline{\underline{f(x) > 0 \text{ für } x > -1,2}}$$

پ -

ت –

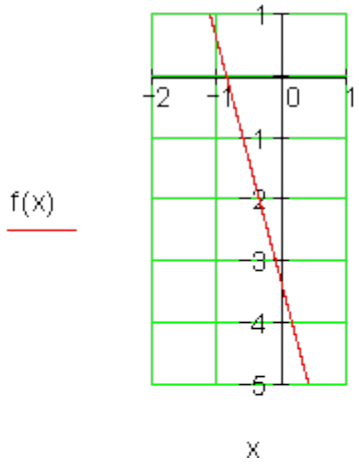
$$f(u+2) = 1,25(u+2) + 1,5 = 1,25u + 2,5 + 1,5$$
$$f(u) = 1,25u + 1,5$$
$$f(u+2) - f(u) = 1,25u + 2,5 + 1,5 - 1,25u - 1,5 = 2,5$$

د u په وان کي يا تابع دی.

لسم:

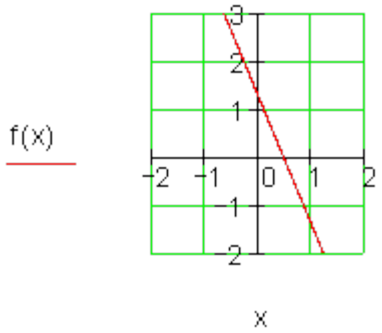
الف-

$$f(x) = -4x - 3,5$$
$$f(0) = -3,5$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{P_y(0 \mid -3,5)}}$$
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -4x - 3,5 = 0$$
$$\Rightarrow x = -\frac{7}{8}$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(-\frac{7}{8} = -0,875 \mid 0\right)}}$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

ب-



$$f(x) = -\frac{8}{3}x + \frac{5}{4}$$

$$f(0) = \frac{5}{4} \Rightarrow P_y\left(0 \mid \frac{5}{4} = 1,25\right)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{8}{3}x + \frac{5}{4} = 0$$

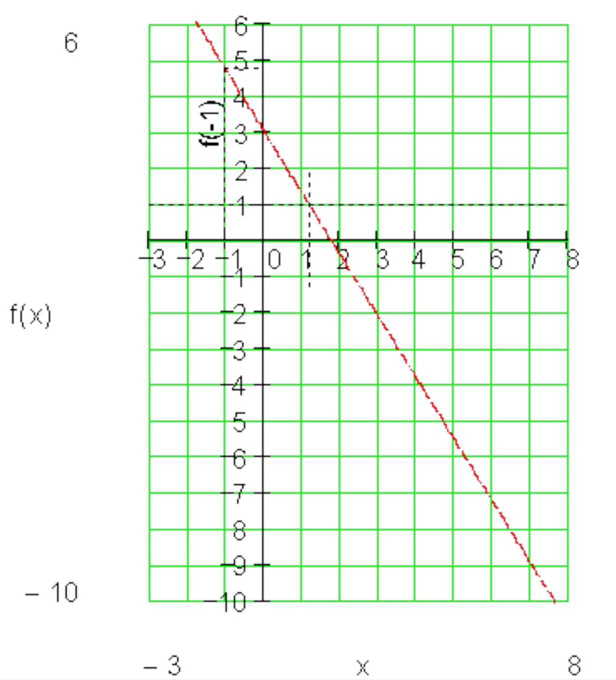
$$\Rightarrow x = \frac{15}{32} \Rightarrow P_x\left(\frac{15}{32} \approx 0,47 \mid 0\right)$$

يولسم:

الف –

$$f(x) = 3 - \frac{12}{7}x = -\frac{12}{7}x + 3 \qquad f(-1) = -\frac{12}{7}\cdot(-1) + 3 = 4\frac{5}{7} \approx 4,71$$

$$f(7) = -9 \quad f(0) = 3$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

ب –

$$f(x) = -\frac{12}{7}x + 3$$

$$P\left(\sqrt{7} \mid -1,54\right): \quad f(\sqrt{7}) = -\frac{12}{7}\cdot\sqrt{7} + 3 = -1,53557... \approx 1,54$$

په دوه لسمیزو راګردیري، نو P په کربنه پروت دی.

پ-

$$f\left(\sqrt{2t}\right) < 0,6 \Leftrightarrow -\frac{12}{7}\sqrt{2t} + 3 < 0,6 \mid -3 \Leftrightarrow -\frac{12}{7}\sqrt{2t} < -2,4 \mid \cdot 7$$

$$\Leftrightarrow -12\cdot\sqrt{2t} < -16,8 \mid : (-12) \Leftrightarrow \sqrt{2t} > 1,4 \mid$$ مربع کونه

$$\Leftrightarrow 2t > 1,96 \Leftrightarrow t > 0,98$$

د t>0,98 لپاره باور لري $\underline{\underline{f\left(\sqrt{2t}\right) < 0,6}}$:

دولسم:

$$a_1 = -\frac{3}{4} \Rightarrow f(x) = -\frac{3}{4}x + a_0$$

الف - $$P(1 \mid -2): \quad f(1) = -2 \Leftrightarrow -\frac{3}{4}\cdot 1 + a_0 = -2 \Rightarrow a_0 = -\frac{5}{4} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{3}{4}x - \frac{5}{4}}}$$

ب -

$$a_1 = 1,5 = \frac{3}{2} \Rightarrow f(x) = \frac{3}{2}x + a_0$$

$$P(-1 \mid -0,5): \quad f(-1) = -0,5 \Leftrightarrow \frac{3}{2}(-1) + a_0 = -\frac{1}{2} \Rightarrow a_0 = 1 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \frac{3}{2}x + 1}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ -

$$P_2(0|-2) \Rightarrow a_0 = -2 \quad \Rightarrow f(x) = a_1x - 2$$
$$P_1(2|-4): \quad f(2) = -4 \Leftrightarrow a_1 \cdot 2 - 2 = -4 \Rightarrow a_1 = -1 \quad \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -x - 2}}$$

ت – کربنه له سرچيني

$$\Rightarrow a_0 = 0 \Rightarrow f(x) = a_1x$$
$$P(-3|-1): \quad f(-3) = -1 \Leftrightarrow a_1 \cdot (-3) = -1 \Rightarrow a_1 = \frac{1}{3} \quad \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \frac{1}{3}x}}$$

ديارلسم:

$$f(x) = a_1x + a_0 \quad f(2) = -3 \quad f(0) = 5$$
$$f(0) = 5 \Leftrightarrow a_1 \cdot 0 + a_0 = 5 \Rightarrow a_0 = 5 \Rightarrow f(x) = a_1x + 5$$
$$f(2) = -3 \Leftrightarrow a_1 \cdot 2 + 5 = -3 \Rightarrow a_1 = -4 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -4x + 5}}$$
$$f(0,25) = -4 \cdot 0,25 + 5 = -1 + 5 = \underline{\underline{4}} \qquad f\left(\sqrt{2}\right) = -4 \cdot \sqrt{2} + 5 \approx \underline{\underline{-0,657}}$$

څوارلسم: الف –

$$P_1(-4|2); P_2(2|0) \Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0-2}{2-(-4)} = -\frac{1}{3} \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{3}x + a_0$$
$$P_2(2|0): \quad f(2) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{3} \cdot 2 + a_0 = 0 \Rightarrow a_0 = \frac{2}{3} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}}}$$

ب -

$$P_1(-3|1); P_2\left(1|\frac{11}{3}\right) \Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\frac{11}{3} - \frac{3}{3}}{1-(-3)} = \frac{\frac{8}{3}}{\frac{4}{1}} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \Rightarrow f(x) = \frac{2}{3}x + a_0$$
$$P_1(-3|1): \quad f(-3) = 1 \Leftrightarrow \frac{2}{3} \cdot (-3) + a_0 = 1 \Rightarrow a_0 = 3 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \frac{2}{3}x + 3}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ -

$$P_1(1|-2);P_2(-2|10)\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{10-(-2)}{-2-1}=\frac{12}{-3}=-4\Rightarrow f(x)=-4x+a_0$$

$$P_1(1|-2):\quad f(1)=-2\Leftrightarrow -4\cdot 1+a_0=-2\Rightarrow a_0=2\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-4x+2}}$$

ت -

$$x=2;\ y=6\Rightarrow P_1(2|0);P_2(0|6)\Rightarrow a_0=6\Rightarrow f(x)=a_1x+6$$

$$P_1(2|0):\quad f(2)=0\Leftrightarrow a_1\cdot 2+6=0\Rightarrow a_1=-3\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-3x+6}}$$

ټ -

$$a_1=-4{,}5\Rightarrow f(x)=-4{,}5x+a_0$$

$$P(2|-3):\quad f(2)=-3\Leftrightarrow -4{,}5\cdot 2+a_0=-3\Rightarrow a_0=6\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-4{,}5x+6}}$$

ث –

$$a_1=3;P(1|1{,}5)\Rightarrow f(x)=3x+a_0$$

$$P(1|1{,}5):\quad f(1)=1{,}5\Leftrightarrow 3\cdot 1+a_0=1{,}5\Rightarrow a_0=-1{,}5\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=3x-1{,}5}}$$

پنځلم:

$$f(-4)=2\Rightarrow P_1(-4|2);f(1)=-4\Rightarrow P_2(1|-4)$$

$$\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-4-2}{1-(-4)}=-\frac{6}{5}\Rightarrow f(x)=-\frac{6}{5}x+a_0$$

$$P_2(1|-4):\quad f(1)=-4\Leftrightarrow -\frac{6}{5}\cdot 1+a_0=-4\Rightarrow a_0=-\frac{14}{5}\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{6}{5}x-\frac{14}{5}}}$$

صفرځای:

$$f(x)=0\Leftrightarrow -\frac{6}{5}x-\frac{14}{5}=0\,|\cdot 5\Leftrightarrow -6x-14=0\Rightarrow x=-\frac{7}{3}\Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(-\frac{7}{3}|0\right)}}$$

شپاړلسم:

الف –

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(1)=7\Rightarrow P_1(1|7)\,;\,f(-1)=3\Rightarrow P_1(-1|3)$$
$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_1-x_2}=\frac{3-7}{-1-1}=2\Rightarrow f(x)=2x+a_0$$
$$P_1(1|7):\quad\Rightarrow f(1)=7\Leftrightarrow 2\cdot 1+a_0=7\Rightarrow a_0=5\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=2x+5}}$$

ب -

$$f(a)=0\Rightarrow P_1(a|0)\,;\,f(0)=a\Rightarrow P_2(0|a)\Rightarrow a_0=a\Rightarrow f(x)=a_1x+a$$
$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{a-0}{0-a}=-1\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-x+a}}$$

پ -

$$f(a)=1\Rightarrow P_1(a|1)\,;\,f(2a)=-1\Rightarrow P_1(2a|-1)$$
$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-1-1}{2a-a}=-\frac{2}{a}\Rightarrow f(x)=-\frac{2}{a}x+a_0$$
$$P_1(a|1):\quad f(a)=1\Leftrightarrow -\frac{2}{a}\cdot a+a_0=1\Rightarrow a_0=3\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{2}{a}x+3}}\,;\,a\neq 0$$

اووه لسم:

الف –

اووښتوني يا متحولې: x د اونۍ په معنا

y=f(x) په دې معنا، ې د کافي زخيره په کيلوگرام

$f(x)=a_1x+a_0$ د کرښمساوات يا –برابرون عمومي بڼه

صفر اونۍ:	$f(0)=-0{,}35\cdot 0+1{,}8=1{,}8$
لومړۍ اونۍ:	$f(1)=-0{,}35\cdot 1+1{,}8=1{,}45$
دومکه اونۍ:	$f(2)=-0{,}35\cdot 2+1{,}8=1{,}1$
....	....
x اونۍ:	$f(x)=-0{,}35\cdot x+1{,}8$

د کافي زخيرې کميدنې لپاره تابعمساوات

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب – د كافي زخيره لګښت په دې معنا دى:

$f(x)=0 \Leftrightarrow -0{,}35x+1{,}8=0 \mid -1{,}8$ مساوات دې د x پسې حل شي

$$\Leftrightarrow -0{,}35x=-1{,}8 \mid :(-0{,}35)$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{180}{35}=\frac{36}{7}\approx 5{,}143$$

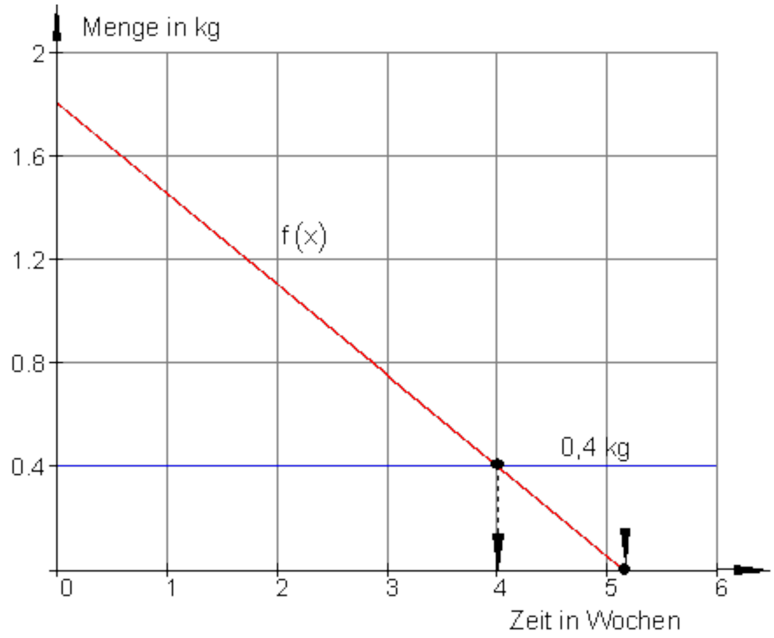
له پنځه اونيو وروسته نوره كافي پاتې نه ده.

پ – فقط 400g كافي نوره پاتي ده په دې معنا، چې:

$$f(x)=0{,}4 \Leftrightarrow -0{,}35x+1{,}8=0{,}4 \mid -1{,}8$$
$$\Leftrightarrow -0{,}35x=-1{,}4 \mid :(-0{,}35)$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{140}{35}=\frac{28}{7}=4$$

د څلور اونيو وروسته نوره فقط 400 g كافي پاتې ده.

ت –



(c) ketabton.com: The Digital Library

اتلسم: د زیاتو ساعتونو ګټون یا تعداد: x د بې مالیا ور کړ شوی معاش

f(x)دوه ارزښتجوړې ورکړ شوې دي: $P_1(43|3559)$ او $P_2(27|3223)$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3223 - 3559}{27 - 43} = \frac{-336}{-16} = 21 \Rightarrow f(x) = 21x + a_0$$

(a1=د زیات کار غونډ معاش a0=بنسټ معاش)

$$P_1(43|3559) \Rightarrow f(43) = 3559 \Leftrightarrow 21 \cdot 43 + a_0 = 3559$$
$$\Leftrightarrow 903 + a_0 = 3559 \mid -903$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 2656$$
$$\Rightarrow f(x) = 21x + 2656$$

بنسټ معاش € 2656 دی، د زیات کار ټول € 21 .

نولسم:

الف – د x محور کیلوګرام ګني y محور کیلوګرام ګني

$f(x) = a_1x + a_0$ که 80 کیلوګرام ګنې، نو ترې لرو8,5 کیلوګرام ګوړه

$$\Rightarrow P_1(80|8,5)$$

که 0 کیلوګرام ګنې، نو ترې لرو 0کیلوګرام ګوړه ، نو لاس ته راځي: $P_2(0|0)$

سرچینه ییزه کرښه او ترې لاس ته راځي: $a_0 = 0$

جګیدنه یا زیاتوالی: $a_1 = \frac{8,5}{80} = \frac{17}{160} \Rightarrow f(x) = \frac{17}{160}x$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب –

$$f(x) = \frac{17}{160}x \Rightarrow f(100) = \frac{17}{160} \cdot 100 = 10{,}625$$

$$f(250) = \frac{17}{160} \cdot 250 = \frac{425}{16} \approx 26{,}563$$

$$f(x) = 25 \Leftrightarrow \frac{17}{160}x = 25 | : \frac{17}{160} \Leftrightarrow x = \frac{4000}{17} \approx 235{,}3$$

له 100kgگنيو څخه 10,625 گوړه لاس ته راځي يا ګټل کيږي.

له 250kgگنيو نږدې 26,563kg گوړه ګټو

د 25kgګوړې لپاره نږدې 235,3kgګنيو ته اړتيا شته.

پ – په ګراف کې: پروت: ګني په کيلوګرام. ولاړ: ګوړه په کيلوګرام

(c) ketabton.com: The Digital Library

شلم:

الف –

خپلواک اووښتوني یا متحوله. x =معاش

بلواک یا تابع متحوله y=K(x) = لګښت تادیه کونه(کربنیزه اړیکې)

$$\Rightarrow K(x) = a_1x + a_0$$

له ورکړشوو شرلیطو لرو:

$$P_1(1000 \mid 900);\ P_2(1800 \mid 1460)$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1460 - 900}{1800 - 1000} = \frac{560}{800} = 0{,}7 \Rightarrow K(x) = 0{,}7x + a_0$$

$$P_1(1000 \mid 900):\quad K(1000) = 900 \Leftrightarrow 0{,}7 \cdot 1000 + a_0 = 900 \Rightarrow a_0 = 200$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{K(x) = 0{,}7x + 200}}$$

ب –

$$K(800) = 0{,}7 \cdot 800 + 200 = 760 \Rightarrow \underline{\underline{P_1(800 \mid 760)}}$$

$$K(2500) = 0{,}7 \cdot 2500 + 200 = 1950 \Rightarrow \underline{\underline{P_2(2500 \mid 1950)}}$$

$$K(4000) = 0{,}7 \cdot 4000 + 200 = 3000 \Rightarrow \underline{\underline{P_3(4000 \mid 3000)}}$$

پ –

= معاش:لګښت=د لګښت ارزښت $= \frac{K(x)}{x}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\Rightarrow Konsumquote = \frac{760}{800} = 0,95 \triangleq \underline{\underline{95\%}}$	لاس ته راتګ ۸۰۰
$\Rightarrow Konsumquote = \frac{1950}{2500} = 0,78 \triangleq \underline{\underline{78\%}}$	لاس ته راتګ
$\Rightarrow Konsumquote = \frac{3000}{4000} = 0,75 \triangleq \underline{\underline{75\%}}$ کونزوم کووټې=دلګښت کچه	لاس ته راتګ

تولیزه اړیکي

$$Konsumquote = \frac{K(x)}{x} = \frac{0,7x + 200}{x} = 0,7 + \frac{200}{x}$$ (د لګښت کچه)

یادونه:

که هرڅومره معاش یا د خرڅلاو پیسي جګې شي، همغومره د0,7 لګښت کچه ارزښت ته نږدی کیږي، دا په دې معنا، چې لږ تر لږه د70% په اختیار کي لرلي لاس ته راوړني د لګښت لپاره ورکول کیږي. دا پاتې زخیره کیدی شي.

ت –

	اینووونه:
$x \Rightarrow \quad K(x) = 0,7x + 200$	زوړ خرڅلاو
$x + dx \Rightarrow K(x + dx) = 0,7(x + dx) + 200$	نوی خرڅلاو
$x + dx - x \Rightarrow K(x + dx) - K(x)$	د خرڅلاو زیاتیدنه

$$\Leftrightarrow 0,7(x + dx) + 200 - (0,7x + 200) = \underline{\underline{0,7dx}}$$

ترې لا س ته راتلنه : د 70%لاس ته راوړني زیاتوالي یا وده د لګښت پاره ورکول کیږي. دا د K(x) جګوالی ورکوي.

ټ – هر څه، چې نه لګیږي زخیره کیږي.

$$S(x) = x - K(x) = x - (0,7x + 200) = \underline{\underline{0,3x - 200}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

يووېشتم:

الف –

$P_1(100|385); P_2(200|410);$ ، د لګښت تابع $K(x) = a_1x + a_0$:

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{410-385}{200-100} = 0,25 \Rightarrow K(x) = 0,25x + a_0$$
$$P_1(100|385): \quad K(100) = 385 \Leftrightarrow 0,25 \cdot 100 + a_0 = 385 \Rightarrow a_0 = 360$$

د نرخ تابع لاس ته راځي: $K(x) = 0,25x + 360$

ب – د 140 دانو قيمت $K(140) = 0,25 \cdot 140 + 360 = 395$

دانې:قيمت=د دانې قيمت(قيمت په دانو وېشل) = $= \frac{K(x)}{x} = \frac{K(140)}{140} = \frac{395}{140} = \underline{\underline{2,82}}$

د140 دانو توليد سره د دانې قيمت € 2,82 دی.

پ –

داانې:قيمت=د دانې قيمت = $= \frac{K(x)}{x} = \frac{0,25x + 360}{x} = 0,25 + \frac{360}{x}$

د ډېر لوي دانو تعداد سره ترم 360/x تل کوچنی کيږي، داسې چې د دانې قيمت ځان تل و €0,25 ته نږدې کوي.

دا سړی شميرپوهنيز يا ماتماتيکي داسې ليکي: $\lim_{x\to\infty} \frac{K(x)}{x} = 0,25$

ت – د ګټې ځای په ځايوالی يا برابروالی په دې معنا، چې دا خرڅلاو(E(x دومره لوي دی، لکه لګښت (K(x .

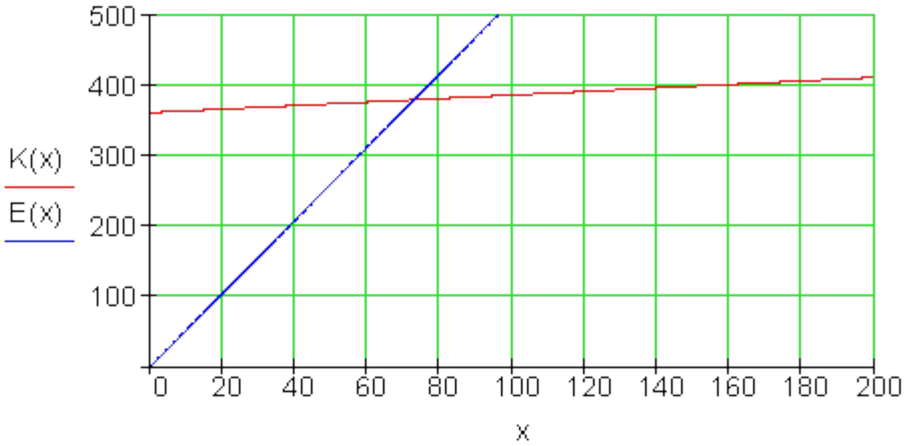
(c) ketabton.com: The Digital Library

$$E(x) = p \cdot x = 5,2x \quad K(x) = 0,25x + 360$$

$$E(x) = K(x) \Leftrightarrow 5,2x = 0,25x + 360 \Leftrightarrow x = \frac{360}{4,95} \approx \underline{\underline{73}}$$

مګر د 73 شونډو قلمونو خرڅ شوي مقدار کې ګټه کيږي.

ب –



د کرښيز توابعو د حل ستراتيژي:

زه څنګه مخ ته ځم.....

لومړی حالت: د کرښي جګوالیa_1 ، همداسي يو ټکی P_1 څرګند دي او د تابعمساوات شميرل کيږي.

دويم حالت: دوه ټکي معلوم دي P_1وP_2 د تابع مساوات شميرل کيږي.

دريم: د يوې کرښي د محور غوڅتکي P_y او P_x معلوم دي او د تابع مساوات دی وشميرل شي.

څلورم حالت: د دوه کرښو غوڅټکیS دی، چې له هغو د تابع مساوات معلوم دی، وټاکل شي

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم حالت: د کرښې تابع مساوات g(x) ، چې له f(x) سره عمود يا ولاړه ده شميرل کيږي، کومه چې له ټکي P_1 تيريږي.

شپږم حالت: د يوه شي پوښتنې ځخه دې تابعمساوات وليکل شي.

لومړي حالت ته تلنلار:

د يوې کرښې جګوالی دی: $a_1 = 0,75 = \frac{3}{4}$.

$$f(x) = a_1 x + a_0$$

کرښه دې له ټکي $P_1\left(\underset{x}{2} \middle| \underset{y}{4}\right)$ تيره شي.

لومړی پل : جګوالی کيږدئ $y = f(x) = \frac{3}{4}x + b$

دويم پل: د P_1 کواوردينات يا پروت ولاړسيستم سره a_0 وټاکی.

$$P_1(2|4): \quad y = f(2) = \frac{3}{4} \cdot 2 + a_0 = 4$$

تابعمساوات $y = f(x) = \frac{3}{4}x + \frac{5}{2}$ د $P_1(2\|4)$ لپاره ټکی ازماېښت $y = f(2) = \frac{3}{4} \cdot 2 + \frac{5}{2} = 4$	$\frac{3}{4} \cdot 2 + a_0 = 4$ $\Leftrightarrow \frac{3}{2} + a_0 = 4 \quad \| -\frac{3}{2}$ $\Leftrightarrow a_0 = 4 - \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم حالت ته تلنلار:

کرښه له ټکو $P_1(-3|2)$ او $P_2(2|4)$ تيريږي.

$$f(x) = a_1x + a_0$$

لومړی پل جګوالی دې وشميرل شيي $a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4-2}{2-(-3)} = \frac{2}{5}$

دويم پل: جګوالی کيږدی $y = f(x) = \frac{2}{5}x + a_0$

دويم پل: د P_1 يا P_2 کواورديناتونو سره د a_0 لپاره ارزښت وټاکی.

$$P_2(2|4): \quad y = f(2) = \frac{2}{5}\cdot 2 + a_0 = 4$$

تابعمساوات $y = f(x) = \frac{2}{5}x + \frac{16}{5}$ د ټکي $P_1(-3|2)$: لپاره ازمايښت $y = f(-3) = \frac{2}{5}\cdot(-3) + \frac{16}{5} = 2$	$P_2(2|4): \quad y = f(2) = \frac{2}{5}\cdot 2 + a_0 = 4$ $\frac{2}{5}\cdot 2 + a_0 = 4$ $\Leftrightarrow \frac{4}{5} + a_0 = 4 \quad \vert -\frac{4}{5}$ $\Leftrightarrow a_0 = 4 - \frac{4}{5} = \frac{16}{5}$

دريم حالت ته تلنلار:

تابعمساوات: $y = f(x) = \frac{2}{5}x + \frac{16}{5}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی پل د y محور سره غوښتکی وټاکی

$$P_y(0|y_s): \quad y_s = f(0) = \frac{2}{5}\cdot 0 + \frac{16}{5} = \frac{16}{5} \Rightarrow P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{16}{5}\right)$$

دويم پل: د x محور سره غوښتکی وټاکی

$$P_x(x_s|0): \quad y = f(x_s) = \frac{2}{5}x_s + \frac{16}{5} = 0$$

$$\begin{aligned} \frac{2}{5}x_s + \frac{16}{5} &= 0 \quad \left| -\frac{16}{5}\right. \\ \Leftrightarrow \frac{2}{5}x_s &= -\frac{16}{5} \quad |\cdot 5 \\ \Leftrightarrow 2x_s &= -16 \quad |:2 \\ \Leftrightarrow x_s &= -8 \end{aligned}$$

Nullstelle:
$P_x(-8|0)$

Punktprobe für $P_x(-8|0)$

$$y = f(-8) = \frac{2}{5}\cdot(-8) + \frac{16}{5} = 0$$

د الماني ښتو: له پورته کښته لور ته: صفرځای، د ... لپاره ټکی ازماښتلت

څلورم حا لت ته تلنلار:

تابع مساوات: $y = f(x) = -\frac{2}{3}x + 4 \quad y = g(x) = \frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$

دا چي غوښتکی $S(x_s|y_s)$ په دواړو کرښو پروت دی، بايد د دواړو مساواتو د غوښتکي کواوردیناتونه يا پروتولاړ قيمتونه پوره کړي.

$$y_s = -\frac{2}{3}x_s + 4 \text{ (I)} \qquad y_s = \frac{3}{2}x_s - \frac{5}{2} \text{ (II)}$$

دا دوه مساوات دي له متحولو يا اووښتونو x_s او y_s سره.

حل د برابراينووني بلنلار سره لاس ته راځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$-\frac{2}{3}x_s + 4 = \frac{3}{2}x_s - \frac{5}{2} \mid -\frac{3}{2}x_s$$
$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}x_s - \frac{3}{2}x_s + 4 = -\frac{5}{2} \mid -4$$
$$\Leftrightarrow -\frac{4}{6}x_s - \frac{9}{6}x_s = -\frac{5}{2} - \frac{8}{2}$$
$$\Leftrightarrow -\frac{13}{6}x_s = -\frac{13}{2} \mid \cdot \left(-\frac{6}{13}\right)$$
$$\Leftrightarrow x_s = \frac{13 \cdot 6}{2 \cdot 13} = 3 \mid \text{ einsetzen in (II)}$$
$$\Rightarrow y_s = \frac{3}{2} \cdot 3 - \frac{5}{2} = \frac{9}{2} - \frac{5}{2} = \frac{4}{2} = 2$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{S(3 \mid 2)}}$$

ازماېښت: $y_s = -\frac{2}{3} \cdot 3 + 4 = -2 + 4 = 2$

پنځم حالت ته تلنلار: تابع مساوات: $y = f(x) = 3x - 6$ ټکی: $P_1(-3 \mid 3)$

لومړی پل: د $g(x)$ جګوالی وټاکئ

د f(x) جګوالی: $f(x): \quad a_{1f} = 3 = \frac{3}{1}$

د g(x) جګوالی: $a_{1g} = -\frac{1}{a_{1f}} = -\frac{1}{3}$

دویم پل: د g(x)جګوالی کیږدئ $y = g(x) = -\frac{1}{3}x + a_{0g}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم پل:د P_1 قيمت يا ارزښت سره د a_{0g} لپاره ارزښت وټاکی.

تابعمساوات: $y = g(x) = -\frac{1}{3}x + 2$ د $P_1(-3\|3)$ لپاره ټکی ازمايښت $y = g(-3) = -\frac{1}{3}\cdot(-3) + 2 = 3$	$P_1(-3\|3): \quad y = g(-3) = -\frac{1}{3}\cdot(-3) + a_{0g} = 3$ $-\frac{1}{3}\cdot(-3) + a_{0g} = 3$ $\Leftrightarrow 1 + a_{0g} = 3 \quad \| -1$ $\Leftrightarrow a_{0g} = 3 - 1 = \underline{\underline{2}}$

شپوم حالت ته تللار: دلته ټاکلي تللار نه شته. د داسي پوښتنو ځواب ډېر تمرين غواړي او زيرکوالی. د دي لپاره دلته منطقي يا سم انديز فکر وړاندنيونه(فرضيه) ده،چي ټيک ايښوونه پيدا کړو. که لومړی دا ايښوونه پيدا شوې وي، نو کيدی شي،چي پوښتنه تل يو له پورته راوړل شوو تللارو سره ځواب يا حل شي.

بيلګه ۱: شينخالی ډريوری بريالی ازمويني له امله له ترور څخه € 2510بخشش اخلي. د هغي د خيال او خوب موټر € 6500 قيمت لري. دا د مياشتي € 210 زخيره کولای شي. د کوم وخت وروسته دا د موټر پيسي سره يوځای کولای شي؟ ايښوونه ، لکه په بيلګه ۱ کي ښوول کيږي، ده.

لومړی مياشت دويمه مياشت: x مياشت: له دي لاس ته راځي د تابع مساوات:	$y = 2510 + 210\cdot 1 = 2720$ $y = 2510 + 210\cdot 2 = 2930$ $y = 2510 + 210\cdot x$ $y = f(x) = 210x + 2510$

غوښتوني يا د پيداکوني هغه مياشتx ده، چي په هغي کي دا 6500€سره يوځای کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P(x \mid 6500): \quad y = f(x) = 210x + 2510 = 6500$

د مساوات $210x + 2510 = 6500$ حل x=19 ارزښت راکوي.

له 19 مياشتو وروسته دا د موټر لپاره دا پيسې سره يوځای کوي.

بيلګه ۲:

که سپوږمۍ د ميا شتې 100 دقيقې له ملفون سره تلفون وکړي،€ 18 تاديه کوي يا ورکوي. که ۲۰۰ دقيقې تلفون وکړي، نو بايد € 26 ورکړي. بنسټ قيمت څومره دی او يوه دقيقه څومره قيمت لري.

اينوونه: بنسټقيمت تل بايد ورکړ شي. له دې سره دې سره د وخت قيمت راځي. دا قيمت د خبرو د وخت سره متناسب دی

a_1 په دقيقه قيمت a_0بنسټ قيمت	1. Minute: $y = a_1 \cdot 1 + a_0$ 2. Minute: $y = a_1 \cdot 2 + a_0$ x. Minute: $y = a_1 \cdot x + a_0$

له دې لاس ته راځي : $y = f(x) = a_1 x + a_0$

دوه ټکي، چې په دې کرښه پراته دي پيژنو

$P_1(100 \mid 18) \quad P_2(200 \mid 26) \Rightarrow$

له دې لاس ته دويم حالت راځي

$\Rightarrow y = f(x) = 0{,}08x + 10$

بنسټ قيمت يا نرخ 10€ دی. د خبرو نرخ په دقيقه 0,08€ دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.2. کرښیز ې توابع د ورکړشوو شرایطو سره

2.2.1.لومړی حالت : د P تکي ځخه تیرې کرښې د a_1 جګوالي سره

بیلګه:

یوه کرښه د a_1 د جګوالي سره د $P_1(x_1 \mid y_1)$ په تکي کې ځغلي.

د $f(x) = a_1x + a.$ تابع مساوات دې پیدا شي.

جګوالی: $a_1 = 1{,}5$ تکی $P_1(-2 \mid 3)$

وتونمساوات $f(x) = a_1x + a_0$

جګوالی ځای په ځای کړی

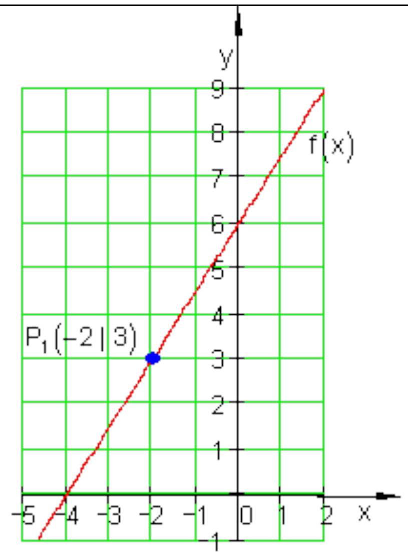
$f(x) = 1{,}5 \cdot x + a_0$

د a_0 لپاره دې ارزښت وشمیرل شي.

د $P_1(-2 \mid 3)$: لپاره ازمایښت

$$
\begin{aligned}
f(-2) = 3 \quad &\Leftrightarrow \quad 1{,}5 \cdot (-2) + a_0 &= 3 \\
&\Leftrightarrow \quad -3 + a_0 &= 3 \mid +3 \\
&\Leftrightarrow \quad a_0 &= 6
\end{aligned}
$$

د تابع مساوات $f(x) = 1{,}5 \cdot x + 6$



(c) ketabton.com: The Digital Library

ازمايښت:

$$P_1(-2|3) \Leftrightarrow f(-2) = 3$$
$$f(-2) = 1{,}5 \cdot (-2) + 6 = -3 + 6 = 3$$

بيلګه:

د حيواناتو ساتونکی د وښو اوتومات څخه د روځې 7,5 kg خوراک اخلي. دولس روځې، له هغې وروسته چې زيرمه له غذايي موادو ډکه شوې وه، هلته نور 250 kg پاتې دي.

الف - يو تابع مساوات وليکی، چې دا حالت تشريح کړي

ب - په څومره ستړ يا ډېرې به دا د وښو زيرمه دولس ورځې د مخه ډکه شوي وي.

حل و الف ته - دx محور: وخت په ورځو

y محور : د وښو زېرمه په کيلوګرامkg .

$$f(x) = -7{,}5x + a_0$$
$$P(12|250) \Rightarrow f(12) = 250 \Leftrightarrow -7{,}5 \cdot 12 + a_0 = 250$$
$$\Leftrightarrow -90 + a_0 = 250 | +90$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 340 \Rightarrow f(x) = -7{,}5x + 340$$

حل و ب ته- د ډکيدني وخت x = 0 دی.

$$\Rightarrow f(0) = -7{,}5 \cdot 0 + 340 = 340$$

د وښو شتون زخيره دولس12 ورځې د مخه په 340 kg ډک شوی .
لکه څنګه په لومړي حالت کې چې د يوې کرښې جګوالی او يو ټکی معلوم دي، شمېرنه په همغه ډول د ورکړشوو داتن يا داتا Daten سره مخ ته ځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په داسي حالت کي شميرنه تيليزه سرته رسيږي. دا مو بيا يو فرمول ته لاربنوده وي.

يوه کرښه دa_1 جګوالي سره د$P_1(x_1 \mid y_1)$ ټکي څخه تيريږي.

د کرښمساواتو تيليز فرمول دی: $f(x) = a_1x + a_0$

$$P_1(x_1 \mid y_1) \Rightarrow f(x_1) = y_1 \Leftrightarrow a_1 \cdot x_1 + a_0 = y_1 \mid -a_1 \cdot x_1 \Leftrightarrow a_0 = y_1 - a_1 \cdot x_1$$

$$\Rightarrow f(x) = a_1 \cdot x + y_1 - a_1 \cdot x_1 = a_1 \cdot x - a_1 \cdot x_1 + y_1 = a_1(x - x_1) + y_1$$

$$f(x) = a_1(x - x_1) + y_1$$

دا د ټکی - جګوالي فرمول هم بلل کيږي.

بيلګه:

په $a_1 = -2; P_1(-3 \mid 4)$ $f(x) = a_1(x - x_1) + y_1$ کي ځا په ځای کړی

$$f(x) = -2(x - (-3)) + 4 = -2(x + 3) + 4 = -2x - 6 + 4 = \underline{\underline{-2x - 2}}$$

2.2.2دويم حالت: کرښه له دوه ټکو تيريږي

بيلګه:

دوه ټکی $P_1(x_1 \mid y_1)$ او $P_2(x_2 \mid y_2)$ په يوه کرښه پراته دي.

د $f(x) = a_1x + a_0$ تابع مساوات غواړو پيداکړو.

$P_2(4 \mid 6)$ $P_1(-3 \mid -1)$

وتونمساوات: $f(x) = a_1x + a_0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

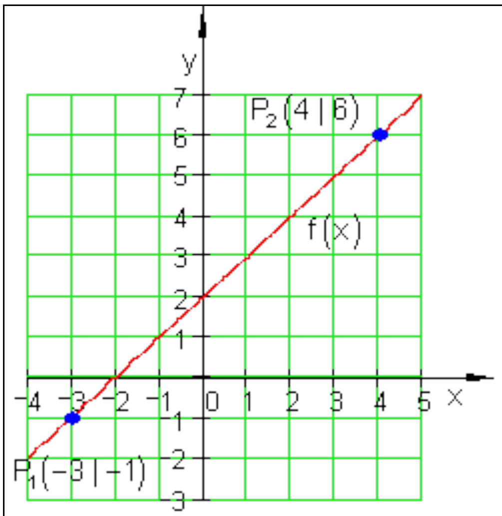
د جګوالي ټاکنه:

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6-(-1)}{4-(-3)} = \frac{6+1}{4+3} = \frac{7}{7} = 1$$

جګوالی وضعه کړی $f(x) = 1 \cdot x + a_0$

وروسته له دې چې جګېدنه معلومه شوه، ادا پوښتنه داسي حل کیږي لکه په لومړي حالت کي.

د ټکو ازمایښت لپاره بې پروا ده چې د دې لپاره کوم ټکي کارول کیږي، ځکه چې دواړه ټکي به په کرښه پراته وي.



د ټکو ازمایښت د $P_2(4|6)$ یا P_1 لپاره

$$P_2(4|6) \Rightarrow f(4) = 6 \Leftrightarrow 1 \cdot 4 + a_0 = 6 \,|\, -4 \Leftrightarrow a_0 = 2 \Rightarrow f(x) = x + 2$$

بیلګه:

د فزیک څخه پوهیږو چې د حرارت معلوملو (ګرمۍ کچونې) لپاره مختلفې د تودوخې سکالا کارول کیږي. د څلزیوس سکالاCelsiusskala او د فارنهایټ سکالا Fahrenheitskala

د دواړو ترمنځ کرښیزې اړیکې موجود دي.

$100\,^0C$ برابری دي د $212\,^0F$ سره . $0\,^0C$ برابر د ی په $32\,^0F$ سره.

د یوه تابع مساوات غواړو پیداکړو، چې د هغې په مرسته ^0C په ^0F اړول کیږي.

خیلواکه متحوله x په ^0C او بلواکه یا تابع متحوله $y = f(x)$ په ^0F .

جګوالی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{212-32}{100-0} = \frac{180}{100} = \frac{9}{5} \Rightarrow f(x) = \frac{9}{5}x + a_0$$

$$P_1(0 \mid 32) \Rightarrow f(0) = 32 \Leftrightarrow \frac{9}{5}\cdot 0 + a_0 = 32 \Leftrightarrow a_0 = 32$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{9}{5}x + 32$$

په بدل شوی تابع x په C° کې کیږدی نتیجه یې ده.

د بیلګې په ډول:

$$x = 20\,^{o}C : f(20) = \frac{9}{5}\cdot 20 + 32 = 68 \Rightarrow 20\,^{o}C \triangleq 68\,^{o}F$$

د دویم حالت لپاره هم کیدی شي شمیرنه په ټولیزه توګه مخ ته بوتلی شی:

دوه ټکی $(\,x_1 \mid y_1\,)P_1$ او $(\,x_2 \mid y_2\,)P_2$ په یوه کرښه پراته دي.

د مساواتو عمومي بڼه ده:. $f(x) = a_1x + a_0$

جګوالی: $a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\cdot x + a_0$

$$P_1(x_x \mid y_1) \Rightarrow f(x_1) = y_1 \Leftrightarrow \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\cdot x_1 + a_0 =$$

$$= y_1 \mid -\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\cdot x_1 \Leftrightarrow a_0 = y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\cdot x_1$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\cdot x + y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\cdot x_1 =$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 + y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

$$f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

دا په دوه ټکو کې د کرښيزږومساواتو یو تولیزه بڼه ده .

په زياتو ادبياتو کې په لاندې ډول ده:

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \; ; x_1 \neq x_2$$ چیرته چې $y = f(x)$ باور لري.

د عملي کاروني لپاره لاندي بڼه مساعده ده:

$$f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

بیلګه:

$P_1(2|-1); P_2(-3|2)$ په $f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$ کې ځای په ځای

کړی

$$f(x) = \frac{2-(-1)}{-3-2}(x-2)+(-1) = \frac{2+1}{-5}(x-2) - 1 = -\frac{3}{5}(x-2) - 1 = -\frac{3}{5}x + \frac{6}{5} - \frac{5}{5}$$
$$= -\frac{3}{5}x + \frac{1}{5} \Leftrightarrow f(x) = -\frac{3}{5}x + \frac{1}{5}$$

تمرین:

د ^0F په ^0C باندې شمیرني لپاره یو تابع مساوات ولیکی

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.2.3.تمرین: د تابعمساواتو شمیرنه

یو کرښیز مساوات د a_1 جګوالی لري او د P له ټکي تیریږي.

د f(x) تابعمساوات معلوم کړئ او د محورونو قاطع ټکي یا غوځټکي وټاکئ او ګراف یې انځور کړئ

اول - $P(2|-2)$ $a_1 = \frac{1}{2}$ دویم - $P(-1|3)$ $a_1 = \frac{3}{4}$

دریم - $P(3|-1)$ $a_1 = 2$ څلورم - $P\left(\frac{3}{2}\middle|4\right)$ $a_1 = \frac{4}{5}$

یوه کرښه له ټکو P_1 او P_2 تیریږي.

د f(x) تابع مساوات پیدا کړئ او د محور قاطع ټکي او ګراف رسم کړئ.

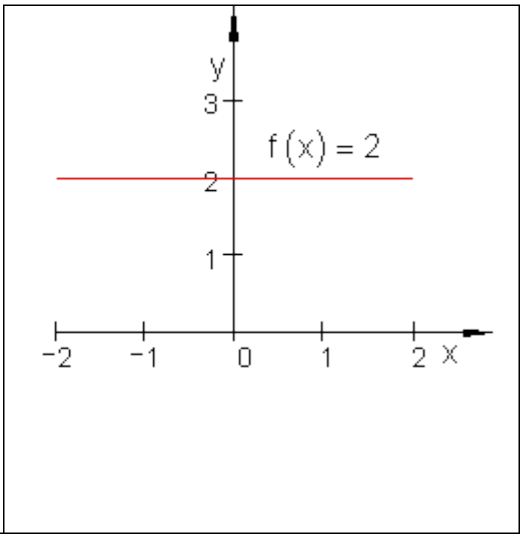
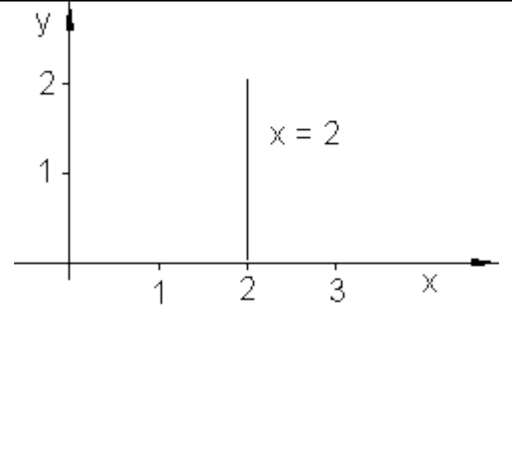
پنځم - $P_2(5|4)$ $P_1(2|1)$ شپږم - $P_2(2|3)$ $P_1(-3|-2)$

اوم - $P_2(4|-1)$ $P_1(-2|3)$ اتم - $P_2(3|1)$ $P_1(-4|-1)$

نهم - $P_2(4|-1)$ $P_1\left(-3\middle|\frac{9}{2}\right)$ لسم - $P_2\left(\frac{7}{2}\middle|4\right)$ $P_1(-4|-2)$

2.2.4.د کرښمساواتو ځانګړی حالت:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د x- محور سره غبرگ کرښه: $f(x) = a_0 ; a_0 \in \mathbb{R}$ يو د 0 درجي تام راشنل تابع ده او ثابته تابع هم بلل کيږي. x- محور هم يوه ثابته تابع ده د تابع مساوات $f(x) = 0$ سره. د ثابتې تابع جګوالی تل صفر دی.	
د y- محور سره غبرگه. $x = a ; a \in \mathbb{R}$ کرښه د محور سره غبرگه (موازي) ځغلي. دا د يوه تابع مساوات سره نه شي ليکل کيدی، ځکه چې يواځنۍ تنظيم نه شته يعني تابع نه ده. $x = 0$ د y - محور مساوات دي.	

بيلګه:

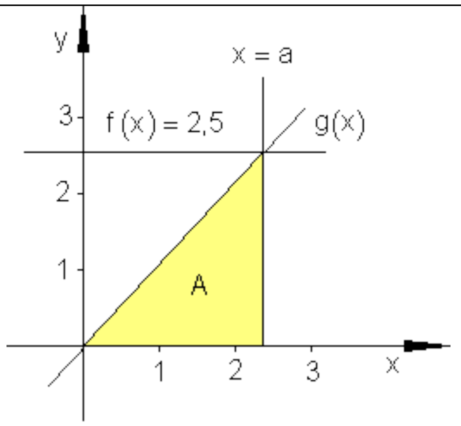
يو $f(x) = 2{,}5$ ور کړ شوی او y- محور سره موازي د a واټن د $a > 0$ سره.

يوه سرچينييزه کرښه g د($P(a \mid f(x)$ ټکي څخه تيريږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا دx - محور او د y- محور سره غبرګي کرښي سره یو مثلث جوړوي.

a داسي وټاکی چې سطحه د مثلث د سطحي څلور واحدونه (یوونونهFE) جوړ کړي. د دې حالت لپاره دg(x) تابع مساوات څنګه دي؟

 	$A = \frac{g \cdot h}{2}$ د g = a او h=f(x) = 2,5 سره د مثلث سطحه $\Rightarrow A = \frac{2,5 \cdot a}{2} = \frac{5}{4}a$ $A = 4 \Leftrightarrow \frac{5}{4}a = 4 \mid \cdot \frac{4}{5} \Leftrightarrow a = \frac{16}{5}$ (ځکه چې د سرچینې کرښه $g(x) = a_1x$ ($a_0 = 0$ د جګېدو له مثلث څخه $a_1 = \frac{5}{2} : \frac{16}{5} = \frac{25}{32}$ د تابع مساوات : $g(x) = \frac{25}{32}x$

تمرين: د ^0F بدلون شمیرنه په ^0C لپاره د تابع مساوات ولیکی

حل :

د ^0C اړونه یا بدلون په^0F د متحولي لپاره دا معنا لري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

---

x په ^{0}F مستقله يا خپلواكه متحوله ده او y = f(x) په^{0}C بلواكه يا تابع متحوله ده.

$$212\,^0F \triangleq 100\,^0C \Rightarrow P_1(212\,|\,100)$$ او $$32\,^0F \triangleq 0\,^0C \Rightarrow P_1(32\,|\,0)$$

دا چې د حرارت الو ترمنځ يوه كرښيزه ا ړيكه پرته ده، نو ټكي P_1 اوP_2 په يوه كرښه پراته دي.

د كرښي عمومي كرښيزه بڼه په دې ډول ده:.$f(x) = a_1x + a_0$

دلته ضريبونه a_1 او a_0 د ټاكلو دي.

جګوالی: $$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{100-0}{212-32} = \frac{100}{180} = \frac{10}{18} = \frac{5}{9} \Rightarrow f(x) = \frac{5}{9}x + a_0$$

ټكي ازمايښت د $P_1(32\,|\,0)$ سره.

$$\Rightarrow f(32) = 0 \Leftrightarrow \frac{5}{9}\cdot 32 + a_0 = 0 \Leftrightarrow \frac{160}{8} + a_0 = 0\,\Big|-\frac{160}{9} \Leftrightarrow a_0 = -\frac{160}{9}$$
$$\Rightarrow f(x) = f(x) = \frac{5}{9}x - \frac{160}{9} = \frac{5}{9}(x-32)$$

د ^{0}F اړونې په ^{0}C لپاره باور لري. $$^0F \text{ in } ^0C \text{ gilt: } f(x) = \frac{5}{9}(x-32)$$

xپه ^{0}F او y په ^{0}C .

د كرښيزو توابعوII د تمرينونو حل

نتيجه او مفصل: له 01 تر 10 .

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی - د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

$$f(x) = \frac{1}{2}x - 3 \,;\, P_y(0 \mid -3) \,;\, P_x(6 \mid 0)$$

دويم – د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

$$f(x) = \frac{3}{4}x + \frac{15}{4} \,;\, P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{15}{4}\right) \,;\, P_x(-5 \mid 0)$$

دريم – د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ.

$$f(x) = 2x - 7 \,;\, P_y(0 \mid -7) \,;\, P_x\left(\frac{7}{2} \,\middle|\, 0\right)$$

څلورم – د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ.

$$f(x) = \frac{4}{5}x + \frac{14}{5} \,;\, P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{14}{5}\right) \,;\, P_x\left(-\frac{7}{2} \,\middle|\, 0\right)$$

پنځم – د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

$$f(x) = x - 1 \,;\, P_y(0 \mid -1) \,;\, P_x(1 \mid 0)$$

شپږم – د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ.

$$f(x) = x + 1 \,;\, P_y(0 \mid 1) \,;\, P_x(-1 \mid 0)$$

اوم – د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ.

$$f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{5}{3} \,;\, P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{5}{3}\right) \,;\, P_x\left(\frac{5}{2} \,\middle|\, 0\right)$$

اتم – د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=\frac{2}{7}x+\frac{1}{7};P_y\left(0\left|\frac{1}{7}\right.\right);P_x\left(-\frac{1}{2}\middle|0\right)$$

نهم – د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ.

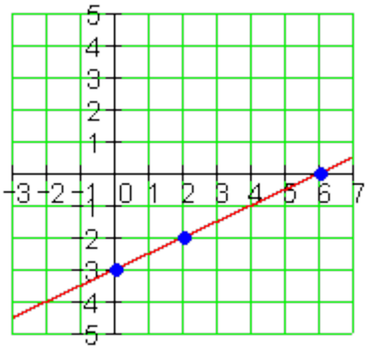
$$f(x)=-\frac{11}{14}x+\frac{15}{7};P_y\left(0\left|\frac{15}{7}\right.\right);P_x\left(\frac{30}{11}\middle|0\right)$$

لسم – د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ.

$$f(x)=\frac{4}{5}x+\frac{6}{5};P_y\left(0\left|\frac{6}{5}\right.\right);P_x\left(-\frac{3}{2}\middle|0\right)$$

مفصل حلونه:

لومړی:

د $f(x)=\frac{1}{2}x+a_0$ $P(2\|-2)$ سره باور لري : $f(2)=-2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}\cdot 2+a_0=-2$ $\Leftrightarrow a_0=-3$ $f(x)=\frac{1}{2}x-3 \Rightarrow P_y(0\|-3)$ $f(x)=0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x-3=0$ $\Leftrightarrow x=6 \Rightarrow P_x(6\|0)$	

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم:

$f(x)=\frac{3}{4}x+a_0$ د $P(-1|3)$ سره باور لري :

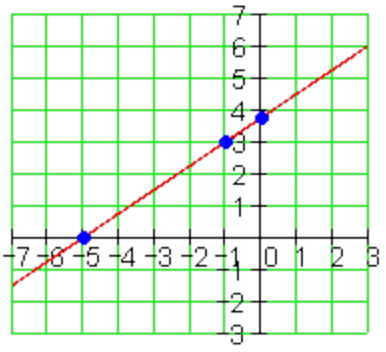
$$f(-1)=3 \Leftrightarrow \frac{3}{4}\cdot(-1)+a_0=3$$

$$\Leftrightarrow a_0=\frac{15}{4}$$

$$\underline{\underline{f(x)=\frac{3}{4}x+\frac{15}{4}}} \Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0\,|\,\frac{15}{4}=3{,}75\right)}}$$

$$f(x)=0 \Leftrightarrow \frac{3}{4}x+\frac{15}{4}=0$$

$$\Leftrightarrow x=-5 \Rightarrow \underline{\underline{P_x(-5\,|\,0)}}$$



دريم:

$f(x)=2x+a_0$ د $P(3|-1)$ سره باور لري :

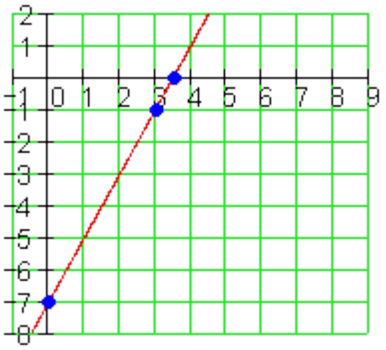
$$f(3)=-1 \Leftrightarrow 2\cdot 3+a_0=-1$$

$$\Leftrightarrow a_0=-7$$

$$\underline{\underline{f(x)=2x-7}} \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0\,|\,-7)}}$$

$$f(x)=0 \Leftrightarrow 2x-7=0$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{7}{2} \Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(\frac{7}{2}=3{,}5\,|\,0\right)}}$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

ځلورم:

$f(x) = \frac{4}{5}x + a_0$ د $P\left(\frac{3}{2}\middle| 4\right)$ سره باور لري:

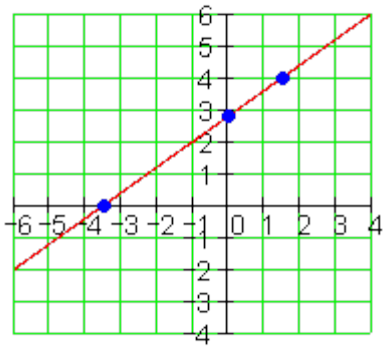
$$f\left(\frac{3}{2}\right) = 4 \Leftrightarrow \frac{4}{5}\cdot\frac{3}{2} + a_0 = 4$$

$$\Leftrightarrow a_0 = \frac{14}{5}$$

$$\underline{\underline{f(x) = \frac{4}{5}x + \frac{14}{5}}} \Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0\middle|\frac{14}{5}\right)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{4}{5}x + \frac{14}{5} = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{7}{2} \Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(-\frac{7}{2} = -3{,}5\middle| 0\right)}}$$



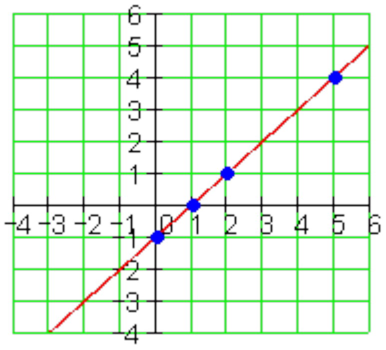
پنځم:

$P_1(2|1) \qquad P_2(5|4)$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4-1}{5-2} = \frac{3}{3} = 1$$

$$f(x) = x + a_0$$

د $P_1(2|1)$ سره باور لري:



(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(2) = 1 \Leftrightarrow 2 + a_0 = 1$$
$$\Leftrightarrow a_0 = -1$$
$$\underline{\underline{f(x) = x - 1}} \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|-1)}}$$
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x - 1 = 0$$
$$\Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow \underline{\underline{P_x(1|0)}}$$

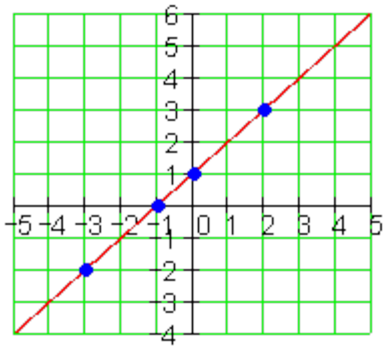
شپږم:

$P_1(-3|-2) \qquad P_2(2|3)$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3-(-2)}{2-(-3)} = \frac{5}{5} = 1$$

$f(x) = x + a_0$ د $P_2(2|3)$ سره باور لري

$$f(2) = 3 \Leftrightarrow 2 + a_0 = 3$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 1$$
$$\underline{\underline{f(x) = x + 1}} \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|1)}}$$
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x + 1 = 0$$
$$\Leftrightarrow x = -1 \Rightarrow \underline{\underline{P_x(-1|0)}}$$



اوم:

$P_1(-2|3) \qquad P_2(4|-1)$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1-3}{4-(-2)} = -\frac{4}{6} = -\frac{2}{3}$$

$$f(x) = -\frac{2}{3}x + a_0$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{3}x + \frac{5}{3} = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{5}{2} \Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(\frac{5}{2} = 2,5 \,\middle|\, 0\right)}}$$

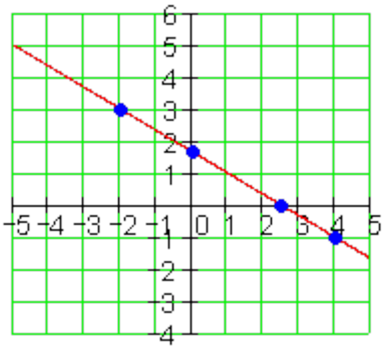
(c) ketabton.com: The Digital Library

د $P_2(4|-1)$ سره باور لري

$$f(4) = -1 \Leftrightarrow -\frac{2}{3}\cdot 4 + a_0 = -1$$

$$\Leftrightarrow a_0 = \frac{5}{3}$$

$$\underline{\underline{f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{5}{3}}} \Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0 \,|\, \frac{5}{3} \approx 1,67\right)}}$$



اتم:

$P_1(-4|-1) \qquad P_2(3|1)$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-(-1)}{3-(-4)} = \frac{2}{7}$$

$$f(x) = \frac{2}{7}x + a_0$$

د $P_2(3|1)$ سره باور لري:

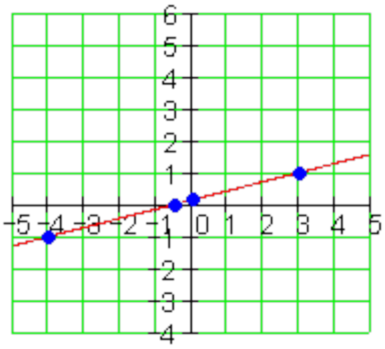
$$f(3) = 1 \Leftrightarrow \frac{2}{7}\cdot 3 + a_0 = 1$$

$$\Leftrightarrow a_0 = \frac{1}{7}$$

$$\underline{\underline{f(x) = \frac{2}{7}x + \frac{1}{7}}} \Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0 \,|\, \frac{1}{7} \approx 0,14\right)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{2}{7}x + \frac{1}{7} = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(-\frac{1}{2} = 0,5 \,|\, 0\right)}}$$



نهم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_1\left(-3 \mid \frac{9}{2}\right) \qquad P_2(4 \mid -1)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - \frac{9}{2}}{4 - (-3)} = -\frac{11}{14}$$

$$f(x) = -\frac{11}{14}x + a_0$$

د $P_2(4 \mid -1)$ سره باور لري:

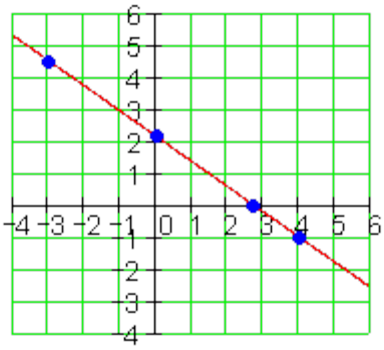
$$f(4) = -1 \Leftrightarrow -\frac{11}{14} \cdot 4 + a_0 = -1$$

$$\Leftrightarrow a_0 = \frac{15}{7}$$

$$f(x) = -\frac{11}{14}x + \frac{15}{7} \Rightarrow P_y\left(0 \mid \frac{15}{7} \approx 2{,}14\right)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{11}{14}x + \frac{15}{7} = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{30}{11} \Rightarrow P_x\left(\frac{30}{11} \approx 2{,}73 \mid 0\right)$$



لسم:

$$P_1(-4 \mid -2) \qquad P_2\left(\frac{7}{2} \mid 4\right)$$

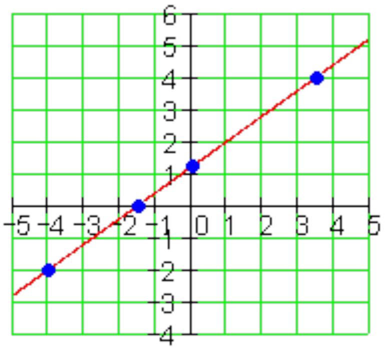
$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - (-2)}{\frac{7}{2} - (-4)} = \frac{4}{5}$$

$$f(x) = \frac{4}{5}x + a_0$$

د $P_1(-4 \mid -2)$ سره باور لري:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{4}{5}x + \frac{6}{5} = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{3}{2} \Rightarrow P_x\left(-\frac{3}{2} = -1{,}5 \mid 0\right)$$

$f(-4) = -2 \Leftrightarrow \frac{4}{5}\cdot(-4) + a_0 = -2$ $\Leftrightarrow a_0 = \frac{6}{5}$ $\underline{\underline{f(x) = \frac{4}{5}x + \frac{6}{5}}} \Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0 \mid \frac{6}{5} = 1,2\right)}}$	

پوښتنې:

کرښيزې توابع III

لومړی: د g کرښو مساوات وټاکی

الف: $P_1(-4|-2)$ او $P_2(2|0)$ په g پراته دي،

ب- g په $P_1(-3|1)$ او $P_2\left(1|\frac{11}{3}\right)$ کې ځغلي

پ- $P_1(1|-2)$ او $P_2(-2|10)$ په g پراته دي

ت- g محورونه په x = 2 او y = 6 کې غوڅوي(قطع کوي)

ټ- g له P(-6;1) تيريږي او له h سره غبرگ دی د $h(x) = -\frac{2}{3}x + 2$ مساوات سره

ث- g جګوالی $a_1 = -4,5$ لري او له P(1;1,5) څخه تيريږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ج- g جګوالی $a_1 = 3$ لري او له P(1;,1,5) څخه تيرېږي

چ- g دx محور په x = 3 کې غوځوي او د hکرښه د h(x) = 4x - 2 سره په x = -1 کې غوځوي.

دويم: د دوه کرښو g او h کرښيز مساوات پيدا کړی، چې له ټکی P(3;-2) تيرېږي.

دريم: يوه کرښه g د کرښيز تابع f(x) سره پيدا کړی، چې له ټکوP_1 اوP_2 تيريږي او تابع مساوات وټاکی.

الف- $P_1(1,5 | 3); P_2(3 | 2,5)$ ب - $P_1(-3 | 5); P_2(1 | 2,5)$

پ- $P_1(4 | 0); P_2\left(-1 | -\sqrt{2}\right)$ ت - $P_1(k | 3); P_2(2k | -1)$

ټ - $P_1(1 | 0); P_2(-1 | k+1)$ ث - $P_1\left(2\sqrt{k} | \sqrt{2k}\right); P_2\left(\sqrt{k} | 0\right)$

څلورم: د f(x) کرښيزې تابع مساوات وټاکی.که معلوم وي:

الف-کرښه د $a_1 = \frac{5}{4}$ جګيدنې سره له P(4;-1) څخه تيرېږي.

ب-کرښه له ټکو $P_1(-5 | -3)$ او $P_2(0 | 3)$ څخه تيرېږي.
پ-کرښه له P(4,5;2,7) ټکي تيرېږي. او د x محور سره 45° مايله ده.

ت-کرښه له P(-1,5;0) تيرېږي او دh(x) = 2x+2 سره غبرګه (موازي) ده.

پنځم: کر ښه g و کاږی او کرښيز مساوات وټاکی.

الف- $P(3 | -1) \in g$ او g دy محور سره غبر؛(موازي) څغلي.

ب- $P(3,5 | 2,5) \in g$ او g دx محور سره موازي څغلي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ- g له P(-5;1)تېرېږي او د $h(x) = -\frac{1}{2}x + 4$ سره موازي ده.

ت- g له $P\left(1 | \frac{3}{2}\right)$ تيرېږي او د کرښو سره چې له ټکو $P_1(-2 | -3)$ او $P_2\left(\frac{3}{2} | -5\right)$ تيرېږي، موازي ښغلي.

د کرښيزو توابعو برخه III

مفصل حلونه

لومړی –

الف-

$$P_1(-4 | 2); P_2(2 | 0) \Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0-2}{2-(-4)} = -\frac{1}{3} \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{3}x + a_0$$

$$P_2(2 | 0): \quad f(2) = -\frac{1}{3} \cdot 2 + a_0 = 0 \Rightarrow a_0 = \frac{2}{3} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}}}$$

ب-

$$P_1(-3 | 1); P_2\left(1 | \frac{11}{3}\right) \Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\frac{11}{3} - \frac{3}{3}}{1-(-3)} = \frac{\frac{8}{3}}{\frac{4}{1}} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \Rightarrow f(x) = \frac{2}{3}x + a_0$$

$$P_1(-3 | 1): \quad f(-3) = \frac{2}{3} \cdot (-3) + a_0 = 1 \Rightarrow a_0 = 3 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \frac{2}{3}x + 3}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ –

$$P_1(1|-2)\,;P_2(-2|10) \Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{10-(-2)}{-2-1} = \frac{12}{-3} = -4 \Rightarrow f(x) = -4x + a_0$$

$$P_1(1|-2):\quad f(1) = -4\cdot 1 + a_0 = -2 \Rightarrow a_0 = 2 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -4x+2}}$$

ت –

$$x = 2;\ y = 6 \Rightarrow P_1(2|0)\,;P_2(0|6) \Rightarrow a_0 = 6 \Rightarrow f(x) = a_1x + 6$$

$$P_1(2|0):\quad f(2) = a_1\cdot 2 + 6 = 0 \Rightarrow a_1 = -3 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -3x+6}}$$

ټ - P(-6;1) موازي دی و $|\ h(x) = -\frac{2}{3}x + 2 \Rightarrow a_1 = -\frac{2}{3} \Rightarrow f(x) = -\frac{2}{3}x + a_0$ ته

$$P(-6|1):\quad f(-6) = -\frac{2}{3}\cdot(-6) + a_0 = 1 \Rightarrow a_0 = -3 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{2}{3}x - 3}}$$

ث –

$$a_1 = -4{,}5 \Rightarrow f(x) = -4{,}5x + a_0$$

$$P(2|-3):\quad f(2) = -4{,}5\cdot 2 + a_0 = -3 \Rightarrow a_0 = 6 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -4{,}5x+6}}$$

ج –

$$a_1 = 3\,;P(1|1{,}5) \Rightarrow f(x) = 3x + a_0$$

$$P(1|1{,}5):\quad f(1) = 3\cdot 1 + a_0 = 1{,}5 \Rightarrow a_0 = -1{,}5 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = 3x - 1{,}5}}$$

چ $x = 3 \Rightarrow P_1(3|0)\quad P_2(-1|y_2)\ |$

په کربنه د h(x) = 4x-2 سره پرتې دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow y_2 = h(-1) = 4 \cdot (-1) - 2 = -6 \Rightarrow P_2(-1|-6)$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-6-0}{-1-3} = \frac{-6}{-4} = \frac{3}{2} \Rightarrow f(x) = \frac{3}{2}x + a_0$$

$$P_1(3|0): \quad f(3) = \frac{3}{2} \cdot 3 + a_0 = 0 \Rightarrow a_0 = -\frac{9}{2} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \frac{3}{2}x - \frac{9}{2}}}$$

دویم –

$$P(3|-2);\ g(x) = a_{1g}x + a_{0g};\ h(x) = a_{1h}x + a_{0h}$$

دا چې د یوه ټکي څخه په خوښه ډېرې کرښې تیرېدلی شي، ځگیدنه په خوښه ټاکل کیدی شي د بیلګې په توګه $a_{1g} = 1$.

$$\Rightarrow g(x) = x + a_{0g}$$

او $a_{1h} = 2 \Rightarrow h(x) = 2x + a_{0h}$

$$P(3|-2): \quad g(3) = 3 + a_{0g} = -2 \Rightarrow a_{0g} = -5 \Rightarrow \underline{\underline{g(x) = x - 5}}$$

$$h(3) = 2 \cdot 3 + a_{0h} = -2 \Rightarrow a_{0h} = -8 \Rightarrow \underline{\underline{h(x) = 2x - 8}}$$

دریم –

الف-

$$P_1(1,5|3);\ P_2(3|2,5) \Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2,5-3}{3-1,5} = -0,\overline{3} = -\frac{1}{3} \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{3}x + a_0$$

$$P_1(1,5|3) \Rightarrow P_1\left(\frac{3}{2}|3\right): \quad f\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2} + a_0 = 3 \Rightarrow a_0 = 3\frac{1}{2} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{1}{3}x + 3\frac{1}{2}}}$$

ب – په لاندې کې oder د یا په معنا دی

پ –

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_1(-2|5);P_2(1|2{,}5)\ \text{oder}\ P_2\left(1|\frac{5}{2}\right)$$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{\frac{5}{2}-5}{1-(-3)}=\frac{\frac{5}{2}-\frac{10}{2}}{\frac{4}{1}}=\frac{-\frac{5}{2}}{\frac{4}{1}}=-\frac{5\cdot 1}{2\cdot 4}=-\frac{5}{6}\Rightarrow f(x)=-\frac{5}{8}x+a_0$$

$$P_1(4|0);P_2\left(-1|-\sqrt{2}\right)$$

$$\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-\sqrt{2}-0}{-1-4}=\frac{-\sqrt{2}}{-5}=\frac{\sqrt{2}}{5}=\frac{1}{5}\sqrt{2}\Rightarrow f(x)=\frac{1}{5}\sqrt{2}x+a_0$$

$$P_1(4|0):\quad f(4)=\frac{1}{5}\sqrt{2}\cdot 4+a_0=0\Rightarrow a_0=-\frac{4}{5}\sqrt{2}\Rightarrow f(x)=\frac{1}{5}\sqrt{2}x-\frac{4}{5}\sqrt{2}$$

ت –

$$P_1(k|3);P_2(2k|-1)\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-1-3}{2k-k}=-\frac{4}{k}\Rightarrow f(x)=-\frac{4}{k}x+a_0$$

$$P_1(k|3):\quad f(k)=-\frac{4}{k}\cdot k+a_0=3\Rightarrow a_0=3+4=7\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{4}{k}x+7}}$$

ټ –

$$P_1(1|0);P_2(-1|k+1)\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{k+1-0}{-1-1}=-\frac{k+1}{2}\Rightarrow f(x)=-\frac{k+1}{2}x+a_0$$

$$P_1(1|0):\quad f(1)=-\frac{k+1}{2}\cdot 1+a_0=0\Rightarrow a_0=\frac{k+1}{2}\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{k+1}{2}x+\frac{k+1}{2}}}$$

ث –

$$P_1\left(2\sqrt{k}|\sqrt{2k}\right);P_2\left(\sqrt{k}|0\right)$$

$$\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{0-\sqrt{2k}}{\sqrt{k}-2\sqrt{k}}=\frac{-\sqrt{2k}}{-\sqrt{k}}=\frac{\sqrt{2}\sqrt{k}}{\sqrt{k}}=\sqrt{2}\Rightarrow f(x)=\sqrt{2}x+a_0$$

$$P_2\left(\sqrt{k}|0\right):\quad f\left(\sqrt{k}\right)=\sqrt{2}\cdot\sqrt{k}+a_0=0\Rightarrow a_0=-\sqrt{2}\cdot\sqrt{k}=-\sqrt{2k}\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=\sqrt{2}x-\sqrt{2k}}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځلورم –

الف-

$$P(4|-1);\ a_1=\frac{5}{4}\quad \Rightarrow f(x)=\frac{5}{4}x+a_0$$

$$P(4|-1):\quad f(4)=\frac{5}{4}\cdot 4+a_0=-1\Rightarrow a_0=-6\Rightarrow f(x)=\frac{5}{4}x-6$$

ب -

$$P_1(-5|-3);P_2(0|3)\Rightarrow a_0=3$$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{3-(-3)}{0-(-5)}=\frac{6}{5}\Rightarrow f(x)=\frac{6}{5}x+3$$

پ -

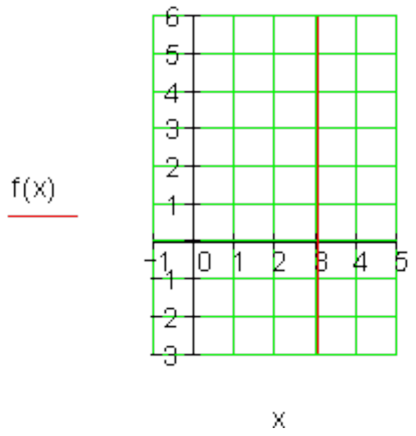
$$45^0 \triangleq a_1=1\Rightarrow f(x)=x+a_0$$

$$P(4{,}5|2{,}7):\quad f(4{,}5)=4{,}5+a_0=2{,}7\Rightarrow a_0=-1{,}8\Rightarrow f(x)=x-1{,}8$$

ت - موازي و $h(x)=2x+2\Rightarrow a_1=2\Rightarrow f(x)=2x+a_0$ ته

پنځم –

الف-

$P(3\|-1)\in g$ كرښه له y محور سره موازي ښغلي او مساوات x = 3 لري. په دې ځاى كې دا تابع نه ده، ځكه چې د x ارزښت3 لپاره ناپاى زيات دy ارزښتونه شته دى.	

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب -

$P(3,5 \mid 2,5) \in g$

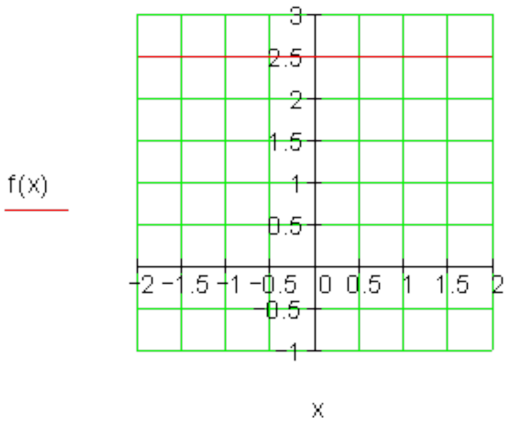
کرښه د محور سره غبرګه ځغلي او لاندې

مساوات لري:

f(x) = 2,5

دا دلته تابع ده، ځکه چې هر x ارزښت

پورې يو د y ازښت اړه لري.



پ -

$h(x) = -\frac{1}{2}x + 4$

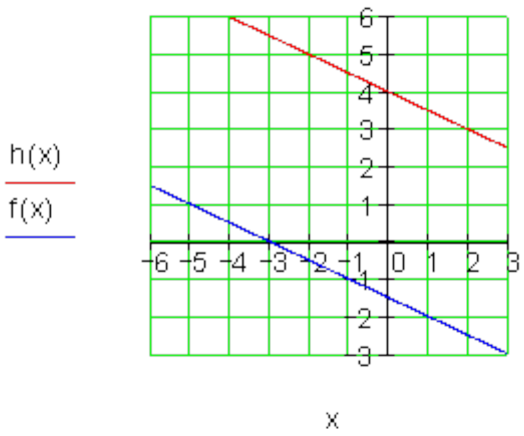
غبرګه و ته

$$\Rightarrow a_1 = -\frac{1}{2} \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{2}x + a_0$$

$P(-5 \mid 1):$

$$\Rightarrow f(-5) = -\frac{1}{2} \cdot (-5) + a_0 = 1$$

$$\Rightarrow a_0 = -\frac{3}{3} \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$$



ت -

(c) ketabton.com: The Digital Library

غبرګ وكرښي h(x) ته دا معنا لري، چې

له P1 اوP2 ټكو تېريږي، دا معنا لري،

چې له $P_1(-2|-3)$ او $P_1\left(\frac{3}{2}|-5\right)$

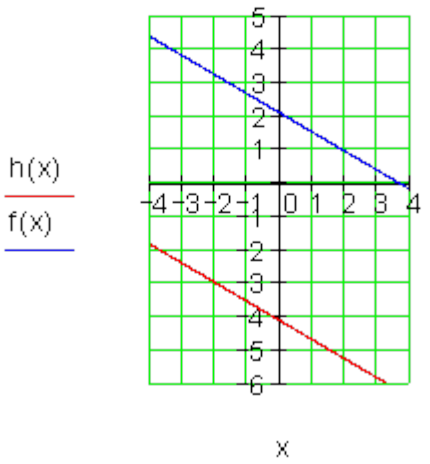
جګوالی a1شمېرل كېدی شي.

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-5-(-3)}{\frac{3}{2}-(-2)} = -\frac{4}{7}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{4}{7}x + a_0$$

$$P\left(1|\frac{3}{2}\right) \Rightarrow f(1) = -\frac{4}{7}\cdot 1 + a_0 = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow a_0 = \frac{19}{14} \Rightarrow f(x) = -\frac{4}{7}x + \frac{19}{14}$$



پوښتنې

كرښيز مساوات VI

لومړی –

د لاندې كرښيزو توابعو ګرافونه و كاږی او د ارزښت سټ يا – ډېرى W و ټاكی

الف- $f(x) = -2x + 2;\ D = \{x|-3 \le x \le 5\}_{\mathbb{R}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب - $f(x)=\frac{1}{2}x-\frac{3}{4};D=\{x|-4\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

پ - $f(x)=\frac{3}{4}x-3;D=\{x|-2\le x\le 6\}_{\mathbb{R}}$

ت - $f(x)=3x-6;D=\{x|-1\le x\le 3\}_{\mathbb{R}}$

دويم –

ټکی P_1 اوP_2 ورکړ شوي، چې په کرښه پراته دي. د$f(x)$ تابعمساوات پيدا کړئ او ګراف يې وکاږئ

الف- $P_1(3\mid 4);P_2(7\mid -1);D=\{x|0\le x\le 7\}_{\mathbb{R}}$

ب - $P_1(-8\mid 1);P_2(2\mid -3);D=\{x|-8\le x\le 2\}_{\mathbb{R}}$

پ - $P_1(4\mid 3);P_2(-7\mid -1);D=\{x|-7\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

ت - $P_1(-4\mid -4);P_2(4\mid 2);D=\{x|-4\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

دريم –

د لاندې مساواتو حلسټ يا حلډېرئ پيداکړئ. مساوات چې کسرى راشنل ترمونه ولري، بايد د هغو تعريفورشو هم ورکړل شي.

الف- $x-5=9$ ب - $25=8+x$ پ - $x-\frac{2}{3}=\frac{3}{4}$ ت - $\frac{5}{9}=x-\frac{1}{3}$

ټ - $88=4x-16$ ث - $a+bx=3b+a$ ج - $8-(x+5)=2$

چ - $9+(5-x)=6$ ح = $(x-6)(x+3)=(x-5)(x-2)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

خ - $(x+3)(x+7)=(x+2)(x+9)$ ځ - $\frac{x}{4}+\frac{5x}{6}+\frac{5}{6}=\frac{x}{2}+x$

څ - $\frac{3}{2x}+\frac{2}{3x}=\frac{1}{9}+\frac{7}{3x}$ د - $\frac{ax}{b}-\frac{b}{ac}=\frac{a}{bc}-\frac{bx}{a}$ ډ - $\frac{x}{a-b}+\frac{x}{a+b}=a$

ذ- $23a-\{5ax-[9ax+(12a-6ax)]-(3a-8ax)\}-15a=5ax-7a$

څلورم:د لاندې توابعو د محورونو سره د تقاطع ټکي هم پیدا کړی.

الف- $f(x)=2x-7$ ب - $f(x)=-2x+6$ پ - $f(x)=3x-3$

ت - $f(x)=2x+\frac{2}{3}$ ټ - $f(x)=\frac{3}{4}x+2$ ث - $f(x)=-\frac{3}{4}x+\frac{4}{5}$

ج - $f(x)=3{,}5x+\frac{1}{2}$ چ – $f(x)=-2{,}5x+2\frac{1}{2}$ ح - $f(x)=1\frac{3}{4}x-3\frac{2}{3}$

پنځم: د یوې کرښې دوه ټکي P_1 او P_2 ورکړ شوي د لاندې توابعو له I تر IV لپاروه وټاکی:

I. $P_1(3 \mid 4); P_2(7 \mid -1); D=\{x \mid -2 \le x \le 8\}_{\mathbb{R}}$

II. $P_1(-8 \mid 1); P_2(2 \mid -3); D=\{x \mid -8 \le x \le 2\}_{\mathbb{R}}$

III. $P_1(4 \mid 3); P_2(-7 \mid -1); D=\{x \mid -8 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

IV. $P_1(4 \mid 2); P_2(-4 \mid -4); D=\{x \mid -4 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

الف- د جګیدني ضریب.m

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب - د کرښې تابعمساوات   پ - دy محور سره د تقاطع ټکی P_y

ت - د تقاطع ټکی P_y د x محور سره   ټ - پهW باندې ارزښتډېری W.

ث - په D کې د تابع ګراف

شپږم: لاندې مساواتسیستمونه حل کړئ:

الف- $\begin{array}{ll} I & 5y-3x=1 \\ II & x=y+1 \end{array}$ ب - $\begin{array}{ll} I & 4x+5y=32 \\ II & y=5x-11 \end{array}$ پ - $\begin{array}{ll} I & 15y-4x=-50 \\ II & x=y+7 \end{array}$

ت - $\begin{array}{ll} I & 3x=y+15 \\ II & 2y-10=2x \end{array}$ ټ - $\begin{array}{ll} I & 2y=2x-40 \\ II & 3x=10-2y \end{array}$ ث - $\begin{array}{ll} I & x+y=a+b \\ II & x-y=a-b \end{array}$

حلونه

لاینیز توابع VI

نتیجې او مفصل حلونه

نتیجه. (د ګراف لپاره ،، مفصل حل،، وګورئ)

لومړئ:

الف - $f(x)=-2x+2;\, D=\{x|-3\le x\le 5\}_{\mathbb{R}} \Rightarrow W=\{y|-8\le y\le 8\}_{\mathbb{R}}$

ب - $f(x)=\frac{1}{2}x-\frac{3}{4};\, D=\{x|-4\le x\le 4\}_{\mathbb{R}} \Rightarrow W=\left\{y\middle|-\frac{11}{4}\le y\le \frac{5}{4}\right\}_{\mathbb{R}}$

پ - $f(x)=\frac{3}{4}x-3\;\; D=\{x|-2\le x\le 6\}_{\mathbb{R}} \Rightarrow W=\left\{y\middle|-\frac{9}{2}\le y\le \frac{3}{2}\right\}_{\mathbb{R}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت - $f(x) = 3x - 6 ; D = \{x | -1 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}} \Rightarrow W = \{y | -9 \le y \le 3\}_{\mathbb{R}}$

دويم:(د ګراف لپاره ،، مفصل حل،، وګورئ)

الف - $P_1(3 \mid 4); P_2(7 \mid -1) \Rightarrow f(x) = -\frac{5}{4}x + \frac{31}{4}$

ب - $P_1(-8 \mid 1); P_2(2 \mid -3) \Rightarrow f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5}$

پ - $P_1(4 \mid 3); P_2(-7 \mid -1) \Rightarrow f(x) = \frac{4}{11}x + \frac{17}{11}$

ت - $P_1(-4 \mid -4); P_2(4 \mid 2) \Rightarrow f(x) = \frac{3}{4}x - 1$

دريم:

الف - $x - 5 = 9 \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 14}}$ ب - $8 + x = 25 \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 17}}$ پ - $x - \frac{2}{3} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow x = \underline{\underline{\frac{17}{12}}}$

ت - $\frac{5}{9} = x - \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = \underline{\underline{\frac{8}{9}}}$ ټ - $88 = 4x - 16 \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 26}}$

ث- $a + bx = 3b + a \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 3}}$ ج – $8 - (x + 5) = 2 \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 1}}$

چ - $9 + (5 - x) = 6 \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 8}}$ ح - $(x - 6)(x + 3) = (x - 5)(x - 2) \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 7}}$

خ - $(x + 3)(x + 7) = (x + 2)(x + 9) \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 3}}$ ځ - $\frac{x}{4} + \frac{5x}{6} + \frac{5}{6} = \frac{x}{2} + x \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 2}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځ –

$$\frac{3}{2x}+\frac{2}{3x}=\frac{1}{9}+\frac{7}{3x}$$
$$\Leftrightarrow x=-\frac{3}{2};\ D=\mathbb{R}^*$$

د -

$$\frac{ax}{b}-\frac{b}{ac}=\frac{a}{bc}-\frac{bx}{a}$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{1}{c}\ \text{mit}\ c\neq 0$$
$$D=\mathbb{R};\ a\neq 0;\ b\neq 0;\ c\neq 0$$

ډ -

$$\frac{x}{a-b}+\frac{x}{a+b}=a$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{a^2-b^2}{2}$$
$$D=\mathbb{R};\ a-b\neq 0;\ a+b\neq 0$$

ذ-

$$23a-\{5ax-[9ax+(12a-6ax)]-(3a-8ax)\}-15a=5ax-7a\Leftrightarrow x=2$$

څلورم:

الف - $f(x)=2x-7\Rightarrow P_y(0\mid -7);\ P_x\left(\frac{7}{2}\middle|\,0\right)$

ب - $f(x)=-2x+6\Rightarrow P_y(0\mid 6);\ P_x(3\mid 0)$

پ - $f(x)=3x-3\Rightarrow P_y(0\mid -3);\ P_x(1\mid 0)$

ت - $f(x)=2x+\frac{2}{3}\Rightarrow P_y\left(0\,\middle|\,\frac{2}{3}\right);\ P_x\left(-\frac{1}{3}\,\middle|\,0\right)$

ټ - $f(x)=\frac{3}{4}x+2\Rightarrow P_y(0\mid 2);\ P_x\left(-\frac{8}{3}\,\middle|\,0\right)$

ث-

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = -\frac{3}{4}x + \frac{4}{5} \Rightarrow P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{4}{5}\right); P_x\left(\frac{16}{15} \,\middle|\, 0\right)$$

ج - $$f(x) = \frac{7}{2}x + \frac{1}{2} \Rightarrow P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{1}{2}\right); P_x\left(-\frac{1}{7} \,\middle|\, 0\right)$$

چ - $$f(x) = -\frac{5}{2}x + \frac{5}{2} \Rightarrow P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{5}{2}\right); P_x(1 \mid 0)$$

ح - $$f(x) = \frac{7}{4}x - \frac{11}{3} \Rightarrow P_y\left(0 \,\middle|\, -\frac{11}{3}\right); P_x\left(\frac{44}{21} \,\middle|\, 0\right)$$

پنځم: نتیجهI الف - $P_1(3 \mid 4); P_2(7 \mid -1) \Rightarrow \underline{\underline{a_1 = -\frac{5}{4}}}$ ب - $f(x) = -\frac{5}{4}x + \frac{31}{4}$

پ – $$f(x) = -\frac{5}{4}x + \frac{31}{4} \Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{31}{4}\right)}}$$

ت – $$f(x) = -\frac{5}{4}x + \frac{31}{4} \Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(\frac{31}{5} \,\middle|\, 0\right)}}$$

ټ – $$\begin{aligned} & f(x) = -\frac{5}{4}x + \frac{31}{4} \\ & D = \{x \mid -2 \le x \le 8\}_{\mathbb{R}} \\ & \Rightarrow W = \left\{y \,\middle|\, -\frac{9}{4} \le y \le \frac{41}{4}\right\}_{\mathbb{R}} \end{aligned}$$

ث- د ګراف لپاره مفصل حل ګورئ

پنځم: نتیجهII

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - $P_1(-8 \mid 1); P_2(2 \mid -3) \Rightarrow a_1 = -\frac{2}{5}$ ب - $f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5}$

پ - $f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5} \Rightarrow P_y\left(0 \,\middle|\, -\frac{11}{5}\right)$

ت – $f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5} \Rightarrow P_x\left(-\frac{11}{2} \,\middle|\, 0\right)$

ټ –
$$f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5}$$
$$D = \{x \mid -8 \le x \le 2\}_{\mathbb{R}}$$
$$\Rightarrow W = \{y \mid -3 \le y \le 1\}_{\mathbb{R}}$$

ث- د ګراف لپاره مفصل حل ګورئ

پنځم: نتيجهIII

الف - $P_1(4 \mid 3); P_2(-7 \mid -1) \Rightarrow a_1 = \frac{4}{11}$ ب - $f(x) = \frac{4}{11}x + \frac{17}{11}$

پ - $f(x) = \frac{4}{11}x + \frac{17}{11} \Rightarrow P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{17}{11}\right)$ ت - $f(x) = \frac{4}{11}x + \frac{17}{11} \Rightarrow P_x\left(-\frac{17}{4} \,\middle|\, 0\right)$

ټ –
$$f(x) = \frac{4}{11}x + \frac{17}{11}$$
$$D = \{x \mid -8 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$$
$$\Rightarrow W = \left\{y \mid -\frac{15}{11} \le y \le 3\right\}_{\mathbb{R}}$$

ث- د ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم: نتيجه IV

الف - $P_1(4 \mid 2)\,;\,P_2(-4 \mid -4) \Rightarrow \underline{\underline{a_1 = \frac{3}{4}}}$ ب - $f(x) = \frac{3}{4}x - 1$

پ - $f(x) = \frac{3}{4}x - 1 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0 \mid -1)}}$ ت - $f(x) = \frac{3}{4}x - 1 \Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(\frac{4}{3} \,\middle|\, 0\right)}}$

ټ -
$$f(x) = \frac{3}{4}x - 1$$
$$D = \{x \mid -4 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{W = \{y \mid -4 \le y \le 2\}_{\mathbb{R}}}}$$

ث- د ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

شپږم: نتيجه

الف - $\begin{matrix} I & 5y - 3x = 1 \\ II & x = y + 1 \end{matrix} \Rightarrow \underline{\underline{L = \{(3 \mid 2)\}}}$ ب - $\begin{matrix} I & 4x + 5y = 32 \\ II & y = 5x - 11 \end{matrix} \Rightarrow \underline{\underline{L = \{(3 \mid 4)\}}}$

پ - $\begin{matrix} I & 15y - 4x = -50 \\ II & x = y + 7 \end{matrix} \Rightarrow \underline{\underline{L = \{(5 \mid -2)\}}}$

ت - $\begin{matrix} I & 3x = y + 15 \\ II & 2y - 10 = 2x \end{matrix} \Rightarrow \underline{\underline{L = \{(10 \mid 15)\}}}$

ټ - $\begin{matrix} I & 2y = 2x - 40 \\ II & 3x = 10 - 2y \end{matrix} \Rightarrow \underline{\underline{L = \{(10 \mid -10)\}}}$

ث- $\begin{matrix} I & x + y = a + b \\ II & x - y = a - b \end{matrix} \Rightarrow \underline{\underline{L = \{(a \mid b)\}}}$

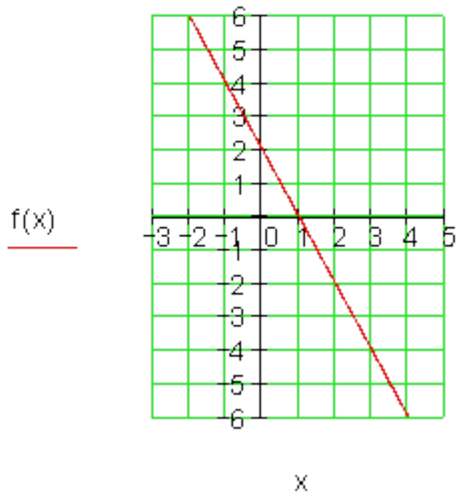
(c) ketabton.com: The Digital Library

مفصل حلونه:

لومړی:

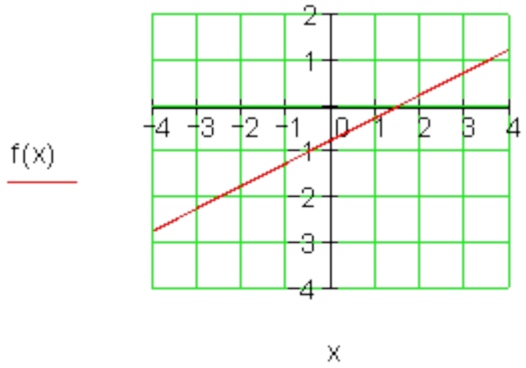
الف-

$$f(x) = -2x + 2$$
$$D = \{x \mid -3 \le x \le 5\}_{\mathbb{R}}$$
$$f(-3) = -2 \cdot (-3) + 2 = 8$$
$$f(5) = -2 \cdot 5 + 2 = -8$$
$$\Rightarrow W = \{y \mid -8 \le y \le 8\}_{\mathbb{R}}$$



ب-

$$f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$$
$$D = \{x \mid -4 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$$
$$f(-4) = \frac{1}{2} \cdot (-4) - \frac{3}{4} = -\frac{11}{4}$$
$$f(4) = \frac{1}{2} \cdot 4 - \frac{3}{4} = \frac{5}{4}$$
$$\Rightarrow W = \left\{y \mid -\frac{11}{4} \le y \le \frac{5}{4}\right\}_{\mathbb{R}}$$



پ-

(c) ketabton.com: The Digital Library

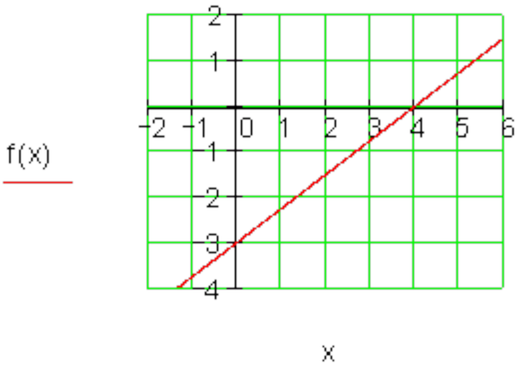
$$f(x)=\frac{3}{4}x-3$$

$$D=\{x|-2\le x\le 6\}_{\mathbb{R}}$$

$$f(-2)=\frac{3}{4}\cdot(-2)-3=-\frac{9}{2}$$

$$f(6)=\frac{3}{4}\cdot 6-3=\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow W=\left\{y\left|-\frac{9}{2}\le y\le\frac{3}{2}\right.\right\}_{\mathbb{R}}$$



ت-

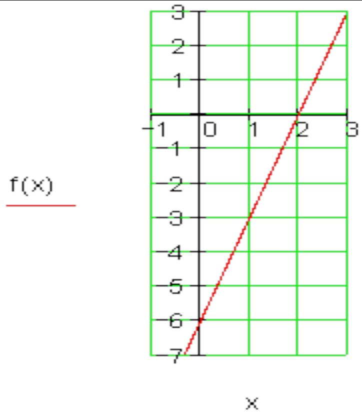
$$f(x)=3x-6$$

$$D=\{x|-1\le x\le 3\}_{\mathbb{R}}$$

$$f(-1)=3\cdot(-1)-6=-9$$

$$f(3)=3\cdot 3-6=3$$

$$\Rightarrow W=\{y|-9\le y\le 3\}_{\mathbb{R}}$$



دوی: الف-

$$P_1(3\mid 4);P_2(7\mid -1)$$

$$D=\{x|0\le x\le 7\}_{\mathbb{R}}$$

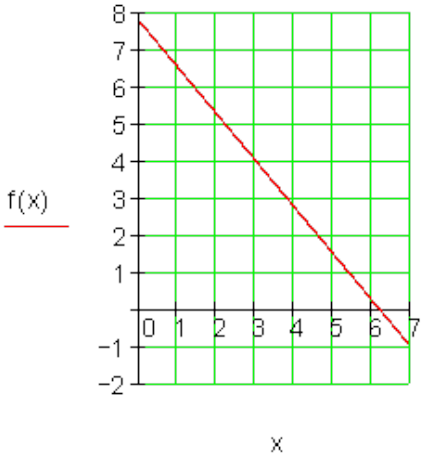
$$f(x)=a_1x+a_0$$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-1-4}{7-3}=-\frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow f(x)=-\frac{5}{4}x+a_0$$

$$P_1(3\mid 4)\Rightarrow f(3)=4$$

$$\Leftrightarrow -\frac{5}{4}\cdot 3+a_0=4\,\Big|+\frac{15}{4}$$

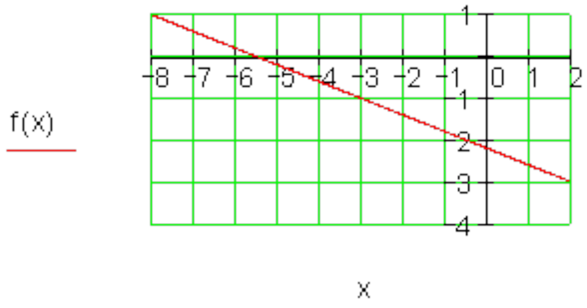


(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow a_0 = \frac{31}{4}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{5}{4}x + \frac{31}{4}$$

ب-



کربنیز ي توابع د ورکړشوو شرایطو سره

$P_1(-8 \mid 1); P_2(2 \mid -3)$

$D = \{x \mid -8 \le x \le 2\}_{\mathbb{R}}$

$f(x) = a_1 x + a_0$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3-1}{2-(-8)} = -\frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{2}{5}x + a_0$$

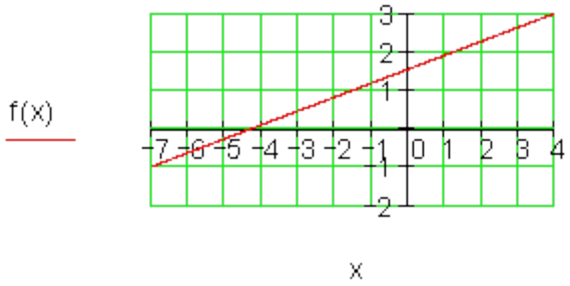
$$P_1(2 \mid -3) \Rightarrow f(2) = -3$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{5}\cdot 2 + a_0 = -3 \mid +\frac{4}{5}$$

$$\Leftrightarrow a_0 = -\frac{11}{5}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5}$$

پ-



$P_1(4 \mid 3); P_2(-7 \mid -1)$

$D = \{x \mid -7 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

$f(x) = a_1 x + a_0$

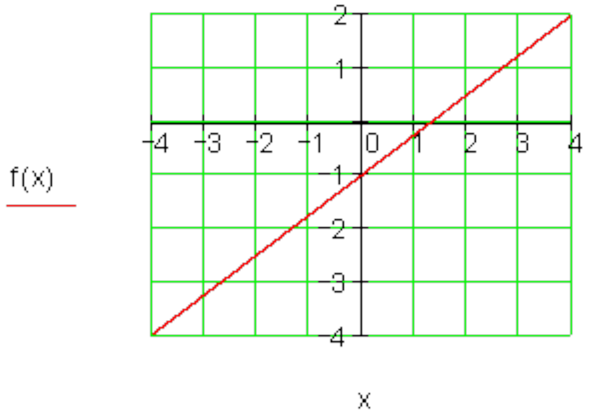
$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1-3}{-7-4} = \frac{4}{11}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{4}{11}x + a_0$$

$$P_1(4 \mid 3) \Rightarrow f(4) = 3$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow \frac{4}{11}\cdot 4+a_0=3\,\Big|-\frac{16}{11}$$
$$\Leftrightarrow a_0=\frac{17}{11}$$
$$\Rightarrow f(x)=\frac{4}{11}x+\frac{17}{11}$$

ت- 	$P_1(-4\mid -4);P_2(4\mid 2)$ $D=\{x\mid -4\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$ $f(x)=a_1x+a_0$ $a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{2-(-4)}{4-(-4)}=\frac{3}{4}$ $\Rightarrow f(x)=\frac{3}{4}x+a_0$ $P_1(4\mid 2)\Rightarrow f(4)=2$ $\Leftrightarrow \frac{3}{4}\cdot 4+a_0=2\,\|-3$ $\Leftrightarrow a_0=-1$ $\Rightarrow f(x)=\frac{3}{4}x-1$

درېیم:

الف - $x-5=9\,|+5 \Leftrightarrow \underline{\underline{x=14}}$

ب - $8+x=25\,|-8 \Leftrightarrow \underline{\underline{x=17}}$

پ -

$$x-\frac{2}{3}=\frac{3}{4}\,\Big|+\frac{2}{3}$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{3}{4}+\frac{2}{3}\quad HN=12$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{9}{12}+\frac{8}{12}$$
$$\Leftrightarrow x=\underline{\underline{\frac{17}{12}}}$$

ت -

$$\frac{5}{9}=x-\frac{1}{3}\,\Big|+\frac{1}{3}$$
$$\Leftrightarrow \frac{5}{9}+\frac{1}{3}=x$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{5}{9}+\frac{1}{3}\quad HN=9$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{5}{9}+\frac{3}{9}\Leftrightarrow x=\underline{\underline{\frac{8}{9}}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب -
$$88 = 4x - 16 \mid +16$$
$$\Leftrightarrow 104 = 4x \mid : 4$$
$$\Leftrightarrow 26 = x \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 26}}$$

ث-
$$a + bx = 3b + a \mid -a$$
$$\Leftrightarrow bx = 3b \mid : b$$
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 3}}$$

ج -
$$8 - (x + 5) = 2$$
$$\Leftrightarrow 8 - x - 5 = 2$$
$$\Leftrightarrow 3 - x = 2 \mid -3$$
$$\Leftrightarrow -x = -1 \mid \cdot (-1)$$
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 1}}$$

چ -
$$9 + (5 - x) = 6$$
$$\Leftrightarrow 9 + 5 - x = 6$$
$$\Leftrightarrow 14 - x = 6 \mid -14$$
$$\Leftrightarrow -x = -8 \mid \cdot (-1)$$
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 8}}$$

ح -
$$(x - 6)(x + 3) = (x - 5)(x - 2)$$
$$\Leftrightarrow x^2 + 3x - 6x - 18 = x^2 - 2x - 5x + 10$$
$$\Leftrightarrow x^2 - 3x - 18 = x^2 - 7x + 10 \mid -x^2$$
$$\Leftrightarrow -3x - 18 = -7x + 10 \mid +7x$$
$$\Leftrightarrow 4x - 18 = 10 \mid +18$$
$$\Leftrightarrow 4x = 28 \mid : 4$$
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 7}}$$

خ -
$$(x + 3)(x + 7) = (x + 2)(x + 9)$$
$$\Leftrightarrow x^2 + 7x + 3x + 21 = x^2 + 9x + 2x + 18$$
$$\Leftrightarrow x^2 + 10x + 21 = x^2 + 11x + 18 \mid -x^2$$
$$\Leftrightarrow 10x + 21 = 11x + 18 \mid -11x$$
$$\Leftrightarrow -x + 21 = 18 \mid -21$$
$$\Leftrightarrow -x = -3 \mid \cdot (-1)$$
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 3}}$$

ځ –

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{x}{4}+\frac{5x}{6}+\frac{5}{6}=\frac{x}{2}+x \; HN=12$$
$$\Leftrightarrow \frac{3x}{12}+\frac{10x}{12}+\frac{10}{12}=\frac{6x}{12}+\frac{12x}{12} \mid \cdot 12$$
$$\Leftrightarrow 3x+10x+10=6x+12x$$
$$\Leftrightarrow 13x+10=18x \mid -18x$$
$$\Leftrightarrow -5x+10=0 \mid -10$$
$$\Leftrightarrow -5x=-10 \mid : 5$$
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x=2}}$$

$$\frac{3}{2x}+\frac{2}{3x}=\frac{1}{9}+\frac{7}{3x} \; HN=18x$$
$$\Leftrightarrow \frac{27}{18x}+\frac{12}{18x}=\frac{2x}{18x}+\frac{42}{18x} \mid \cdot 18x$$
$$\Leftrightarrow 27+12=2x+42$$
$$\Leftrightarrow 2x+42=27+12 \mid -42$$
$$\Leftrightarrow 2x=-3 \mid : 2$$
$$\Leftrightarrow x=-\frac{3}{2}; D=\mathbb{R}^*$$

ځ –

$$\frac{ax}{b}-\frac{b}{ac}=\frac{a}{bc}-\frac{bx}{a} \; HN=abc$$
$$\Leftrightarrow \frac{a^2cx}{abc}-\frac{b^2}{abc}=\frac{a^2}{abc}-\frac{b^2cx}{abc} \mid \cdot abc$$
$$\Leftrightarrow a^2cx-b^2=a^2-b^2cx \mid +b^2cx$$
$$\Leftrightarrow a^2cx+b^2cx-b^2=a^2 \mid +b^2$$
$$\Leftrightarrow a^2cx+b^2cx=a^2+b^2$$
$$\Leftrightarrow cx\left(a^2+b^2\right)=a^2+b^2 \mid : \left(a^2+b^2\right)$$
$$\Leftrightarrow cx=1 \mid c$$

د –

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\Leftrightarrow x = \frac{1}{c}$ د $c \neq 0$ سره

$D = \mathbb{R}; a \neq 0; b \neq 0; c \neq 0$

ډ –

$$\frac{x}{a-b} + \frac{x}{a+b} = a \quad HN = (a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{x(a+b)}{a^2-b^2} + \frac{x(a-b)}{a^2-b^2} = \frac{a(a^2-b^2)}{a^2-b^2} \mid \cdot (a^2-b^2)$$

$$\Leftrightarrow x(a+b) + x(a-b) = a(a^2-b^2)$$

$$\Leftrightarrow x[(a+b)+(a-b)] = a(a^2-b^2)$$

$$\Leftrightarrow x(a+b+a-b) = a(a^2-b^2)$$

$$\Leftrightarrow x \cdot 2a = a(a^2-b^2) \mid : 2a$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{a^2-b^2}{2}$$

$D = \mathbb{R}; a-b \neq 0; a+b \neq 0$

ذ -

$$23a - \{5ax - [9ax + (12a - 6ax)] - (3a - 8ax)\} - 15a = 5ax - 7a$$

$$\Leftrightarrow 23a - \{5ax - [9ax + 12a - 6ax] - 3a + 8ax\} - 15a = 5ax - 7a$$

$$\Leftrightarrow 23a - \{5ax - 9ax - 12a + 6ax - 3a + 8ax\} - 15a = 5ax - 7a$$

$$\Leftrightarrow 23a - \{10ax - 15a\} - 15a = 5ax - 7a \Leftrightarrow 23a - 10ax + \cancel{15a} - \cancel{15a} = 5ax - 7a$$

$$\Leftrightarrow 23a - 10ax = 5ax - 7a \mid -5ax \Leftrightarrow 23a - 15ax = -7a \mid -23a$$

$$\Leftrightarrow -15ax = -30a \mid : (-15a) \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 2}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم:

الف –

$$f(x) = 2x - 7 \Rightarrow P_y(0 \mid -7)$$
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - 7 = 0 \mid +7 \Leftrightarrow 2x = 7 \mid : 2 \Leftrightarrow x = \frac{7}{2} \Rightarrow P_x\left(\frac{7}{2} \mid 0\right)$$

ب –

$$f(x) = -2x + 6 \Rightarrow P_y(0 \mid 6)$$
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -2x + 6 = 0 \mid -6 \Leftrightarrow -2x = -6 \mid : (-2) \Leftrightarrow x = 3 \Rightarrow P_x(3 \mid 0)$$

پ –

$$f(x) = 3x - 3 \Rightarrow P_y(0 \mid -3)$$
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 3x - 3 = 0 \mid +3 \Leftrightarrow 3x = 3 \mid : 3 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow P_x(1 \mid 0)$$

ت –

$$f(x) = 2x + \frac{2}{3} \Rightarrow P_y\left(0 \mid \frac{2}{3}\right)$$
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 2x + \frac{2}{3} = 0 \mid -\frac{2}{3} \Leftrightarrow 2x = -\frac{2}{3} \mid : 2 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{3} \Rightarrow P_x\left(-\frac{1}{3} \mid 0\right)$$

ټ –

$$f(x) = \frac{3}{4}x + 2 \Rightarrow P_y(0 \mid 2)$$
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{4}x + 2 = 0 \mid -2 \Leftrightarrow \frac{3}{4}x = -2 \mid \cdot \frac{4}{3} \Leftrightarrow x = -\frac{8}{3} \Rightarrow P_x\left(-\frac{8}{3} \mid 0\right)$$

ث-

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = -\frac{3}{4}x + \frac{4}{5} \Rightarrow P_y\left(0 \;\middle|\; \frac{4}{5}\right)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{4}x + \frac{4}{5} = 0 \,|\, -\frac{4}{5} \Leftrightarrow -\frac{3}{4}x = -\frac{4}{5} \,|\cdot\left(-\frac{4}{3}\right) \Leftrightarrow x = \frac{16}{15} \Rightarrow P_x\left(\frac{16}{15} \;\middle|\; 0\right)$$

ج –

$$f(x) = \frac{7}{2}x + \frac{1}{2} \Rightarrow P_y\left(0 \;\middle|\; \frac{1}{2}\right)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{7}{2}x + \frac{1}{2} = 0 \,|\, -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{7}{2}x = -\frac{1}{2} \,|\cdot \frac{2}{7} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{7} \Rightarrow P_x\left(-\frac{1}{7} \;\middle|\; 0\right)$$

چ -

$$f(x) = -\frac{5}{2}x + \frac{5}{2} \Rightarrow P_y\left(0 \;\middle|\; \frac{5}{2}\right)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{5}{2}x + \frac{5}{2} = 0 \,|\, -\frac{5}{2} \Leftrightarrow -\frac{5}{2}x = -\frac{5}{2} \,|\cdot\left(-\frac{2}{5}\right) \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow P_x(1 \,|\, 0)$$

ح –

$$f(x) = \frac{7}{4}x - \frac{11}{3} \Rightarrow P_y\left(0 \;\middle|\; -\frac{11}{3}\right)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{7}{4}x - \frac{11}{3} = 0 \,|\, +\frac{11}{3} \Leftrightarrow \frac{7}{4}x = \frac{11}{3} \,|\cdot \frac{4}{7} \Leftrightarrow x = \frac{44}{21} \Rightarrow P_x\left(\frac{44}{21} \;\middle|\; 0\right)$$

پنځم: مفصل حل

الف –

$$P_1(3 \,|\, 4);\, P_2(7 \,|\, -1) \Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1-4}{7-3} = \underline{\underline{-\frac{5}{4}}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب – $f(x) = a_1x + a_0$ د $a_1 = -\frac{5}{4}$ سره له a) لرو $f(x) = -\frac{5}{4}x + a_0$

$$P_1(3 \mid 4) \Rightarrow f(3) = 4 \Leftrightarrow -\frac{5}{4} \cdot 3 + a_0 = 4 \mid + \frac{15}{4} \Leftrightarrow a_0 = \frac{31}{4}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{5}{4}x + \frac{31}{4}}}$$

پ – $$f(x) = -\frac{5}{4}x + \frac{31}{4} \Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{31}{4}\right)}}$$

ت –

$$f(x) = -\frac{5}{4}x + \frac{31}{4}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{5}{4}x + \frac{31}{4} = 0 \mid -\frac{31}{4} \Leftrightarrow -\frac{5}{4}x = -\frac{31}{4} \mid \cdot \left(-\frac{4}{5}\right)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{31}{5} \Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(\frac{31}{5} \,\middle|\, 0\right)}}$$

ټ –

$$f(x) = -\frac{5}{4}x + \frac{31}{4}$$

$$D = \{x \mid -2 \le x \le 8\}_{\mathbb{R}}$$

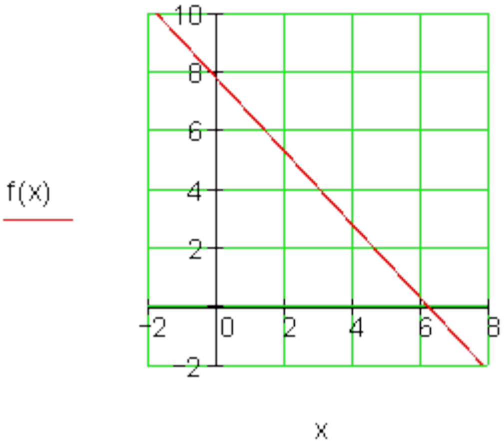
$$f(-2) = -\frac{5}{4} \cdot (-2) + \frac{31}{4} = \frac{41}{4}$$

$$f(7) = -\frac{5}{4} \cdot 8 + \frac{31}{4} = -\frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{W = \left\{y \mid -\frac{9}{4} \le y \le \frac{41}{4}\right\}_{\mathbb{R}}}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ث-



پنځم II:مفصل حل

الف –

$$P_1(-8\mid 1);P_2(2\mid -3)\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-3-1}{2-(-8)}=\frac{-4}{10}=-\frac{2}{5}$$

ب – $f(x)=a_1x+a_0$ د $a_1=-\frac{2}{5}$ سره له a) دی $f(x)=-\frac{2}{5}x+a_0$

$$P_2(2\mid -3)\Rightarrow f(2)=-3\Leftrightarrow -\frac{2}{5}\cdot 2+a_0=-3\mid +\frac{4}{5}\Leftrightarrow a_0=-\frac{11}{5}$$

$$\Rightarrow f(x)=-\frac{2}{5}x-\frac{11}{5}$$

پ –

$$f(x)=-\frac{2}{5}x-\frac{11}{5}\Rightarrow P_y\left(0\left|-\frac{11}{5}\right.\right)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت –

$$f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5} = 0 \,\Big|\, +\frac{11}{5}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{5}x = \frac{11}{5} \,\Big|\, \cdot\left(-\frac{5}{2}\right) \Leftrightarrow x = -\frac{11}{2} \Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(-\frac{11}{2}\,\Big|\,0\right)}}$$

ټ -

$$f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5}$$

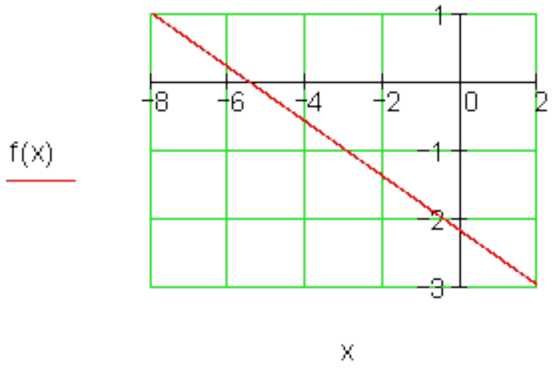
$$D = \{x \mid -8 \le x \le 2\}_{\mathbb{R}}$$

$$f(-8) = -\frac{2}{5}\cdot(-8) - \frac{11}{5} = 1$$

$$f(2) = -\frac{2}{5}\cdot 2 - \frac{11}{5} = -3$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{W = \{y \mid -3 \le y \le 1\}_{\mathbb{R}}}}$$

ث-



پنځم III: مفصل حل

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف -
$$P_1(4 \mid 3)\,;\,P_2(-7 \mid -1) \Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1-3}{-7-4} = \frac{-4}{-11} = \underline{\underline{\frac{4}{11}}}$$

ب – $f(x) = a_1 x + a_0$ د $a_1 = \frac{4}{11}$ سره له (a ثخه لرو: $f(x) = \frac{4}{11}x + a_0$

$$P_1(4 \mid 3) \Rightarrow f(4) = 3 \Leftrightarrow \frac{4}{11}\cdot 4 + a_0 = 3 \mid -\frac{16}{11} \Leftrightarrow a_0 = \frac{17}{11}$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \frac{4}{11}x + \frac{17}{11}}}$$

پ –
$$f(x) = \frac{4}{11}x + \frac{17}{11} \Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{17}{11}\right)}}$$

ټ –
$$P_2(2 \mid -3) \Rightarrow f(2) = -3 \Leftrightarrow -\frac{2}{5}\cdot 2 + a_0 = -3 \mid +\frac{4}{5} \Leftrightarrow a_0 = -\frac{11}{5}$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5}}}$$

$$f(x) = \frac{4}{11}x + \frac{17}{11}$$
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{4}{11}x + \frac{17}{11} = 0 \mid -\frac{17}{11}$$
$$\Leftrightarrow \frac{4}{11}x = -\frac{17}{11} \mid \cdot\frac{11}{4} \Leftrightarrow x = -\frac{17}{4} \Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(-\frac{17}{4} \,\middle|\, 0\right)}}$$

ټ –

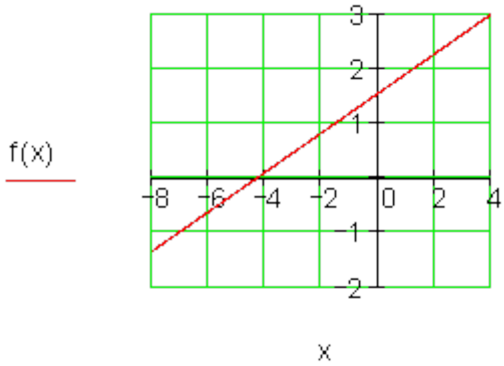
$$f(x) = \frac{4}{11}x + \frac{17}{11}$$
$$D = \{x \mid -8 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(-8) = \frac{4}{11}\cdot(-8) + \frac{17}{11} = -\frac{15}{11}$$

$$f(4) = \frac{4}{11}\cdot 4 + \frac{17}{11} = 3$$

$$\Rightarrow W = \left\{ y \mid -\frac{15}{11} \le y \le 3 \right\}_{\mathbb{R}}$$



ث-

پنځم IV : مفصل حل

الف - $P_1(4 \mid 2); P_2(-4 \mid -4) \Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4-2}{-4-4} = \frac{-6}{-8} = \frac{3}{4}$

ب -

n $f(x) = a_1x + a_0$ د $a_1 = \frac{3}{4}$ سره له a خخه لرو: $f(x) = \frac{3}{4}x + a_0$

$$P_1(4 \mid 2) \Rightarrow f(4) = 2 \Leftrightarrow \frac{3}{4}\cdot 4 + a_0 = 2 \mid -3 \Leftrightarrow a_0 = -1$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{3}{4}x - 1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – $f(x)=\frac{3}{4}x-1 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0\mid -1)}}$

ت – $f(x)=\frac{3}{4}x-1$

$f(x)=0 \Leftrightarrow \frac{3}{4}x-1=0 \mid +1$

$\Leftrightarrow \frac{3}{4}x=1 \mid \cdot\frac{4}{3} \Leftrightarrow x=\frac{4}{3} \Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(\frac{4}{3}\middle| 0\right)}}$

$P_2(2\mid -3) \Rightarrow f(2)=-3 \Leftrightarrow -\frac{2}{5}\cdot 2+a_0=-3 \mid +\frac{4}{5} \Leftrightarrow a_0=-\frac{11}{5}$

$\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{2}{5}x-\frac{11}{5}}}$

ټ - $f(x)=\frac{3}{4}x-1$

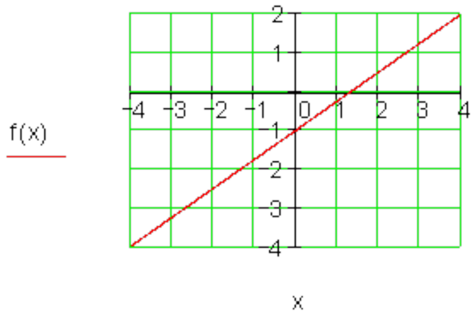
$D=\{x \mid -4 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

$f(-4)=\frac{3}{4}\cdot(-4)-1=-4$

$f(4)=\frac{3}{4}\cdot 4-1=2$

$\Rightarrow \underline{\underline{W=\{y \mid -4 \le y \le 2\}_{\mathbb{R}}}}$

ث-



شپږم: مفصل حل

الف-	ب-
I $5y-3x=1$ II $x=y+1$ x له II پيدا او په I کې ځای په ځای کړئ	I $4x+5y=32$ II $y=5x-11$ y له II پيد او په I کې ځای په ځای کړئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$5y-3(y+1)=1$$
$$\Leftrightarrow 5y-3y-3=1\,|+3$$
$$\Leftrightarrow 2y=4\,|:2 \Leftrightarrow \underline{\underline{y=2}}$$

په IIکي ځای په ځای کړی:

$$x=2+1 \Leftrightarrow \underline{\underline{x=3}}$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{L=\{(3\mid 2)\}}}$$

$$4x+5(5x-11)=32$$
$$\Leftrightarrow 4x+25x-55=32\,|+55$$
$$\Leftrightarrow 29x=87\,|:29 \Leftrightarrow \underline{\underline{x=3}}$$

په IIکي ځایی په ځای کړی

$$y=5\cdot 3-11 \Leftrightarrow \underline{\underline{y=4}}$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{L=\{(3\mid 4)\}}}$$

پ-

$$\text{I}\quad 15y-4x=-50$$
$$\text{II}\quad x=y+7$$

x له II پیدا او په I کي ځایه ځای کړی

$$15y-4(y+7)=-50$$
$$\Leftrightarrow 15y-4y-28=-50\,|+28$$
$$\Leftrightarrow 11y=-22\,|:11 \Leftrightarrow \underline{\underline{y=-2}}$$

په IIکي ځای په ځای کړی:

$$x=-2+7 \Leftrightarrow \underline{\underline{x=5}}$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{L=\{(5\mid -2)\}}}$$

ت-

$$\text{I}\quad 3x=y+15$$
$$\text{II}\quad 2y-10=2x$$

yله I پیداکړی او په II کي یي کیږدی

$$3x=y+15\,|-15 \Leftrightarrow 3x-15=y\ (1)$$

په IIکي یي کیږدی

$$2(3x-15)-10=2x$$
$$\Leftrightarrow 6x-30-10=2x\,|-2x$$
$$\Leftrightarrow 4x-40=0\,|+40$$
$$\Leftrightarrow 4x=40\,|:4 \Leftrightarrow \underline{\underline{x=10}}$$

په (1)کي یي کیږدی

$$y=3\cdot 10-15 \Leftrightarrow \underline{\underline{y=15}}$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{L=\{(10\mid 15)\}}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

<table>
<tr>
<td>ټ-

$\text{I}\quad 2y = 2x - 40$
$\text{II}\quad 3x = 10 - 2y$

په II کې ځای په ځای کړی:

$2y = 2x - 40 \,|: 2 \Leftrightarrow y = x - 20 \; (1)$
$3x = 10 - 2(x - 20)$
$\Leftrightarrow 3x = 10 - 2x + 40 \,| +2x$
$\Leftrightarrow 5x = 50 \,|: 5 \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 10}}$

په (1) کې يې کيږدی

$y = 10 - 20 \Leftrightarrow \underline{\underline{y = -10}}$
$\Rightarrow \underline{\underline{L = \{(10 \mid -10)\}}}$</td>
<td>ث-

$\text{I}\quad x + y = a + b$
$\text{II}\quad x - y = a - b \quad \text{II} + \text{I}$
$2x = 2a \,|: 2 \Leftrightarrow \underline{\underline{x = a}}$

په I کې ځای په ځای کړی:

$a + y = a + b \,| -a$
$\Leftrightarrow y = b$
$\Rightarrow \underline{\underline{L = \{(a \mid b)\}}}$</td>
</tr>
</table>

پوښنتې

کرښيز مساوات IX

لومړی:کرښه g له ټکو P1(4;-3,5) او P2(2,5;-1) تیریږي.

کرښه h له ټکو $P_3(5 \mid 2,5)$ او $P_4\left(\frac{3}{2} \mid \frac{25}{3}\right)$ تیریږي.

ګرښې يو بل ته څه موقعيت لري يا څنګه پرتې دي؟

دويم:د f(x) کرښيزې تابع د تابع ترم او ارزښتساحه(ارزښتورشو) و ټاکی، که صدق ولري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- $f(0) = 20 ; f(12) = 32 ; x > 0$ ب- $f(-3) = 6 ; f(2) = -8 ; x \in [-3 ; 3]$

دریم:

د f(x)کرښيزې تابع ګراف په 3 LE اوږدوالی واحده کیڼ لور

ته خوزیږي. د راکښل شوې کرښې د f*(x) مساوات څنګه دي؟

$$f(x) = \frac{5}{3}x - 2 \quad D = \mathbb{R}$$

څلورم: د f(x) او g(x) توابع ورکړ شوې دي. د کوم ارزښت لپاره f(x) > g(x) صدق کوي؟

$$f(x) = 2x - 3 \quad ; \quad g(x) = -0{,}5x + 1 \quad x \in \mathbb{R}$$

پنځم: یوه g(x)کرښه ورکړ شوې.. دا د یوې کرښې h(x) له خوا قطع کیږي. د h(x)مساوات وټاکی، که باور ولري: $g(x) = -3x + 2$

الف- قاطع یا غوځی دx محور سره . ب - قاطع(غوځی) په x = -5 کې

شپږم:

یوه د پیل کرښه د $a_1 = -0{,}125$ جګوالي سره و داسی کښول کیږي. چې کرښه h د مساوات سره دx په محور قطع کوي. راکښنه تشریح کړئ او د راکښل شوې کرښې ګراف و کاږئ.	و $h(x) = -1{,}5(x - 2)$

اوم: یوه f(x)کرښیزه تابع ورکړ شوې. کرښه د x = u مساوات سره د f(x) ګراف په P کې قطع کوي او د x محور په Q کې قطع کوي. یوه سکیڅې ترتیب کړئ.

الف- د P او Q کواوردینات وټاکئ، که f (x) = 0,75x + 2 وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب- دu د کوم ارزښت لپاره P دx   محور پورته لور ته پرته ده.

ت- (P(u | f(u) پـه 1 څلورۍ یا ربع کې پروت دی.Q ,(0 | 0) R   اوP د یوه مثلث رآسونه (ککری ټکي)جوړوي. د دې مثلث د مساحت A لپاره ترم وټاکی. u (محیط) داسې وټاکی، چې A(u) = 10 صدق وکړي.

اتم: دg   کرښې   ته موازي او عمود مساوات داسې وټاکی، چې له P ټکي تیر شي.

الف- $g: x + 2 - 3y = 0\,;\,P(0\,|\,3)$ ب- $g(x) = \frac{2}{3}x - 3\,;\,P(1\,|\,4)$

پ - $g(x) = -1{,}5kx\,;\,P(1\,|\,0)$

نهم: کرښه g له ټکوP_1 اوP_2 تیریږي. دh   کرښې ته یې ځای مطالعه کړی او د امکان پـه حالت کې یې د قاطع ټکی معلوم کړی.

$$P_1(-1\,|\,1{,}5)\,;\,P_2(-2\,|\,-2{,}5) \qquad h:\ \ -x - 6 - 4y = 0$$

لسم: و ښایی: کرښه g او کرښه h عمود دي.

$$g:\ \ y - \sqrt{2}x = 1 \qquad h: -2y - \sqrt{2}x + 6 = 0$$

$$g(x) = -3x + 2$$

یولسم:

د A, B او C ټکي د یوه مثلث د رآس ټکي دي. د0 < k د کوم ارزښت لپاره دا مثلث قایم الزاویه (ولاړګوډیز) دی؟ (ښی رآس پـه C پروت دی)	$A\left(\sqrt{3k}\,\middle|\,\frac{k}{3}\right);B\left(-\sqrt{3k}\,\middle|\,\frac{k}{3}\right);C(0\,|\,k)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

مفصل حلونه:

کرښيز ې توابع IX

لومړی:

$$g(x): P_1\left(4 \mid -\frac{7}{2}\right); P_2\left(\frac{5}{2} \mid -1\right) \quad h(x): P_3\left(5 \mid \frac{5}{2}\right); P_4\left(\frac{3}{2} \mid \frac{25}{3}\right)$$

$$a_{1g} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1-\left(-\frac{7}{2}\right)}{\frac{5}{2}-4} = \frac{-\frac{2}{2}+\frac{7}{2}}{\frac{5}{2}-\frac{8}{2}} = \frac{\frac{5}{2}}{-\frac{3}{2}} = -\frac{5\cdot 2}{3\cdot 2} = -\frac{5}{3} \Rightarrow g(x) = -\frac{5}{3}x + a_{0g}$$

$$P_1\left(4 \mid -\frac{7}{2}\right): \quad g(4) = -\frac{5}{3}\cdot 4 + a_{0g} = -\frac{7}{2} \Rightarrow a_{0g} = \frac{19}{6} \Rightarrow \underline{\underline{g(x) = -\frac{5}{3}x + \frac{19}{6}}}$$

$$a_{1h} = \frac{y_4 - y_3}{x_4 - x_3} = \frac{\frac{25}{3}-\frac{5}{2}}{\frac{3}{2}-5} = \frac{\frac{50}{6}-\frac{15}{6}}{\frac{3}{2}-\frac{10}{2}} = \frac{\frac{35}{6}}{-\frac{7}{2}} = -\frac{35\cdot 2}{7\cdot 6} = -\frac{5}{3} \Rightarrow h(x) = -\frac{5}{3}x + a_{0h}$$

$$P_3\left(5 \mid \frac{5}{2}\right): \quad h(5) = -\frac{5}{3}\cdot 5 + a_{0h} = \frac{5}{2} \Rightarrow a_{0h} = \frac{65}{6} \Rightarrow \underline{\underline{h(x) = -\frac{5}{3}x + \frac{65}{6}}}$$

دويم: کرښې$g(x)$ او $h(x)$ موازي دي مګر توپير لري.

الف-

$$f(0) = 20 \Rightarrow P_1(0 \mid 20) \Rightarrow a_0 = 20\,;\ f(12) = 32 \Rightarrow P_2(12 \mid 32)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{32-20}{12-0} = 1 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = x + 20}}$$

د $x > 0$ لپاره ارزښتست(يا ارزښتډيرى) $\underline{\underline{W_f = \{y \mid 20 < y < \infty\}_{\mathbb{R}}}}$:

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب-

$$f(-3)=6 \Rightarrow P_1(-3\,|\,6);\ f(2)=-8 \Rightarrow P_2(2\,|-8);\ x\in[-3;3]$$
$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-8-6}{2-(-3)}=-\frac{14}{5} \Rightarrow f(x)=-\frac{14}{5}x+a_0$$

$$P_2(2\,|-8):\quad f(2)=-\frac{14}{5}\cdot 2+a_0=-8 \Rightarrow a_0=-\frac{5}{12} \Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{14}{5}x-\frac{5}{12}}}$$

د انتروال عددونو د ځای پر ځای کولو سره ارزښتسټ:

$$f(-3)=-\frac{14}{5}\cdot(-3)-\frac{5}{12}=6 \quad ; \quad f(3)=-\frac{14}{5}\cdot(3)-\frac{5}{12}=-\frac{54}{5}=-10{,}8$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{W_f=\{y\,|-10{,}8\le y\le 6\}_{\mathbb{R}}}}$$

دریم:

دx راکښنه د کيڼي لور ته په 3کرښيز واحدونو په دې معنا دی:(x+3)

$$f(x)=\frac{5}{3}x-2 \Rightarrow f^*(x)=\frac{5}{3}(x+3)-2=\underline{\underline{\frac{5}{3}x+3}}$$

څلورم:

$$f(x)=2x-3 \quad ; \quad g(x)=-0{,}5x+1 \quad x\in\mathbb{R} \quad f(x)>g(x)$$
$$\Rightarrow 2x-3>-0{,}5x+1\,|+0{,}5x \Leftrightarrow 2{,}5x-3>1\,|+3 \Leftrightarrow 2{,}5x>4\,|:2{,}5 \Leftrightarrow \underline{\underline{x>1{,}6}}$$

د 16 < x لپاره صدق کوي f(x) > g(x)، دا په دې معنا چې f(x)د g(x) پورته لور ته ځغلي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم:

الف- $g(x) = -3x + 2$

صفرځايونه: $g(x_1) = -3x_1 + 2 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{2}{3}$

کرښه له ټکي: $f(x) = a_1x$

د $x_1 = \frac{2}{3} \Rightarrow f^*(x) = a_1\left(x - \frac{2}{3}\right)$ په اندازه راکښلې: ټولې کرښي له $P\left(\frac{2}{3}|0\right)$ تيريږي.

د 1 = a1 لپاره د بيلګي په توږه صدق کوی: $g(x) = x - \frac{2}{3}$ له $P\left(\frac{2}{3}|0\right)$ هم تيريږ.ي.

ب- g(x) = -3x + 2 د x = -5 سره ِغوڅوي

د قطع کيدو ټکی: g(5) = -3.(-5)+2 = 17 => P(-5;17)

کرښه له صفرټکي : f(x) = a1x

راکښنه په x = -5 او y = 17 له دې لاس ته راځي: f'(x) = a1(x+5) + 17

ټولې کرښې له تيريږي.

د بيلګي په توګه د a1 = 1 لپاره صدق کوي: g(x) = x + 22

له ټکي P(-5;17) ilتيريږي

شپږم: f(x) = -(1/8)x د h(x) = -15(x-2) صفرځای x1 = 2 دی.

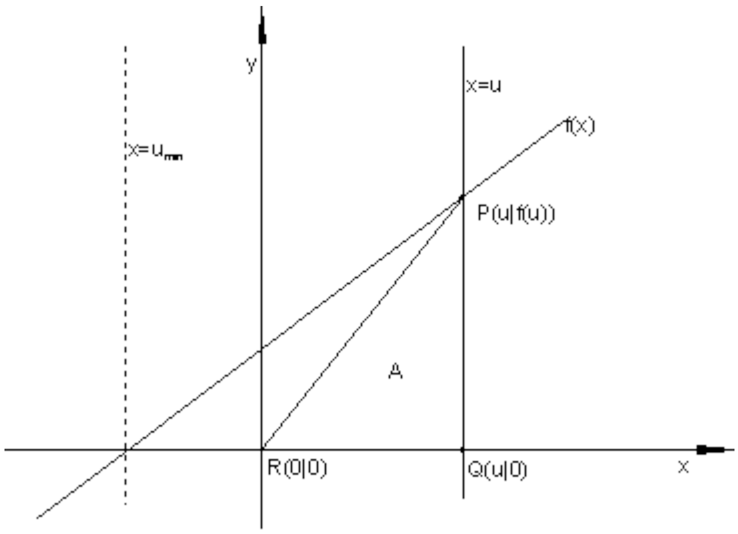
(c) ketabton.com: The Digital Library

---

f(x) د x1 = 2 په اندازه راکښل کيږي

$$\Rightarrow f^{*}(x) = -\frac{1}{8}(x-2) = -\frac{1}{8}x + \frac{1}{4}$$

اوم:



الف- Q(u;0) د f(x) قاطع د x = u سره : $f(u) = \frac{3}{4}u + 2$ $:P(u \mid f(u))$

ب- شرط: د f(u) > 0 لپاره

$$\Rightarrow \frac{3}{4}u + 2 > 0 \Rightarrow u > -\frac{8}{3}$$

د دې لپاره P دx محور پورته لور ته پرته ده.

پ- د مثلث سطحه: $A = \frac{1}{2}g \cdot h = \frac{1}{2}u \cdot f(u) = \frac{1}{2}u \cdot \left(\frac{3}{4}u + 2\right) = \frac{3}{8}u^2 + u$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow A(u) = \frac{3}{8}u^2 + u$$

$$A(u) = 10 \Leftrightarrow \frac{3}{8}u^2 + u = 10 \Leftrightarrow \frac{3}{8}u^2 + u - 10 = 0$$

پورته مربع مساوات دي.

$$\Rightarrow u^2 + \frac{8}{3}u - \frac{80}{3} = 0 \quad p = \frac{8}{3};\ q = -\frac{80}{3} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(\frac{4}{3}\right)^2 + \frac{80}{3} = \frac{256}{9}$$

$$u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \Rightarrow u_1 = -\frac{4}{3} + \sqrt{\frac{256}{9}} = -\frac{4}{3} + \frac{16}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

$$u_2 = -\frac{4}{3} - \frac{16}{3} = -\frac{20}{3}$$

$A(u) = 10$ د $\underline{u_1 = 4}$ لپاره يا د $u_2 = -\frac{20}{3}$ لپاره.

اتم:

الف- $g: \quad x + 2 - 3y = 0 \Rightarrow g(x) = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3} \quad P(0|3) \Rightarrow a_0 = 3$

د g سره موازي له P تېکي تيرېږي، له دې لاس ته راځي $g_{\parallel}(x) = \frac{1}{3}x + 3$

د g سره عمود له P تيرېږي:

د $g_{\perp}$ ميل يا جګوالی:

$$a_{1\perp} = -\frac{1}{a_1} = -\frac{1}{\frac{1}{3}} = -3 \Rightarrow g_{\perp}(x) = -3x + 3$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب- $g(x)=\frac{2}{3}x-3 \quad P(1|4)$

د g سره موازي له P ټکي تېرېږي: له دې لاس ته راځي:

$$\Rightarrow a_{1||}=a_1=\frac{2}{3}\Rightarrow g_{||}(x)=\frac{2}{3}x+a_{0||}$$

$$P(1|4):\quad g_{||}(1)=\frac{2}{3}\cdot 1+a_{0||}=4\Rightarrow a_{0||}=\frac{10}{3}\Rightarrow \underline{\underline{g_{||}(x)=\frac{2}{3}x+\frac{10}{3}}}$$

د P له ټکي د g سره عمود:

$$a_{1\perp}=-\frac{1}{a_1}=-\frac{1}{\frac{2}{3}}=-\frac{3}{2}\Rightarrow g_{\perp}(x)=-\frac{3}{2}x+a_{0\perp}$$

د $g_{\perp}$ جګوالی

$$P(1|4):\quad g_{\perp}(1)=-\frac{3}{2}\cdot 1+a_{0\perp}=4\Rightarrow a_{0\perp}=\frac{11}{2}\Rightarrow \underline{\underline{g_{\perp}(x)=-\frac{3}{2}x+\frac{11}{2}}}$$

پ- $g(x)=-\frac{3}{2}kx \quad P(1|0)$

د g سره غبرګ له P:

$$P:\ \Rightarrow a_{1||}=a_1=-\frac{3}{2}k\Rightarrow g_{||}(x)=-\frac{3}{2}kx+a_{0||}$$

$$P(1|0):\quad g_{||}(1)=-\frac{3}{3}k\cdot 1+a_{0||}=0\Rightarrow a_{0||}=\frac{3}{2}k\Rightarrow \underline{g_{||}(x)=-\frac{3}{2}kx+\frac{3}{2}k}$$

د g سره اورتوګونال (عمود) له P څخه : د $g_{\perp}$ جګوالی

$$g_{\perp}:\quad a_{1\perp}=-\frac{1}{a_1}=-\frac{1}{-\frac{3}{2}k}=\frac{2}{3k}\Rightarrow g_{\perp}(x)=\frac{2}{3k}x+a_{0\perp}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(1|0): \quad g_{\perp}(1) = \frac{2}{3k}\cdot 1 + a_{0\perp} = 0 \Rightarrow a_{0\perp} = -\frac{2}{3k} \Rightarrow \underline{\underline{g_{\perp}(x) = \frac{2}{3k}x - \frac{2}{3k}}}$$

نهم:

$$P_1\left(-1|\frac{3}{2}\right); P_2\left(-2|-\frac{5}{2}\right) \qquad h: \quad -x-6-4y=0 \Rightarrow h(x) = -\frac{1}{4}x - \frac{3}{2}$$

$$a_{1g} = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{-\frac{5}{2}-\frac{3}{2}}{-2-(-1)} = 4 \Rightarrow g(x) = 4x + a_{0g}$$

$$P_1\left(-1|\frac{3}{2}\right): \quad g(-1) = 4\cdot(-1) + a_{0g} = \frac{3}{2} \Rightarrow a_{0g} = \frac{11}{2} \Rightarrow \underline{\underline{g(x) = 4x + \frac{11}{2}}}$$

کرښې g او h اورتوګونال دي، ځکه چې $a_{1g} = -\frac{1}{a_{1h}} = -\frac{1}{-\frac{1}{4}} = 4$ دی.

غوڅټکي: $g(x_s) = h(x_s) \Leftrightarrow 4x_s + \frac{11}{2} = -\frac{1}{4}x_s - \frac{3}{2} \Leftrightarrow x_s = -\frac{28}{17}$

$$y_s = g(x_s) = 4\cdot\left(-\frac{28}{17}\right) + \frac{11}{2} = -\frac{37}{34} \Rightarrow \underline{\underline{S\left(-\frac{28}{17}|-\frac{37}{34}\right)}}$$

لسم:مفصل حل

$$g: \quad y - \sqrt{2}x = 1 \qquad \Rightarrow g(x) = \sqrt{2}x + 1$$

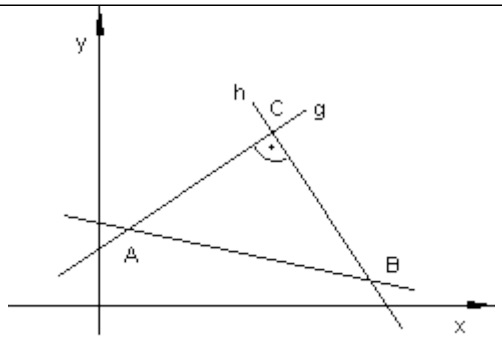
$$h: -2y - \sqrt{2}x + 6 = 0 \Rightarrow h(x) = -\frac{1}{2}\sqrt{2}x + 3$$

د اورتوګونالیتي لپاره شرایط: $a_{1g} = -\frac{1}{a_{1h}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$a_{1g} = -\frac{1}{-\frac{1}{2}\sqrt{2}} = \frac{\frac{1}{1}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{1\cdot 2}{1\cdot\sqrt{2}} = \frac{2\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}} = \frac{2\cdot\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \quad q.e.d$$

يولسم:

د $\overline{AC}$ جګوالی $a_{1\,\overline{AC}} = \frac{k-\frac{k}{3}}{0-\sqrt{3k}} = -\frac{\frac{2}{3}k}{\sqrt{3k}} = -\frac{2k}{3\sqrt{3k}}$ د $\overline{BC}$ جګوالی $a_{1\,\overline{BC}} = \frac{k-\frac{k}{3}}{0-\left(-\sqrt{3k}\right)} = \frac{\frac{2}{3}k}{\sqrt{3k}} = \frac{2k}{3\sqrt{3k}}$ د دوه عمود کرښو g او h چګوالي لپاره صدق کوي: $a_{1g} = -\frac{1}{a_{1h}} \Leftrightarrow a_{1g}\cdot a_{1h} = -1$ $\Rightarrow -\frac{2k}{3\sqrt{3k}}\cdot\frac{2k}{3\sqrt{3k}} = -1 \Leftrightarrow k = \frac{27}{4}$	 $A\left(\sqrt{3k}\mid\frac{k}{3}\right); B\left(-\sqrt{3k}\mid\frac{k}{3}\right); C(0\mid k)$ شرايط: $\overline{AC}\perp\overline{BC}$

پوښتني

کرښيز توابع **XI**

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی-

$$f_1(x) = \frac{1}{4}x + 2\frac{1}{4};\ f_2(x) = -4x - 2;\ D = \{x \mid -9 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه له تابع $f_1(x)$ سره د دويمي کرښې د تابع $f_2(x)$ سره غوڅيږي. وټاکئ:

الف – د کواوردیناتونو x_s او y_s سره غوڅټکی S .

ب – د دواړو کرښو غوڅټکي د y محور سره .

پ – د دواړو کرښو غوڅټکي د x محور سره .

ت - د دواړو توابعو ګراف په D کې .

دويم –

$$f_1(x) = -\frac{2}{3}x + 4;\ D = \{x \mid 0 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه له تابع $f_1(x)$ سره په ټکي $S(3 \mid y_s)$ کې د تابع $f_2(x)$ سره له کرښې څخه غوڅيږي.

وټاکئ:

الف-د S پوره کواودينات

ب-تابع $f_2(x)$. .

پ-د دواړو کرښو غوڅټکي د کواوردينات محورونو سره.

ت-په D کې د دواړو توابعو ګراف.

دريم: $f_1(x) = -\frac{3}{8}x + 1;\ D = \{x \mid -7 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

کربنه د تابع $f_1(x)$ سره په ټکي $S(-4 \mid y_s)$ کې کې له کربنې څخه د تابع $f_2(x)$ سره ، چې پروتمحور په 7- کې غوڅوي، غوڅیږي.

وټاکئ:

الف – د S پوره کواوردینات.

ب – تابع $f_2(x)$.

پ – د دواړو کربنو غوڅټکي د کواودینات د محورونو سره.

ت – د واړو توابعو ګراف په D کې..

څلورم –

د یوه درېکوډي یا مثلث ټکي P_1, P_2 او P_3 ورکړ شوي دي. د درېګوډي د اړخونو تابع وټاکئ. پخوا له دې یو پلان- نقشه ترتیب کړئ.

الف-

$$[P_1P_2] \triangleq f_1 ; [P_2P_3] \triangleq f_2 ; [P_1P_3] \triangleq f_3$$

$$P_1\left(-6 \;\middle|\; \frac{3}{2}\right); P_2\left(-2 \;\middle|\; -\frac{3}{2}\right); P_3(-4 \mid 3)$$

ب -

$$[P_1P_2] \triangleq f_1 ; [P_2P_3] \triangleq f_2 ; [P_1P_3] \triangleq f_3$$

$$P_1\left(6 \;\middle|\; \frac{3}{2}\right); P_2\left(2 \;\middle|\; -\frac{3}{2}\right); P_3(4 \mid 3)$$

پنځم -

$$f_1(x) = \frac{1}{2}x + 3 ; P_2(-2 \mid -3) ; D = \{x \mid -6 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$$

کربنه د تابع $f_1(x)$ سره د دویمې کربنې څخه د تابع $f_2(x)$ سره ، چې له ټکي P_2 تیریږي ، په ټکي S کې ولاړکونجیزه غوڅیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

وټاکئ:

الف - د$f_2(x)$ جګوالی m_2 .

ب- تابع $f_2(x)$.

پ – د دواړو کرښو غوڅټکی S .

ت - د دواړ کرښو محورغوڅټکي.

ټ - د دواړو کرښو ګراف په D کې.

حلونه

کرښيز توابع XI

نتيجي

لومړی:

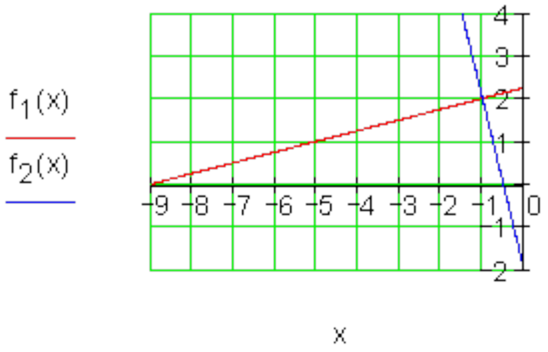
الف-

$$f_1(x) = \frac{1}{4}x + \frac{5}{4}$$
$$f_2(x) = -4x - 2$$
$$D = \{x \mid -9 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$$
$$\Rightarrow S(-1 \mid 2)$$

ب- $P_{y_1}\left(0 \,\middle|\, \frac{5}{4}\right); P_{y_2}(0 \mid -2)$

پ- $P_{x_1}(-9 \mid 0); P_{x_2}\left(-\frac{1}{2} \,\middle|\, 0\right)$

ت-



دويم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- $f_1(x) = -\frac{2}{3}x + 4$

$D = \{x \mid 0 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$

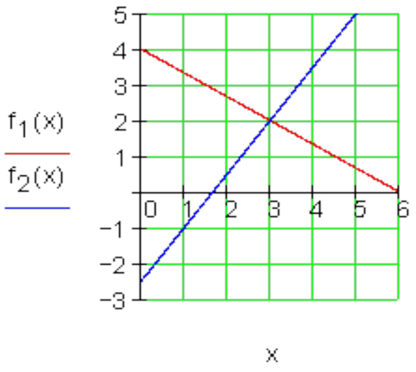
$\Rightarrow S(3 \mid 2)$

ب- $f_2(x) = \frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$

پ- $P_{y_1}(0 \mid 4); P_{y_2}\left(0 \middle| -\frac{5}{2}\right)$

$P_{x_1}(6 \mid 0); P_{x_2}\left(\frac{5}{3} \middle| 0\right)$

ت-



دريم:

الف- $f_1(x) = -\frac{3}{8}x + 1$

$D = \{x \mid -7 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$

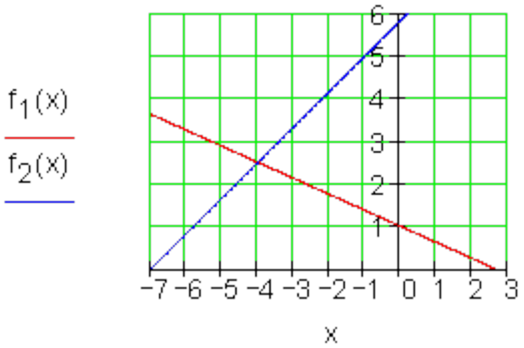
$S\left(-4 \middle| \frac{5}{2}\right)$

ب- $f_2(x) = \frac{5}{6}x + \frac{35}{6}$

پ- $P_{y_1}(0 \mid 1); P_{y_2}\left(0 \middle| \frac{35}{6}\right)$

$P_{x_1}\left(\frac{8}{3} \middle| 0\right); P_{x_2}(-7 \mid 0)$

ت-



څلورم:

الف-

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P_1\left(-6 \,\middle|\, \frac{3}{2}\right)$

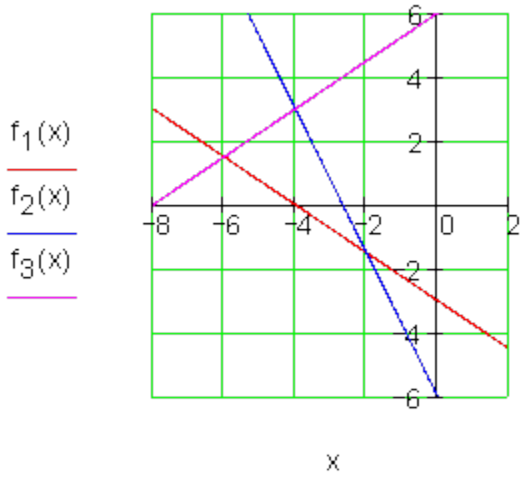
$P_2\left(-2 \,\middle|\, -\frac{3}{2}\right)$

$P_3(-4 \mid 3)$

$f_1(x) = -\frac{3}{4}x - 3$

$f_2(x) = -\frac{9}{4}x - 6$

$f_3(x) = \frac{3}{4}x + 6$



ب-

$P_1\left(6 \,\middle|\, \frac{3}{2}\right)$

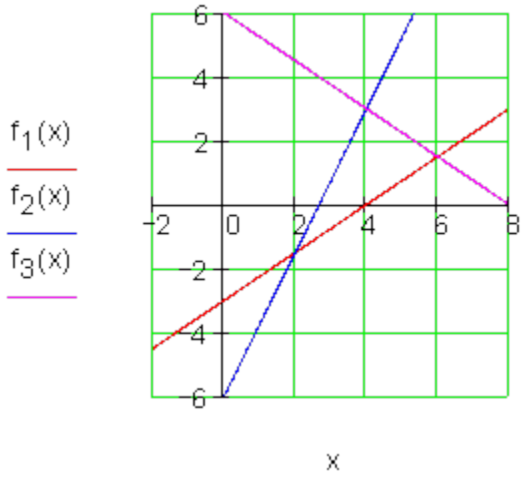
$P_2\left(2 \,\middle|\, -\frac{3}{2}\right)$

$P_3(4 \mid 3)$

$f_1(x) = \frac{3}{4}x - 3$

$f_2(x) = \frac{9}{4}x - 6$

$f_3(x) = -\frac{3}{4}x + 6$



پنځم:

الف-

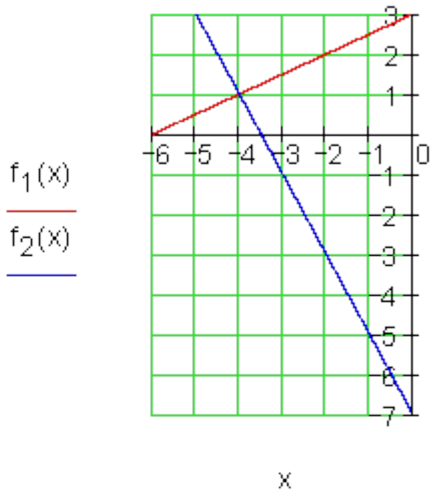
$f_1(x) = \frac{1}{2}x + 3$

$P_2(-2 \mid -3)$

$D = \{x \mid -6 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$

$\Rightarrow m_2 = -2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب- $f_2(x) = -2x - 7$ پ- $S(-4 \mid 1)$ $P_{y_1}(0 \mid 3); P_{y_2}(0 \mid -7)$ ت- $P_{x_1}(-6 \mid 0); P_{x_2}\left(-\frac{7}{2} \mid 0\right)$	ټ- 

پوښتنې

کرښيز توبع XII

لومړی -

$$f_1(x) = -\frac{1}{2}x + 3; P_2(2 \mid -3); D = \{x \mid 0 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه د تابع $f_1(x)$ سره له يوې دويمې کرښې د تابع $f_2(x)$ سره، چې له ټکي P_2 تيريږي په ټکي S کې ولاړکونجيزه غوځيږي.

وټاکی.

لومړی:

الف – د $f_2(x)$ جګوالی m_2 .

ب – تابع $f_2(x)$.

پ - د دواړو کرښو غوځټکی S .

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت - د دواړو کرښو د محورغوڅټکي.
ټ - د دواړو کرښو ګراف په D کي.
دويم –

د کرښي تابع $f_2(x)$ وټاکئ، چي پروتمحور په P_{x2} کي غوڅوي او له کرښي څخه د تابع $f_1(x)$ سره په S کي غوڅيږي. د واړو کرښو غوڅټکي وشميرئ او د دواړو کرښو ګراف په D کي رسم کړئ.

الف- $f_1(x)=\frac{3}{2}x+6;\ P_{x2}(-6\mid 0)$
$S\left(x_s\ \middle|\ \frac{3}{2}\right);\ D=\{x\mid -6\le x\le 1\}_{\mathbb{R}}$

ب - $f_1(x)=\frac{1}{2}x-3;\ P_{x2}(4\mid 0)$
$S(3\mid y_s);\ D=\{x\mid -1\le x\le 6\}_{\mathbb{R}}$

دريم - $P_1(-5\mid 5);\ P_2(-1\mid -1);\ S(x_s\mid 2);\ D=\{x\mid -6\le x\le 0\}_{\mathbb{R}}$

کرښه د تابع $f_1(x)$ سره له ټکو P_1 اوP_2 تيريږي او په ټکي S کي ولاړکونجيز له کرښي څخه د تابع $f_2(x)$ سره غوڅيږي.

وټاکئ:

الف- د $f_1(x)$ جګوالی m_1 . ب – تابع $f_1(x)$.

پ – دS پوره کواوردينات. ت – د$f_2(x)$ جګوالی m_2 .

ټ – تابع$f_2(x)$. ث – د $f_1(x)$ او$f_2(x)$ ګرافونه

څلورم –

$P_1(5\mid 5);\ P_2(1\mid -1);\ S(3\mid y_s);\ D=\{x\mid 0\le x\le 6\}_{\mathbb{R}}$

کرښه د تابع $f_1(x)$ سره له ټکو P_1 اوP_2 څخه تيريږي او په ټکي S کي ولاړکونجيزه له کرښي د تابع $f_2(x)$ سره غوڅيږي.

وټاکئ:

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف – د $f_1(x)$ جګوالی m_1 . ب - تابع $f_1(x)$.

پ - د S پوره کواوردیناتونه ت – د $f_2(x)$ جګوالی m_2 .

ټ - تابع $f_2(x)$. د $f_1(x)$ او $f_2(x)$ ګرافونه.

پنځم -

$$f_2(x) = 3x - 3 \,;\, S\left(\frac{3}{2} \,\middle|\, \frac{3}{2}\right); D = \{x \mid 0 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$$

د تابع $f_1(x)$ ګراف په ټکي S کې د تابع $f_2(x)$ له ګراف څخه ولاړکونجیزه غوځیږي.

وټاکی:

الف - تابع $f_1(x)$.

ب – د دواړو کرښو د محورونو غوځټکي.

پ – د دواړو توابعو ګراف په D کې.

حلونه

کرښیز توابع **XII**

نتیجي:

لومړی: لف-

$$f_1(x) = -\frac{1}{2}x + 3$$

$$P_2(2 \mid -3)$$

$$D = \{x \mid 0 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$$

$$\Rightarrow m_2 = 2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب-

$f_2(x) = 2x - 7$

پ-

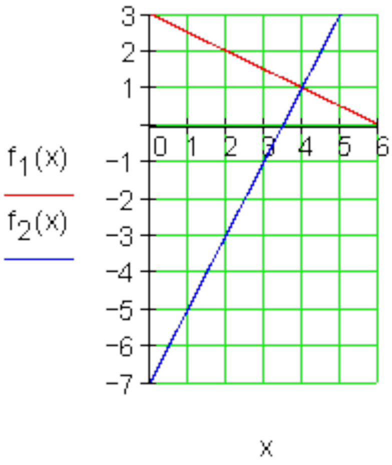
$S(4 \mid 1)$

ت-

$P_{y_1}(0 \mid 3); P_{y_2}(0 \mid -7)$

$P_{x_1}(6 \mid 0); P_{x_2}\left(\frac{7}{2} \mid 0\right)$

ټ-



دويم:

الف-

$f_1(x) = \frac{3}{2}x + 6; P_{x_2}(-6 \mid 0)$

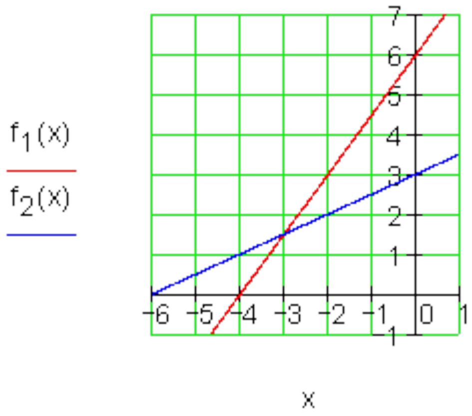
$S\left(x_s \mid \frac{3}{2}\right); D = \{x \mid -6 \le x \le 1\}_{\mathbb{R}}$

$S\left(-3 \mid \frac{3}{2}\right); m_2 = \frac{1}{2}$

$f_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$

$P_{y_1}(0 \mid 6); P_{y_2}(0 \mid 3)$

$P_{x_1}(-4 \mid 0) \quad P_{x_2}(-6 \mid 0)$



ب-

(c) ketabton.com: The Digital Library

$f_1(x) = \frac{1}{2}x - 3;\ P_{x_2}(4\,|\,0)$

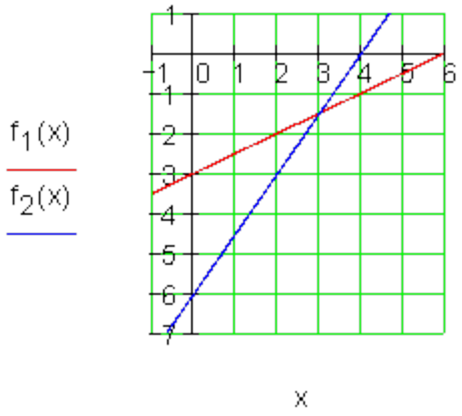
$S(3\,|\,y_s);\ D = \{x\,|\,-1 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$

$S\left(3\,\middle|\,-\frac{3}{2}\right);\ m_2 = \frac{3}{2}$

$f_2(x) = \frac{3}{2}x - 6$

$P_{y_1}(0\,|\,-3);\ P_{y_2}(0\,|\,-6)$

$P_{x_1}(6\,|\,0);\ P_{x_2}(4\,|\,0)$



دريم:

الف-

$P_1(-5\,|\,5);\ P_2(-1\,|\,-1)$

$S(x_s\,|\,2);\ D = \{x\,|\,-6 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$

$\Rightarrow m_1 = -\frac{3}{2}$

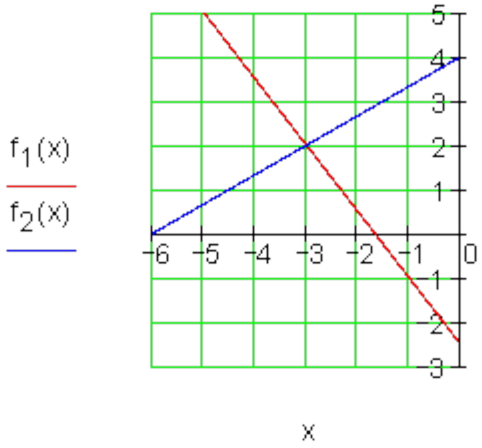
ب- $f_1(x) = -\frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$

پ- $S(-3\,|\,2)$

ت- $m_2 = -\frac{1}{m_1} = \frac{2}{3}$

ث- $f_2(x) = \frac{2}{3}x + 4$

ج-



څلورم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف-

$P_1(5|5); P_2(1|-1)$

$S(3|y_s); D=\{x|0\le x\le 6\}_{\mathbb{R}}$

$\Rightarrow m_1=\frac{3}{2}$

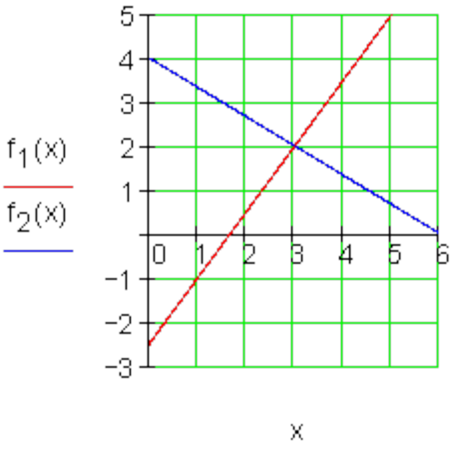
ب- $f_1(x)=\frac{3}{2}x-\frac{5}{2}$

پ- $S(3|2)$

ت- $m_2=-\frac{1}{m_1}=-\frac{2}{3}$

ټ- $f_2(x)=-\frac{2}{3}x+4$

ج-



پنځم:

الف-

$f_2(x)=3x-3; S\left(\frac{3}{2}\middle|\frac{3}{2}\right)$

$D=\{x|0\le x\le 6\}_{\mathbb{R}}$

$m_1=-\frac{1}{m_2}=-\frac{1}{3}$

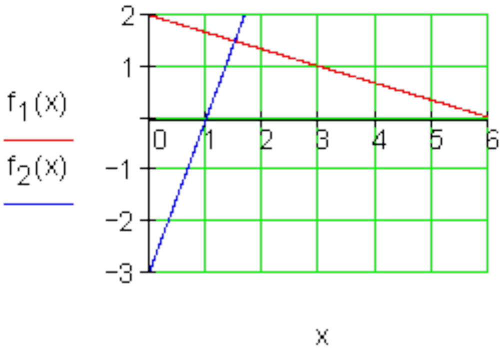
$f_1(x)=-\frac{1}{3}x+2$

ب-

$P_{y_1}(0|2); P_{y_2}(0|-3)$

$P_{x_1}(6|0); P_{x_2}(1|0)$

پ-



(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

كرښيزې توابع برخه XIII

لومړی -

$$f_2(x)=\frac{4}{5}x+\frac{9}{10};S\left(2\left|\frac{5}{2}\right.\right);D=\{x\,|\,-1\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$$

د تابع(x) f_1 ګراف په ټکي S کې د تابع (x) f_2 له ګراف څخه ولاړكونجيز(قايم الزاويه) غوځيږي.

وټاکی:

الف: تابع (x) f_1 .

ب – د دواړو کرښو د محورونو غوڅټکي.

پ – د دواړو توابعو ګرافونه په D کې.

$$g:\quad y-\sqrt{2}x=1\qquad\Rightarrow g(x)=\sqrt{2}x+1$$

$$h:-2y-\sqrt{2}x+6=0\Rightarrow h(x)=-\frac{1}{2}\sqrt{2}x+3$$

د اورتوګونالیټي شرایط: $a_{1g}=-\frac{1}{a_{1h}}$

$$a_{1g}=-\frac{1}{-\frac{1}{2}\sqrt{2}}=\frac{\frac{1}{1}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{1\cdot 2}{1\cdot\sqrt{2}}=\frac{2\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}=\frac{2\cdot\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}\ \text{q.e.d}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم:

د دوه کرښو توابع $f_1(x)$ او $f_2(x)$ ورکړشوي او د يوې دريمې کرښې جګوالى m_3 د تابع $f_3(x)$ سره. تابع $f_3(x)$ داسې وټاکئ، چې ګراف يې د نورو دواړو کرښو غوڅټکي څخه تير شي. د دريواړو کرښو محور غوڅټکي وټاکئ او د دريواړو توابعو ګراف په D کې رسم کړئ.

الف- $f_1(x) = -4x - 2;\ m_3 = \frac{1}{4}$

$f_2(x) = 2x + 4;\ D = \{x \mid -9 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$

ب - $f_1(x) = \frac{1}{4}x + \frac{9}{4};\ m_3 = -4$

$f_2(x) = 2x + 4;\ D = \{x \mid -9 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$

دريم: کرښه دتابع $f_1(x)$ سره له ټکي P_1 تييرې او له يوې دويمې کرښې چې له ټکي P_2 تيريږي په ټکي S کې غوڅيږي. توابع $f_1(x)$ او $f_2(x)$ وټاکئ د هغو محورغوڅټکي اوپه D کې يې ګراف وکاږئ.

$$P_1\left(-2 \,\middle|\, \frac{3}{2}\right);\ P_2(3 \mid 5);\ S\left(2 \,\middle|\, \frac{5}{2}\right);\ D = \{x \mid -8 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$$

څلورم:

$$P_1\left(-1 \,\middle|\, \frac{5}{2}\right);\ P_2\left(-3 \,\middle|\, \frac{11}{2}\right);\ D = \{x \mid -9 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه د تابع $f_1(x)$ سره محور په 8- کې غوڅوي. $f_1(x)$ ته غبرګه يوه دويمه کرښه د تابع $f_2(x)$ سره پروت محور په 4- کې غوڅوي. دواړه کرښې له يوې دريمې کرښې چې تابع $f_3(x)$ لري او له ټکو P_1 او P_2 تيريږي په ټکو P_3 او P_4 کې ولاړکونجيزه(قايوم الزاويه) غوڅوي. وټاکئ:

الف- تابع $f_1(x)$ ب - تابع $f_3(x)$

پ – تابع $f_2(x)$ ت – د دريواړو توابعو ګراف په D کې.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم:

$$A\left(-\frac{13}{2}\,\middle|\,-\frac{3}{2}\right);B(3\mid 2);D=\{x\mid -8\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$$

د يوه قايوم الزاويه مثلث(ولاړكونجيز دري ګودي) ښخه، چي ولاړ كونج(قايم الزاويه) يي پهC كي پرته ده، ټكي A اوB وركړ شوي. د مثلث اړخ يا ضلع [BC] د تابع $f_3(x)$ سره د اورديناټ يا ولاړ محور په 3 كي غوڅوي.

وټاكئ:

الف- د اړخ [AB] تابع $f_1(x)$ ب- د اړخ يا ضلعي [BC]تابع $f_3(x)$

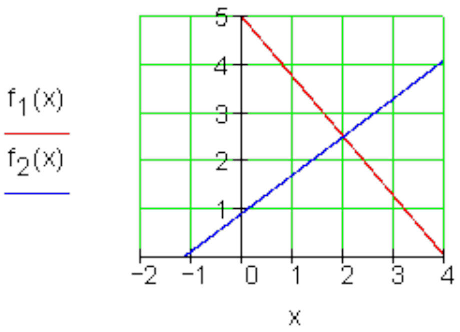
پ- د اړخ [AC] تابع $f_2(x)$ ت- د ټكي C كواورديناتونه

ټ په D كي ګرافونه.

ځوابونه يا حلونه

كربنيزي توابع **XIII**

نتيجي لومړى:

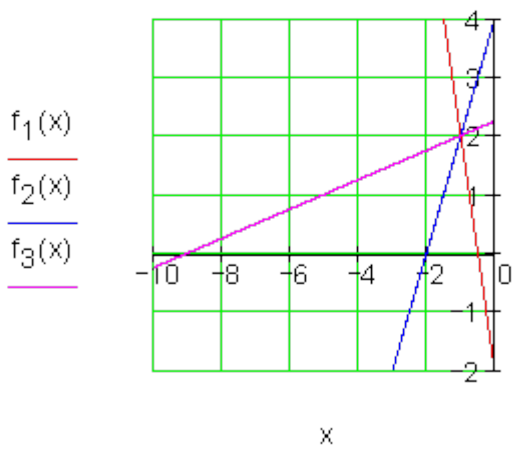
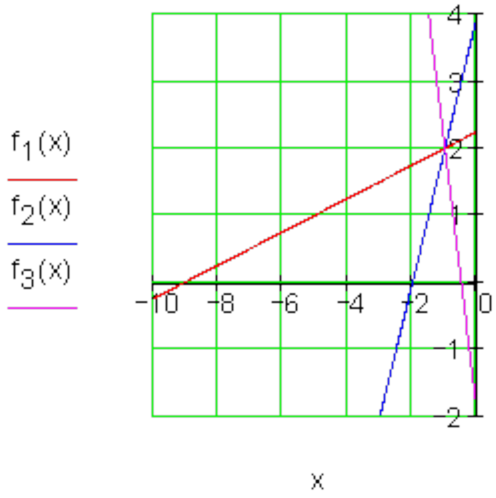
پ-  	$f_2(x)=\frac{4}{5}x+\frac{9}{10};S\left(2\,\middle|\,\frac{5}{2}\right)$ $D=\{x\mid -1\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$ $m_1=-\frac{1}{m_2}=-\frac{5}{4}$ $f_1(x)=-\frac{5}{4}x+5$ الف-

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P_{y_1}(0 \mid 5);\ P_{y_2}\left(0 \,\middle|\, \frac{9}{10}\right)$

ب- $P_{x_1}(4 \mid 0);\ P_{x_2}\left(-\frac{9}{8} \,\middle|\, 0\right)$

دويم: الف-

	$f_1(x) = -4x-2;\ m_3 = \frac{1}{4}$ $f_2(x) = 2x+4$ $D = \{x \mid -9 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$ $S(-1 \mid 2)$ $f_3(x) = \frac{1}{4}x + \frac{9}{4}$ $P_{y_1}(0 \mid -2);\ P_{y_2}(0 \mid 4)$ $P_{y_3}\left(0 \,\middle|\, \frac{9}{4}\right);\ P_{x_1}\left(-\frac{1}{2} \,\middle|\, 0\right)$ $P_{x_2}(-2 \mid 0);\ P_{x_3}(-9 \mid 0)$
ب- 	$f_1(x) = \frac{1}{4}x + \frac{9}{4};\ m_3 = -4$ $f_2(x) = 2x+4$ $D = \{x \mid -9 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$ $S(-1 \mid 2)$ $f_3(x) = -4x-2$ $P_{y_1}\left(0 \,\middle|\, \frac{9}{4}\right);\ P_{y_2}(0 \mid 4)$ $P_{y_3}(0 \mid -2);\ P_{x_1}(-9 \mid 0)$ $P_{x_2}(-2 \mid 0);\ P_{x_3}\left(-\frac{1}{2} \,\middle|\, 0\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم:

$P_1\left(-2 \,\middle|\, \frac{3}{2}\right); P_2(3 \mid 5);$

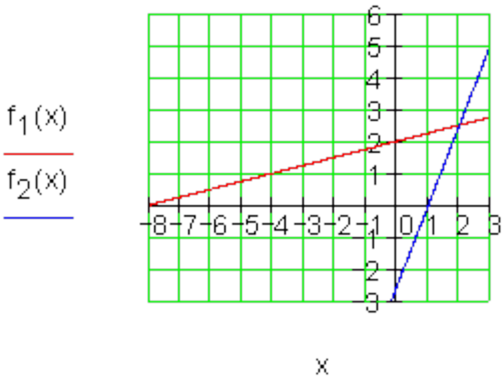
$S\left(2 \,\middle|\, \frac{5}{2}\right); D = \{x \mid -8 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$

$m_1 = \frac{1}{4}; f_1(x) = \frac{1}{4}x + 2$

$m_2 = \frac{5}{2}; f_2(x) = \frac{5}{2}x - \frac{5}{2}$

$P_{y_1}(0 \mid 2); P_{y_2}\left(0 \,\middle|\, -\frac{5}{2}\right)$

$P_{x_1}(-8 \mid 0); P_{x_2}(1 \mid 0)$



څلورم:

الف-

$P_1\left(-1 \,\middle|\, \frac{5}{2}\right); P_2\left(-3 \,\middle|\, \frac{11}{2}\right);$

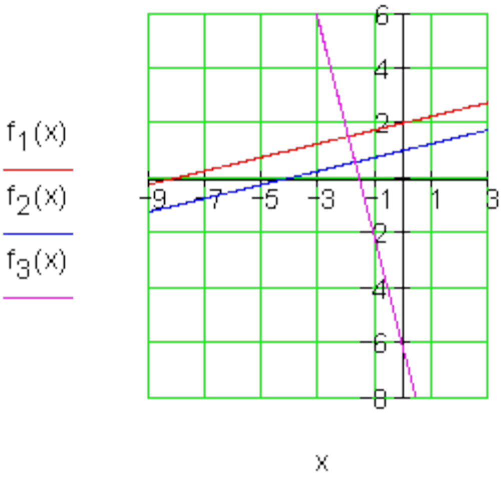
$D = \{x \mid -9 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$

$m_3 = -4; f_3(x) = -4x - \frac{13}{2}$

ب-

$m_1 = \frac{1}{4} = -\frac{1}{m_3}; f_1(x) = \frac{1}{4}x + 2$

ت-



(c) ketabton.com: The Digital Library

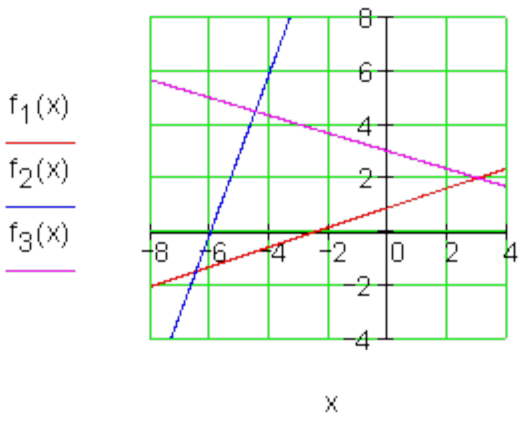
پ-

$$m_2=\frac{1}{4};\, f_2(x)=\frac{1}{4}x+1$$

$$P_3\left(-2\,\middle|\,\frac{3}{2}\right);\, P_4\left(-\frac{30}{17}\,\middle|\,\frac{19}{34}\right)$$

پنځم:

ت-



الف-

$$A\left(-\frac{13}{2}\,\middle|\,-\frac{3}{2}\right);\, B(3\mid 2)$$

$$D=\{x\mid -8\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$$

$$m_1=\frac{7}{19};\, f_1(x)=\frac{7}{19}x+19$$

ب-

$$m_3=-\frac{1}{3}\quad f_3(x)=-\frac{1}{3}x+3$$

پ-

$$m_2=-\frac{1}{m_3}=3;\, f_2(x)=3x+18$$

ت- $C\left(-\frac{9}{2}\,\middle|\,\frac{9}{2}\right)$

پوښتني

(c) ketabton.com: The Digital Library

کرښيزې توابع **XIV**

لومړی: $A(-8|-6); C(-1|5); D = \{x|-8 \le x \le 2\}_{\mathbb{R}}$

له يوه قايمالزاويه مثلث، چې قايمه زاويه يې په B پرته ده، ټکی A او C ورکړ شوي دي. د مثلث ضلع (اړخ)[BC] د اوردينات محور (ولاړمحور) په 3کې قطع کوي.

دا وټاکئ:

الف-

د مثلث درې د ضلعو توابع. $[AB] = f_1 ; [BC] = f_2 ; [AC] = f_3$

ب- د B ټکي کواودينات يا وضعيه قيمت کې د ټکي B محورونه

پ -په D کې ګراف.

دويم:

$A(-4|-1); B(2|-4); D = \{x|-4 \le x \le 5\}_{\mathbb{R}}$

د يوه مثلث ټکيA او B ورکړ شوي دي. د مثلث [BC] ضلع دy محور په 12-کې قطع کوي; ضلع [AC] د x محور په 3- کې غوڅوي.

دا وټاکئ:

الف-تابع $f_1(x)$ ضلع .[AB] قطع کوي ب - تابع $f_2(x)$ ضلع [BC] غوڅوي.

پ - تابع $f_3(x)$ ضلع [AC] ت - د C ټکي وضعيه قيمتونه

ټ - د D ټکي وضعيه قيمتونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم: توابع $y = f(x) = 3x - 4$ او $g(x) = ax + 3$ ورکړ شوي.

د دواړو توابعو ګرافونه په ټکي $S(3 \mid 5)$کې غوڅوي.

د $h(x)$ تابع مساوات داسې وکاږی، چې ګراف په ټکي S عمود څغلي. په يوه وضيه قيمتسيستم کې دريواړه ګرافونه رسم کړئ.

څلورم:

$$f_1(x) = \frac{1}{4}x + 2\frac{1}{4}\,;\ f_2(x) = -4x - 2\,;\ D = \{x \mid -10 \le x \le 1\}_{\mathbb{R}}$$

د $f_1(x)$ تابع سره کرښه د دويمې کرښې د$f_2(x)$ تابع سره قطعه کوي.

دا وټاکئ:

الف- دS قاطع ټکی د x_s او y_s کواودينات سره.

ب - د دواړو کرښو د قاطع ټکي د x محور سره.

پ - د دواړو کرښو قاطع ټکي د x محو سره.

ت - د دواړو توابعو ګراف په D کې.

پنځم:

د $g(x)$ تابع ، چې په $f(x)$ عمود ده پيدا کړئ. د $g(x)$ ګراف د y محور په $P_y(0 \mid 3)$ ټکي قطع کوي. دواړه کرښې په يوه وضعيه قيمت سيستم(پروت ولاړ سيستم) کې رسم کړئ.

الف - $f(x) = -2x + 2$ ب - $f(x) = 3x - 6$

پ - $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$ ت - $f(x) = \frac{3}{4}x - 3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپيږم: د دواړو کرښو غوڅېټکی (نقاط تقاطع) و ټاکی او ګراف يې وکاږی.

الف - $f_1(x)=\frac{1}{4}x+2\frac{1}{4};\ f_2(x)=-4x-2;\ D=\{x\,|\,-10\le x\le 1\}_{\mathbb{R}}$

ب - $f_1(x)=-2x+2;\ f_2(x)=3x-6;\ D=\{x\,|\,-2\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

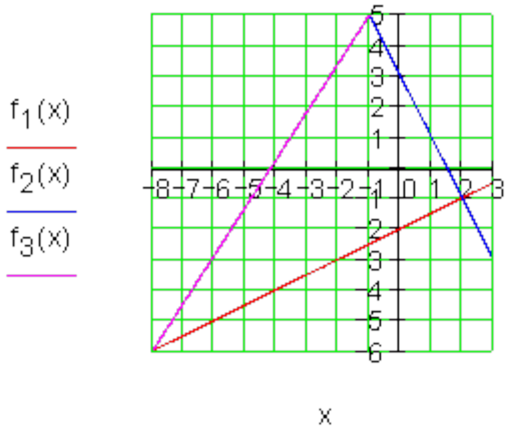
پ - $f_1(x)=-\frac{2}{3}x+4;\ f_2(x)=\frac{3}{2}x-2\frac{1}{2};\ D=\{x\,|\,-1\le x\le 7\}_{\mathbb{R}}$

ت - $f_1(x)=-\frac{3}{8}x+1;\ f_2(x)=\frac{5}{6}x+5\frac{5}{6};\ D=\{x\,|\,-8\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

ځوابونه يا حلونه

کرښيز توابع يا بلواک **XIV**

نتيجه : لومړی:

الف-	پ-
$A(-8\,\|\,-6);\ C(-1\,\|\,5);$ $D=\{x\,\|\,-8\le x\le 2\}_{\mathbb{R}}$ $m_3=\frac{11}{7};\ f_3(x)=\frac{11}{7}x+\frac{46}{7}$ $m_2=-2;\ f_2(x)=-2x+3$ $m_1=-\frac{1}{m_2}=\frac{1}{2};\ f_1(x)=\frac{1}{2}x-2$ ب- $B(2\,\|\,-1)$	

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم:

الف- $A(-4|-1)\,;\,B(2|-4)$

$D=\{x\,|\,-4\le x\le 5\}_{\mathbb{R}}$

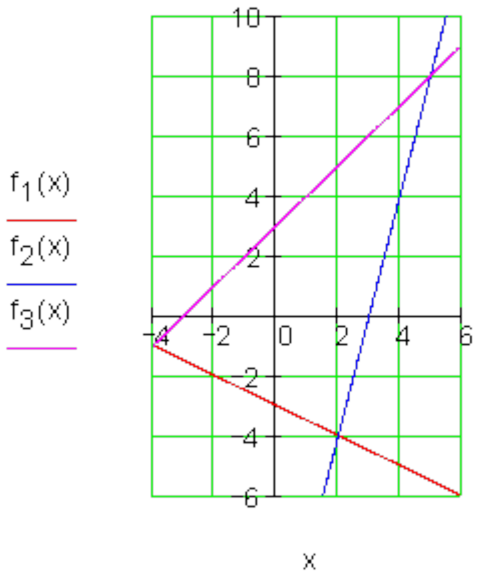
$m_1=-\frac{1}{2}\,;\,f_1(x)=-\frac{1}{2}x-3$

ب- $m_2=4\,;\,f_2(x)=4x-12$

پ- $m_3=1;\ f_3(x)=x+3$

ت- $C(5\,|\,8)$

ټ-



دريم:

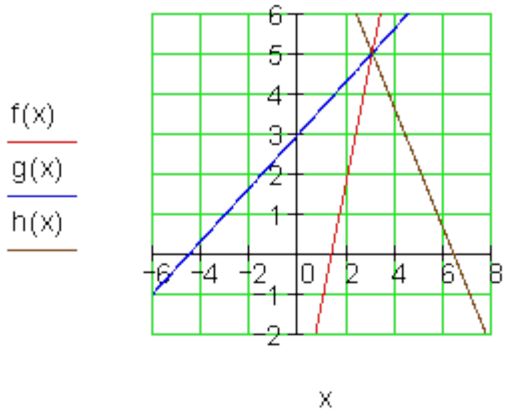
$f(x)=3x-4$

$g(x)=ax+3$

$S(3\,|\,5)\Rightarrow a=\frac{2}{3}$

$g(x)=\frac{2}{3}x+3$

$h(x)=-\frac{3}{2}x+\frac{19}{2}$



څلورم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

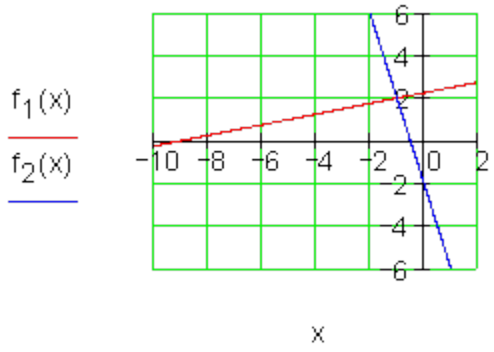
الف-

$f_1(x)=\frac{1}{4}x+\frac{9}{4};\ f_2(x)=-4x-2;$
$D=\{x\,|-10\le x\le 1\}_{\mathbb{R}}$
$\Rightarrow S(-1\,|\,2)$

ب- $P_{y_1}\left(0\,\middle|\,\frac{9}{4}\right);P_{y_2}(0\,|-2)$

پ- $P_{x1}(-9\,|\,0);P_{x2}\left(-\frac{1}{2}\,\middle|\,0\right)$

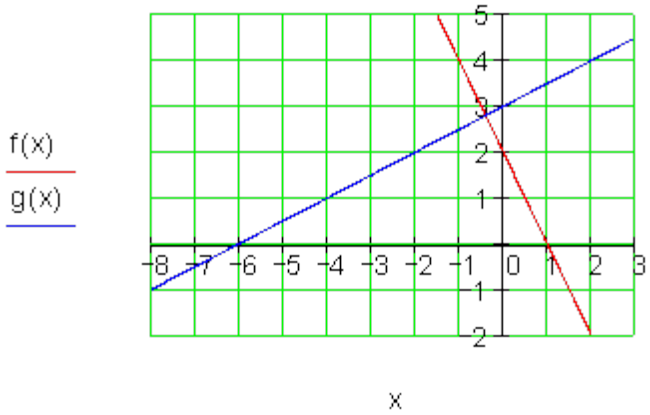
ت-



پنځم:

الف-

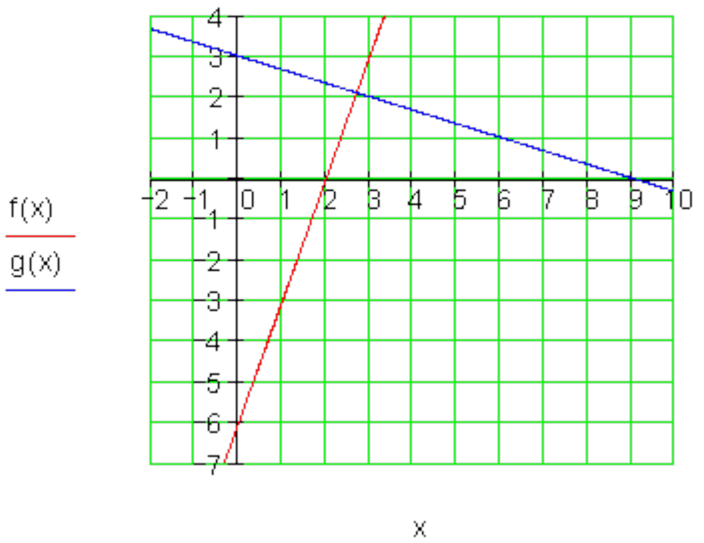
$f(x)=-2x+2$
$g(x)=\frac{1}{2}x+3$



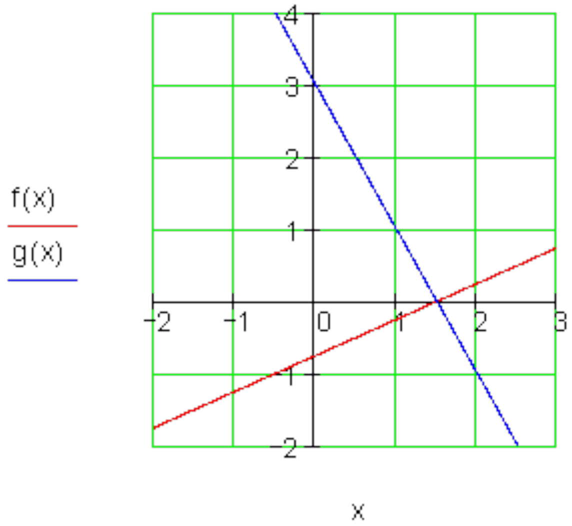
ب-

$f(x)=3x-6$
$g(x)=-\frac{1}{3}x+3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

	$f(x) = 3x - 6$ $g(x) = -\frac{1}{3}x + 3$

پ-

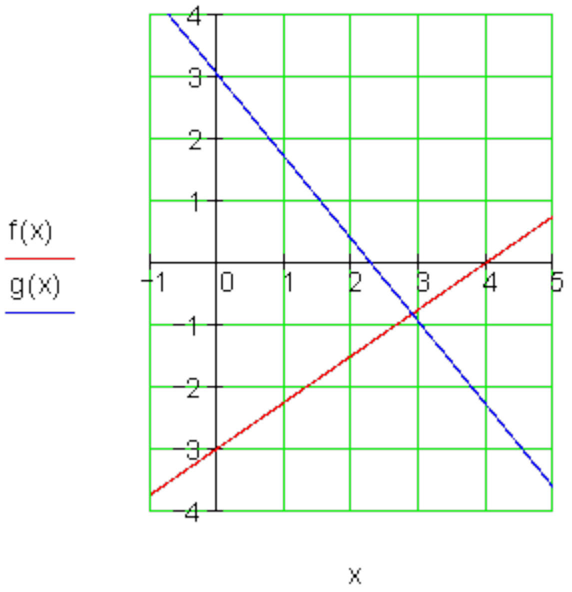
	$f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$ $g(x) = -2x + 3$

ت-

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = \frac{3}{4}x - 3$$

$$g(x) = -\frac{4}{3}x + 3$$



شیرم:

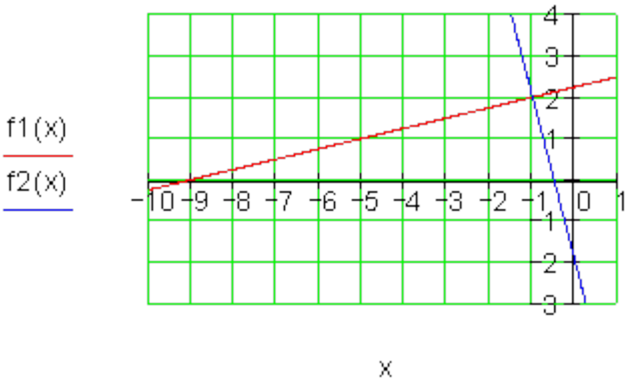
الف-

$$f_1(x) = \frac{1}{4}x + 2\frac{1}{4}$$

$$f_2(x) = -4x - 2$$

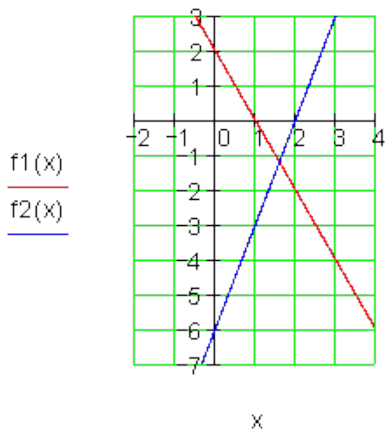
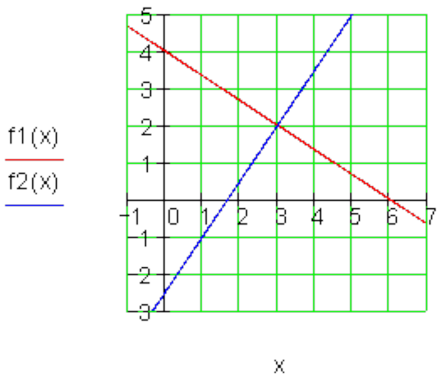
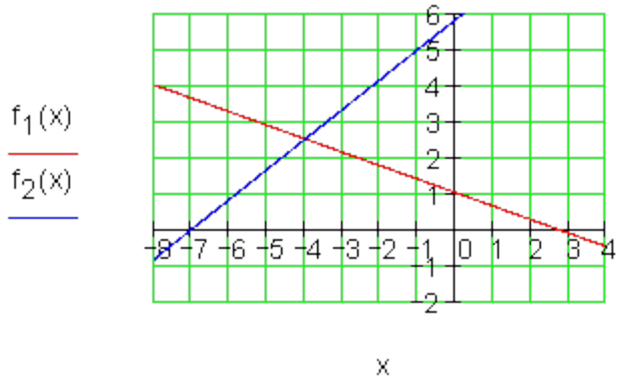
$$D = \{x \mid -10 \le x \le 1\}_{\mathbb{R}}$$

$$\Rightarrow S(-1 \mid 2)$$



ب-

(c) ketabton.com: The Digital Library

	$f_1(x) = -2x + 2$ $f_2(x) = 3x - 6$ $D = \{x \mid -2 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$ $\Rightarrow S\left(\frac{8}{5} \mid -\frac{6}{5}\right)$
	$f_1(x) = -\frac{2}{3}x + 4$ $f_2(x) = \frac{3}{2}x - 2\frac{1}{2}$ $D = \{x \mid -1 \le x \le 7\}_{\mathbb{R}}$ $S(3 \mid 2)$ پ-
	ت- $f_1(x) = -\frac{3}{8}x + 1$ $f_2(x) = \frac{5}{6}x + 5\frac{5}{6}$ $D = \{x \mid -8 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$ $S\left(-4 \mid \frac{5}{2}\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.3.د دوه کرښو موقعیت(پروتځایونه) نسبت یو بل ته

2.3.1.د دوه کرښو غوځښتکي(تقاطع ټکي)

د دوه کرښو مساوات په راته معلومه توګه یو حل لري یا کوم حل نه لري او یا ناپای ډېر حلونه لري.

د ا د دوه کرښو یو بل ته د پروت ځای له امله یو بل سره څه سرو کار لري؟

یوه حالت بیلګه دې دا روښانه کړي.

بیلګه :

یو یخوونی (یخچال) (1) په بازار کې 400 € قیمت لري او هره میاشت د .€ 20 انررژي مصرفوي.

یو ارزانه یخوونی (2) په بازرا کې€ 200 قیمت لري او د میاشتي € 40 د انرژي لګښت لري.

د کوم وخت پورې دا قیمته یخوونی یا یخچال خپل قیمت بیرته راګټي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ګران يخوونې د قيمت ودې لپاره د تابع مساوات دي:

$$(1)\ K_1(x) = 20x + 400$$

(x= وخت په مياشتو، K1(x) قيمت په يورو)

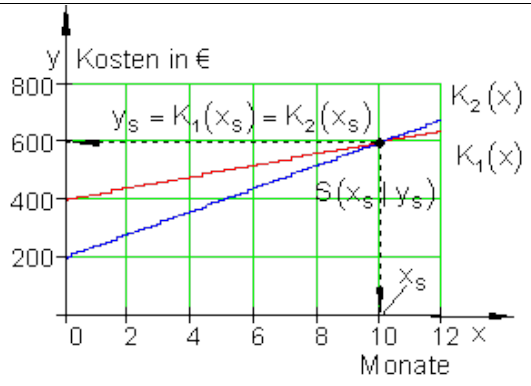
د دويم ارزانه يخوونې لپاره:

$$(2)\ K_2(x) = 40x + 200$$

(x= وخت په مياشتو، K2(x) قيمت په يورو)

د قيمته يخوونې اخستل هلته ښه دي، که چېرې ټول قيمت (د اخستلو او د مياشتې د مصرف قيمتونه) د ارزانه يخوونې سره يا برابر او يا تر ي کم شي،

د قيمت مساوات ليکو، که $K1(x) = K2(x)$ وي.



kosten in Euro پورته: په يورو قيمت،

Monate پروت: د مياشتې په معنا

$$K_1(x) = K_2(x)$$

$$\Leftrightarrow 20x + 400 = 40x + 200 \,|\, -400$$

$$\Leftrightarrow 20x = 40x - 200 \,|\, -40x$$

$$\Leftrightarrow -20x = -200 \,|\, :(-20) \Leftrightarrow x = 10$$

په K1 (x)کې کېږدی

$$\Rightarrow K_1(10) = 20 \cdot 10 + 400 = 600$$

په K2 (x)کې کېږدی

$$K2(10) = 40.10+200 = 600$$

نتيجه: مساواتسيستم

(c) ketabton.com: The Digital Library

$K_1(x) = 20x + 400$ او $K_2(x) = 40x + 200$

د مساوي سیستم د مساوي اینووني له لارې حل شو.

ارزښت $x = 10$ په دې معنا دی، له 10 میاتو وروسته قیمته یخوونی ارزي، یعني خپل قیمت راباسي.

ارزښت $y = 600$ په دې معنا دی، چې دواړه یخووني له لسو میاشتو وروسته برابر ارزښت رامنځ ته کیږي یعني .(€ 600).

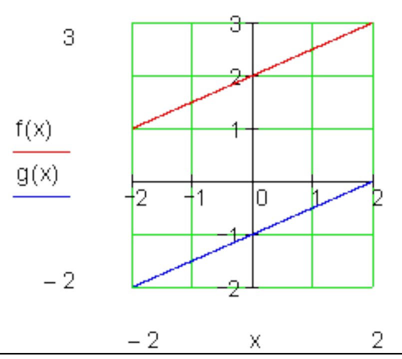
سملاسي د اوکولوجي یخوونو تول لګښت کم دی.

د دوه کرښو د غوځتکي ټاکلو لپاره یو کرښیز مساواتسیستم د د وه اوښتونو یا متحولو سره باید حل شي.

بیلګه:

<table>
<tr>
<td>

$f(x) = 0,5x + 2 \quad g(x) = 0,5x - 1$



</td>
<td>

$\Leftrightarrow 2 = -1$

تضاد

حل مو یوه تضاد ته بیایي. دا په دې معنا چې، دا مساواتسیستم حل نه لري.

</td>
</tr>
</table>

د$g(x)$ تابع مساوات له $f(x)$ څخه داسي منځ ته راځي چې په درې واحدونو کښته لورته راکښل شي.
دا په دې معنا چې د $g(x)$ ګراف و $f(x)$ ته موازي یا غبرګ دی.

دوه غبرګي کرښي په روښانه توګه ګډ غوځټکی نه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه:

$$f(x)=\frac{1}{2}x+2\,;\ g(x)=\frac{1}{2}(x+2)+1$$

د تقاطع ټکی $f(x)=g(x)\Leftrightarrow\frac{1}{2}x+2=\frac{1}{2}(x+2)+1$

$$\Leftrightarrow\frac{1}{2}x+2=\frac{1}{2}x+1+1\Leftrightarrow\frac{1}{2}x+2=\frac{1}{2}x+2$$

$\frac{1}{2}x+2=\frac{1}{2}x+2$ د $\ni x\in\mathbb{R}$ لپاره رښتیا وینا ده.

دواړه کرښې ناپای زیات ګډ ټکي لري، دا یوه بل برتې دی، دا کېمتې یا ایدنتیک دي.

دا تراوسه نتیجې سره یوځای راوړو:

د دې لپاره چې د دوه کرښو د تقاطع ټکي پیداکړو، د هغې تابع مساوات ، کوم چې یو کرښیز مساوات سیستم د دوه متحولو سره جوړوی، باید حل کړو.

دا د مساوي اینوولو له لارې کیدونکي دي.

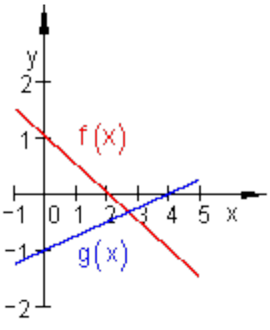
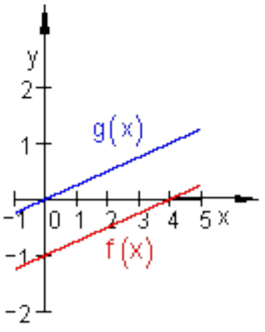
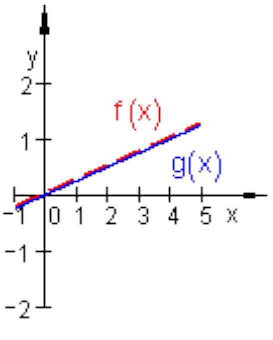
په یاد ولری:

که f(x) = g(x) ټیک یو حل لري، نو کرښه(g(x کرښه f(x) په یوه ټکي کې غوځوي. کرښې مختلف جګوالی یا میلان لري.

که f(x) = g(x) کوم حل نه لري، نو کرښې ګډ حل نه لري. دا یو بل سره موازي ځغلي.

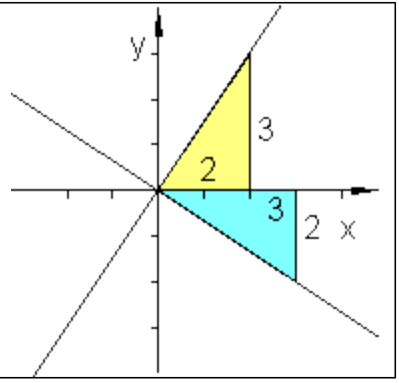
که f(x) = g(x) ناپای ډېر حلونه لري، نو کرښې ایدنتیک یا کېمت دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

تیک یو حل	کوم حل نه لري	ناپای ډېر حلونه لري
		

2.3.2.یو بل سره عمود یا ولاړې ځغلیدونکي کرښې

که د دوه عمود قطع کیدونکو (غوڅیدونکو) کرښو جګوالي پیدا کول موخه وی، نو ګومان کیږي، چې د دواړو جګوالو ترمنځ اړیکې شته.

	Vorübung:له مخه تمرين: د $f(x)=\frac{3}{2}x$ تابع ګراف به وضعيه قيمتسيستم کې وکاږی. په دې کرښه د هندسی مثلث په مرسته يو عمود کواودينات په سرچينه وباسی او جګوالی يې ولولی يا په ګوته کړی.

دg کرښې جګوالی: $a_{1g}=\frac{3}{2}$. ګومان: د کرښې h چګوالی: $a_{1h}=-\frac{2}{3}$ د a_{1h} منفی برعکس ارزښت د a_{1g} په ګوته کوي یا انځوروي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دلته د يوه منفي كسري جګوالي حالت څخه غربيرو.

دا په دې معنا چې: $a_{1h}=-\frac{1}{a_{1g}}$ همداسي $a_{1h}.a_{1g}=-1$ يا $a_{1g}=-\frac{1}{a_{1h}}$

جمله:

د دوه يو په بل عمودو يا ولاړو كربنوg او h جګوالي لپاره صدق كوی:

$$a_{1h}=-\frac{1}{a_{1g}} \quad \text{همداسي} \quad a_{1h}.a_{1g}=-1 \quad \text{يا} \quad a_{1g}=-\frac{1}{a_{1h}}$$

كربني يو په بل عمود دي.

دg او h جګوالي ليكل كيدی شي:

$a_{1g}=\frac{q}{h}$ او $a_{1h}=-\frac{p}{h}$

$$a_{1g}\cdot a_{1h}=\frac{q}{h}\cdot\left(-\frac{p}{h}\right)=-\frac{q\cdot p}{h^2} \quad (1)$$

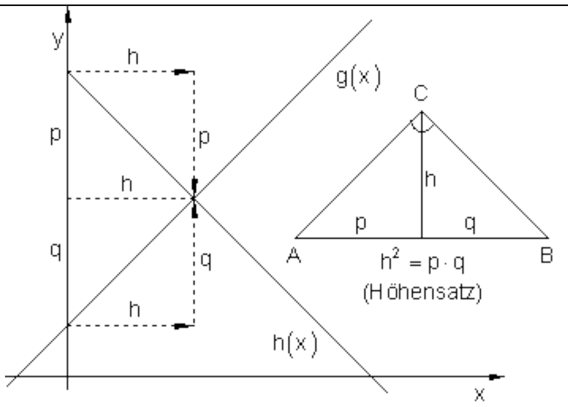
د جګجملي له مخي دی

$h^2 = p.q$

په (1)كي كيږدی

$$a_{1g}\cdot a_{1h}=-\frac{q\cdot p}{h^2}=-\frac{h^2}{h^2}=-1$$

$$\Rightarrow a_{1g}\cdot a_{1h}=-1$$



(Höhensatz = جګجمله)

بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

دوه يو بل ته ولاړګونجيز يا قايم الزاويه يې ځغلنده کرښې g او h غوځېکی يا د قطعه کيدو ټکی(3 | 2)S ورکړ شوي، چيرته چې د g جګوالی $a_{1g} = \frac{1}{2}$ دی. له $a_{1g} = \frac{1}{2}$ $g(x) \perp h(x)$ امله لرو $a_{1h} = -2$ $g(x) = \frac{1}{2}x + a_{0g}$ او $h(x) = -2x + a_{0h}$ $S(2\|3) \Rightarrow g(2) = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 2 + a_{0g} = 3 \Leftrightarrow a_{0g} = 2$ $S(2\|3) \Rightarrow h(2) = 3 \Leftrightarrow -2 \cdot 2 + a_{0h} = 3 \Leftrightarrow a_{0h} = 7$ $\Rightarrow g(x) = \frac{1}{2}x + 2 \text{ und } h(x) = -2x + 7$	غوښتنه: دg کربش تابعمساوات g(x) . د h کرښې تابعمساوات h(x). د g او h ګراف د $D = \{ x \mid -5 \le x \le 4 \}_{\mathbb{R}}$ لپاره

دا مخ نور تش دی:

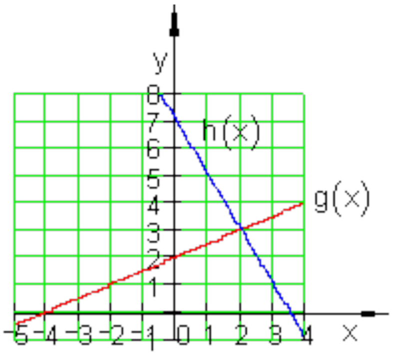
(c) ketabton.com: The Digital Library

$$S(2|3) \Rightarrow g(2) = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 2 + a_{0g} = 3 \Leftrightarrow a_{0g} = 2$$

$$S(2|3) \Rightarrow h(2) = 3 \Leftrightarrow -2 \cdot 2 + a_{0h} = 3 \Leftrightarrow a_{0h} = 7$$

$$\Rightarrow g(x) = \frac{1}{2}x + 2$$

او $h(x) = -2x + 7$



2.3.3تمرينونه:

د دوه کرښو غوځېکې (د قطعه کيدو ټکې)
د دوه کرښو $g_1(x)$ او($g_2(x)$) توابع مساوات ورکړ شوي.
د دواړو کرښو د قطعه کيدو(غوځيدو) ټکی و ښايې او کرښې په يوه افقی-عمودي سيستم کې وښاياست.

اول - $g_2(x) = -\frac{1}{2}x + 4$ $\quad g_1(x) = \frac{1}{2}x + 2$

دويم - $g_2(x) = -2x + 1$ $\quad g_1(x) = 2x - 1$

دريم - $g_2(x) = -\frac{1}{2}x - 1$ $\quad g_1(x) = \frac{3}{4}x - 4$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځلورم - $g_1(x) = -\frac{1}{2}x + 2 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$

پځم - $g_1(x) = \frac{2}{3}x + 2 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$

شپږم- $g_1(x) = \frac{3}{4}x + 1 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 2$

یا دا لاندې

د دوه کرښو غوځتکی‌د دوه کرښو د $g_1(x)$ او $g_2(x)$ توابع مساوات ورکړ شوي :

د دواړو کښو غوځتکې وشمیرئ او کرښې په یوه بورت ولاړ سیستم (کواودینات سیستم) کې وکاږئ(رسم کړئ)

لومړی: $g_1(x) = \frac{1}{2}x + 2 \quad g_2(x) = -\frac{1}{2}x + 4$

دویم: $g_1(x) = 2x - 1 \quad g_2(x) = -2x + 1$

دریم: $g_1(x) = \frac{3}{4}x - 4 \quad g_2(x) = -\frac{1}{2}x - 1$

ځلورم: $g_1(x) = -\frac{1}{2}x + 2 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$

پنځم: $g_1(x) = \frac{2}{3}x + 2 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$

شپږم: $g_1(x) = \frac{3}{4}x + 1 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 2$

د یوې $g_1(x)$ کرښې تابع مساوات ور کړ شوي دي.
و $g_1(x)$ کرښې ته د عمود کرښې تابع مساوات وټاکئ، که دا کرښه له P_1 ټکي تیره شي. د دواړو کرښو د قاطع ټکی یا غوځتکی وشمیرئ او دواړه کرښې په افقی-عمودی سیستم قیمت وضعیه سیستم کې رسم کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوم — $g_1(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پيدا کړو، چې له $P_1(3|-2)$ تيريږي.

اتم — $g_1(x) = 2x - 1g$

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پيداکړو ، چې له $P_1(-2|5)$ تيريږي.

نهم — $g_1(x) = -\frac{4}{5}x + 3$

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پيداکړو ، چې له $P_1(-4|-2)$ تيريږي.

لسم — $g_1(x) = 2x + 3$

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پيداکړو ، چې له $P_1(2|-3)$ تيريږي.

و 1 - 6 ته مفصلې بيلګې

د قيمتشميرنې څخه کار اخستنه يا استعمالونه :

د مالک لپاره ډيره مهمه ده، چې د هغه يوه جنس توليد ستږ x وپيژني ، کوم چې په توليد کې منځ ته راغلې مصارفK د خرڅلاو څخه لاس ته راغلوE له لارې پوره کړي.

تعريف:

د ثابتو توکو سره دK(x) مصارفو تابع او تل لرلي مصارفو لپاره صدق وکړي:

ټول لګښت = K(x) دK توليد ستږ x + تل لرلي لګښت Kf

(c) ketabton.com: The Digital Library

$K(x)=k\cdot x+K_f$ که د توکو لګښت اوفيکس يا تل لرلي مصارف ثابت وي.

يادښت:

ټول لرلي مصارف د منځ ته راغلي لګښت تابع(K(x دي چې په يوه فابريکه کې دx توليد د ډېرى يوونونو يا سټ واحدونو(ME) يوه ضرب څخه منځ ته راغلي دي.

د داني ارزښت بهتر يې قيمت k ټول قيمت دى د داني په سر(دا اووښتوني يا متحول دانه قيمتونه هم بلل کيږي) .

ځاى په ځاى يا فيکس قيمتونهK_f هغه قيمتونه دي، چې هلته هم منځ ته راځي که توليد ونه شي (ګټه ورکونه، کرايه، بيمه، معاشونه او داسې نور).

پيژند (تعريف):

د لاس ته راغلو پيسو تابع (E(x په ثابت قيمت باور لري:

دخرڅلاو پيسي(E(x= قيمتP . ډېرىx يعني E(x) = P.x

پام (يادونه) :.

هغه په نرخ يا قيمت p خرڅه شوې ډېرى يا سټ د لاس ته راوړني ډېرى هم بلل کيږي.

تعريف:

د ګټې تابع (G(x لپاره باور لري:

ګټه: $G(x)=E(x)-K(x)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پام (یادونه) :

که د$G(x)$ نتیجه کمیزه یا منفي وي، فابریکه زیان کوي، که$G(x)$ زیاتیزه یا مثبت وي، نو فابریکه ګټه کوي.

که $G(x) = 0$ وي، نو لګښت$K(x)$ همدومره ستر دی، لکه لاس ته راوړنه$E(x)$.

دا ټکی د ګټې پوله Gewinnschwelle بلل کیږي.

بیلګه : یوه فابریکه،، ملفونونه (لاسي تلفونونه)،، جوړوي دانه په € 20 .

د فابریکې تللګښت د ورځې€ 60000 دی.

د هر ،،ملفون،، خرڅلاو قیمت په دانه دی€ 40.

فابریکه کړی شي د ورځي خورا زیات یا ماکسمال 4000،، ملفونه،، تولید کړي(د تولید توان یا کاپڅیتي پوله).

الف – د کوم تولید ډېری یا سټ سره فابریکه ګټه کوي؟

ب - د کوم تولید ډېری سره فابریکه ماکسماله ګټه کوي؟

پ – دا حالت په یوه مناسب کواوردینات سیستم کې ګرافیکي انځور کړی.

الف - تابع مساوات ولیکی:

لګښت تابع : $K(x) = 20+60000$

خرڅلاوتابع:$E(x) = 40x$

ګټه تابع :

$$G(x) = E(x) - K(x) = 40x - 20x - 60000$$
$$= 20x - 60000$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ږدو: G(x) > 0

$$\Leftrightarrow 20x - 60000 > 0 \mid +60000$$
$$\Leftrightarrow 20x > 60000 \mid : 20 \Leftrightarrow x > 3000$$

د یوه له x= 3000 پورته،،ملفونونو،، د ورځي تولیدېری فابریکه ګټه کوي.

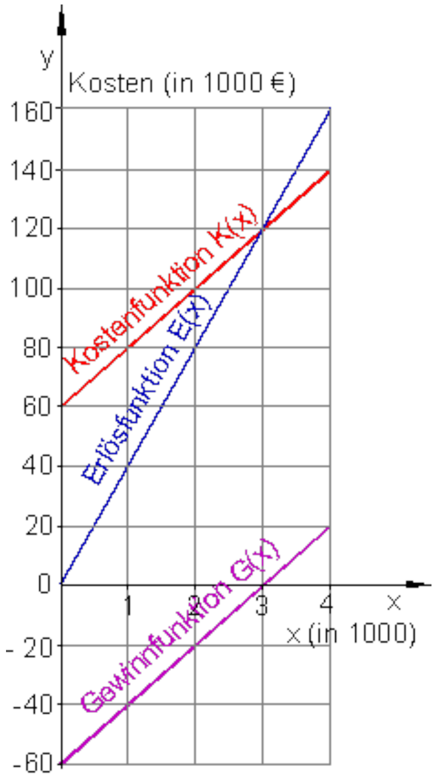
په x = 3000 تولید سره ګټهE(x) دومره ده لکه لګښتK(x) .

$$K(3000) = 20 \cdot 3000 + 60000 = 120000$$
$$E(3000) = 40 \cdot 3000 = 120000$$

ب - په عظمي تولیدېری یا – سټ کي د ګټي پیداکونه $x_{Max} = 4000.$

$$G(4000) = 20 \cdot 4000 - 60000 = 20000$$

د ورځي د4000 ، ملفونو،، د تولید ګټه عظمي ده، دا .€ 20000 ده.



پ -

(c) ketabton.com: The Digital Library

یادونه: له پورته کښته ته ژباړه: د لګښت تابع، د خرځلاو تابع، د ګټي تابع
د ګټې شولېیا پوله کیدی شي د ګټي په تابع هم د لګښت تابع د ګراف د غوښتکي له لارې هم د خرځلاو د ګراف سره پیدا کړای شي. د غوښتکی x کواوردینات د ګټي شولي یا هغه ورشو چې ګټه به کې صورت نیسي).. دهو د y کواوردینات په دې ځای کې لګښت ورکوي.
د ډېری - او پیسو یوونونه یا - واحدونه په یوه فابریکه کې د تولید ډېری د لویو دانو د تولید پروسه په ګوته کوي، د بیلګې په توګه د ورځې 1000 000 Cd- Rohlinge.
د تولید لګښت هم زیات وخت په میلینونو وي.

داسي ستر ګڼونه یا اعداد تل داسي ساده نه ګڼل کیږي. له دې امله د تولید شوو دانولپاره د ډېری یوون یا – واحد کاروو او همداسې د لګښت پیسو واحدونو یا یوونونو لپاره هم.

د بیلګې په توګه کیدی شي1000 000 Cd- Rohlingeپه 10 ستوواحدونو(ډېری یوونویاME 10) کې سره راټول کړو، چیرته چې د ډېری واحد د 100 000 دانو لپاره ځای په ځای شوی دی. یعني 100 000 داني یو یوون یا واحد دی. همداسي لګښتونه د پیسو واحدونو(-یوونونو) ته سره راټولیږي، د بیلګې په توګه€ 9000 000 و9 د پیسو واحدونو(یوونونو(ته (9 GE).

پرته له دې د لګښت واحد(یوون) لپاره سرې په ټاکلي پیسو واحد (یوون) پورې مربوط نه دی

بیلګه:

د یوه ټاکلي تولید لپاره دې د لګښت تابع $K(x) = 0,3x + 4$ وي او د خرځلاو تابع $E(x) = 1,1x$د ګټې په پولېBreak-even-Point کې ټول لګښتونه څومره جګ دي.؟

$$G(x) = E(x) - K(x) = 1,1x - 0,3x - 4 = 0,8x - 4$$

د لړ : Break-even-Point

$$G(x) > 0 \Leftrightarrow 0,8x - 4 > 0 \mid +4 \Leftrightarrow 0,8x > 4 \mid : 0,8 \Leftrightarrow x = 5$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټول تولید: $K(5) = 0,3 \cdot 5 + 4 = 1,5 + 4 = 5,5$
د ګټې پوله Break-even-Poin t د5 ME (د،، سټ واحد یا ډېری یوون ،، لپاره راغلی) شاو خوا کې پرته ده، په دې ځای کې لګښت 5,5 GE (GE پیسو یوون لپاره) دی.

ځوابونه:

تمرین د کرښیز مساواتوIII

نتیجې:

لومړی -

$g_1(x) = \frac{1}{2}x + 2; \; g_2(x) = -\frac{1}{2}x + 4 \Rightarrow S(2 \mid 3)$ د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

دویم - $g_1(x) = 2x - 1; \; g_2(x) = -2x + 1 \Rightarrow S\left(\frac{1}{2} \middle| 0\right)$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

دریم - $g_1(x) = \frac{3}{4}x - 4; \; g_2(x) = -\frac{1}{2}x - 1 \Rightarrow S\left(\frac{12}{5} \middle| -\frac{11}{5}\right)$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

څلورم - $g_1(x) = -\frac{1}{2}x + 2; \; g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3 \Rightarrow S\left(-1 \middle| \frac{5}{2}\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

پنځم - $g_1(x)=\frac{2}{3}x+2\,;\,g_2(x)=\frac{1}{2}x+3\Rightarrow S(6\mid 6)$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

شپږم - $g_1(x)=\frac{3}{4}x+1;\,g_2(x)=\frac{1}{2}x+2\Rightarrow S(4\mid 4)$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

اوم - $g_1(x)=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}\,;\,P_1(3\mid -2)\Rightarrow g_2(x)=\frac{1}{2}x+2:\,S(1\mid 2)$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

اتم - $g_1(x)=2x-1;\,P_1(-2\mid 5)\Rightarrow g_2(x)=-\frac{1}{2}x+4:\,S(2\mid 3)$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

نهم - $g_1(x)=-\frac{4}{5}x+3\,;\,P_1(-4\mid -2)\Rightarrow g_2(x)=\frac{5}{4}x+3:\,S(0\mid 3)$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

لسم - $g_1(x)=2x+3\,;\,P_1(2\mid -3)\Rightarrow g_2(x)=-\frac{1}{2}x-2:\,S(-2\mid -1)$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

مفصل حل:

لومړی:

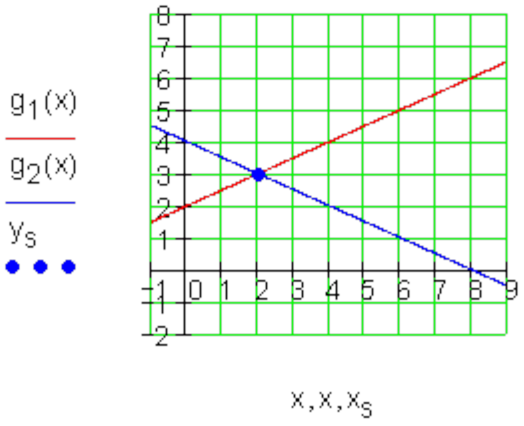
$$g_1(x) = \frac{1}{2}x + 2 \qquad g_2(x) = -\frac{1}{2}x + 4$$

$$g_1(x) = g_2(x) \Leftrightarrow \frac{1}{2}x + 2 = -\frac{1}{2}x + 4$$

$$\Leftrightarrow x_s = 2$$

$$y_s = g_1(x_s) = g_1(2) = \frac{1}{2}\cdot 2 + 2 = 3$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S(2\,|\,3)}}$$



دویم:

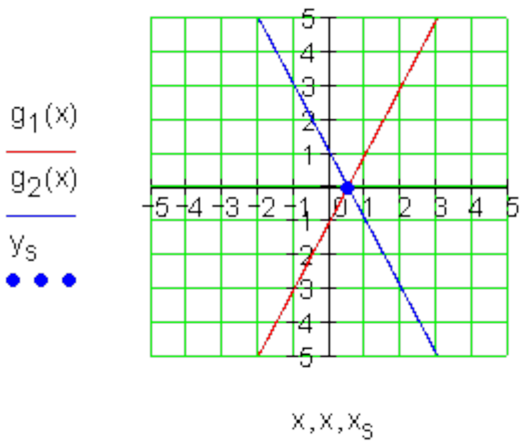
$$g_1(x) = 2x - 1 \qquad g_2(x) = -2x + 1$$

$$g_1(x) = g_2(x) \Leftrightarrow 2x - 1 = -2x + 1$$

$$\Leftrightarrow x_s = \frac{1}{2}$$

$$y_s = g_1(x_s) = g_1\left(\frac{1}{2}\right) = 2\cdot\frac{1}{2} - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S\left(\frac{1}{2} = 0{,}5\,|\,0\right)}}$$



دریم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

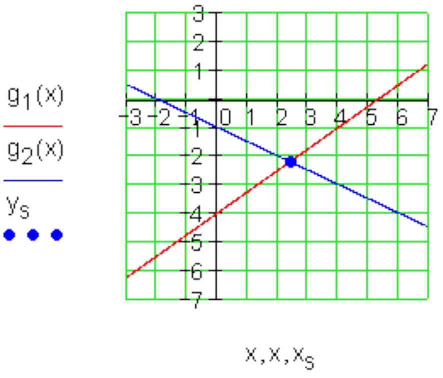
$$g_1(x)=\frac{3}{4}x-4 \qquad g_2(x)=-\frac{1}{2}x-1$$

$$g_1(x)=g_2(x)\Leftrightarrow \frac{3}{4}x-4=-\frac{1}{2}x-1$$

$$\Leftrightarrow x_s=\frac{12}{5}$$

$$y_s=g_1(x_s)=g_1\left(\frac{12}{5}\right)=\frac{3}{4}\cdot\frac{12}{5}-4=-\frac{11}{5}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S\left(\frac{12}{5}=2,4\,\Big|\,-\frac{11}{5}=-2,2\right)}}$$



څلورم:

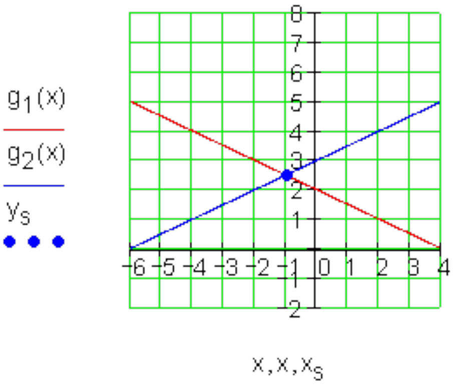
$$g_1(x)=-\frac{1}{2}x+2 \qquad g_2(x)=\frac{1}{2}x+3$$

$$g_1(x)=g_2(x)\Leftrightarrow -\frac{1}{2}x+2=\frac{1}{2}x+3$$

$$\Leftrightarrow x_s=-1$$

$$y_s=g_2(x_s)=g_2(-1)=\frac{1}{2}\cdot(-1)+3=\frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S\left(-1\,\Big|\,\frac{5}{2}=2,5\right)}}$$



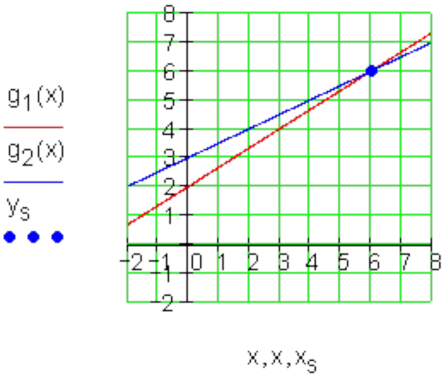
$$g_1(x)=\frac{2}{3}x+2 \qquad g_2(x)=\frac{1}{2}x+3$$

$$g_1(x)=g_2(x)\Leftrightarrow \frac{2}{3}x+2=\frac{1}{2}x+3$$

$$\Leftrightarrow x_s=6$$

$$y_s=g_2(x_s)=g_2(6)=\frac{1}{2}\cdot 6+3=6$$

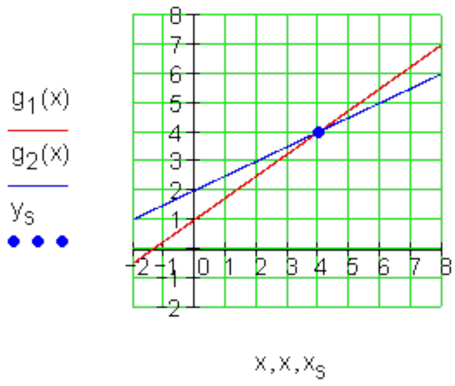
$$\Rightarrow \underline{\underline{S(6\,|\,6)}}$$



پنځم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم:



$$g_1(x) = \frac{3}{4}x + 1 \qquad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 2$$

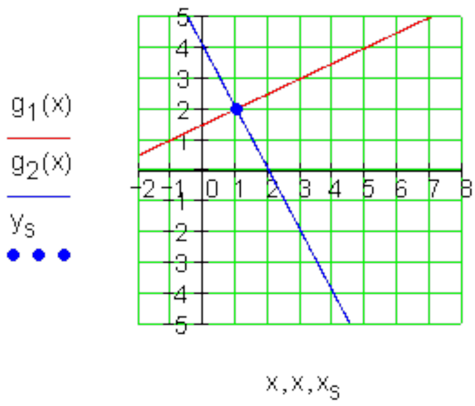
$$g_1(x) = g_2(x) \Leftrightarrow \frac{3}{4}x + 1 = \frac{1}{2}x + 2$$

$$\Leftrightarrow x_s = 4$$

$$y_s = g_2(x_s) = g_2(4) = \frac{1}{2} \cdot 4 + 2 = 4$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S(4|4)}}$$

اووم:



$$g_1(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \qquad P_1(3|-2)$$

$$a_{1g1} = \frac{1}{2} \Rightarrow a_{1g2} = -\frac{1}{a_{1g1}} = -\frac{1}{\frac{1}{2}} = -2$$

$g_2(x) = -2x + a_{0g2}$ ر د $P_1(3|-2)$

سره صدق کوي:

$$g_2(3) = -2 \Leftrightarrow -2 \cdot 3 + a_{0g2} = -2$$

$$\Leftrightarrow a_{0g2} = 4$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{g_2(x) = -2x + 4}}$$

$$g_1(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \qquad g_2(x) = -2x + 4$$

$$g_1(x) = g_2(x) \Leftrightarrow \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} = -2x + 4$$

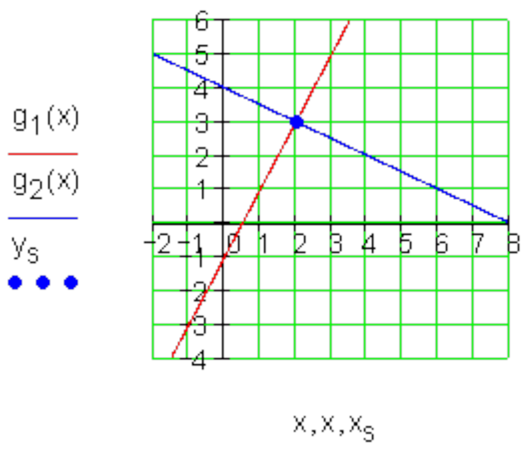
$$\Leftrightarrow x_s = 1$$

$$y_s = g_2(x_s) = g_2(1) = -2 \cdot 1 + 4 = 2$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S(1|2)}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم:



$g_1(x) = 2x - 1 \qquad P_1(-2|5)$

$a_{1g1} = 2 \Rightarrow a_{1g2} = -\frac{1}{a_{1g1}} = -\frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$

$P_1(-2|5)$ د $g_2(x) = -\frac{1}{2}x + a_{0g2}$

سره صدق کوي:

$g_2(-2) = 5 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}\cdot(-2) + a_{0g2} = 5$

$\Leftrightarrow a_{0g2} = 4$

$\Rightarrow \underline{\underline{g_2(x) = -\frac{1}{2}x + 4}}$

$g_1(x) = 2x - 1 \qquad g_2(x) = -\frac{1}{2}x + 4$

$g_1(x) = g_2(x) \Leftrightarrow 2x - 1 = -\frac{1}{2}x + 4$

$\Leftrightarrow x_s = 2$

$y_s = g_1(x_s) = g_1(2) = 2\cdot 2 - 1 = 3$

$\Rightarrow \underline{\underline{S(2|3)}}$

نهم:

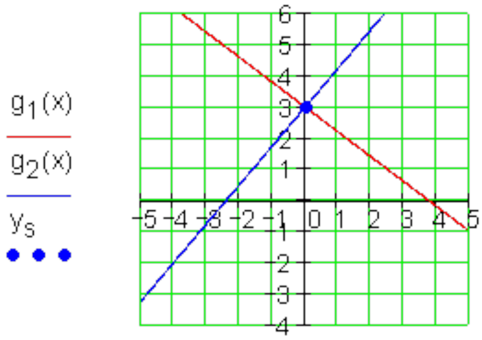
$g_1(x) = -\frac{4}{5}x + 3 \qquad P_1(-4|-2)$

$a_{1g1} = -\frac{4}{5} \Rightarrow a_{1g2} = -\frac{1}{a_{1g1}} = -\frac{1}{-\frac{4}{5}} = \frac{5}{4}$

–

$P_1(-4|-2)$ د $g_2(x) = \frac{5}{4}x + a_{0g2}$ ا

(c) ketabton.com: The Digital Library



سره باور لري:

$$g_2(-4) = -2 \Leftrightarrow \frac{5}{4}\cdot(-4) + a_{0g2} = -2$$

$$\Leftrightarrow a_{0g2} = 3$$

$$\Rightarrow g_2(x) = \frac{5}{4}x + 3$$

$$g_1(x) = -\frac{4}{5}x + 3 \qquad g_2(x) = \frac{5}{4}x + 3$$

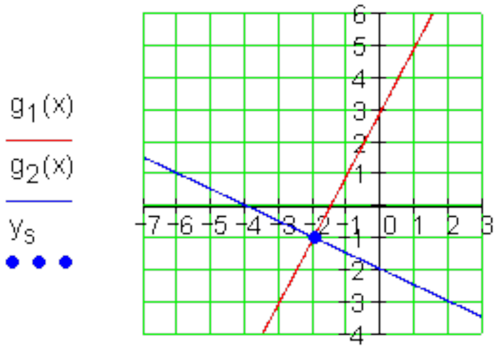
$$g_1(x) = g_2(x) \Leftrightarrow -\frac{4}{5}x + 3 = \frac{5}{4}x + 3$$

$$\Leftrightarrow x_s = 0$$

$$y_s = g_2(x_s) = g_2(0) = \frac{5}{4}\cdot 0 + 3 = 3$$

$$\Rightarrow S(0|3)$$

لسم:



$$g_1(x) = 2x + 3 \qquad P_1(2|-3)$$

$$a_{1g1} = 2 \Rightarrow a_{1g2} = -\frac{1}{a_{1g1}} = -\frac{1}{3} = -\frac{1}{2}$$

د $g_2(x) = -\frac{1}{2}x + a_{0g2}$ $P_1(2|-3)$ سره باور لري:

$$g_2(2) = -3 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}\cdot 2 + a_{0g2} = -3$$

$$\Leftrightarrow a_{0g2} = -2$$

$$\Rightarrow g_2(x) = -\frac{1}{2}x - 2$$

$$g_2(2) = -3 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}\cdot 2 + a_{0g2} = -3$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow a_{0g2} = -2$$

$$\Rightarrow g_2(x) = -\frac{1}{2}x - 2$$

$$g_1(x) = 2x + 3 \qquad g_2(x) = -\frac{1}{2}x - 2$$

$$g_1(x) = g_2(x) \Leftrightarrow 2x + 3 = -\frac{1}{2}x - 2$$

$$\Leftrightarrow x_s = -2$$

$$y_s = g_1(x_s) = g_1(-2) = 2 \cdot (-2) + 3 = -1$$

$$\Rightarrow S(-2 \mid -1)$$

پوښتنې:

کرښیزې توابع برخه IV

لومړی – د کرښیزو توابعو تابع ترمونه معلوم کړی، که باور ولري؛

الف- $f(1) = 7 ; f(-1) = 3$ ب - $f(a) = 0 ; f(0) = a$ پ - $f(a) = 1 ; f(2a) = -1$

دویم – کرښه وښایی، چې له $P_1(\sqrt{k} \mid k)$ او $P_2(1 \mid 1)$ تیرېږي، جګوالی $a_1 = \sqrt{k} + 1$ لري او د y محور په $P_y(0 \mid -\sqrt{k})$ کې غوڅوي.

دریم – وښایی: ټکی $P\left(\frac{k}{2}\sqrt{2} \mid k\right)$ د $k \in \mathbb{R}$ لپاره په یوه کرښه پوت دی.

د کرښې مساوات وټاکئ

څلورم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

یوه کرښه چې له P (2,5 | 0) تېریږي د کواوردینات د محورونو سره یو درېګودی یا مثلث جوړوي. د کوم جګوالي سره دا مثلث برابر پښیز(مساوی الاضلاع) دی؟

پنځم – تابع $f(x) = 3e^{-0,5x} \quad x \in \mathbb{R}$. ورکړ شوی.

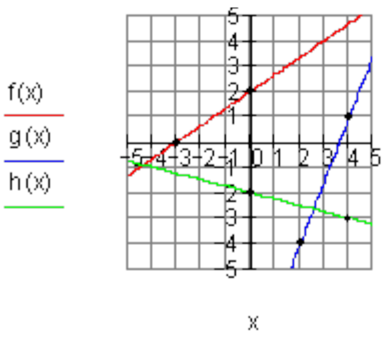
د یوه کرښیز تابع h(x) لپاره باور لري:

h(0) = f(0) او h(-2) = f(-2) . h(x) و ټاکی.

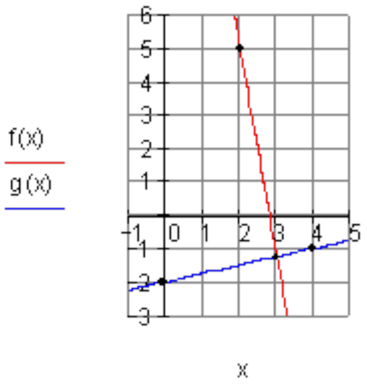
شپږم – لاندې ځیرې د کرښیزو توابعو ګرافونه ښودي لري.

د توابعو ترمونه وټاکی.

الف-



ب-



اوم – د دواړو کرښو غوښتکي وټاکی او دا په یوه پروتولاړسیستم کي رسم کړی.

الف - $f(x) = -3x + \frac{5}{4};\ g(x) = -x - 1$ ب - $f: 2y - x = 3;\ g(x) = -\frac{1}{2}x + 4$

پ - $f(x) = -\frac{2}{3}x - 1;\ g(x) = \frac{1}{6}x - 4$ ت - $f: x = 2;\ g(x) = -\frac{3}{4}x - \frac{3}{2}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم – دوه کرښې f(x) او g(x) د x محور په x = 4کې غوڅوي .

ممکنه تابع ترمونه وټاکئ.

مفصل ځوبونه

کرښیز مساوات برخه IV

لومړی:

الف -
$$f(1)=7 \Rightarrow P_1(1|7);\ f(-1)=3 \Rightarrow P_1(-1|3)$$
$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_1-x_2}=\frac{3-7}{-1-1}=2 \Rightarrow f(x)=2x+a_0$$
$$P_1(1|7):\quad \Rightarrow f(1)=2\cdot 1+a_0=7 \Rightarrow a_0=5 \Rightarrow \underline{\underline{f(x)=2x+5}}$$

ب -
$$f(a)=0 \Rightarrow P_1(a|0);\ f(0)=a \Rightarrow P_2(0|a) \Rightarrow a_0=a \Rightarrow f(x)=a_1x+a$$
$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{a-0}{0-a}=-1 \Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-x+a}}$$

پ -
$$f(a)=1 \Rightarrow P_1(a|1);\ f(2a)=-1 \Rightarrow P_1(2a|-1)$$
$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-1-1}{2a-a}=-\frac{2}{a} \Rightarrow f(x)=-\frac{2}{a}x+a_0$$
$$P_1(a|1):\quad f(a)=-\frac{2}{a}\cdot a+a_0=1 \Rightarrow a_0=3 \Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{2}{a}x+3}};\ a\neq 0$$

دویم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

غواړو و ښايو $P_1\left(\sqrt{k}\,|\,k\right);P_2(1|\,1)$ $a_1=\sqrt{k}+1 \text{ und } P_y\left(0\,|-\sqrt{k}\right)\Rightarrow a_0=-\sqrt{k}$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{1-k}{1-\sqrt{k}}=\frac{(1-k)\left(1+\sqrt{k}\right)}{\left(1-\sqrt{k}\right)\left(1+\sqrt{k}\right)}=\frac{(1-k)\left(1+\sqrt{k}\right)}{(1-k)}=1+\sqrt{k}=\underline{\underline{\sqrt{k}+1}}$$

$$\Rightarrow f(x)=\left(\sqrt{k}+1\right)x+a_0$$

$$P_2(1|\,1):\quad f(1)=\left(\sqrt{k}+1\right)\cdot 1+a_0=1\Rightarrow \underline{\underline{a_0=-\sqrt{k}}}\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=\left(\sqrt{k}+1\right)x-\sqrt{k}}}$$

$$f(0)=\left(\sqrt{k}+1\right)\cdot 0-\sqrt{k}=-\sqrt{k}\Rightarrow P_y\left(0\,|-\sqrt{k}\right)$$

دريم:

$$P\left(\frac{k}{2}\sqrt{2}\,|\,k\right)\Rightarrow P_1\left(\frac{k_1}{2}\sqrt{2}\,|\,k_1\right)\Rightarrow P_2\left(\frac{k_2}{2}\sqrt{2}\,|\,k_2\right)\Rightarrow P_3\left(\frac{k_3}{2}\sqrt{2}\,|\,k_3\right)$$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{k_2-k_1}{\frac{k_2}{2}\sqrt{2}-\frac{k_1}{2}\sqrt{2}}=\frac{(t_2-t_1)}{\frac{1}{2}\sqrt{2}(k_2-k_1)}$$

$$=\frac{1}{\frac{1}{2}\sqrt{2}}=\frac{2}{\sqrt{2}}=\frac{2\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow f(x)=\sqrt{2}x+a_0$$

$$P_1\left(\frac{k_1}{2}\sqrt{2}\,|\,k_1\right):\quad f\left(\frac{k_1}{2}\sqrt{2}\right)=\sqrt{2}\left(\frac{k_1}{2}\sqrt{2}\right)+a_0=k_1$$

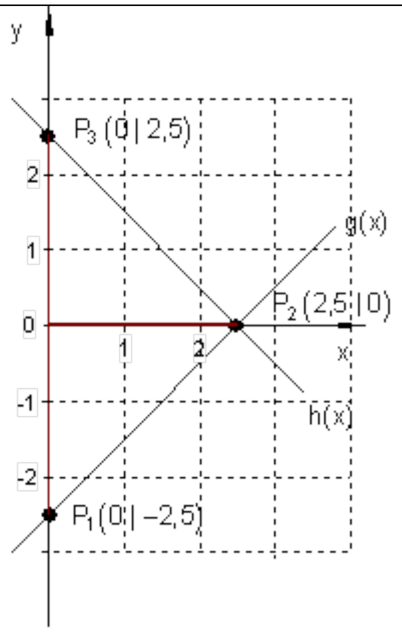
$$\Rightarrow\sqrt{2}\left(\frac{k_1}{2}\sqrt{2}\right)+a_0=k_1\Leftrightarrow\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\frac{k_1}{2}+a_0=k_1\Leftrightarrow k_1+a_0=k_1\Rightarrow a_0=0$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=\sqrt{2}x}}$$

$$P_3\left(\frac{k_3}{2}\sqrt{2}\,|\,k_3\right):\quad f\left(\frac{k_3}{2}\sqrt{2}\right)=\sqrt{2}\left(\frac{k_3}{2}\sqrt{2}\right)=k_3$$

څلورم:

(c) ketabton.com: The Digital Library



د g(x) جګوالی

$$a_{1g} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0-(-2,5)}{2,5-0} = 1$$

د h(x) جګوالی

$$a_{1h} = \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2} = \frac{2,5-0}{0-2,5} = -1$$

درګوډی(مثلث) د a1=±1 لپاره برابر پښيز (برابرضلعيز) دی

پنځم:

لاندې الماني په پښتو: یادونه یا پام:

$$f(x) = 3e^{-0,5x}$$

$$h(0) = f(0) = 3e^0 = 3 \cdot 1 = 3 \Rightarrow P_1(0\,|\,3) \Rightarrow a_0 = 3 \qquad \text{Bemerkung: } e^0 = 1$$

$$h(-2) = f(-2) = 3e^{-0,5\cdot(-2)} = 3e^1 = 3e \Rightarrow P_2(-2\,|\,3e)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3e-3}{-2-0} = \frac{3e-3}{-2} = -\frac{3}{2}(e-1) \Rightarrow \underline{\underline{h(x) = -\frac{3}{2}(e-1)x + 3}}$$

شپږم:

الف-

$$\underline{h(x) = -\frac{1}{4}x - 2} \qquad \underline{f(x) = \frac{2}{3}x + 2}$$

سیده لوستل کیږي

(c) ketabton.com: The Digital Library

$g(x)=\frac{5}{2}x+a_0$ د $P(4|1)$: سره:

$$g(4)=\frac{5}{2}\cdot 4+a_0=1\Rightarrow a_0=-9\Rightarrow \underline{\underline{g(x)=\frac{5}{2}x-9}}$$

ب – د g(x) لپاره ترم له ګراف $g(x)=\frac{1}{4}x-2$ څخه لوستل کیدی شي .

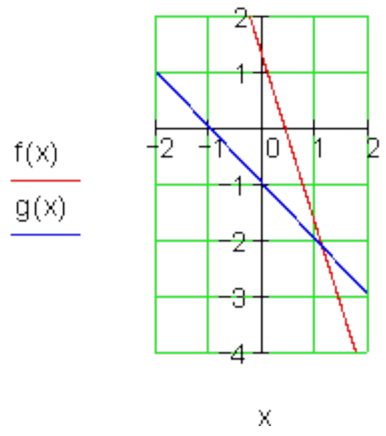
له $f(x)$ څخه پیژنو $P_1(2|5)$ او $P_2(3|g(3))$

$$g(3)=\frac{1}{4}\cdot 3-2=-\frac{5}{4}\Rightarrow P_2\left(3\,|\,-\frac{5}{4}\right)$$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-\frac{5}{4}-5}{3-2}=\frac{-\frac{5}{4}-\frac{20}{4}}{1}=-\frac{25}{4}\Rightarrow f(x)=-\frac{25}{4}x+a_0$$

$$P_1(2|5):\quad f(2)=-\frac{25}{4}\cdot 2+a_0=5\Rightarrow a_0=\frac{35}{2}\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{25}{4}x+\frac{35}{2}}}$$

اوم: الف-



$$f(x)=-3x+\frac{5}{4};\ g(x)=-x-1$$

$$f(x_s)=g(x_s)$$

$$\Rightarrow -3x_s+\frac{5}{4}=-x_s-1\Leftrightarrow x_s=\frac{9}{8}$$

$$y_s=g(x_s)=g\left(\frac{9}{8}\right)=-\frac{9}{8}-1=-\frac{17}{8}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S\left(\frac{9}{8}\,|\,-\frac{17}{8}\right)}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب –

$$f : 2y - x = 3 \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

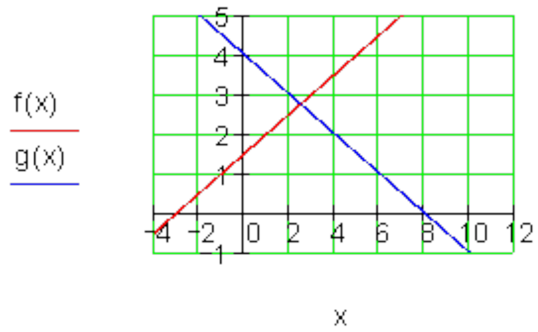
$$f(x_s) = g(x_s)$$

$$\frac{1}{2}x_s + \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}x_s + 4$$

$$\Rightarrow x_s = \frac{5}{2}$$

$$y_s = f(x_s) = f\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{11}{4}$$

$$\Rightarrow S\left(\frac{5}{2} \middle| \frac{11}{4}\right)$$



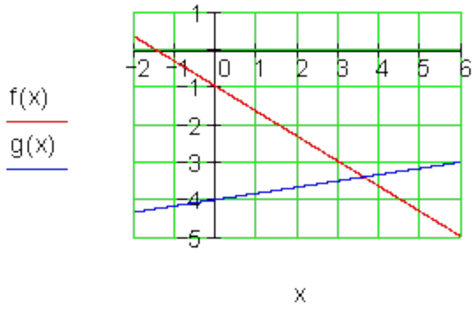
پ –

$$f(x_s) = g(x_s)$$

$$\Rightarrow -\frac{2}{3}x_s - 1 = \frac{1}{6}x_s - 4 \Rightarrow x_s = \frac{18}{5}$$

$$y_s = g(x_s) = g\left(\frac{18}{5}\right) = -\frac{17}{5}$$

$$\Rightarrow S\left(\frac{18}{5} \middle| -\frac{17}{5}\right)$$

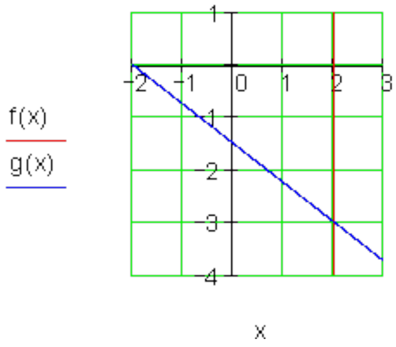


ت –

$$x = 2 \Rightarrow x_s = 2$$

$$y_s = g(x_s) = g(2) = -\frac{3}{4} \cdot 2 - \frac{3}{2} = -3$$

$$\Rightarrow S(2 | -3)$$



اتم – كرښه چې له صفرټكي تيريږي: $f(x) = a_1 x \quad a_1 \in \mathbb{R}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د سره راکښل شوې $a_1 \in \mathbb{R}$ $x = 4 \Rightarrow f^*(x) = a_1(x-4)$

بېلګه:

$$a_1 = 1 \Rightarrow f(x) = x - 4$$
$$a_1 = 2 \Rightarrow g(x) = 2(x-4) = 2x - 8$$

پوښتنې

کرښيزې توابع برخه V

لومړی –

و ازمایئ چې ایا کرښې g, h, i د یوه ټکي څخه تېرېږي.

الف - $g(x) = x + 1 \quad ; \quad h: 2y + x + 4 = 0 \quad ; \quad i: 3y - 5x = 7$

ب - $g(x) = \frac{1}{6}x + \frac{3}{2} \quad ; \quad h(x) = -\frac{2}{3}x + 2 \quad ; \quad i: 2x - y = 3$

دویم – د دوه کرښیزو توابعو f(x) او .g(x) ارزښت جدول ورکړړ شوی دی.
د دواړو توابعو ګراف چېرته قطع کوي؟

د د کوم x ارزښت لپاره صدق کوي f(x) < g(x) ؟

x	0	1	2	3
$f(x)$	0	1,5	3	4,5
$g(x)$	−1	1	3	5

(c) ketabton.com: The Digital Library

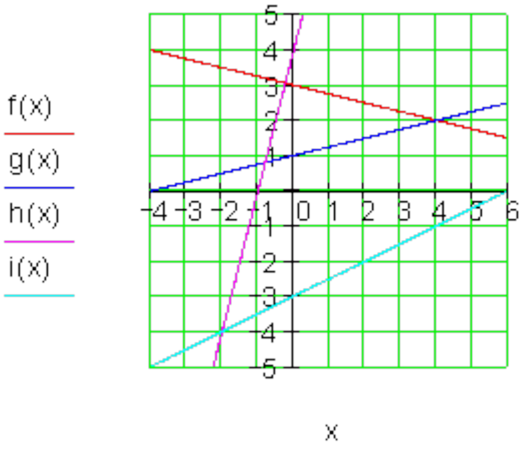
دریم –

د دواړو توابعو غوڅتکی وښایی او په کواوردینات سیستم کې یې ګراف انځور کړی.

$f(x) = 0{,}04x + 20 \quad ; \quad g(x) = 0{,}15x + 15$

څلورم –

د څلورو ګرافونو سره شکل په پام کې ونیسی.

 	الف- ټول توابع مساوات وټاکی. ب- د f(x) او g(x) غوڅتکي وشمیری ، همداسې د h(x) او i(x) . پ- دوه کرښې د کښلی شکل دباندې غوڅوي. د قطع کېدو ټکي پیداکړی ت- د څلورو نه جوړه موازي کرښو زیات له زیاته څومره غوڅتکي لري؟

پنځم – دوه یو په بل نیغي ولاړې کرښې یو بل په (1- \| 2-)S کې غوڅوي .

ممکنه کرښ مساوات ورکړی.

شپږم – کرښه h په کرښه g نیغه ولاړه ده. د h جګوالی وټاکی.

الف – $a_{1g} = -0{,}5e$ ب - $a_{1g} = 2e^{-2}$ پ - $a_{1g} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$

اوم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

یوه مجله، چې د اخستلو € 2,20 قیمت لري.، 000 120 جلده (پوښه) چاپیږي د بازار کشف دفتر په مرستع دوی کره کوي، چې د€ 0,20 نرخ کمیدو په اساس مجله په5000 پوښه زیاته خرڅیدی شي، د € 0,20په ترخ جګوالي د 5000مجلو خرڅلاو یې کمیږي.

الف – د000 140 مجلو د چاپ قیمت وښایئ

د y دانو په چاپ څومره د پوښ قیمت ورکوي.

ب – کوم د خرڅلاو ګڼون یا تعداد د چاپ خوني انتظار کېدی شي، که د مجلې قیمت په € 1,50 ټیټ کړي؟

مفصل حلونه یا ځوابونه

کرښیز مساوات برخه V

لومړی:

الف-

$$g(x) = x + 1;\ h: 2y + x + 4 = 0 \Rightarrow h(x) = -\frac{1}{2}x - 2;\ i: 3y - 5x = 7 \Rightarrow i(x) = \frac{5}{3}x + \frac{7}{3}$$

$$g(x_s) = h(x_2) \Leftrightarrow x_s + 1 = -\frac{1}{2}x_s - 2 \Rightarrow x_s = -2$$

$$y_s = g(x_s) = g(-2) = -1$$

د $i(x_s)$ لپاره ازناښت: $i(-2) = -1 \Rightarrow S(-2|-1)$

ټولې درې کرښې له ټکي S(-2;-1) تیریږي.

ب –

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$g(x) = \frac{1}{6}x + \frac{3}{2} \quad ; \quad h(x) = -\frac{2}{3}x + 2 \quad ; \quad i: 2x - y = 3 \Rightarrow i(x) = i(x) = 2x - 3$$

$$g(x_s) = h(x_s) \Leftrightarrow \frac{1}{6}x_s + \frac{3}{2} = -\frac{2}{3}x_s + 2 \Rightarrow x_s = \frac{3}{5}$$

$$y_s = g(x_s) = g\left(\frac{3}{5}\right) = \frac{8}{5} \Rightarrow$$

د g(x) او h(x) لپاره باور لري $S\left(\frac{3}{5} \middle| \frac{8}{5}\right)$.

د i(x) لپاره ازمايښت: $i(x_s) = i\left(\frac{3}{5}\right) = -\frac{9}{5} \Rightarrow i(x)$

له دې لاس ته راځي، چې i(x) له ټکي $S\left(\frac{3}{5} \middle| \frac{8}{5}\right)$ څخه نه تيريږي.

دا درې کرښې ګډ ټکي نه لري.

دويم -

$$f(x): \quad P_1(0|0) \Rightarrow a_{0f} = 0 \quad P_2(2|3)$$

$$\Rightarrow a_{1f} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3-0}{2-0} = \frac{3}{2} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \frac{3}{2}x}}$$

$$g(x): \quad P_3(1|1) \quad P_4(2|3)$$

$$\Rightarrow a_{1g} = \frac{y_4 - y_3}{x_4 - x_3} = \frac{3-1}{2-1} = 2 \Rightarrow g(x) = 2x + a_{0g}$$

$$P_3(1|1): \quad g(1) = 2 \cdot 1 + a_{0g} = 1 \Rightarrow a_{0g} = -1 \Rightarrow \underline{\underline{g(x) = 2x - 1}}$$

دا چې $P_2(2|3)$ په f او $P_4(2|3)$ په g پرته ده او کواوردیناتونه برابر دي، دا S(2;3) د دواړو کرښو غوڅټکی هم دی، دا په لومړۍ څلورمه کې پروتدی.

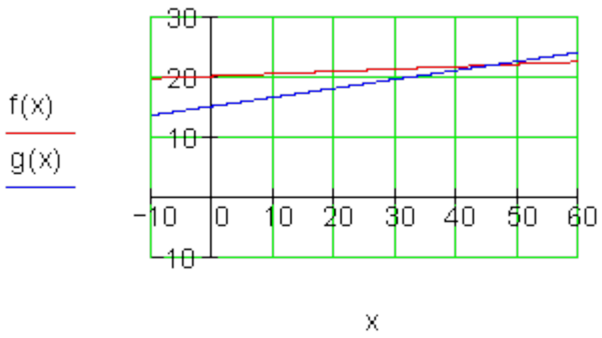
(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) < g(x) \Leftrightarrow \frac{3}{2}x < 2x - 1| - 2x \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x < -1| : \left(-\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow x > 2$$

د $x > 2$ لپاره $f(x) < g(x)$ باور لري، $f(x)$ د $g(x)$ لاندي یا کښته خواته ځغلي.

دریم:

$$f(x) = 0{,}04x + 20$$
$$g(x) = 0{,}15x + 15$$
$$g(x_s) = f(x_s)$$
$$\Leftrightarrow 0{,}15x + 15 = 0{,}04x + 20$$
$$\Rightarrow x_s = \frac{500}{11}$$
$$y_s = f(x_s) = f\left(\frac{500}{11}\right) = \frac{240}{11}$$
$$\Rightarrow S\left(\frac{500}{11} \middle| \frac{240}{11}\right)$$
$$\approx S(45{,}45 \,|\, 21{,}82)$$



څلورم: الف- $f(x) = -\frac{1}{4}x + 3 \,;\, g(x) = \frac{1}{4}x + 1 ;\, h(x) = 4x + 4 \,;\, i(x) = \frac{1}{2}x - 3$

ب -

$$g(x_s) = f(x_s) \Leftrightarrow \frac{1}{4}x_s + 1 = -\frac{1}{4}x_s + 3 \Leftrightarrow x_s = 4$$
$$y_s = g(x_s) = g(4) = 2 \Rightarrow S_{f,g}(4 \,|\, 2)$$
$$h(x_s) = i(x_s) \Leftrightarrow 4x_s + 4 = \frac{1}{2}x_s - 3 \Leftrightarrow x_s = -2$$
$$y_s = h(x_s) = h(-2) = -4 \Rightarrow S_{h,i}(-2 \,|\, -4)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ –

$$\begin{aligned} &i(x_s) = f(x_s) \\ &\frac{1}{2}x_s - 3 = -\frac{1}{4}x_s + 3 \Leftrightarrow x_s = 8 \\ &y_s = i(x_s) = i(8) = 1 \\ &\Rightarrow \underline{\underline{S_{f,i}(8\,|\,1)}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &i(x_s) = g(x_s) \\ &\frac{1}{2}x_s - 3 = \frac{1}{4}x_s + 1 \Leftrightarrow x_s = 16 \\ &y_s = g(x_s) = g(16) = 5 \\ &\Rightarrow \underline{\underline{S_{g,i}(16\,|\,5)}} \end{aligned}$$

ت –

د څلور کرښو چې جوړه غبرګې نه وي، زيات له زيات شپږ ګډ غوڅټکي لري.

دليل:

کرښه ۱ کړی شي له ۲،۳او څلور سره غوڅه کړي(درې شونوالی يا شوونتوب).

کرښه ۲ کړی شي له کرښې ۳ او ۴ سره غوڅه کړي، کرښه ۲ له ۱ سره په پام کې نيول شوې وه.(۲ شوونتوب).

کرښه ۳ کيدی شي له کرښې ۴ سره غوڅه کړي. نو د غوڅي شووتوب د مخه په پام کې نيول شوی دی. (۱ شوونتوب)

پنځم –

پيل کرښه : g(x) = a1x دې ته عمود يا ولاړه سرچينه ييزه کرښه: $h(x) = -\frac{1}{a_1}x$:

دواړه کرښې په ټکي S(-2;-1)کې راکښل شوې دي.

له دې لاس ته راځي $\Rightarrow g^*(x) = a_1(x+2) - 1$ او $h^*(x) = -\frac{1}{a_1}(x+2) - 1$

د a1=4 لپاره بېلګه.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$g^*(x) = 4(x+2) - 1 = \underline{\underline{4x+7}} \qquad h^*(x) = -\frac{1}{4}(x+2) - 1 = \underline{\underline{-\frac{1}{4}x - \frac{3}{2}}}$$

شپږم:

الف -

$$a_{1g} = -\frac{1}{2}e \Rightarrow a_{1h} = -\frac{1}{a_{1g}} = -\frac{1}{-\frac{1}{2}e} = \frac{2}{e} = \underline{\underline{2e^{-1}}}$$

ب -

$$a_{1g} = 2e^{-2} \Rightarrow a_{1h} = -\frac{1}{a_{1g}} = -\frac{1}{2e^{-2}} = \underline{\underline{-\frac{1}{2}e^2}}$$

پ -

$$a_{1g} = \frac{1}{2}\sqrt{3} \Rightarrow a_{1h} = -\frac{1}{a_{1g}} = -\frac{1}{\frac{1}{2}\sqrt{3}} = \underline{\underline{-\frac{2}{3}\sqrt{3}}}$$

اوم -

الف -

چاپ ګڼه یا – تعداد د قیوت په واک کي دی.

له دې لاس ته راځي، چې قیمت خپلواکه اووښتوني یا متحولهx ده ، چاپ ګڼه بلواک-یا تابع اووښتونيy ده.

قیمت 2,20€چاپ ګڼون 000 120لاس ته راځي (P1(2,2 ; 120000

قیمت 2,00€چاپ ګڼون 000 125لاس ته راځي (P2(2 ; 125000

قیمت 2,40€چاپ ګڼون 000 115لاس ته راځي(P3(2,4 ; 115000

که ټو ل درې ټکي په یوه کرښه پراته وي، نو د قیمت ا و چاپګڼې یا تعدا ترمنځ اړیکې کرښیزې دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{125000 - 120000}{2 - 2{,}2} = \frac{5000}{-0{,}2} = -25000 \Rightarrow f(x) = -25000x + a_0$$

$$P_2(2\,|\,125000): \quad f(2) = -25000 \cdot 2 + a_0 = 125000 \Rightarrow a_0 = 175000$$

$$\Rightarrow f(x) = -25000x + 175000$$

د (P3(2,4 ; 115000 لپاره ازماېښت:

$$f(2{,}4) = -25000 \cdot 2{,}4 + 175000 = 115000$$

له دې سره قيمت او چاپګڼون يا تعداد ترمنځ اړيکي کرښيزه دي.

قيمت د چاپ ګڼې y=140000 سره . => (P(x;140000

$$\Rightarrow f(x) = -25000x + 175000 = 140000 \Leftrightarrow x = 1{,}4 \Rightarrow \underline{\text{Preis } 1{,}40\ €}$$

قيمت دy چاپګڼ يا - تعداد سره : => (P(x;y

$$\Rightarrow f(x) = -25000x + 175000 = y \Leftrightarrow x = -\frac{y - 175000}{25000} = \underline{\underline{-\frac{y}{25000} + 7}}$$

ب - د1,50E قيمت لاس ته راځي:(P(1,5;y

$$y = f(1{,}5) = -25000 \cdot 1{,}5 + 175000 = \underline{\underline{137500}}$$

د€ 1,50 قيمت سره دې د 137500 zu چاپګڼون سره و شميرل يا وګڼل شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.4-د کرښيزو توابعو په مرسته د پرابلمونو حل(ستونځوبی)

2.4.1د ورځنی ستونځوبي يا د پرابلمونو حل:

بېلګه I:

ملک او سپين دواړه په روغتون کې د ناروغچوپړ په توګه په يوه بيارغوني روغتون کې کار کوي او دواړه همغه بنسټ معاش اخلي. په دې وخت کې بايد دواړه زيات کار وکړي. د مياشتې په اخر کې دوی معاشونه سره پرتله کوي. د ملک نغد معاش€ 3559 دی، د سپين .€ 3223 . ملک په روانه مياشت کې ۴۳ ساعته زيات کار کړی او سپين فقط ۲۷ ساعته زيات کار کړی. بنسټ معاش او د زيات کار پيسې وښايۍ.

د زيات کار وخت: x اخستل شوی ټول معاش: f(x)

دوه معاش حسابونه ورکړ شوي دي.

$P_1(43 \mid 3559)$ او $P_2(27 \mid 3223)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3223 - 3559}{27 - 43} = \frac{-336}{-16} = 21 \Rightarrow f(x) = 21x + a_0$$

(a1=زيات کار پيسي a0= بنسټ معاش)

$$P_1(43 \mid 3559) \Rightarrow f(43) = 3559 \Leftrightarrow 21 \cdot 43 + a_0 = 3559$$
$$\Leftrightarrow 903 + a_0 = 3559 \mid -903$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 2656$$
$$\Rightarrow f(x) = 21x + 2656$$

بنسټ معاش € 2656 دی او د زياتکار € 21 .

بيلگهII

يو انرژی پلورونکی خپلو مشتريانو ته بريښنا په لاندې شرايطو وړاندې کوي:

يوkWh کيلو واټ په ساعت د€ 0,14 په ترخ د مياشتې په € 7,50 بنسټ پيسو .

الف – يو تابع ترم وليکئ.

په يوه مناسب کواوردينات سيسم کې د200 kWh پورې د برق مصرف گراف وکاږئ.

ب - د بريښنا د څلورو مياشتو لګښت € 150,40 دی. څومره بريښنا لګول شوې؟

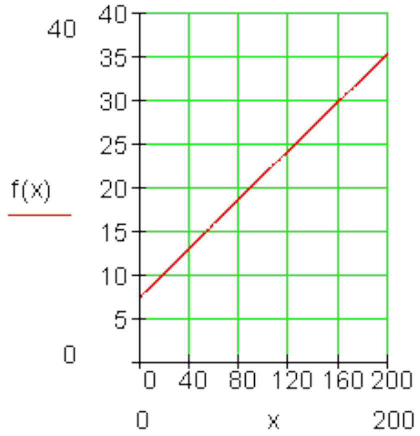
پ – يو دويم پلورونکی بريښنا په.€ 0,10 وړاندې کوي د مياشتې په€ 10 بنسټ پيسو.

د بريښنا پلورونکي بدلول د کوم لګښت څخه ګټور تماميږي؟

حل:

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف-

 	اینوونه: $1\ kWh:\ 0,14\cdot 1+7,50$ $2\ kWh:\ 0,14\cdot 2+7,50$ .... $x\ kWh:\ 0,14\cdot x+7,50$ د تابع ترم: $f(x)=0,14\cdot x+7,50$ $x\triangleq kWh\ ;\ f(x)\triangleq €$ یادونه: حساب بې له یوونونو صورت نیسي، دا د هرې نتیجې سره ورزیاتیږي.

ب-اینوونه: $f(x) = 0,14x+7,50$ د میاشتنی شمیرنې لپاره باور لري.

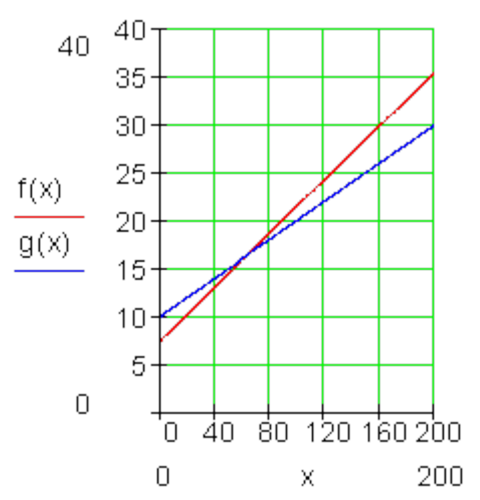
د ځلورو میاشتو لپاره بنسټ پیسې €30 دي

$$\Rightarrow f_4(x)=0,14x+30 \quad P(x\,|\,150,4)$$
$$\Rightarrow f_4(x)=0,14x+30=150,4$$
$$\Leftrightarrow 0,14x+30=150,4\,|-30$$
$$\Leftrightarrow 0,14x=120,4\,|:0,14$$
$$\Leftrightarrow x=860$$

د برېښنا لګښت په ځلورو میاشتو کې860kWh وو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ-

<table>
<tr>
<td>


</td>
<td>
پ-لومړی پلورونکی: = f(x) 0,14x+7,50

دويم پلورونکی:g(x) = 0,1x+10

په غوڅټکي Sکې نرخبرابر دي.

$f(x) = g(x)$
$\Leftrightarrow 0,14x + 7,50 = 0,1x + 10 \mid -0,1x$
$\Leftrightarrow 0,04x + 7,50 = 10 ; -7,5$
$\Leftrightarrow 0,04x = 2,5 \mid : 0,04$
$\Leftrightarrow x = 62,5$

د 62,5kWh سره لګښت پرتله کونه.

د مياشتې د برېښنا لګښت سره دويم پلورونکی ارزان دی نسبت لومړي ته.
</td>
</tr>
</table>

بيلګه III

د وښو(د حيواناتو د خوراک ځه) چمتووالي اوتومات ،، کولاببير،، شپون د ورځې 7,5 kg خوراکي موادو ته اړتيا لري. دولس ورځې د مخه چې دا د خوراک موادو ذخيره ډکه شوې وه، هلته نور هم .250 kgخوراکي مواد شتون لري.

الف –

يو د تابع مساوات وليکی، چې دا حالت تشريح کوي.

ب - دولس ورځې پخوا په څومره خوراکي موادو دا ذخيره ډکه شوې وه؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – د50 kg څخه وروسته دا ذخيره بيرته د ب - په اندازه ډکيږي . دا کله اړين کيږي.

حل –

الف - x محور : وخت په ورځو y محور : د وښو يا خوراکي مواد پهkg .

$$
\begin{aligned}
& f(x) = -7,5x + a_0 \\
& P(12 \mid 250) \Rightarrow f(12) = 250 \Leftrightarrow -7,5 \cdot 12 + a_0 = 250 \\
& \qquad \Leftrightarrow -90 + a_0 = 250 \mid +90 \\
& \qquad \Leftrightarrow a_0 = 340 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -7,5x + 340}}
\end{aligned}
$$

ب – د ډکولو وخت دی.

د ډکوني وخت x = 0 دی.

$$\Rightarrow f(0) = -7,5 \cdot 0 + 340 = 340$$

د خوراکي موادو شتون 12 ورځ د مخه 340 kg وو.

پ –

$$
\begin{aligned}
& f(x) = 50 \Leftrightarrow -7,5x + 340 = 50 \mid -340 \\
& \qquad \Leftrightarrow -7,5x = -290 \mid :(-7,5) \\
& \qquad \Leftrightarrow x = \frac{580}{15} = \frac{116}{3} \approx 38,7
\end{aligned}
$$

نږدې له 38,7 ورځو د مخه ذخيره بيرته ډکه شوې.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه IV

د تلفون شرکت ،، ملفون ارزان،،(HB) وړاندي کوي:

هره د خبرو دقیقه € 0,06 قیمت لري، د میاشتي بنسټیز قیمت € 8,50 سره.

د ،،ملفون ارزاني،، (HP) شرایط دي : هر د خبرو دقیقه € 0,08 قیمت لري، د میاشتي بنسټ قیمت .€ 5 سره. (یوه سکیڅ ترتیب کړی)

الف – په څومره دقیقو کې دواړه قیمتونه برابردي؟

ب – ته د میاشت د تلفون لپاره لري(پیسې نیا ورکوي) ته کوم شرکت ټاکې او د ټاکلي شکت سره به څېمره خبرې وکړې؟

پ – د الف او ب- نتیجې په یوه پروت ولاړ – یا کواوردینات سیستم کې انځور کړی.

حل :

الف- $HB: K_1(x) = 0,06x + 8,5 \qquad HP: K_2(x) = 0,08x + 5$

د لګښت برابروالی د دواړو کرښو په غوڅې کې شتون لري.

$$
\begin{aligned}
K_2(x) = K_1(x) &\Leftrightarrow 0,08x + 5 = 0,06x + 8,5 \mid -0,06x \\
&\Leftrightarrow 0,02x + 5 = 8,5 \mid -5 \\
&\Leftrightarrow 0,02x = 3,5 \mid : 0,02 \\
&\Leftrightarrow x = 175 \\
K_1(175) &= 0,06 \cdot 175 + 8,5 = 19 \\
K_2(175) &= 0,08 \cdot 175 + 5 = 19
\end{aligned}
$$

له 175 دقیقو وروسته لګښت برابر دی..(€ 19) .

(c) ketabton.com: The Digital Library

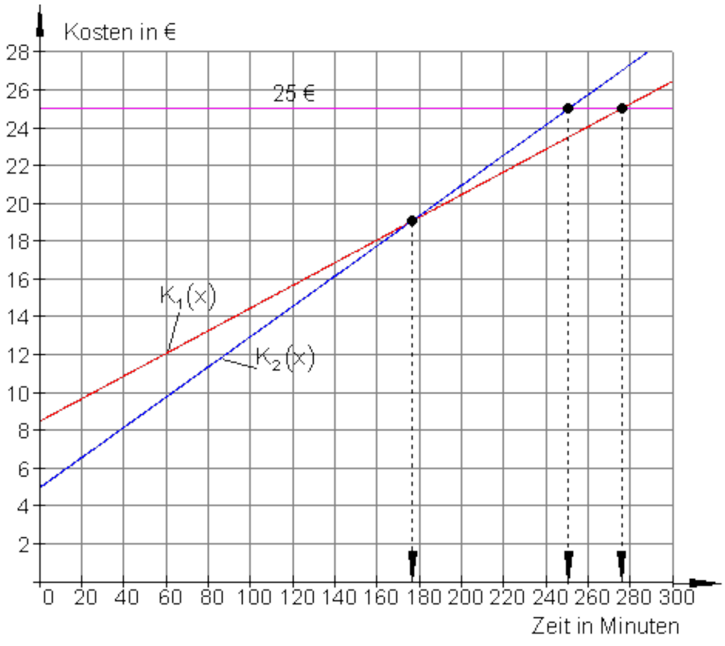
ب –

$$\begin{aligned} &HB:\\ &K_1(x) = 25 \Leftrightarrow 0{,}06x + 8{,}5 = 25 | -8{,}5\\ &\Leftrightarrow 0{,}06x = 16{,}5 | :0{,}06\\ &\Leftrightarrow x = 275 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &HP:\\ &K_2(x) = 25 \Leftrightarrow 0{,}08x + 5 = 25 | -5\\ &\Leftrightarrow 0{,}08x = 20 | :0{,}08\\ &\Leftrightarrow x = 250 \end{aligned}$$

د HB خدمتونه ارزان دي، ځکه چي د € 25 لپاره کېدی شي 275 دقيقي تلفون وشي. برعکس یا په ځت د HP € 25 فقط د250قيقو لپاره بسيا کوي.

پ –



پروت: وخت په دقيقه، ولاړ لګښت په يورو

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه ۷

یو ه فابریکه کړی شي خورا زیات یخووني جوړ کړي(د کاپا څیتي پوله).

متحوله د داني لګښت ثابت دی او $k_v = 300$ €. دی.

یخوونې هر یو د€ 375 قیمت باندې پلورل کیږي.

الف – قیمت تابع$K(x)$ پیدا کړی، چې د خرڅلاو تابع یې $E(x)$ده او د ګټې تابع یې د فابریکې لپاره $G(x)$ ده.

ب – د کوم تولیدډیرې سره به د ګټې پولې یا ورشو<u>breakeven point</u> یا Gewinnschwelle ته ورسیږو؟

په دې ځای کې ټول مصارف څومره دي همداسې لاس ته راوړنه؟

پ – د توانپولې پورې ګټه څومره لویه ده؟

حل-

الف- ځاي په ځای لګښت:	$K_f = 90\,000$ €
متحول د داني لګښت:	$k_v = 300$ €
د خرڅلو قیمت:	$p = 375$ €
دلګښت تابع:	$K(x) = k_v \cdot x + K_f = 300x + 90\,000$
د خرڅلاو ابع:	$E(x) = p \cdot x = 375 \cdot x$
د ګټې تابع:	$G(x) = E(x) - K(x) = 75x - 90\,000$

ب – د ګټې پوله هغه ځای دی، چې هلته ګټه نهکیږي.

$$G(x) = 0 \Leftrightarrow 75x - 90\,000 = 0 \mid +90\,000 \Leftrightarrow 75x = 90\,000 \mid 75 \Leftrightarrow x = x_s = 1\,200$$
$$E(x_s) = E(1\,200) = 375 \cdot 1\,200 = 450\,000 = K(x_s)$$

د ورځنې د 1200 تولیدډیرې سره فابریکهګټه کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ګټې پولې کې لګښت همدومره لوي دی لکه خرڅلاو. ((€ 450 000))

پ – د توانپولې ګټه: $G(1500) = 75 \cdot 1500 = 22\,500$:

په توان پولې ګټه .€ 22 500 ده.

بيلګه VI .

سپين د تلفون شرکت ،، ارزانه سرو يا –تلفون،، نرخ ګوري

نرخ A : بنسټ نرخ € 5 د مياشتې لومړي لس ساعته مفت، پسې 0,5 Ct. / min .

نرخ B : بنسټ نرخ / € 10 د مياشتې لومړۍ ۲۰ ساعته مفت، پسې 0,4 Ct. / min .

نرخ : د مياشتې ټولې پيسې ياFlatrate د مياشتې Flatrate 25 € / Monat.

د ورځې په منځنۍ توګه سپين دوه نيم ساعته سرف کوي.

الف – د هر نرخ لپاره د تابع مساوات وليکئ.

ب – په يوه مناسب پروت ولاړ سيستم يا کواوردينات سيستم کې د تابع ګراف سم کړئ.

پ – روښانه کړئ، }ې له ګراف څخه ټول څه لوستل کيږي(انترپريتيشن يا تشريح)

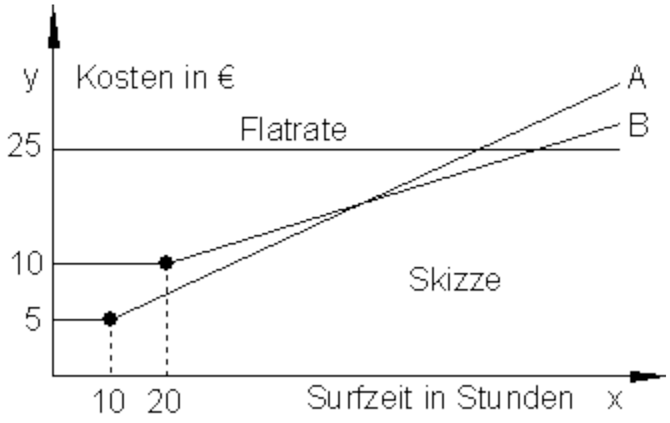
ت – د سپين لپاره مساعد نرخ وشمېرئ.

ټ – د نرخ A اوB لپاره په کوم ټکي کې ارزښت برابر دی؟

ث- د کوم سرف وخت وروسته دې سپين فليټ ريټ وټاکي؟

حل –

(c) ketabton.com: The Digital Library



محورx : وخت په ساعت   محورy : لګښت په يورو

نرخ A :

0,5Ct/min دلته ۶۰ دقيقې دي. $0,5\ Ct/min = 30\ Ct/h = 0,3\ €/h$ (Steigung

(جګوالی)

$$\Rightarrow K_A(x) = 0,3x + a_0$$

۱۰ مفت ساعته په دې معنا دي، چې په لومړيو لس ساعتونو کې يواځې 5€د بنسټلګښت راځي.

له دې لاس ته راځي P(10;5)

په دې ټکي کې د KA(x) ګراف ځغلي

$$P(10\,|\,5) \Rightarrow K_A(10) = 5 \Leftrightarrow 0,3 \cdot 10 + a_0 = 5\,|\,-3$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 2$$

د نرخ A لپاره تابع مساوات : $K_A(x) = 0,3x + 2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نرخ B :

0,4 Ct/min دلته 60 ساعته دي $0,4\,Ct/min = 24\,Ct/h = 0,24\,€/h$
(جګوالی)

$$\Rightarrow K_B(x) = 0,24x + a_0$$

۲۰مفت ساعتونه په دې معنا دي، چې په لومړیو ۲۰ ساعتونو کې فقط د ۱۰ یورو بنستپیسي راځي،

=> P(20;10)

په دې ټکي کې د $K_B(x)$ ګراف څغلي

$$P(20|10) \Rightarrow K_B(20) = 10 \Leftrightarrow 0,24 \cdot 20 + a_0 = 10$$
$$\Leftrightarrow 4,8 + a_0 = 10 \,|\, -4,8$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 5,2$$

د نرخ B د تابع مساوات: $K_B(x) = 0,24x + 5,2$

نرخC : فلیټ ریټ له ساعتونو خپلواک دی.

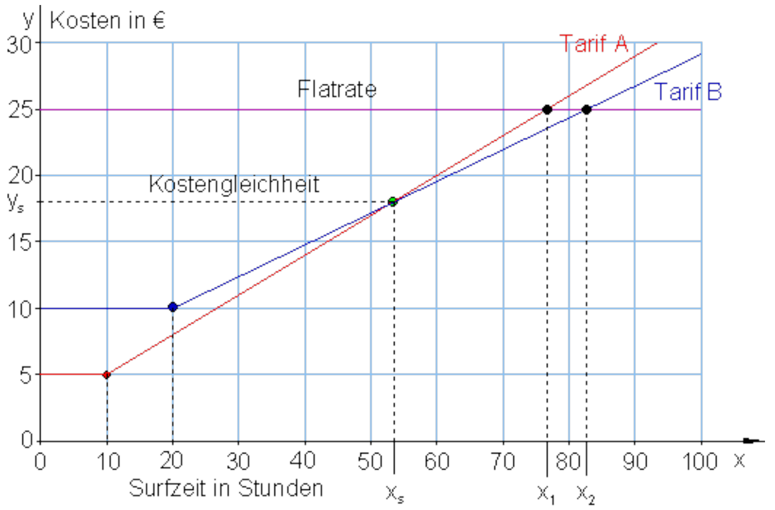
دC نرخ لپاره لپاره د تابع مساوات $F(x) = 25$ (د محور ته غبرګ)

ب - خیره د پ کښته لور ته

پ – په نږدې 53 ساعتونو کې دواړه کرښې سره غوځوي، په دې ټکي کې لګښت برابر دی.
تر 53 پور د A نرخ مساعد دی. د 53 او82 ترمنځ د B نرخ مساعد دی. له82 وروسته فلیټ ریټ ګټور دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لاندې خيره ب ته



ت - سپين د مياشتې 75 ساعته سرف کوي. په دې سرف نرخ کې د ده لپاره B مساعد دی:

د مياشتې د سرف دوام .2,5h.30 = 75St ساعته:

دA نرخ لګښت:	$K_A(75) = 0,3 \cdot 75 + 2 = 24,50$
دB نرخ لګښت:	$K_B(75) = 0,24 \cdot 75 + 5,2 = 23,20$
دC نرخ لګښت:	$F(75) = 25$

ټ - په دواړو کرښو کې دې دA او B نرخ برابروالی پيدا شي.

$$K_A(x) = K_B(x) \Leftrightarrow 0,3x + 2 = 0,24x + 5,2 \,|\, -0,24x$$
$$\Leftrightarrow 0,06x + 2 = 5,2 \,|\, -2$$
$$\Leftrightarrow 0,06x = 3,2 \,|\, : 0,06$$
$$\Leftrightarrow x = x_s = \frac{320}{100} : \frac{6}{100} = \frac{320 \cdot 100}{100 \cdot 6} = \frac{320}{6} = \frac{160}{3}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$= 53\frac{1}{3}$$

(۵۳ ساعته او ۲۰ دقيقې)

$$K_A\left(\frac{160}{3}\right) = \frac{3}{10}\cdot\frac{160}{3} + 2 = 16 + 2 = 18$$

د 53 h ساعتونو او 20 min دقيقو سرف وخت کې د نرخ برابروالی حاکم دی. په دې وخت کې لګښت د دواړو لپاره 18 € دی.

ث – د ګراف ځخه لوستل کيږي، چې د $K_B(x)$ غوښتکی د $F(x)$ سره هغه ټکی په نخښه کوي، چې له هغه ځخه د سرف وخت مساعد دی نسبت و نرخ B ته.

$$K_B(x) = F(x) \Leftrightarrow 0,24x + 5,2 = 25 \mid -5,2$$
$$\Leftrightarrow 0,24x = 19,8 \mid : 0,24$$
$$\Leftrightarrow x = x_2 = 82,5$$

د مياشتې د 82,5 سرف دوام وروسته بايد په فلېټ رېټ واړول شي.

پوښتنې

کرښيز توابع VII

لومړی – د لاندې کرښيزو توابعو ګرافونه رسم کړئ:

الف- $f(x) = -2x + 2$ ب- $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$ پ- $f(x) = \frac{3}{4}x - 3$ ت- $f(x) = 3x - 6$

د ويم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

د يوې کربښې جګوالی a1 معلوم دی. پرته له دې يو ټکی P ورکړ شوی دی، چې په کربښه پروت دی. د تابع مساوات وټاکی او په يوه مناسب پروتولاړ سيستم کې يې ګراف وکاږی.

الف - $P(3|4)$ $a_1 = 1$ ب - $P(-8|1)$ $a_1 = -1$

پ - $P(4|3)$ $a_1 = \frac{1}{2}$ ت - $P(-4|3)$ $a_1 = -\frac{1}{2}$

دريم –

په يوه کربښه ټکي P_1 او P_2 ورکړ شوي دي. چې په کربښه پراته دي. د تابع مساوات وټاکی او په يوه مناسب پروتولاړ سيستم کې يې ګراف وکاږی

الف - $P_1(3|4)$ $P_2(7|-1)$ ب - $P_1(-8|1)$ $P_2(2|-3)$

پ - $P_1(4|3)$ $P_2(-7|-1)$ ت - $P_1(4|2)$ $P_2(-4|-4)$

څلورم -

لاندې مساوات په x پسې حل کړی.

الف - $x - 5 = 9$ ب - $8 + x = 25$ پ - $x - \frac{2}{3} = \frac{3}{4}$ ت - $\frac{5}{9} = x - \frac{1}{3}$

ټ - $88 = 4x - 16$ ث – $a + bx = 3b + a$ ج - $8 - (x+5) = 2$ چ - $9 + (5 - x) = 6$

پنځم –

د وړوکتون ښوونکي او ښوونکی د زړه له کومې د مارکې ،، برينمن نمره 1 ،، کافي چښي. دا ا وس د بوتل زخيره 1,8 kg داني ده. د اونۍ 350 g د کافي دانې د ماشين لپاره اړتيا شته.

الف – د تابع برابرون وليکی، چې دا عمل روښانه کوي.

ب – له کوم وروسته د کافي زخيره پای ته رسيږي.

پ – د کافي فرمايش پسې بايد ورکړ شي، که د کافي بوتل 400 g پاتې ولري. دا حالت به کله وي؟

ت - په يوه مناسب پروتولاړ سيستم کې د تابع ګراف رسم کړی.

شپږم –

يو موټروانA په 8:00 بجو له کندهار څخه د ننګرهار په لور خوزي.

په همدې وخت کې موټروان B له ننګرهار څخه د کندهار په لور خوزي.

د کندهار څخه تر جلال اباد دې د سرک اوږدوالی 750 km و(توکلي؟)

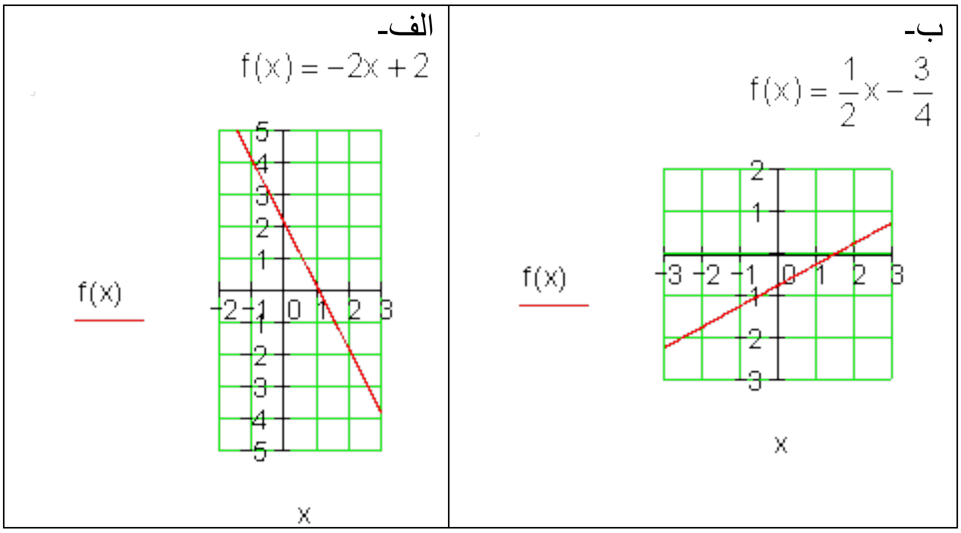
(c) ketabton.com: The Digital Library

موټروان A د120 km/h منځنی چټکتيا سره ځي، موټروان B د 150 km/h منځنی چټکتيا سره ځي.
په سرک دواړه موټروانان کله او چيرته سره مخامخ کيږي؟
د دې حالت څخه يوه سکيڅې جوړه کړه او وشميره
(لارښود: پروت =د وخت محور او ولاړ= د لار محور)
اوم - د يوه بارانمرتبان چې توتهبنه د$1\ m^2$ بنسټ سطحې سره لري په ساعت کې 80 ليتره باران ورځي.
الف - د وختt په واکوالي کې ډکچګوالی h روښانه يا تشريح کړی، که په مرتبان کې له پخوا 150 $(t=0)$ ليتره وي..
ب - دh او t ترمنځ اړيکي کرښيزې دي، که مرتبان خيټور يا د غونډوسکې په بڼه وي، نو؟

ځوابونه

کرښيز توابع VII

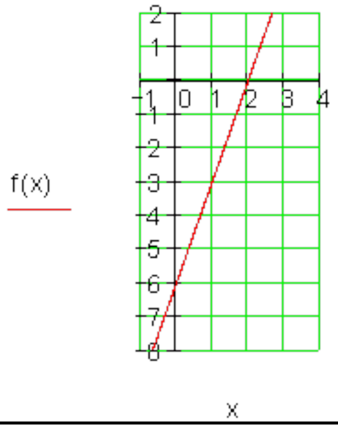
مفصل ځوابونه يا حلونه
لومړی::



(c) ketabton.com: The Digital Library

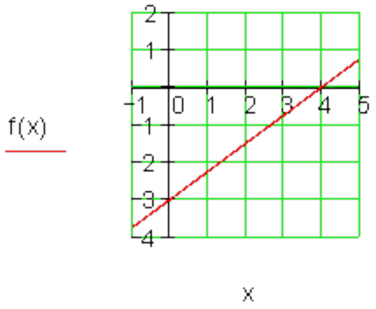
ت

$f(x) = 3x - 6$

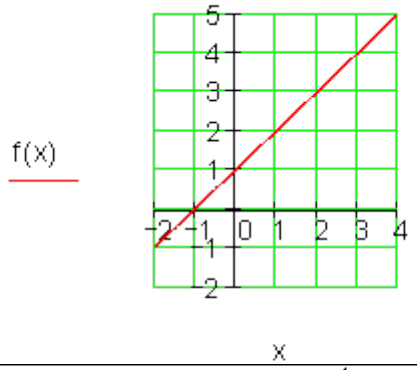


پ

$f(x) = \frac{3}{4}x - 3$



دویم: الف-



$f(x) = a_1 x + a_0$

$a_1 = 1$

$\Rightarrow f(x) = x + a_0$

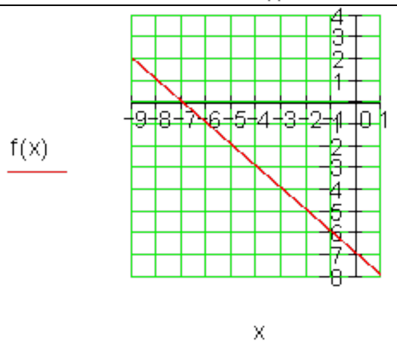
$P(3|4): f(3) = 4$

$\Leftrightarrow 3 + a_0 = 4 \,|\, -3$

$\Leftrightarrow a_0 = 1$

$\Rightarrow \boxed{f(x) = x + 1}$

ب-



$f(x) = a_1 x + a_0$

$a_1 = -1$

$\Rightarrow f(x) = -x + a_0$

$P(-8|1): f(-8) = 1$

$\Leftrightarrow -(-8) + a_0 = 1 \,|\, -8$

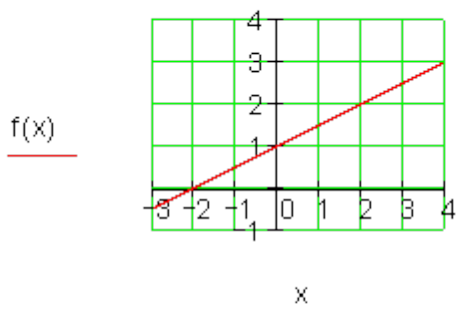
$\Leftrightarrow a_0 = -7$

$\Rightarrow \boxed{f(x) = -x - 7}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

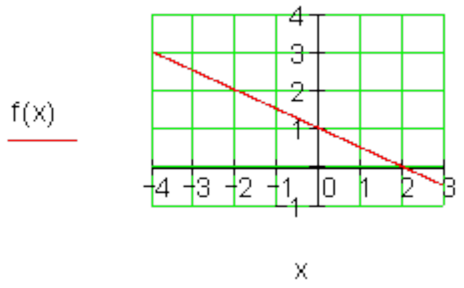
پ -

$$f(x) = a_1 x + a_0$$
$$a_1 = \frac{1}{2}$$
$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}x + a_0$$
$$P(4 \mid 3): f(4) = 3$$
$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 4 + a_0 = 3 \mid -2$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 1$$
$$\Rightarrow \boxed{f(x) = \frac{1}{2}x + 1}$$



ت –

$$f(x) = a_1 x + a_0$$
$$a_1 = -\frac{1}{2}$$
$$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{2}x + a_0$$
$$P(-4 \mid 3): f(-4) = 3$$
$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2} \cdot (-4) + a_0 = 3 \mid -2$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 1$$
$$\Rightarrow \boxed{f(x) = -\frac{1}{2}x + 1}$$



دريم:

الف –

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = a_1 x + a_0 \; ; \; P_1\left(\underbrace{3}_{x_1} \,\middle|\, \underbrace{4}_{y_1}\right) ; \; P_2\left(\underbrace{7}_{x_2} \,\middle|\, \underbrace{-1}_{y_2}\right)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1-4}{7-3} = -\frac{5}{4}$$

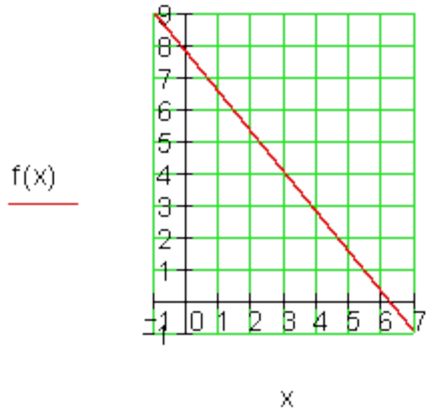
$$\Rightarrow a_1 = -\frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{5}{4}x + a_0$$

$$P_1(3 \,|\, 4) : f(3) = 4$$

$$\Leftrightarrow -\frac{5}{4} \cdot 3 + a_0 = 4 \,\Big|\, + \frac{15}{4}$$

$$\Leftrightarrow a_0 = \frac{31}{4}$$



$$\Rightarrow \boxed{f(x) = -\frac{5}{4}x + \frac{31}{4}}$$

ب-

$$f(x) = a_1 x + a_0 \; ; \; P_1\left(\underbrace{-8}_{x_1} \,\middle|\, \underbrace{1}_{y_1}\right) ; \; P_2\left(\underbrace{2}_{x_2} \,\middle|\, \underbrace{-3}_{y_2}\right)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3-1}{2-(-8)} = -\frac{2}{5}$$

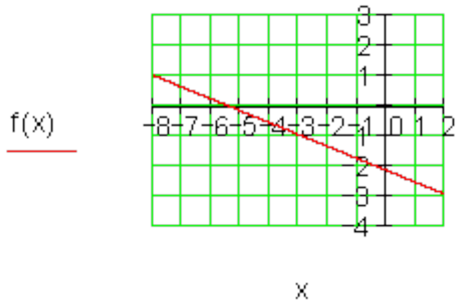
$$\Rightarrow a_1 = -\frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{2}{5}x + a_0$$

$$P_2(2 \,|\, -3) : f(2) = -3$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{5} \cdot 2 + a_0 = -3 \,\Big|\, + \frac{4}{5}$$

$$\Leftrightarrow a_0 = -\frac{11}{5}$$



$$\Rightarrow \boxed{f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ-

$$f(x) = a_1 x + a_0\ ;\ P_1\left(\underbrace{4}_{x_1} \mid \underbrace{3}_{y_1}\right);\ P_2\left(\underbrace{-7}_{x_2} \mid \underbrace{-1}_{y_2}\right)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1-3}{-7-4} = \frac{4}{11}$$

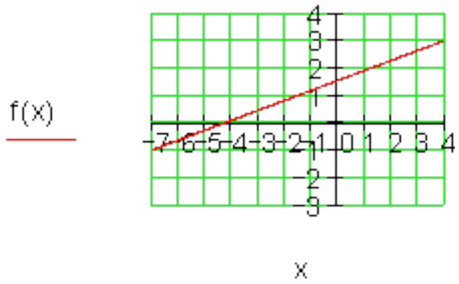
$$\Rightarrow a_1 = \frac{4}{11}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{4}{11}x + a_0$$

$$P_1(4 \mid 3) : f(4) = 3$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{11}\cdot 4 + a_0 = 3 \mid -\frac{16}{11}$$

$$\Leftrightarrow a_0 = \frac{17}{11}$$



$$\Rightarrow \boxed{f(x) = \frac{4}{11}x + \frac{17}{11}}$$

ت-

$$f(x) = a_1 x + a_0\ ;\ P_1\left(\underbrace{4}_{x_1} \mid \underbrace{2}_{y_1}\right);\ P_2\left(\underbrace{-4}_{x_2} \mid \underbrace{-4}_{y_2}\right)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4-2}{-4-4} = \frac{3}{4}$$

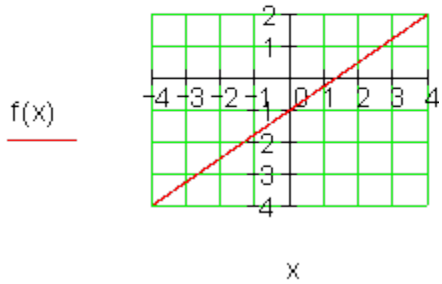
$$\Rightarrow a_1 = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{3}{4}x + a_0$$

$$P_1(4 \mid 2) : f(4) = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{4}\cdot 4 + a_0 = 2 \mid -3$$

$$\Leftrightarrow a_0 = -1$$



$$\Rightarrow \boxed{f(x) = \frac{3}{4}x - 1}$$

خلورم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف -
$$x-5=9\,|+5$$
$$\Leftrightarrow x=14 \Rightarrow \boxed{L=\{14\}}$$

ب -
$$8+x=25\,|-8$$
$$\Leftrightarrow x=17 \Rightarrow \boxed{L=\{17\}}$$

پ -
$$x-\frac{2}{3}=\frac{3}{4}\,|+\frac{2}{3}$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{9}{12}+\frac{8}{12}=\frac{17}{12} \Rightarrow \boxed{L=\left\{\frac{17}{12}\right\}}$$

ت -
$$\frac{5}{9}=x-\frac{1}{3}\,|+\frac{1}{3}$$
$$\Leftrightarrow \frac{5}{9}+\frac{3}{9}=\frac{8}{9}=x \Rightarrow \boxed{L=\left\{\frac{8}{9}\right\}}$$

ټ -
$$88=4x-16\,|+16$$
$$\Leftrightarrow 104=4x\,|:4$$
$$\Leftrightarrow 26=x \Rightarrow \boxed{L=\{26\}}$$

ث –
$$a+bx=3b+a\,|-a$$
$$\Leftrightarrow bx=3b\,|\,b$$
$$\Leftrightarrow x=3 \Rightarrow \boxed{L=\{3\}}$$

ج-
$$8-(x+5)=2\,|-8$$
$$\Leftrightarrow -(x+5)=-6\,|:(-1)$$
$$\Leftrightarrow x+5=6\,|-5$$
$$\Leftrightarrow x=1 \Rightarrow \boxed{L=\{1\}}$$

ح -
$$9+(5-x)=6\,|-9$$
$$\Leftrightarrow 5-x=-3\,|-5$$
$$\Leftrightarrow -x=-8\,|\cdot(-1)$$
$$\Leftrightarrow x=8 \Rightarrow \boxed{L=\{8\}}$$

پنځم – الف - اوونۍ يا متحوله x د اونۍ په معنا ده

y=f(x) د کافي ذخيرې په معنا ده.

ب $f(x)=a_1x+a_0$ د کرښيز مساوات ټوليزه بڼه

اونۍ 0 :	$f(0)=-0,35\cdot 0+1,8=1,8$
اونۍ1 :	$f(1)=-0,35\cdot 1+1,8=1,45$
اونۍ2 :	$f(2)=-0,35\cdot 2+1,8=1,1$
....	....
اونۍx :	$f(x)=-0,35\cdot x+1,8$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د کافي ذخيرې د کميدو لپاره تابعمساوت
ب - د کافي ذخيره لګيدلې معنا لري:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -0,35x + 1,8 = 0 | -1,8$$

مساوات دې   د x پسې حل شي.

$$\Leftrightarrow -0,35x = -1,8 | : (-0,35)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{180}{35} = \frac{36}{7} \approx 5,143$$

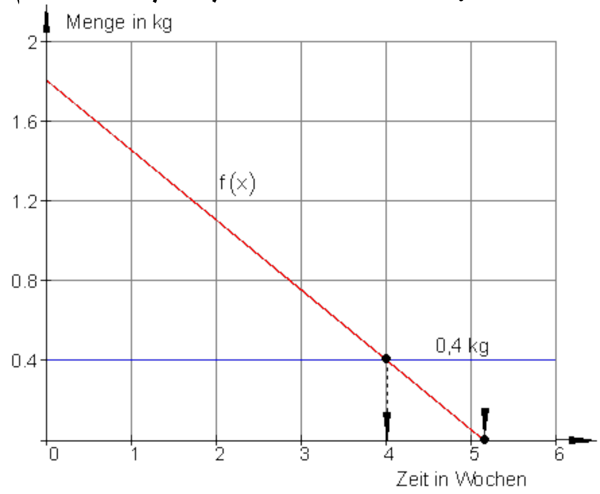
د نږدې ۵ اونيو وروسته نوره کافي نه شته.
پ – فقط 400g کافي پاتې ده په دې معنا چې:

$$f(x) = 0,4 \Leftrightarrow -0,35x + 1,8 = 0,4 | -1,8$$

$$\Leftrightarrow -0,35x = -1,4 | : (-0,35)$$

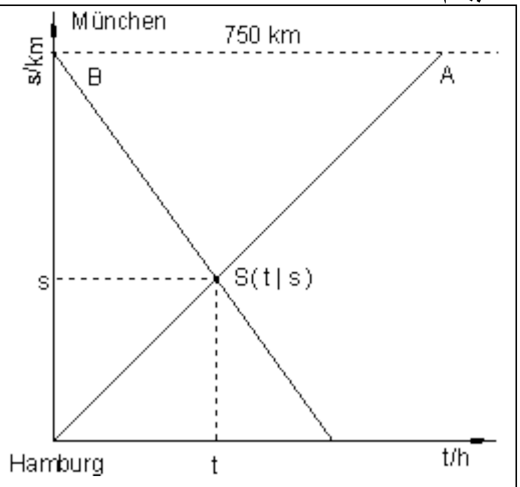
$$\Leftrightarrow x = \frac{140}{35} = \frac{28}{7} = 4$$

د څلو اونيو ورسته نوره فقط 400g کافي پاتې ده.
ت- د کښته ژباړه: له بورته کښته: ډېرى په کيلو ګرام، وخت په اونى



(c) ketabton.com: The Digital Library

شېړم:

<table>
<tr>
<td>


پروتولاړ سيستم کي:کندهار او ننګرهار د مونشن او هامبورګ لپاره ليکل شوي دي.

د يوه نږدې 2,77 ساعته تلنوخت وروسته دواړه موټرونه د 333,333 km کندهار څخه لرې او 416,666 km د ننګرهار څخه په واټن کې سره مخامخ کيږي
</td>
<td>
موټروان A :SA(t) = VA.t

کرښه له VA جګوالي سره

موټړوان : دلته د لار-وخت قانون يوه کرښه ده د کميز يا منفي جګوالي سره چټکتيا هم د جګوالي لپاره يوه کچوني اندازه ده.

$s_B(t) = -v_B \cdot t + 750$

د دواړو ګرافونو غوځټکی نتيجه راکوي.

$s_A(t) = s_B(t) \Leftrightarrow v_A \cdot t = -v_B \cdot t + 750$

$\Rightarrow t = \frac{750}{v_A + v_B} = \frac{750}{270} = \underline{\underline{2,\bar{7}\ h}}$

A لاندې لار وهلې

$s_A\left(\frac{750}{270}\right) = 120 \cdot \frac{750}{270} = \underline{\underline{333,\bar{3}\ (km)}}$

B لاندې لار وهلې

$s_A\left(\frac{750}{270}\right) = 150 \cdot \frac{750}{270} = \underline{\underline{416,\bar{6}\ (km)}}$
</td>
</tr>
</table>

اوم –

الف- د توتې ډکی يا حجم : $V = G \cdot h \Leftrightarrow h = \frac{V}{G} \quad G = 1m^2 = 100\ dm^2 \quad 1 Liter \triangleq 1 dm^3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تابع مساوات د ډکي تغير لپاره: $V(t) = 80\,\frac{dm^3}{h}\cdot t + 150\ dm^3$

شمېرنه بې له يوونون يا واحدونو صوررت نيسي، نتيجې په ديسي متر.

$$h(t) = \frac{V(t)}{G} = \frac{80\cdot t + 150}{100} = \underline{\underline{0{,}8\cdot t + 1{,}5}}$$

ب - د پېرسيدلي يا غونډوسکې ډوله ډکوالي جګوالی د وخت سره کرښيز تغير نه خوري.

پوښتنې

کرښيز مساوات XV

لومړی –

پنځم – دا پوښتنه د مخه راغلې او دلته تکرار ده؟؟؟؟؟ ځواب يې هم شته.
د وړوکتون ښوونکې او ښوونکی د زړه له کومې د ماركې ،، برينکمن نمره 1 ،،
کافي چې. دا ا وس د بوتل زخيره 1,8 kg داني ده. د اونی 350 g د کافي دانې د ماشين
لپاره اړتيا شته.
الف – د تابع برابرون وليکی، چې دا عمل روښانه کوي.
ب – له کوم وخت وروسته د کافي زخيره پای ته رسيږي؟
پ – د کافي فرمايش پسې بايد ورکړ شي، که د کافي بوتل 400 g پاتې ولري. دا
حالت به کله وي؟
ت ـ په يوه مناسب پروتولاړ سيستم (کواوردينات سيستم) کې د تابع ګراف رسم کړی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم: توبي او مري په يوه بيارغړني روغتون کې کار کوي او برابر معاش لري. په دې وخت کې بايد دواړه زيا تکاري وکړي. د مياشتې په اخر کې دوی خپل معاشونه سره پرتله کوي. د توبي معاش بې له ماليا € 3559، د ماري € 3223 . توبي په رواني مياشت کې43 ساعته زيات کار کړي، ماري معکوسأ فقط 27 ساعته کار کړي. بنسټ معاش وشميرئ او د زيات وخت ټول معاش.

دريم: د جلالکوټ ژوبڼ د،، کولاخرس،، د وښو ذخيرې اوتومات د ورځې 7,5 kg د حيواناتو وښو ته اړتيا لري، دولس ورځې وروسته له هغظ چط د وښو ذخيه ډکه شوې، په ذخيره کط تراوسه 250 kg شته.

الف- يو تابعمساوات وليکی، چې داشي حالت تشريح کوي او دط ته اړوند ګراف په يوه مناسب پروتولاړ يا کواوردينات سيستم کې وکاږی.

ب- کومه ډېری يا سټ باندې دا ذخيرهځای دولس ورځې د مخه ډک شوی وو؟

پ- په به دا بيرته هغه په کې ورکړشوي شتون باندې بيرته ډک شي. دا کله غوښتونی دی؟

څلورم: د ،،تلفونچوپړ مغازه،،(HB) هره د خبرو دقيقه € 0,06 قيمت لري، چط د مياشتې بنسټ نرخ € 8,50 وي..

د ،، ارزان ملفون،،(HB) شرطونه دي: هره دقيقه€ 0,08 ، د ميشاتي بنسټنرخ € 5 سره.(يوه څېره رسم کړی).

الف- له څو دقيقو وروشته د دواړو ملفونونو لګښت برابر دی؟

ب- تاسو د مياشتې € 25 په اختيار کې لری(نيا پيسې ورکوي).

کوم چوپړ غواړط او دا ستا د خوښط تلفونمغازط سره څومره اوږد تلفونکړی شي؟

پ- د الف او ب نتيجط په پرونولاړ يا کواوردينات سيستم کط انځور کړی.

پنځم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

په يوه هوټل کې د لمبا کوټې د ګرمو اوبو چمتووالی لپاره د برېښنايي تيلګرمی ماشين ايښنړل شوی. € 25000 د نرژی کلني لګښت راځي. د لرګرمی له لارې يوځلي € 50000لګښت راځي. په دې پسې د رنژی لګښت فقط € 5000 په کال دی.

الف – په کوم وخت کې دا پيسې ځای نيسي؟ د دې وخت لپاره لګښت څومره دی؟

ب – د دې ګراف وکاږئ.

شپږم –

له ګنيو څخه پوره يا ګوړه جوړيږي(د ګنيو او خوړې ترمنځ کرښيزې اړيکې وړاندنيونه ده) يو د تابع ترم $f(x)$ تشريح کوي، چې څومره کيلوګرامه خوړه د x kg څخه لاس ته راځي.

الف – د تابع ترم $f(x)$ وټاکئ.

ب – وشميرئ: $f(100); f(250); f(x) = 25$

پ – د $f(x)$. ګراف وکاږئ.

اوم –

سپين همدا اوس د طب درس په بري پای ته ورساوه او طبي بدلونپروګرام کې برخه اخلي. دا د يوه کال لپاره USA ته ځي. پع المان تودوخي په درجه څلزيوس[^{0}C] او امريکاکې په فارنهايټ [^{0}F]کچيږي. سپين او خړ له درس څخه پوهيږي، چې د دواړو تودوخيو ترمنځ يو کرښيز ه اړيکه شتون لري او $0\ ^0C$ د^0F 32 تودوخي او $100\ ^0C$ د^0F 212 تودوخي ده. دوی د يوه تابع برابرون ته اوتيا لري، چې دوی دا تودوخي زر په هغه خپل ورسره بلده درجه واړولی شي.

الف – د سپين لپاره يو تابع مساوت وضعه کړئ، چې له^{0}F څخه په ^{0}C شمېربدلون اجازه ورکوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب- د خړ لپاره یو تابع مساوات وضعه کړی، چې له^0F ^0C څخه په ^0F شمېربدلون اجازه ورکوي.

پ – په یوه د لمبا اخور کې تودوخي^0F 95 ده، دا څومره^0C وه؟

ت – د د یوه تن تودوخی^0C 40 تبه تېتېدونکي کار باید سر ته ورسیږي. دا په ^0F کومه تودوخي ده؟

حلونه

کرښیز توابع XV

نتیجې او مفصل حلونه

نتیجې:

لومړی:

الف- تابعمساوات:

ب – د څه پنځه اونیو وروسته نوره کافي نه شته.

پ - د ۴ اونیو وروسته کافي پاتې ده.

ت- ګراف د مفصل حل لاندې وګورئ.

دویم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

بنسټمعاش دی، د زیاتوخت ټولې .

دریم:

الف- $f(x) = -7,5x + 340$

ګراف په مفصل حل کې دی.

ب- د وښو زخیره په 340 kg ډکه شوه.

پ - د نږدې 38,7 ورځو وروسته د وښو ګودام بیرته ډک شوی دی.

څلورم:

الف- له 175 دقیقووروسته نرخمساوات واک لري (€ 19).

ب- دHB چوپړ مساعد دی، ځکه چې په € 25 کیدی شي 275 دقیقي تلفو وکړی شي.

برعکس HP د € 25 سره فقط د250 قیقو لپاره بسیا کوي. ګراف د مفصل حل لاندې میندلی شئ.

پنځم:

الف-دا د پیسو ورکړې له 2,5 کاله وروسته ګټوره وه. په داوړو حالتونو کط دا تراوسه په جریان کې لګښت € 62500 دی.

ب- ګراف په مفصل ځواب کط میدل کیږي.

شپږم:

الف- تابعترم: $f(x) = \frac{17}{160}x$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب-

$$f(100) = 10{,}625 \qquad f(250) = \frac{425}{16} \approx 26{,}563$$

$$f(x) = 25 \Leftrightarrow x = \frac{4000}{17} \approx 235{,}3$$

پ- ګراف تر مفصل ځواب لاندې وګورئ

اوم:

الف-

د F° په°C اړونې لپاره باور لري: $f(x) = \frac{5}{9}(x - 32)$ xپه F° او f(x) په C°

پ- د لمپا ډوډوکي تودوخي $35\ ^0C$ ده.

ت-په يوه $104\ ^0F$ تودوخی سره بايد د تبې ټيټيدنې لپاره تيارى ونيول شي.

مفصل حلونه

لومړى:

الف- متحولې يا اووښتوني : xد اونۍ په معنا دي

y=f(x) په کيلوګرام د کافي زخيره ډېرئ يا سټ ده .

د کرښيز مساوات عمومي بڼه. $f(x) = a_1x + a_0$

اونۍ0 : f(0) = -0,35.0+1,8=1,8

(c) ketabton.com: The Digital Library

اونۍ1: f(1) = -0,35.1+1,8=1,45

اونۍ2: f(2) = -0,35.2+1.8=1.1

....

اونۍ x:f(x) = -0,35.x+1,8=

د کافي کمښت زخيرې لپاره د تابع مساوات.

ب – د کافي زخيره مصرف شوې په دې معنا دی، چې:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -0,35x + 1,8 = 0 | -1,8$$
$$\Leftrightarrow -0,35x = -1,8 | : (-0,35)$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{180}{35} = \frac{36}{7} \approx 5,143$$

مساوات دې د x پسې حل شي.

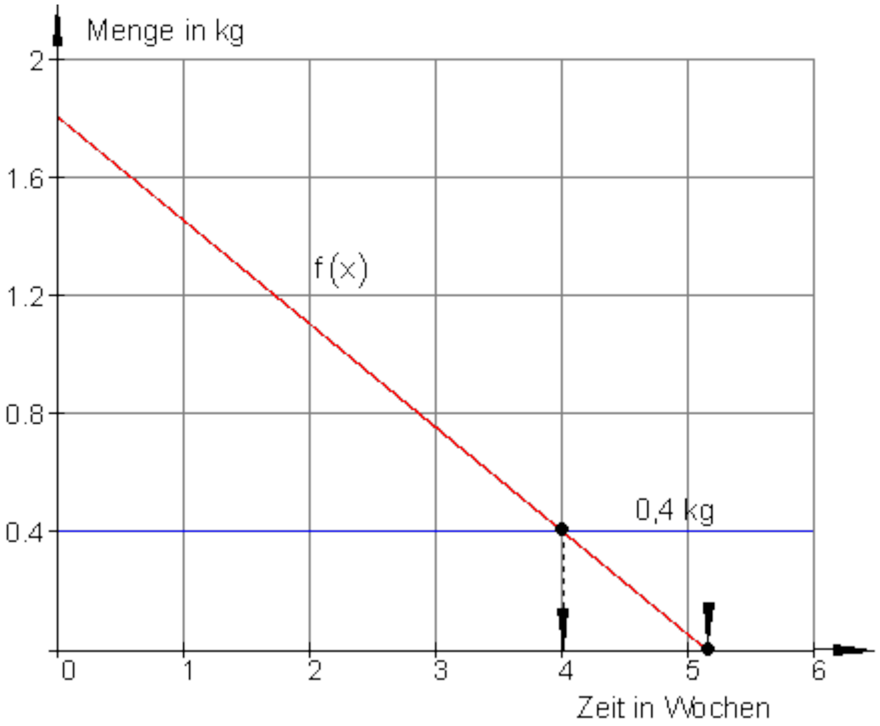
د نږدې پنځه اونيوروسته نوره کافي يا قهوه شتون نه لري.

پ- فقط کافي لرو په دې معنا، چې :

$$f(x) = 0,4 \Leftrightarrow -0,35x + 1,8 = 0,4 | -1,8$$
$$\Leftrightarrow -0,35x = -1,4 | : (-0,35)$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{140}{35} = \frac{28}{7} = 4$$

د څلور اونيوروسته فقط 4g کافي پاتې ده

(c) ketabton.com: The Digital Library



دويم: د زيات کار ساعتو تعداد x ورکړشوی نغد معاش f(x) دی.

دوه ارزښت کاغذونه ورکړ شوي دي: $P_1(43 | 3559)$ او $P_2(27 | 3223)$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3223 - 3559}{27 - 43} = \frac{-336}{-16} = 21 \Rightarrow f(x) = 21x + a_0$$

(a1 د زيات کار تول معاش a0 بنسټ معاش)

$$P_1(43 | 3559) \Rightarrow f(43) = 3559 \Leftrightarrow 21 \cdot 43 + a_0 = 3559$$
$$\Leftrightarrow 903 + a_0 = 3559 \,|\, -903$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 2656$$
$$\Rightarrow f(x) = 21x + 2656$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بنسټ معاش € 2656 دی، د زیات ساعت کار معاش€ 21 دی.

دریم:

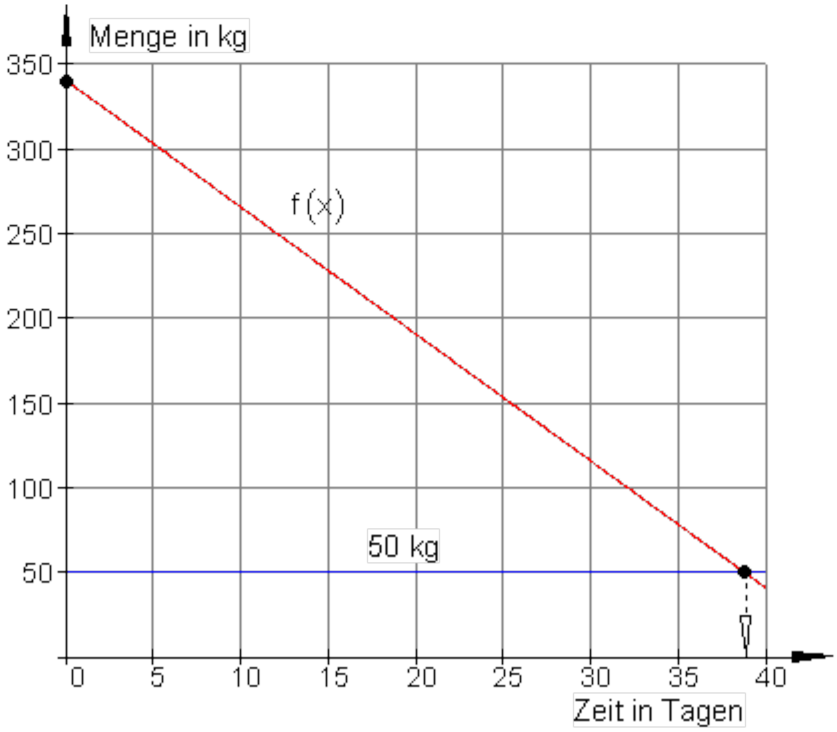
الف-

$$f(x) = -7{,}5x + a_0$$

$$P(12\,|\,250) \Rightarrow f(12) = 250 \Leftrightarrow -7{,}5 \cdot 12 + a_0 = 250$$

$$\Leftrightarrow -90 + a_0 = 250 \,|\, +90$$

$$\Leftrightarrow a_0 = 340 \Rightarrow f(x) = -7{,}5x + 340$$



پروت: وخت په ورځو. ولاړ: ډېری (مقدار) په کیلوگرام

ب ـ د ډکولو وخت په x = 0 کې دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow f(0) = -7,5 \cdot 0 + 340 = 340$$

د وښوزخيره دولس ورځي د مخه په 340 kg ډکه شوه.

پ-

$$f(x) = 50 \Leftrightarrow -7,5x + 340 = 50 | -340$$
$$\Leftrightarrow -7,5x = -290 | : (-7,5)$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{580}{15} = \frac{116}{3} \approx 38,7$$

له 38,7 ورځو وروسته دې د وښو زخيره بيرته ډکه شي.

څلورم: الف-

$$HB: K_1(x) = 0,06x + 8,5 \qquad HP: K_2(x) = 0,08x + 5$$

د قيمت مساوات د دواړو کرښو په غوڅي(تقاطع) کې پروت دی.

$$K_2(x) = K_1(x) \Leftrightarrow 0,08x + 5 = 0,06x + 8,5 | -0,06x$$
$$\Leftrightarrow 0,02x + 5 = 8,5 | -5$$
$$\Leftrightarrow 0,02x = 3,5 | : 0,02$$
$$\Leftrightarrow x = 175$$
$$K_1(175) = 0,06 \cdot 175 + 8,5 = 19$$
$$K_2(175) = 0,08 \cdot 175 + 5 = 19$$

د 175دقيقو وروسته دد قيمت مساوات برقرار دي(€ 19).

ب-

$$HB:$$
$$K_1(x) = 25 \Leftrightarrow 0,06x + 8,5 = 25 | -8,5$$
$$\Leftrightarrow 0,06x = 16,5 | : 0,06$$
$$\Leftrightarrow x = 275$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

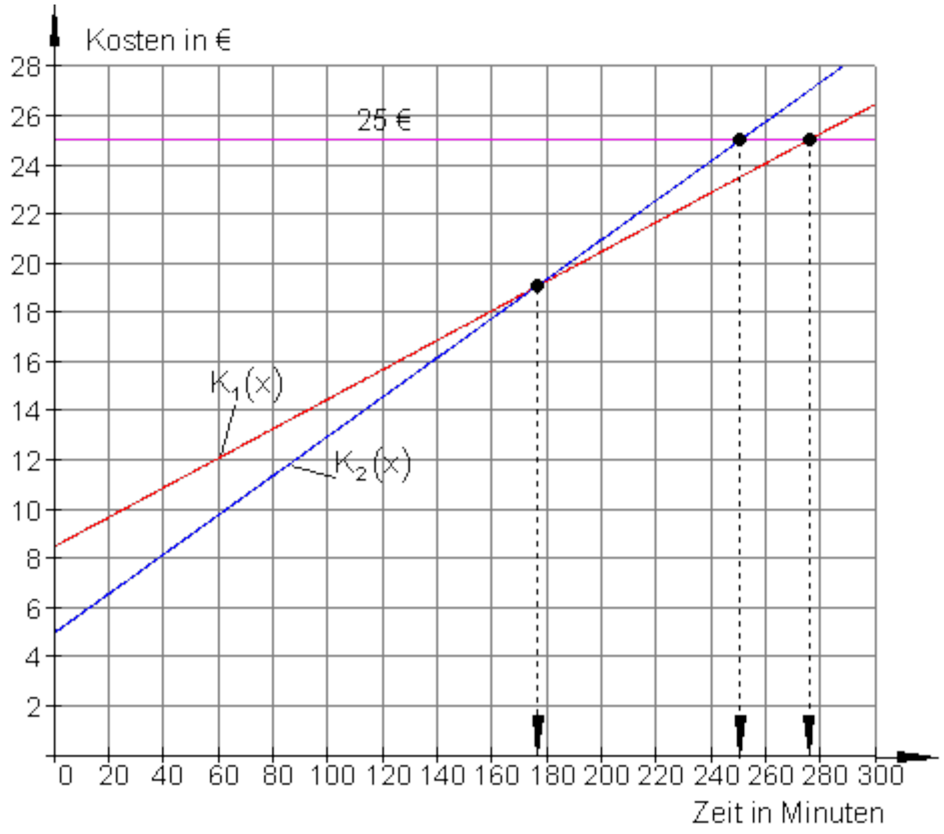
HP:

$$K_2(x) = 25 \Leftrightarrow 0{,}08x + 5 = 25 | -5$$
$$\Leftrightarrow 0{,}08x = 20 | : 0{,}08$$
$$\Leftrightarrow x = 250$$

د HB خدمت مساعد دی، ځکه چې د€ 25 لپاره سړی کړی شي 275 دقيقې تلفون وکړي.

برعکس د HP لپاره € 25 فقط د 250 دقيقو لپاره بسيا کوي.

پ-



پروت: وخت په دقيقو. ولاړ:نرخ ا قيمت په يورو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم: الف- y- محور : لګښت x-محور: کلونه

ګرمووني يا بخارئ: f(x) = 25000x

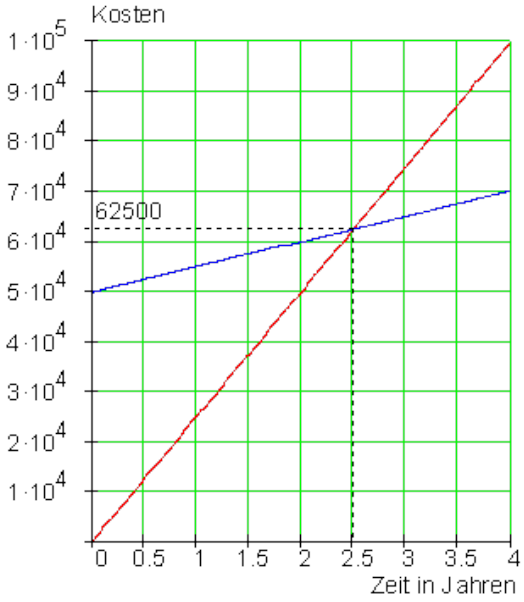
له لرې تودوخي: g(x) = 5000x+50000

د لګښت مساوات د دواړو کرښو غوڅي(تقامطع) کې واک لري.

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow 25000x = 5000x + 50000 | -5000x$$
$$\Leftrightarrow 20000x = 50000 | : 20000$$
$$\Leftrightarrow x = 2,5$$
$$f(2,5) = 25000 \cdot 2,5 = 62500$$
$$g(2,5) = 5000 \cdot 2,5 + 50000 = 62500$$

پانګونه له دوه نيم کالو وروسته ګټوره تمامه شوه. په دواړو حالتونو کې تردې وخت لګښتونه € 62500 دي.

ب- لاندې: پروت وخت په کلونو. ولاړ: قيمت يا لګښت



(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم: الف- y-محور خوږه(بوره) x -محور گني

80kg گني لرو 8,5kg بوره یا گوړه لاس ته راځي P1(80;8,5)

0kg گني 0kg خوږه لاس ته راځي P2(0;0) پيلکرښه a0=0لاس ته راځي

جگوالی:

$$a_1 = \frac{8,5}{80} = \frac{17}{160} \Rightarrow f(x) = \frac{17}{160}x$$

$$f(x) = \frac{17}{160}x \Rightarrow f(100) = \frac{17}{160} \cdot 100 = 10,625$$

$$f(250) = \frac{17}{160} \cdot 250 = \frac{425}{16} \approx 26,563$$

ب-

$$f(x) = 25 \Leftrightarrow \frac{17}{160}x = 25 | : \frac{17}{160} \Leftrightarrow x = \frac{4000}{17} \approx 235,3$$

له 100 kg گنيو څخه 10,625 kg خوږه گټل کيږي. له گنيو څخه کيدی شي نږدې خوږه وگټل شي. د 25 kg حوږې لپاره نږدې 235,3 kg گنيو ته اړتيا شته.

پ-

(c) ketabton.com: The Digital Library

پروت: ګني په کیلوګرام. ږلاړ: ګوړه په کیلوګرام

اوم:

الف- y-محوړ : °C x-محور:°F

$$f(x) = a_1x + a_0 \qquad P_1(32|0) \qquad P_2(212|100)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{100-0}{212-32} = \frac{100}{180} = \frac{5}{9} \Rightarrow f(x) = \frac{5}{9}x + a_0$$

$$P_1(32|0): f(32) = 0 \Leftrightarrow \frac{5}{9}\cdot 32 + a_0 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{160}{9} + a_0 = 0 | -\frac{160}{9}$$

$$\Leftrightarrow a_0 = -\frac{160}{9} \Rightarrow f(x) = \frac{5}{9}x - \frac{160}{9} = \frac{5}{9}(x-32)$$

د °F اړول یا بدلون په °C لپاره باور لري: $f(x) = \frac{5}{9}(x-32)$

x په °F او y په °C

ب- y-محور: °C x-محور:°F

$$f(x) = a_1x + a_0 \qquad P_1(0|32) \qquad P_2(100|212)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{212-32}{100-0} = \frac{180}{100} = \frac{9}{5} \Rightarrow f(x) = \frac{9}{5}x + a_0$$

$$P_1(0|32): f(0) = 32 \Leftrightarrow \frac{5}{9}\cdot 0 + a_0 = 32 \Rightarrow a_0 = 32$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{9}{5}x + 32$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د °F اړول یا بدلون په °C لپاره باور لري: $f(x)=\frac{9}{5}x+32$

x په °C او f(x) په°F

$$95\,^0F=?^0C \quad f(x)=\frac{5}{9}(x-32)\Rightarrow f(95)=\frac{5}{9}(95-32)=\frac{5}{9}\cdot 63=\underline{\underline{35\,^0C}}$$

د اخورمینځي تودوخي $35\,^0C$ ده.

ت –

$$40\,^0C=?^0F \quad f(x)=\frac{9}{5}x+32\Rightarrow f(40)=\frac{9}{5}\cdot 40+32=\underline{\underline{104\,^0F}}$$

د $104\,^0F$ تودوخې سره باید د تبې ټیټیدونکي لارې چارې ونیول شي یا اقدام وشي.

پوښتني

کرښیز مساوات XVI

لومړی: یوه د میوې وېستني فابریکه په خپل موټر د ښاک کارټن د رسولو لپاره په هره کارټن € 0,80 د میاشتې فیکس یا ځای په ځای لګښت € 840 شمیري.

الف – د x کارټنونو د رسولو د لګښت لپاره یو د لګښت تابع منځ ته راوړی. د 2500 کارټنونو د رسولو لپاره څومره لګښت منځ ته راځي؟

ب – یو د موادو رسولو شرکت د ښاک موادو رسولو لپاره په هر کارټن € 1,15 وړاندیز کوي. د x کارټنونو د رسولو د لګښت یو ترم ولیکی. د کوم د رسولوګنون یا –تعداد لپاره د رسولو شرکت لګښت مساعد ده؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ- د میوې فاربریکې ته یو وړاندیز وړاندې کړی، چې د لګښت سپما د 4000 کارتونونو سره به € 680 وي.

دویم –

په یوه ملي اقتصاد مودل کې مصارف کربنیز د چمتوالي معاش په واک کې دي. د یوه € 1000 معاش سره لګښت € 900 دی. د € 1800 معاش سره به .€ 1460 وي.

الف – د مصرف تابع K لپاره تابع ترم ولیکئ.

ب – د مصرفوني جګوالی وشمیرئ که معاش € 800 همداسې € 2500، همداسې € 4000 وی.

پ-

د مصرفکچه(quote) د معاش برخه ده چې د مصرف یا لګښت لپاره کارول کیږي معاش: لګښت = د لګښت کووتې ((Konsumquote = Konsum / Einkommen)) د مصرف کووتې د په ب – کې معاش څخه وټاکئ. کومې تولیزې اړیکې د مصرفکووتو او معاش ترمنځ شتون لري؟

ت -د معاش زیاتولی .dx دی. څو په سلو کې د معاش زیاتوالی د مصرف لپاره ورکړ شوی دی؟

ټ -کوم تابع S د معاش په واکوالي کې د سپماتوان تشریح کوي. تابعK اوS ګرافیکي انځور کړئ. دS صفرځای کوم غوره والی لري؟

دریم –

یو اوسپنه وړونکی $l_0 = 85\ m$ اوږد دی او د پړسېدني ضریب یې

$$\alpha = \frac{12 \cdot 10^{-6}}{K} \quad (K \triangleq \text{Grad Kelvin})$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دی. يو تابع ترم $l(\Delta t) = l_0 + \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta t$ د اوسپنې باروړونکي اوږدوالی په ګوته کوي، د په K تودوخې Δt په واکوالي کې.

الف – د دې اوسپنې وړونکې د تابع ترم ورکړئ

ب- د لاندې تودوخې تغير سره د اوسپنې وړونکي اوږدوالی و شميرئ.

: 30 K ; 60 K ; 40 K.

پ- اوسپنه وړونکی باید څومره اوږدوي، چې د25 K تودوخې په جګوالي د اوږدوالی تغير 25 mm وکړي؟

حلونه

کرښيز مساوات XVI

مفصل حلونه

لومړی:

الف- $K_1(x) = 0{,}8x + 840$

2500 کارتونونه: $K_1(x) = 0{,}8 \cdot 2500 + 840 = 2840$

د 2500 کاتونونو وړنه $\underline{\underline{2840\ €}}$ قيمت لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب- $K_1(x) = 0,8x + 840$ فابریکه $K_2(x) = 1,15x$ لوګیستیکي فیرما

د نرخ توپیر: $U(x) = K_1(x) - K_2(x) = 0,8x + 840 - 1,15x = -0,35x + 840$

د فابریکې لپاره ګټه که U(x) > 0

$\Rightarrow -0,35x+840>0 \Leftrightarrow -0,35x>-840 \Leftrightarrow x<240$

تر 2400 پورې کارتونونه لوګیتیکي فیرما مساعد قیمت لري.

پ – نوی لګښت تابع د لوګیتیکي فیرما لپاره: $K_2(x) = a_1x$

د لګښت توپیر: $U(x) = K_1(x) - K_2(x) = 0,8x + 840 - a_1x = (0,8 - a_1)x + 840$

په 4000 کارتونونو کې ګټه 680€ ده.

له دې لاس ته راځي، چې

$$\Rightarrow U(4000) = (0,8 - a_1) \cdot 4000 + 840 = 680 \Leftrightarrow 0,8 - a_1 = \frac{680 - 840}{4000} \Leftrightarrow a_1 = 0,84$$

$$\Rightarrow K_2(x) = 0,84x$$

دا په دې معنا دی چې 0,84€ په یوه کارتون.

دویم:

الف- خپلواکه اووښتونې(متحوله) معاش=x

بلواک متحوله y=K(x)= د خوراک لګښت(کرښیزه اړیکې)

$$\Rightarrow K(x) = a_1x + a_0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له ورکو شویو شرایطو لرو: $P_1(1000|900)\,;\,P_2(1800|1460)$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1460-900}{1800-1000} = \frac{560}{800} = 0,7 \Rightarrow K(x) = 0,7x + a_0$$

$$P_1(1000|900):\quad K(1000) = 0,7\cdot 1000 + a_0 = 900 \Rightarrow a_0 = 200$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{K(x) = 0,7x + 200}}$$

ب-

$$K(800) = 0,7\cdot 800 + 200 = 760 \Rightarrow \underline{\underline{P_1(800|760)}}$$

$$K(2500) = 0,7\cdot 2500 + 200 = 1950 \Rightarrow \underline{\underline{P_2(2500|1950)}}$$

$$K(4000) = 0,7\cdot 4000 + 200 = 3000 \Rightarrow \underline{\underline{P_3(4000|3000)}}$$

پ-

	$K(x)/x = \frac{\text{لګښت}}{\text{معاش}} =$ د لګښت کچه
$= \frac{760}{800} = 0,95 \triangleq \underline{\underline{95\%}}$	معاش 800€ له دې لاس ته راځي
$= \frac{1950}{2500} = 0,78 \triangleq \underline{\underline{78\%}}$	معاش 2500€ له دې لاس ته راځي
$= \frac{3000}{4000} = 0,75 \triangleq \underline{\underline{75\%}}$	معاش 400€ لاس ته راځي
	تولیزې اړیکې:
$= \frac{K(x)}{x} = \frac{0,7x+200}{x} = 0,7 + \frac{200}{x}$	د لګښت کچه=

پام: هرڅومره چي معاش جګ وي، همغومره لګښت ارزښت 0,7 ته نږدې کیږي، داپه دې معنا، چي لږترلږه 70% دا په واک کي معاش د مصرف یا خوراک لپاره لګیږي. دا پاتې کیدی شي سپما شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

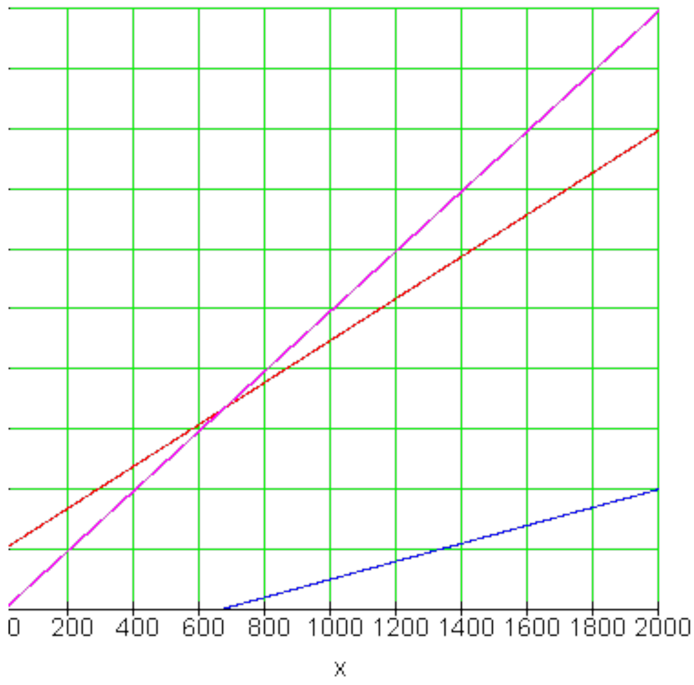
ت- اینونه:	
زوړ معاش	$x \Rightarrow \quad K(x) = 0{,}7x + 200$
نوی معاش	$x + dx \Rightarrow K(x + dx) = 0{,}7(x + dx) + 200$
د معاش زیاتوالی	$x + dx - x \Rightarrow K(x + dx) - K(x)$

$$\Leftrightarrow 0{,}7(x + dx) + 200 - (0{,}7x + 200) = \underline{\underline{0{,}7dx}}$$

ترې لاس ته راتلنه: په تعقیب یا ترې لاس ته راتلنه: 70% د معاش زیلتوالی د خوراک یا لګښت لپاره لګیږي. دا د K(x) جګوالی په ګوته کوي.

ټ- هرڅه چې نه لږیږي هغه سپما کیږي:

$$S(x) = x - K(x) = x - (0{,}7x + 200) = \underline{\underline{0{,}3x - 200}}$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

د لګښت تابع: S(x)=د سپما تابع ، E(x)=معاش.

د S(x) صفرځای:

$$S(x) = 0 \Leftrightarrow 0{,}3x - 200 = 0 \Leftrightarrow x = 666{,}\overline{6}$$

د صفرځای غوره والي: لومړی له يوه معاش وروسته کيدی شي زخيره يا سپما شي. په دې مودل کې د شتون مينيموم جوړوي. د شتون مينيمومو کښته پوروړی کيږي، ځکه چې انسان له يوه ځه ځخه بايد ژوند وکړي.

دريم:

الف-

$$l(\Delta t) = l_0 + \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta t = 85\,m + \frac{12 \cdot 10^6}{K} \cdot 85\,m \cdot \Delta t = \underline{\underline{85\,m + 0{,}00102 \cdot \Delta t \cdot \frac{m}{K}}}$$

$$\Delta t = 30\,K: \quad \Rightarrow l(30) = 85\,m + 0{,}00102 \cdot 30 \cdot m = \underline{\underline{85{,}0306\,m}}$$

$$\Delta t = 60\,K: \quad \Rightarrow l(60) = 85\,m + 0{,}00102 \cdot 60 \cdot m = \underline{\underline{85{,}0612\,m}}$$

$$\Delta t = 40\,K: \quad \Rightarrow l(40) = 85\,m + 0{,}00102 \cdot 40 \cdot m = \underline{\underline{85{,}0408\,m}}$$

ب -

$$\Delta t = 30\,K: \quad \Rightarrow l(30) = 85\,m + 0{,}00102 \cdot 30 \cdot m = \underline{\underline{85{,}0306\,m}}$$

$$\Delta t = 60\,K: \quad \Rightarrow l(60) = 85\,m + 0{,}00102 \cdot 60 \cdot m = \underline{\underline{85{,}0612\,m}}$$

$$\Delta t = 40\,K: \quad \Rightarrow l(40) = 85\,m + 0{,}00102 \cdot 40 \cdot m = \underline{\underline{85{,}0408\,m}}$$

پ- د اوږدوالي تغير: $\Delta l = 25\,mm = 0{,}025\,m$ د تودوخې تغير: $\Delta t = 25\,K$

$$l(\Delta t) = l_0 + 0{,}025\,m$$

$$l(\Delta t) = l_0 + \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta t \quad \Rightarrow l_0 + 0{,}025\,m = l_0 + \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta t \Leftrightarrow l_0 = \frac{0{,}025\,m}{\alpha \cdot \Delta t}$$

$$l_0 = \frac{0{,}025\,m}{\alpha \cdot \Delta t} = \frac{0{,}025\,m}{12 \cdot 10^{-6} \cdot 25} = \frac{25 \cdot 10^{-3}\,m}{12 \cdot 10^{-6} \cdot 25} = \frac{10^{-3}\,m}{12 \cdot 10^{-6}} = \frac{1}{12} \cdot 10^3 = \underline{\underline{83{,}\overline{3}\,m}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

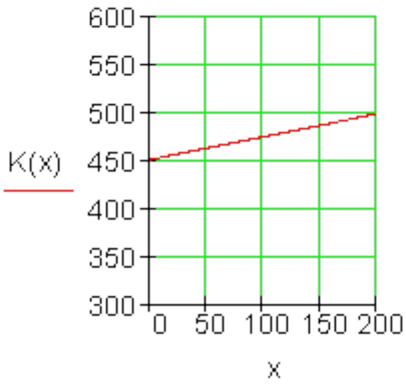
يو بارووړونکي اوسپنه چې 83,33 mاوږده ده د يوې K 25 تودوخۍ سره 25 mm اوږديږي يا غزيږي.

پوښتنې

کربنيز توابع برخه XVII

لومړی: څيره د يوه کربنيز لګښت ګراف ښايي(ټول لګښت)

الف- له ګراف څخه ځای په ځای لګښت راواخلئ او متحول دانه قيمت په € سره ورکړئ. د يوه x ډېرئ يونونو يا ستې واحدونو(ME) توليد سره ټول لګښتK ورکړئ.

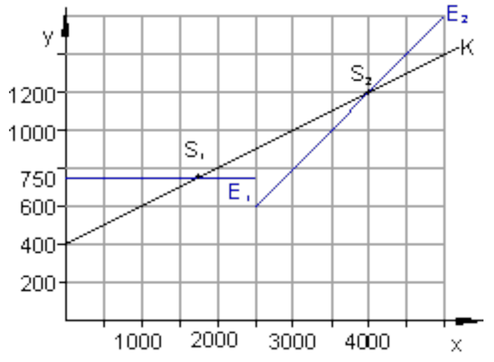


الف- له ګراف څخه ځای په ځای لګښت راواخلئ او متحول دانه قيمت په € سره ورکړئ. د يوه x ډېرئ يونونو يا ستې واحدونو(ME) توليد سره ټول لګښتK ورکړئ.

ب- کوم د خرڅلاوقيمت په هر ME کې لاس ته راوړل کيږي، که 175 ME توليد شي او تاوان ترې منځ ته را نه شي.

دويم: د تنيس توپونو توليد لپاره لګښت K کربنيز د توليد شوو توپونوتعداد x په واک کې دی.

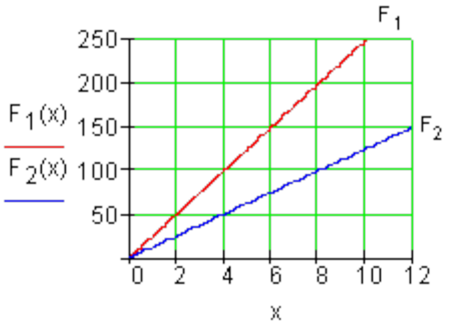
(c) ketabton.com: The Digital Library



الف- د 1000 همداسې3000 د توپونو يا غونډوسکو(کرو) توليدد څومره ګران دی؟ د لښت تابع K لپاره يو ترم ورکړئ. ځای په ځای لګښت K_f څومره دی؟ د متحولو دانه لګښت k_v څومره لوړ دی؟

ب – د لګښت پوره کولو لپاره تر 2500 دانو پورې يو ټول ارزښت $E_1 = 750$ € باور لري. له 2500 دانو يا توپونو پورته ګټه يا خرڅلاو د توپونو د خرڅلاو د تعداد (E_2) سره کرښيز جګيږي. د $x > 2500$ لپاره د خرڅلاو تابع $E_2(x)$وټاکئ او غوڅتکي S_1 او S_2 . د S_1 او S_2 ترمنځ د x –ارزښتونو باندې کومنتار ورکړئ.

دريم: د دې لپاره چې يوه فنر(ښکه) د فنرتلې په څير وکارولی شو، په فنر باندې اغيزمنه وزنزور F_G (په نيوټون N) او د فنر تغيرx (په cm) تر منځ اړيکو څخه کره يا ټاکل کيږي.



الف- په فنر F_2 د فنر ثابتهD وټاکئ. څه معنا لري؟

ب- يو ترم وټاکئ، چې له تغير x څخه د قوې يا زور F په واکوالی تشريح کوي.

ايا شوني ده، چې د دې فرمول سره سره د 1 m تغير لپاره اړينه قوهF_G کره يا معلومه شي؟

پ-ايا شوني ده،چې د دې فرمول سره د 1 m تغير لپاره منځ ته راغلی زور F_G وټاکو؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت- د فنر F_1 همداسې F_2 لپاره مختلف فنر ثابتې څه معنا لري؟

څلورم: د یو نړیوالجال چلوونکی مشتریانو ته لاندې وړاندیز وړاندې کوي:

۵۰ ساعته انترنت، ټول لګښت€ 27,50 . هره پسې دقیقه 1 Ct سنت.

دوه تاریف مودولونو باندې کار وکړئ، چې د انترنت استعمالکوونکي ته د ۵۰ ساعتو لپاره همدا یا برابر شرایط ورکړي.

الف- ترخ ۱ بې له بنسټلګښت.

ب- نرخ۲ : د € 8 بنسټلګښت.

پ-د ۵۰ ساعته څخه زیات د کارولو دوام لپاره کوم تاریف یا نرخ مساعد دی؟

ځوابونه

کربنیز توابع برخه XVII

مفصل حلونه

لومړی:

د فابریکي د لګښتشمیرني کلیمو تعریفونه:

ځای په ځاي لګښت	ټول لګښت
دا هغه لګښت دی، چې تولید ونه شي	د فابریکي ټول هغه لګښت دی، چې
هلته هم رامنځ ته کیږي(ګټه (ورکونه)،	د یوه شي په تولید کې رامنځ ته کیږي

(c) ketabton.com: The Digital Library

کرايه،بيمه، معاشونه او نور)   K(x) .

$$K_f(x) = K(0)$$

د يوې داني متحول ارزښتونه   د متحولي ټول ارزښتونه

د متحولي لګښت دی په هره دانه   ټول لګښت بې له ځا په ځای لګښت څخه

$$k_v(x) = \frac{K_v}{x} = \frac{K(x) - K_f(x)}{x} = \frac{K(x) - K(0)}{x}$$

$$k_v(x) = \frac{K_v}{x} = \frac{K(x) - K_f(x)}{x} = \frac{K(x) - K(0)}{x}$$

د ګټې تابع   کرښيزه خرڅلاو تابع

د خرڅلاو- ټول لګښت   د قيمت ضرب منځ ته راوړې دېرئ يا سټ x

$$G(x) = E(x) - K(x) \qquad E(x) = p \cdot x$$

الف- دلته د لګښت تابع يو کرښيز مساوات دی:K(x)=a1x+a0

ځا په ځاي لګښتونه K(0)=a0=450€ دي (له ګراف څخه لوستل شوی)

متحول لګښتونه دي: $k_v(x) = \frac{K(x) - K(0)}{x} = \frac{a_1x + a_0 - a_0}{x} = a_1$

دا ټيک د K(x) د کرښي جګوالی دی

ټکي $P_1(0 | 450)$ او $P_1(200 | 500)$ لوستل کيږي

له دې لاس ته راځي $\Rightarrow a_1 = \frac{500 - 450}{200 - 0} = 0,25 \Rightarrow$ له دې لاس ته راځي د متحولي

يا اووښتوني د داني قيمت $k_v = 0,25\ €$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لګښت تابع: $\underline{\underline{K(x) = 0,25x + 450}}$

ب – ګټه: G(x)=E(x)-K(x)

كه چيرته زيان رامنځ ته نه شي، بايد ګټه لږ تر لږه صفر وي.

$$\Rightarrow E(x) - K(x) = 0$$

له $E(x) = p \cdot x$ او $K(x) = 0,25x + 450$ لاس ته راځي

$$p \cdot x - (0,25x + 450) = 0 \Leftrightarrow p \cdot x = 0,25x + 450$$
$$\Leftrightarrow p = \frac{0,25x + 450}{x} = 0,25 + \frac{450}{x}$$

د x=175ME لپاره باور لري: $p(175) = 0,25 + \frac{450}{175} = 2,821$

د يوې دانې قيمت بايد لږ ترلږه 2,821€وي، چې له دې سره كوم زيان رامنځ ته نه شي.

دويم:

الف - 1000توپونه: ، 3000 توپونه:

لګښت تابع:K(x) = a1x+a0

$$P_1 ; P_2 \Rightarrow a_1 = \frac{1000 - 600}{3000 - 1000} = 0,2 \Rightarrow K(x) = 0,2x + a_0$$
$$P_1(1000 \mid 600): \quad K(1000) = 0,2 \cdot 1000 + a_0 = 600 \Rightarrow a_0 = 400$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{K(x) = 0,2x + 400}}$$

ځاي په ځاي ارزښت:K(0) = a0 =400€

(c) ketabton.com: The Digital Library

متحول ارزښتونه: $\underline{\underline{k_v = a_1 = 0,2\ €}}$

ب – ګټه: G(x)=E(x)-K(x)

که چيرته زيان رامنځ ته نه شي، بايد ګټه لږ تر لږه صفر وي.

$$\Rightarrow E(x) - K(x) = 0$$

له $E(x) = p \cdot x$ او $K(x) = 0,25x + 450$ لاس ته راځي

$$p \cdot x - (0,25x + 450) = 0 \Leftrightarrow p \cdot x = 0,25x + 450$$
$$\Leftrightarrow p = \frac{0,25x + 450}{x} = 0,25 + \frac{450}{x}$$

د x=175ME لپاره باور لري: $p(175) = 0,25 + \frac{450}{175} = 2,821$

د يوې دانې قيمت بايد لږ ترلږه 2,821€وي، چې له دې سره کوم زيان رامنځ ته نه شي.

دويم:

الف - 1000توپونه: ، 3000 توپونه:

لګښت تابع:K(x) = a1x+a0

$$P_1 ; P_2 \Rightarrow a_1 = \frac{1000 - 600}{3000 - 1000} = 0,2 \Rightarrow K(x) = 0,2x + a_0$$
$$P_1(1000 \mid 600): \quad K(1000) = 0,2 \cdot 1000 + a_0 = 600 \Rightarrow a_0 = 400$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{K(x) = 0,2x + 400}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځاي په ځاي ارزښت:K(0) = a0 =400€

متحول ارزښتونه: $k_v = a_1 = \underline{\underline{0{,}2\ €}}$

ب- د $x < 2500$ لپاره خرڅلاو تابع: $E(x) = 750$

د $x > 2500$: لپاره خرڅلاو تابع:

$$P_1(2500\,|\,600);\ P_2(4000\,|\,1200) \quad E_2(x) = a_1x + a_0$$

$$a_1 = \frac{1200 - 600}{4000 - 2500} = 0{,}4 \Rightarrow E_2(x) = 0{,}4x + a_0$$

$$P_2(4000\,|\,1200): \quad E_2(4000) = 0{,}4 \cdot 4000 + a_0 = 1200 \Rightarrow a_0 = -400$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{E_2(x) = 0{,}4x - 400}}$$

غوځښکی S1 :

$$K(x) = E_1(x) \Leftrightarrow 0{,}2x + 400 = 750 \Rightarrow x = 1750$$

$$K(1750) = 750 \Rightarrow \underline{\underline{S_1(1750\,|\,750)}}$$

غوځښکی S2 :

$$E_2(x) = K(x) \Leftrightarrow 0{,}4x - 400 = 0{,}2x + 400 \Rightarrow x = 4000$$

$$K(4000) = 0{,}2 \cdot 4000 + 400 = 1200 \Rightarrow \underline{\underline{S_2(4000\,|\,1200)}}$$

روښانه ونه: د 1750<x<4500لپاره یو زیان منځ ته راځي، ځکه چېE(x) < K(x)
د E1(x)غوځښکی د E2(x) سره S3 دی

$$E_2(x) = E_1(x) \Leftrightarrow 0{,}4x - 400 = 750 \Leftrightarrow x = 2875$$

$$E_2(2875) = 0{,}4 \cdot 2875 - 400 = 750 \Rightarrow \underline{\underline{S_3(2875\,|\,750)}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د مشتري لپاره ورشو2875 > x > 2500 ډېره راکښړنکې يا د پام وړ ده.

دی د بيلګې په توګه 2800 توپونه د مساعده قيمت په حيث لاس ته راوړي نسبت 2500 توپونو ته

دريم:

الف- د فنر F2 د فنر ثابته: $D_2 = \frac{F}{x} = \frac{50\,N}{4\,cm} = 12{,}5\,\frac{N}{cm}$

د فنرثابته د کرښې د جګيدني لپاره يوه کچونه ده.

ب –

$$D_1 = \frac{100\,N}{4\,cm} = 25\,\frac{N}{cm} \Rightarrow \underline{\underline{F_1(x) = 25\,\frac{N}{cm}\cdot x}} \text{ und } \underline{\underline{F_2(x) = 12{,}5\,\frac{N}{cm}\cdot x}}$$

پ- نظري يا تيورتيکي : $F_1(100) = 25\,\frac{N}{cm}\cdot 100\,cm = 2500\,N$

په ربښتيا چې فنر د يومتر په کګونه غزيږي.

ت- د فنرونو مختلفې ثابتې د دواړو فنرونو کلکوالی ښايي.

څلورم:

الف- 50 ساعتونه = 3000 دقيقو، لګښت € 27,50

له دې لاس ته راځي په دقيقه لګښت:

$$\frac{27{,}50\,€}{3000} = \frac{11}{1200}\,€ \quad \Rightarrow \underline{\underline{K_1(x) = \frac{11}{1200}x \approx 0{,}0092\cdot x}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب- € 8 بنسټ تاديه ونه، د 3000 دقيقو لپاره نورې .€ 19,5 پاتې کيږي.

لاس ته راځي چې:

لګښت په دقيقه: $\frac{19{,}50\ €}{3000} = \frac{13}{2000}\ €$

$$\Rightarrow K_2(x) = \frac{13}{2000}x + 8 = \underline{\underline{0{,}0065 \cdot x + 8}}$$

پ – دويم تاريفت يا نرخ د ۵۰ ساعته زيات استعمال ځخه خورا مساعد دی، ځکه چې هره پسې دقيقه فقط 0,65سنت لګښت لري.

پوښتنې

کرښيز مساوات برخه XVIII

لومړی: چټک رستورانت،، MC – پومس(په غوړوو کې سره ياپاخه شوي الوګان)،، د پومس لوښې لپاره هره ورځ تازه غوړيو ته اړتيا لري. تر اوسه په زخيره کې 250 kg شته دي.

الف- د تابع مساوات وليکئ او په يوه مناسب پروت-ولاړ- يا کواوردينات سيستم کې يې ګراف وکاږئ.

ب - د 95 kg زخيرې وروسته د رستورانت مشر بايد د نورو فرمايش وکړي. له څومره ورځووروسته بايد فرمايش صورت ونيسي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا غوړي ترکومه وخت رسيږي، که پسې فرمايش ورنه کړای شي؟

دويم: د ،،ربنسن،، اسونو تبيله کې په ټاکلي وخت کې بايد (له سرو) پاک شي او له تازه وخو ته تياری ونيول شي. د ورځې $2,5\ m^3$ سره توليږي. ډېران يو د $17\ m^3$ ډکی يا حجم لري. ماکسيمال يا خورا زيات $50\ m^3$ سره زخيره کيدی شي.

الف- يو تابع مساوات وليکئ چې دا حالت تشريح کوي او اړونده گراف يې په يوه مناسب پروت-ولاړسيستم کې وکاږئ.

ب – له کوم وخت وروسته بايد سره يووړل شي؟

پ-څو ورځې د مخه د اخر ځل لپاره سره وړل شوې وه؟

دريم: ارين د ،،ارزان سرف،، نرخ گوري

نرخ A : اساسي يا بنسټ نرخ € 5 د مياشت لومړي لس ساعتونه ازاد دي، بيا 0,5 Ct په دقيقه.

نرخB :اساسی يا بنسټ نرخ € 10 د مياشتې لومړي شل ساعتونه ا زاد، بيا

0,4 Ct. / min. يا په دقيقه.

نرخ C : Flatrate يا يه يوځل نرخ € 25 د مياشتې .

په منځنۍ کچه ارمين د ورځې دونيم ساعته سرف کوي يا نړيوال جال گوري.

الف- د هر نرخ پاره د تابع مساوات وليکئ.

ب- په يوه مناسب پروتولاړ- يا کواوردينات سيستم کې گرافونه وکاږئ.

پ- (Interpretation)ټول څه تشريح کړئ، چې له گرافونو څخه لوستل کيږي.

ت- د ارمين لپاره مساعد نرخ وشميرئ يا پيدا کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټ- د نرخ A او B لپاره په کوم ټکي کې د نرخ برابروالی برلاسی دی؟
ث- له کوم سرف وخت څخه د ارمین لپاره فلاتریټ یا ټولنرخ مساعد دی

څلورم: لوګر او علي د ملفون(لاسي تلفون) د قرارداد شرایط هیڅ نه دي لوستلی. دواړه غوښتنه لري، چې هغه مساعد قرارداد وکړي او دواړه په لاندې داتا باندې تکیه کوي: لورا € 10,10 ورکوي، که هغه د میاشتې دیرش دقیقي تلفون وکړي او 13,70 € که هغه شپیته دقیقي تلفون وکړي.

علي € 10,10 ، که هغه د میاشتې دیرش دقیقي تلفون وکړي او € 15,20 که هغه د میاشتې اتیا دقیقې تلفون وکړي.

الف- د دواړو قراردادونو لپاره تابعمساوات ولیکئ.

ب- دواړه ګرافونه په یوه مناسب پروتولار- یا کواوردینات سیستم کې وکاږئ.

پ- له دې دواړو کوم یو مساعد قرارداد لري. نتیجه یې مدلله کړئ.

پنځم: یو د انرژي قرارداد دنرخمودل د میاشتې بنسټ نرخ G او یوه لګښتقیمت p pro kWh په یوکیلوواټ په ساعت څخه جوړ دی.

له دې سره یوه کرښیزه اړیکه منځ ته راځي: K(x) = p.x+G

لاندې نرخ راته جمتو لرو:

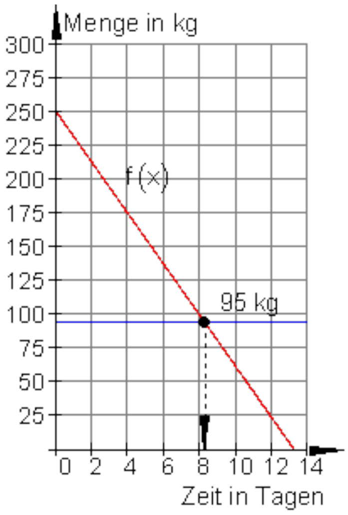
نرخ	د میاشتنی لګښت په یورو	یو کیلوواټ قیمت په یورو
Tarif I	11,80	0,157
Tarif II	9,00	0,172
Tarif III	14,40	0,135
Tarif IV	18,50	0,125

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف: د هر نرخ لپاره تابعمساوات وليکئ او په يوه مناسب پروتولاړ- يا کواوردينات سيستم وکاوئ.
ب- د 800 kWh (۸۰۰ کيلرواټ په ساعت کې) د منځنئ کورنئ مياشتني لګښت مساعد پلورونکی پيداکړئ.
پ- په پروتولاړ-يا کواوردينات سيستم کې د کرښو غوڅېکي څه مفهوم لري؟
شپږم: کرښيزه تابع $f(x) = 0,4x - 2$ ورکړښوي. د تابع ګراف دx محور په زياتيز يا مثبت لور په ۴ يوونونو يا واحدونو راکښل کيږي. د راکښلي کرښي تابعترم g(x) وټاکئ. g(x)څنګه له f(x) څخه جوړېدی شي؟

مفصل حلونه

کرښيز مساوات برخه XVIII

ستې يا ډېرئيا مقدار په کيلوګرام ا  وخت په ورځو	الف- خپلواک اووښتوني يا متحوله x د وخت لپاره ځاپه ځای شوې. بلواک متحوله f(x) د په کيلوګرام د پاتې غوړيو لپاره اينسوول شوی پيل ارزښت 250 kg دی. تغيرکچه منفي يا کميزه ده او 19 kg/Tag ده. $f(x) = a_1x + a_0$ mit $a_1 = -19$ und $a_0 = 250$ wird $f(x) = -19x + 250$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب – دا چې له 95 kg وروسته د نورو فرمايش ورکول کيږي، دا اينوونه باور لري:

$$
\begin{aligned}
f(x) = 95 &\Leftrightarrow -19x + 250 = 95 \mid \cdot(-1)\\
&\Leftrightarrow 19x - 250 = -95 \mid +250\\
&\Leftrightarrow 19x = 155 \mid : 19\\
&\Leftrightarrow x = \frac{155}{19} \approx 8{,}156
\end{aligned}
$$

فرمايش بايد له اته ورځو وروسته صورت ونيسي.

پ – د ګراف غوښتکی y –محور سره بايد وټاکل شي:

$$
\begin{aligned}
f(x) = 0 \quad &\Leftrightarrow -19x + 250 = 0 \mid \cdot(-1)\\
&\Leftrightarrow 19x - 250 = 0 \mid +250\\
&\Leftrightarrow 19x = 250 \mid : 19\\
&\Leftrightarrow x = \frac{250}{19} \approx 13{,}158
\end{aligned}
$$

غوړي نور هم د 13 ورځ، لپاره بسيا کوي.

دويم:

الف- الف- خپلواک اووښتوني يا متحوله x د وخت لپاره ځای په ځای شوې.

بلواک متحوله f(x) د په m^3 د پاتې سرې لپاره اينوول شوی

پيل ارزښت $11\ m^3$ دی.

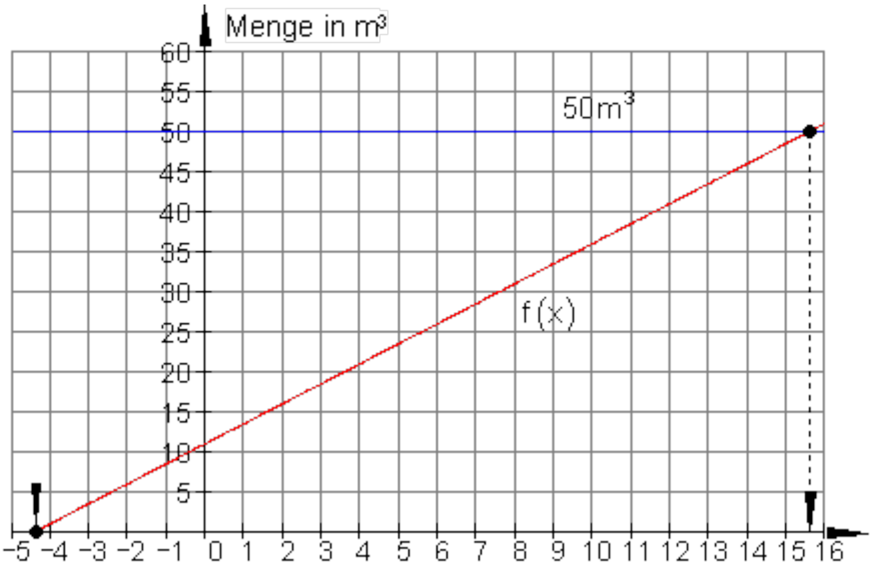
تغيرکچه مثبت يا زياتيزه ده او$2{,}5\ m^3/Tag$ ده.

دا چې کرښيزه اړيکې شتون لري:

$f(x) = a_1x + a_0$ د $a_1 = 2{,}5$ او د $a_0 = 11$ سره کيږي $\underline{\underline{f(x) = 2{,}5x + 11}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ډېرې یا مقدار په m³



وخت په ورځو

ب – وخت ټاکل کیږي له کوم وروسته چې سره $50\ m^3$ ته جګیږي.

$$f(x) = 50 \Leftrightarrow 2,5x + 11 = 50 \,|\, -11$$
$$\Leftrightarrow 2,5x = 39 \,|\, : 2,5$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{78}{5} = 15,6$$

د نږدې پنځلس ورځو وروسته باید دا ناولتوب یووړل شي.

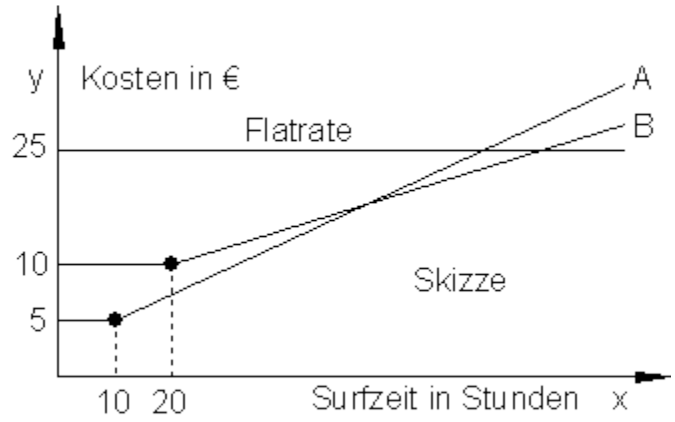
پ- د x محور سره د ګراف د غوڅېکي د x –ارزښت په کمیزه ورشو کي ورکو چې کله اخرنۍ ناپاکي وړل شوې ده.

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 2,5x + 11 = 0 \,|\, -11$$
$$\Leftrightarrow 2,5x = -11 \,|\, : 2,5$$
$$\Leftrightarrow x = -\frac{22}{5} = -4,4$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نږدې له ۴ ورځو زيات دا ا خرنۍ ناپاکي وړل شوې ده

دريم: الف- د الماني متن معنا، له پورتهکښته لور ته: قيمت په يورو، فلاترات، رسمونه، وخت په ساعتونو.



y محور قيمت په يورو x محور وخت په ساعتونو

نرخ A : که $0{,}5\ Ct/min$ وي، نو لرو:

دقيقي

$60\ min \cdot 0{,}5\ Ct/min = 30\ Ct/h = 0{,}3\ €/h$ (جګيدنه)

$\Rightarrow K_A(x) = 0{,}3x + a_0$

10 ازاده ساعتونه په دې معنادي، چې په لومړنيو لس ساعتونو کې فقط بنسټ لګښت د 5€ دی.

له دې لاس ته راځي P(10|5) له دې ټکي د $K_A(x)$ ګراف ځغلي.

$$P(10\,|\,5) \Rightarrow K_A(10) = 5 \Leftrightarrow 0{,}3 \cdot 10 + a_0 = 5\,|-3$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د نرخ $K_A(x)$ لپاره د تابع مساوات: $K_A(x) = 0,3x + 2$

نرخ B : y محور قثمت په یورو xمحور وخت په ساعتونو

0,5Ct/min (10Ct په دقیقه دقیقي دي:

$$60\,min \cdot 0,4\,Ct/min = 24\,Ct/h = 0,24\,€/h$$ (جګیدنه)

$$\Rightarrow K_B(x) = 0,24x + a_0$$

شل ازاد ساعتونه په دي معنا دي، چي په اولنیو شل ساعتونو کي د 10€ بنسټ کرایه لویږي.له د ي لاس ته راځي P(20|10)

له دي ټکي د $K_B(x)$ ګراف تیریږي.

$$P(20|10) \Rightarrow K_B(20) = 10 \Leftrightarrow 0,24 \cdot 20 + a_0 = 10$$
$$\Leftrightarrow 4,8 + a_0 = 10 \mid -4,8$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 5,2$$

د B نرخ لپاره تابع مساوات: $B: K_B(x) = 0,24x + 5,2$

نرخ C : فلیت ریټ یا تولنرخ 25€ دسرف وخت څخه خپلواک دی.

د تابع مساوات د نرخ C لپاره: F(x) =25 (د x -محور سره غبرګ)

په کواوردیناتسیستم کي له پورته کښته او پښتو: قیمت په یورو، نرخ A فلیټ, فلیټ، نرخ B ، دقیمت برابروالی.

ب- په نږدي 53 ساعتونو کي دواړه کربني سره غوځوي، په ټکي 53 کي قیمتبرابروالی واک لري. تر نږدي سلو یوري نرخ مساعد ی. د نږدي 53 او 82 ترمنځ نرخ مساعد دی. له 82 ساعته وروسته فلیت ریټ یا تولنرخ ګټور تماميري.

ت – ارمین په میاشت کي نږي 75 ساعته سرف کوي. د ده لپاره د دي سرف وخت لپاره نرخ مساعد وی. یو عساب به دا تایید:

(c) ketabton.com: The Digital Library

میاشتنی د سرفدوام:	2,5h.30=75 ساعته
د نرخ A قیمت:	$K_A(75) = 0{,}3 \cdot 75 + 2 = 24{,}50$
د نرخ B قیمت:	$K_B(75) = 0{,}24 \cdot 75 + 5{,}2 = 23{,}20$
د نرخ C قیمت	$F(75) = 25$

ټ – د نرخ A اوB نرخ د قیمتبرابروالی د دواړو کرښو د غوڅېتکو څخه پیدا کیږي.

لاندې په پښتو:(۵۳ساعتونه او ۲۰ دقیقې)

$$K_A(x) = K_B(x) \Leftrightarrow 0{,}3x + 2 = 0{,}24x + 5{,}2 \mid -0{,}24x$$
$$\Leftrightarrow 0{,}06x + 2 = 5{,}2 \mid -2$$
$$\Leftrightarrow 0{,}06x = 3{,}2 \mid : 0{,}06$$
$$\Leftrightarrow x = x_s = \frac{320}{100} : \frac{6}{100} = \frac{320 \cdot 100}{100 \cdot 6} = \frac{320}{6} = \frac{160}{3}$$
$$= 53\frac{1}{3} \text{ (53 Stunden und 20 Minuten)}$$

$$K_A\left(\frac{160}{3}\right) = \frac{3}{10} \cdot \frac{160}{3} + 2 = 16 + 2 = 18$$

د قیمت برابروالی د ۵۳ ساعته او ۲۰ دقیقو وروسته په واک کې دی. د دې وخت لپاره قیمت د دواړو نرخونو لپاره€ 18 دی.

ث- له ګراف څخه لوسل کیږي، چې د $K_B(x)$ غوڅېتکی د $F(x)$ سره هغه ټکی په نخښه کوي، له کوم چې فلیټ ریټ نسبت نرخ B ته مساعد دی.

$$K_B(x) = F(x) \Leftrightarrow 0{,}24x + 5{,}2 = 25 \mid -5{,}2$$
$$\Leftrightarrow 0{,}24x = 19{,}8 \mid : 0{,}24$$
$$\Leftrightarrow x = x_2 = 82{,}5$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ساعته د مياشتي د صرف له وخت څخه دې سرى فليټ ريټ ته بدل کړي.

څلورم: الف- yمحور د يورو xمحور په دقيقو

علي 40 دقيقي 10,80 يورو لوګر: 30 دقيقي 10,10 يورو

60 min 13,70 €

$K_1(x) = a_1x + a_0$

$P_1(30|10,1) \quad P_2(60|13,7)$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{13,7 - 10,1}{60 - 30} = \frac{3,6}{30} = 0,12$$

$K_1(x) = 0,12x + a_0$ mit $P_1(30|10,1)$

$$K_1(30) = 10,1 \Leftrightarrow 0,12 \cdot 30 + a_0 = 10,1$$
$$\Leftrightarrow 3,6 + a_0 = 10,1 | -3,6$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 6,5$$

$$\underline{\underline{K_1(x) = 0,12x + 6,5}}$$

80 min 15,20 €

$K_2(x) = a_1x + a_0$

$P_1(40|10,8) \quad P_2(80|15,2)$

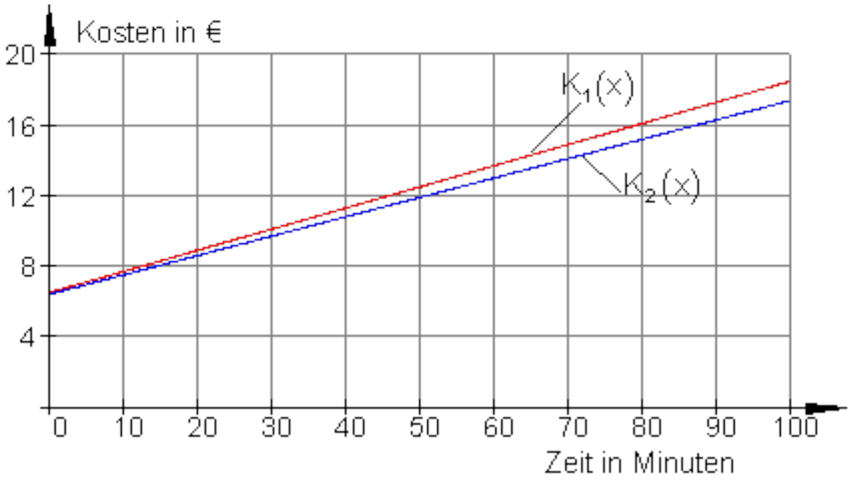
$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{15,2 - 10,8}{80 - 40} = \frac{4,4}{40} = 0,11$$

$K_2(x) = 0,11x + a_0$ mit $P_1(40|10,8)$

$$K_2(40) = 10,8 \Leftrightarrow 0,11 \cdot 40 + a_0 = 10,8$$
$$\Leftrightarrow 4,4 + a_0 = 10,8 | -4,4$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 6,4$$

$$\underline{\underline{K_2(x) = 0,11x + 6,4}}$$

ب- ولاړ: قيمت په يورو. پروت: وخت په دقيقو



(c) ketabton.com: The Digital Library

پ- علي ارزان قرارداد لري، ځکه چي د قيمت کرښه يا منحني $K_2(x)$ د لوګر د کرښي ښخه لاندي لور ته پرته ده.

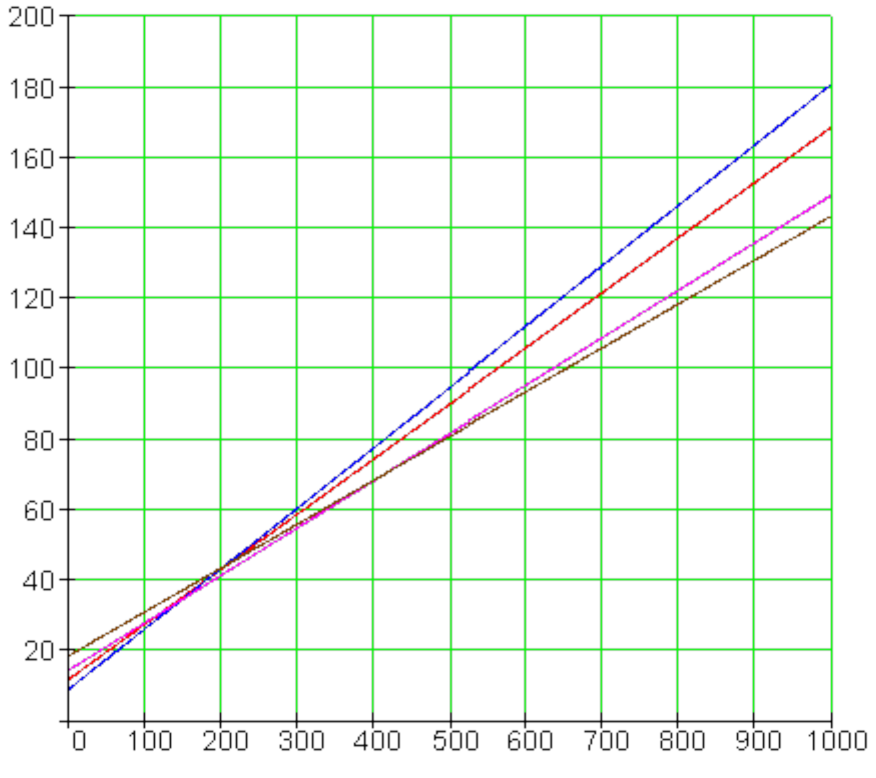
دواړه کرښي هم د x په مثبت يا زياتيزه ساحه کي نه سره غوڅوي ، ځکه چي د $K_2(x)$ جګوالی د $K_1(x)$ له جګوالي کم دی او د خبرو زياتوالي سره د قيمت توپير لوييږي.

د کرښو غوڅټکی د x په کميزه يا منفي ساحه کي پروت دی او نسبت پوښتني کولو ته کومه معنا يا مفهوم نه لري.

پنځم: الف- تاريف د نرخ په معنا دی.

Tarif I:	Tarif II:
$K_1(x) = 0{,}157x + 11{,}80$	$K_2(x) = 0{,}172x + 9{,}00$

Tarif III:	Tarif IV:
$K_3(x) = 0{,}135x + 14{,}40$	$K_4(x) = 0{,}125x + 18{,}50$



(c) ketabton.com: The Digital Library

ب-

$$\text{Tarif I:} \quad K_1(800) = 0{,}157 \cdot 800 + 11{,}80 = \underline{\underline{137{,}40}}$$
$$\text{Tarif II:} \quad K_2(800) = 0{,}172 \cdot 800 + 9{,}00 = \underline{\underline{146{,}60}}$$
$$\text{Tarif III:} \quad K_3(800) = 0{,}135 \cdot 800 + 14{,}40 = \underline{\underline{122{,}40}}$$
$$\text{Tarif IV:} \quad K_4(800) = 0{,}125 \cdot 800 + 18{,}50 = \underline{\underline{118{,}50}}$$

د میاشتي د 800 kWh لګښت سره نرخ IV خورا مساعد دی.

پ- هرچیرته چي دوه ګرافونه غوڅوي هلته د ټاکلي لګښت د نرخبرابروالی منځ ت ه راځي

شپږم:

$f(x) = 0{,}4x - 2$ د ۴ یوونونو یا واحدونو په شاو خوا راکښنه

$$g(x) = 0{,}4\,(x-4) - 2 = \underline{\underline{0{,}4x - 3{,}6}}$$

برابره نتیجه د 1,6په شاوخوا کښته لور ته راکښنني له لاري لاس ته راځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.5-ټولګه:

کرښيزې توابع

د کرښې عمومي مساوات.

$f(x) = a_1x + a_0$ د کرښيزې تابع ګراف يوه کرښه ده.

محورغوڅتکي: $y_s = f(0) \Rightarrow P_y(0 \mid y_s)$

$f(x) = 0 \Rightarrow P_x(x_s \mid 0)$ د xs سره د صفرځای په حيث

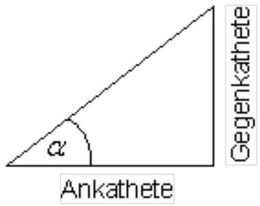
<u>وګورئ</u>

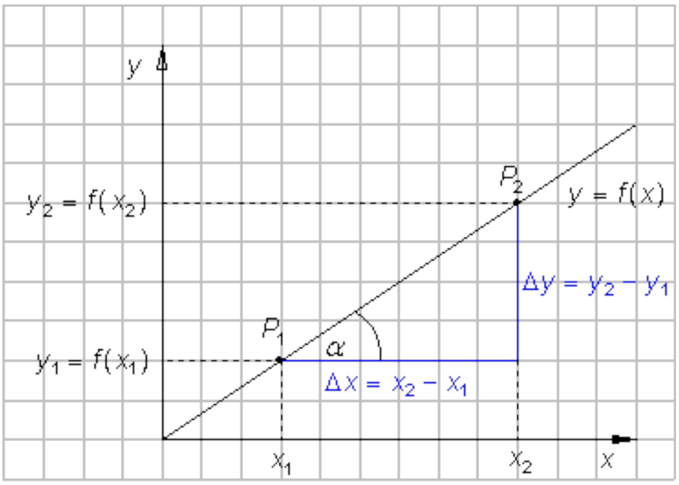
د جګوالي درېګودی يا مثلث

په پروت اړخ: مخامخ اړخ= جګوالی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\text{Steigung} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$$





په کين مثلث کې:په پروت اړخ|مخامخ اړخ=جګوالی

هم وکورئ:

د یوې کرښې جګوالی چې له ټکو $P_1 (x_1 | y_1)$ او $P_2 (x_2 | y_2)$ تیریږي.

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \tan(\alpha)$$

تابع د روکړشوو شرایطو سره .

لومړی حالت: یوه کرښه د a_1 جګوالي سره له ټکي $P_1(x_1 | y_1)$ تیریږي

تولیز حل	بیلګه:
$P_1(x_1 \vert y_1) \Rightarrow f(x_1) = y_1$	جګوالی $a_1 = 1,5$ ټکی $P_1(-2 \vert 3)$
$\Leftrightarrow a_1 \cdot x_1 + a_0 = y_1 \vert -a_1 \cdot x_1$	وتونمساوات: $f(x) = a_1x + a_0$
$\Leftrightarrow a_0 = y_1 - a_1 \cdot x_1$	جګوالی کیږدئ: $f(x) = 1,5 \cdot x + a_0$
$\Rightarrow f(x) = a_1 \cdot x + y_1 - a_1 \cdot x_1$	د a_0 ارزښت د شمیرلو دی
$= a_1 \cdot x - a_1 \cdot x_1 + y_1$	

(c) ketabton.com: The Digital Library

$= a_1(x - x_1) + y_1$ د ټکي-جګوالي بڼه $f(x) = a_1(x - x_1) + y_1$	ټکی ازماینت د $P_1(-2 \mid 3)$ لپاره. $f(-2) = 3 \Leftrightarrow 1{,}5 \cdot (-2) + a_0 = 3$ $\Leftrightarrow -3 + a_0 = 3 \mid +3$ $\Leftrightarrow a_0 = 6$ $\Rightarrow f(x) = 1{,}5 \cdot x + 6$

د هم وګورئ.

دویم حالت: دوه ټکي ($P_1(x_1 \mid y_1)$ او $P_2(x_2 \mid y_2)$ په یوه کرښه پراته دي.

بیلګه:

$P_1(-3 \mid -1)$ $P_2(4 \mid 6)$ وتونمساوات: $P_1(-3 \mid -1)$ $P_2(4 \mid 6)$

دجګوالي ټاکنه: $f(x) = a_1 x + a_0$

جګوالی کیږدئ $f(x) = 1 \cdot x + a_0$ او د ټکي ازماینت د $P_2(4 \mid 6)$ او یا د P_1 لپاره

$P_2(4 \mid 6) \Rightarrow f(4) = 6 \Leftrightarrow 1 \cdot 4 + a_0 = 6 \mid -4 \Leftrightarrow a_0 = 2 \Rightarrow f(x) = x + 2$

یا د کرښیزمساوات تولیزه بڼه د دوه ټکو له لارې و کاروئ

$$f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

دا هم وګورئ

د کرښیزمساوات ځانګړی حالت.

په واتن a_0 د x محور ته غبرګ: د y محور ته غبرګ په واتن a .

(c) ketabton.com: The Digital Library

$x = a$	$f(x) = a_0$

دا هم وګورئ.

د دوه کرښو پروتځای نسبت یو بل ته.

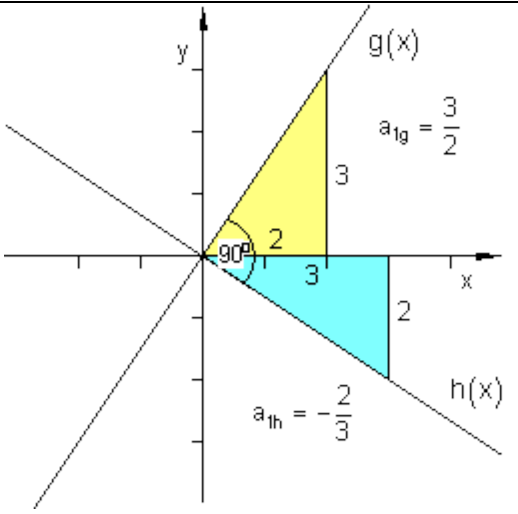
دوه کرښي f او g کیدی شي یو بل سره غوځي کړي، یو بل سره غبرګي یا کټمټ وي.

د حل اینونه د توابعمساواتو د برابراینوونې f(x) = g(x)له لارې.

که f(x) = g(x) تیک یو حل ولري، نو د f اوg ګرافونه سره په یوه ټکي کې غوځوي.
کرښې مختلف جګوالي لري.

که f(x) = g(x) کوم حل ونه لري، نو دواړه کرښې ګډ ټکی نه لري. دوی یو له بل سره غبرګې ځغلي

که f(x) = g(x) ناپای ډیر حلونه ولري، نو دواړه کرښې سره کټمټ دي.
اوتوګونالي کرښې (دوه کرښې یو په بل عمود(ولاړې) ولاړې دي).

د دوه یو په بل ولاړو عمود(ولاړو) کرښو g او h لپاره باور لري: $a_{1g} \cdot a_{1h} = -1$ همدلسې $a_{1g} = -\frac{1}{a_{1h}}$ یا $a_{1h} = -\frac{1}{a_{1g}}$	

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

کرښیز توابع برخه VIII

لومړی: یوه کرښه K_f د هغه د مساوات له لارې ورکړ شوې ده.تابع مساوات $f(x) = a_1x + a_0$ یې ولیکی او د هر ګراف په یوه مناسب کووردینات سیستم کې وکاږئ.

الف - $K_f : 2x - 3y = 7$ ب - $K_f : 3y - 4x - 1 = 0$ پ - $K_f : y - 95x = 0$

ت - $K_f : \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$ ټ - $K_f : -\frac{x}{3} + \frac{y}{5} = 1$ ث – $K_f : y = \sqrt{3}(x - 2)$

دویم: کرښیز تابع $f(x)$ د $f(x) = 1{,}25x + 1{,}5 \quad x \in \mathbb{R}$. سره ورکړ شوی دی.

الف- د تابع ارزښتونه وشمیرئ: $f(0); f(-1{,}5); f(0{,}7); f(\pi); f\left(\frac{\pi}{2}\right); f(u)$

ب: تابع په کوم ځا ی کې ارزښت 5- لري؟

پ- د کوم افقي قیمت لپاره ارزښتونه مثبت(زاتیز) دي؟

ت- وښایئ،چې $f(u+2)-f(u)$ له u خپلواک دی.

دریم: د لاندې کرښزو مساواتو محورغوڅټکي وټاکئ او په یوه کواوردیناتسیستم کې یې ګرافونه رسم کړئ.

الف - $f(x) = -\frac{3}{2}x + 4$ ب - $f(x) = -4x - 3{,}5$ پ - $f(x) = \frac{3}{7}x - 3$

ت - $f(x) = \frac{x}{6} + \frac{5}{6}$ ټ - $f(x) = 2(x + 1{,}25)$ ث - $f(x) = -\frac{8}{3}x + \frac{5}{4}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

خلورم: د غبرګو مساوات و کرښي د $g(x) = -2x+4$ سره د ټکي $P(-3|1)$ له لارې وټاکئ.

پنځم: کرښه د تابع مساوات $f(x) = 1,5x$ سره په کواورديناتسيستم کي رسم کړئ. بې له نورو مرستندويو موادو دا لاندې کرښي هم ور رسم کړئ.

$$g(x) = 1,5(x-2)\ ;\ h(x) = 1,5x - 2\ ;\ i(x) = 1,5(-x)\ ;\ j(x) = 1,5(2x)$$

شپږم: فيرما "Big Beauty" د شونډورنګ "Amore"توليدوي. دا په توليد کي منځ ته راغلي لګښونه د د توليد شوو دانوتعداد يع واک کي يا تابع دي. د $x = 100$ دانو په توليد سره € 385 لګښت منځ ته راځي، د $x = 200$ دانو په توليد سره € 410 لګښت منځ ته راځي. د دانوتعداد او د منځ ته راغلو لګښتونو ترمنځ يوه کرښيزه اړيکه شتون لري.

الف- د لګښت تابع وليکئ.

ب- د $x = 140$ دانو توليد سره د داني لګښت څومره دی

پ- د خورا زياتو دانو توليد سره د داني لګښت د کوم ارزښت لور ته هڅيږي؟

ت- په کوم ډيرئ يا ستېx سره د ګټي ساحه پرته، که د هر شونډو رنګ خرڅلاو قيمت € 5,20 لاس ته راوړل شي؟

ټ- د(K(x (دلګښت تابع) او(E(x (د خرڅلاو تابع) ګرافونه په يوه کواورديناتسيستم کي وکاږئ.

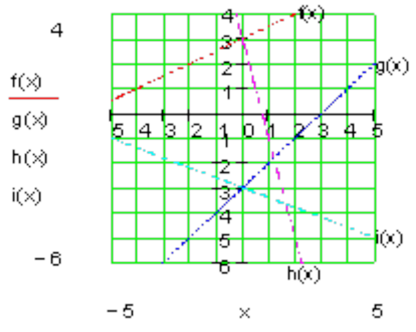
اوم: کوم مساوات په کومهکرښه اړه لري؟ خپله پريکړه په دليل ړدانه کړئ.

$g_1:\ f(x) = -4x+3$

$g_2:\ 5y - 2x + 15 = 0$

$g_3:\ f(x) = x - 3$

$g_4:\ f(x) = 0,5x + 3$



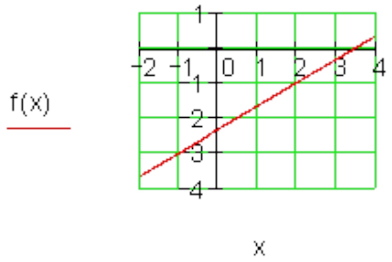
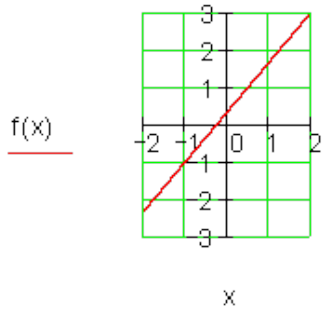
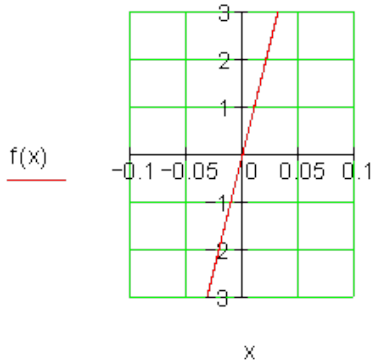
(c) ketabton.com: The Digital Library

ځوابونه

کرښیز توابع VIII

مفصل حلونه

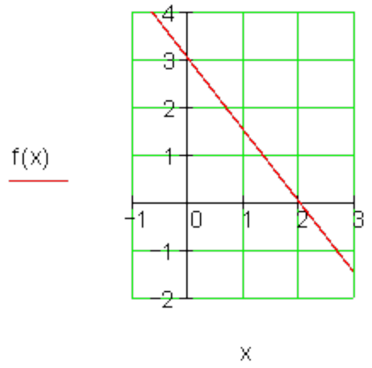
لومړی:

$K_f: 2x-3y=7$ $\Rightarrow f(x)=\frac{2}{3}x-\frac{7}{3}$	
$K_f: 3y-4x-1=0$ $\Rightarrow f(x)=\frac{4}{3}x+\frac{1}{3}$	
$K_f: y-95x=0$ $\Rightarrow f(x)=95x$	

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$K_f : \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$$

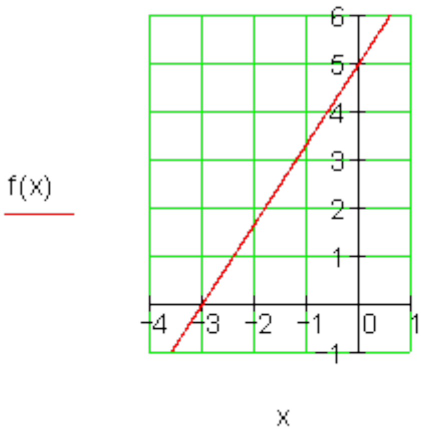
$$\Rightarrow f(x) = -\frac{3}{2}x + 3$$



$$K_f : -\frac{x}{3} + \frac{y}{5} = 1$$

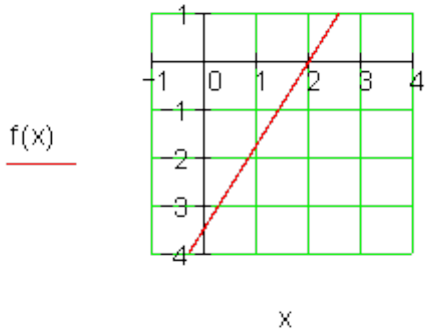
$$\Rightarrow f(x) = \frac{5}{3}x + 5$$

دلته



$$K_f : y = \sqrt{3}\,(x-2)$$

$$\Rightarrow f(x) = \sqrt{3}x - 2\sqrt{3}$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم:

الف- نتيجې په درې ځايونو راټوأ شوې دي: $f(x) = 1,25x + 1,5$

$$f(0) = 1,25 \cdot 0 + 1,5 = 1,5 \qquad f(-1,5) = 1,25 \cdot (-1,5) + 1,5 = -0,375$$

$$f(0,7) = 1,25 \cdot 0,7 + 1,5 = 2,375 \qquad f(\pi) = 1,25 \cdot \pi + 1,5 = 5,427$$

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1,25 \cdot \frac{\pi}{2} + 1,5 = 3,463 \qquad f(u) = 1,25u + 1,5$$

ب-

$$f(x) = 1,25x + 1,5 = -5 \Rightarrow 1,25x + 1,5 = -5 \Rightarrow x = -5,2$$

$$f(x) = -5 \text{ für } \underline{\underline{x = -5,2}}$$

پ –

$$\begin{aligned} & f(x) = 1,25x + 1,5 > 0 \\ & \Rightarrow 1,25x + 1,5 > 0 \mid -1,5 \\ & \Leftrightarrow 1,25x \quad > -1,5 \mid : 1,25 \\ & \Leftrightarrow x \quad > -1,2 \end{aligned}$$

$$\underline{\underline{f(x) > 0 \text{ für } x > -1,2}}$$

ت -

$$f(u+2) = 1,25(u+2) + 1,5 = 1,25u + 2,5 + 1,5$$

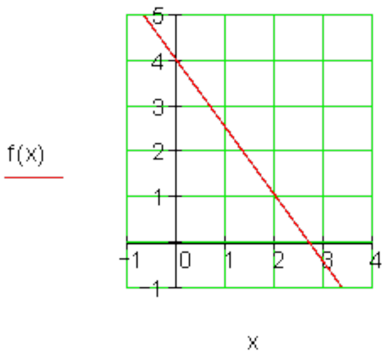
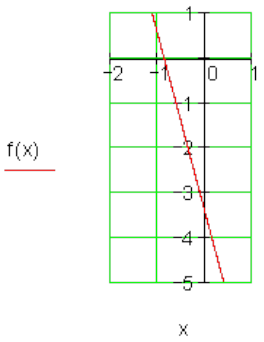
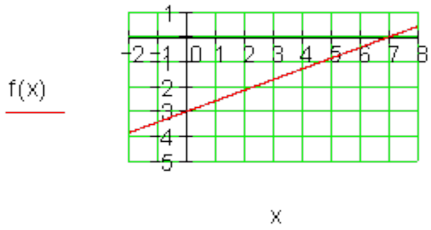
$$f(u) = 1,25u + 1,5$$

$$f(u+2) - f(u) = 1,25u + 2,5 + 1,5 - 1,25u - 1,5 = 2,5$$

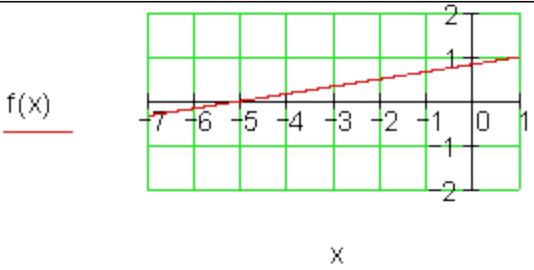
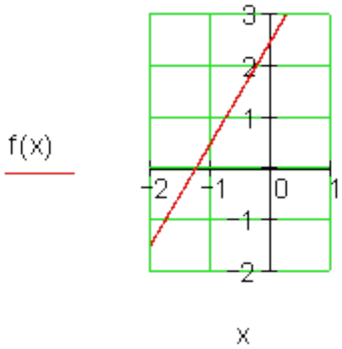
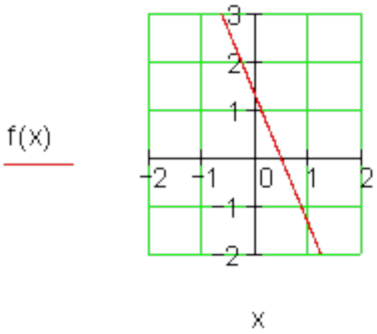
له u خپلواک دی.

دريم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) = -\frac{3}{2}x + 4$ $f(0) = 4$ $\Rightarrow P_y(0 \mid 4)$ $f(x_s) = -\frac{3}{2}x_s + 4 = 0$ $\Rightarrow x_s = \frac{8}{3}$ $\Rightarrow P_x\left(\frac{8}{3} \mid 0\right)$	
$f(x) = -4x - 3,5$ $f(0) = -3,5$ $\Rightarrow P_y(0 \mid -3,5)$ $f(x_s) = -4x - 3,5 = 0$ $\Rightarrow x_s = -\frac{7}{8}$ $\Rightarrow P_x\left(-\frac{7}{8} \mid 0\right)$	
$f(x) = \frac{3}{7}x - 3$ $f(0) = -3$ $\Rightarrow P_y(0 \mid -3)$ $f(x_s) = \frac{3}{7}x - 3 = 0$ $\Rightarrow x_s = 7$ $\Rightarrow P_x(7 \mid 0)$	

(c) ketabton.com: The Digital Library

	$f(x)=\frac{x}{6}+\frac{5}{6}$ $f(0)=\frac{5}{6}$ $\Rightarrow P_y\left(0\mid\frac{5}{6}\right)$ $f(x_s)=\frac{x}{6}+\frac{5}{6}=0$ $\Rightarrow x_s=-5$ $\Rightarrow P_x(-5\mid 0)$
	$f(x)=2(x+1,25)=2x+2,5$ $f(0)=2,5$ $\Rightarrow P_y(0\mid 2,5)$ $f(x_s)=2x+2,5=0$ $\Rightarrow x_s=-\frac{5}{4}$ $\Rightarrow P_x\left(-\frac{5}{4}\mid 0\right)$
$f(x)=-\frac{8}{3}x+\frac{5}{4}$ $f(0)=\frac{5}{4}$ $\Rightarrow P_y\left(0\mid\frac{5}{4}\right)$ $f(x_s)=-\frac{8}{3}x+\frac{5}{4}=0$	

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\Rightarrow x_s = \frac{15}{32}$ $\Rightarrow P_x\left(\frac{15}{32} \mid 0\right)$	

ځلورم:

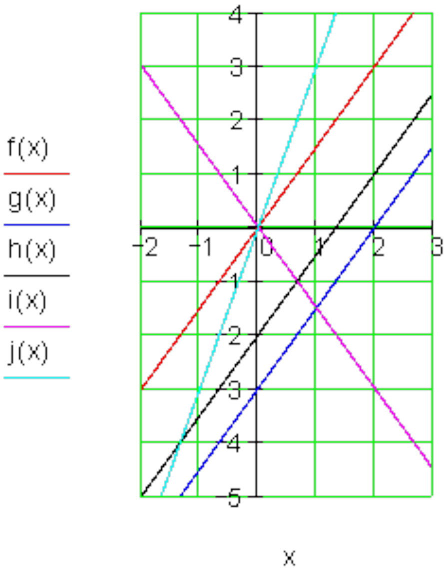
g(x) = -2x+4 غبرگه h(x)له P(-3|1) څخه تيريږي.

غبرگه همغه یا برابر جگوالی لري.

h(x) = -2x+a0

$$P(-3 \mid 1): \quad h(-3) = -2 \cdot (-3) + a_0 = 1 \Rightarrow a_0 = -5 \Rightarrow h(x) = -2x - 5$$

پنځم:

f(x) = 1,5x g(x)=1,5(x-2) په 2 ښي لورته كښونه h(x)=1,5x-2 په 2 كښته لور ته i(x)=1,5(-x)=-xكښونه په y -محور هدنارونه j(x)=1,5(2x)=3x دبل جگوالی	

شپږم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- $P_1(100\,|\,385); P_2(200\,|\,410)$ ، قيمتتابع: $K(x) = a_1x + a_0$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{410 - 385}{200 - 100} = 0,25 \Rightarrow K(x) = 0,25x + a_0$$

$$P_1(100\,|\,385): \quad K(100) = 0,25 \cdot 100 + a_0 = 385 \Rightarrow a_0 = 360$$

له دې څخه لاس ته قيمت تابع راځي: K(x) = 0,25x+360

ب-

د140 دانو لپاره قيمت: K(140)=0,25.140+360=395

د داني قيمت= دانه/قيمت=

$$\cdot = \frac{K(x)}{x} = \frac{K(140)}{140} = \frac{395}{140} = \underline{\underline{2,82}}$$

د 140دانو توليد سره د داني لګښت € 2,82 دی..

پ- د داني لګښت يا قيمت= دانه/ لګښت=

$$= \frac{Kosten}{Stück} = \frac{K(x)}{x} = \frac{0,25x + 360}{x} = 0,25 + \frac{360}{x}$$

د ډېرو لويو دانوګڼون يا –تعداد سره ترم $\frac{360}{x}$ تل کوچنی کيږي، داسې چې د دانو قيمت يا لګښت تل زيات د€0,25 ارزښت ته نږدې کيږي.

دا شميرپوهنيز يا رياضيکي داسې ليکل کيږي::

$$o: \lim_{x \to \infty} \frac{K(x)}{x} = 0,25$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت- ګټه ځای په ځايوالی په دې معنا، چې خرڅلاو E(x) دومره لوي دی لکه لګښت K(x)

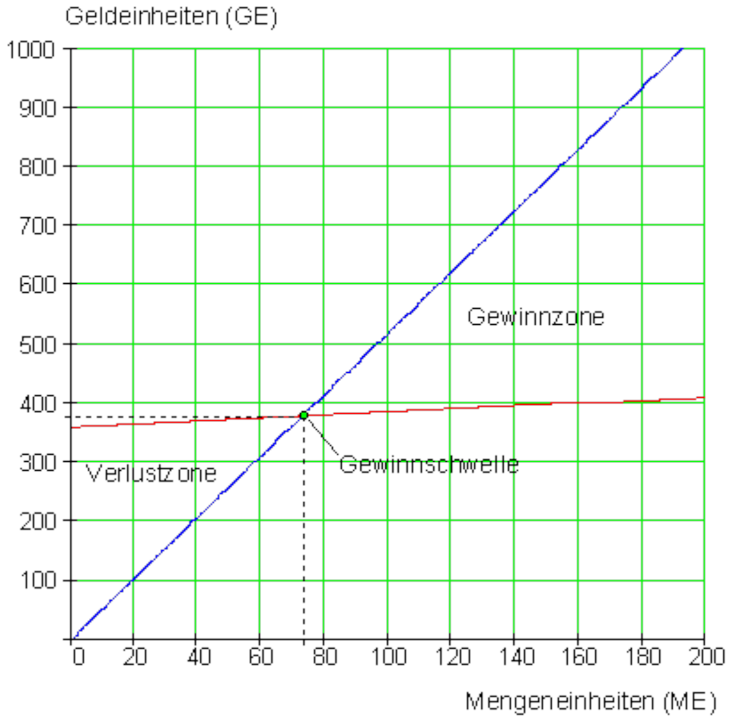
$$E(x) = p \cdot x = 5{,}2x \quad K(x) = 0{,}25x + 360$$

$$E(x) = K(x) \Leftrightarrow 5{,}2x = 0{,}25x + 360 \Leftrightarrow x = \frac{360}{4{,}95} \approx \underline{\underline{73}}$$

د 73 دانو ډېری يا سټ د شونډو پنسل خرڅلاو وروسته ګټه کيږي.

ټ-

اسعارواحدونه



سټ واحدونه

پروت محور: د ډېری يا سټ يوون يا واحد. ولاړ: د پيسوواحد. په منځ کط له کښته پورته لور تځ: د تاوان ورشو يا ساحه، د برابروالي ورشو، د ګټط ورشو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوم:

$g_1: h(x) = -4x + 3$ w د $P_y(0|3)$ او $a_1 = -4$ له امله

$g_2: y = \frac{2}{5}x - 3$ په ګرافيک کې نه راځي

$g_{3:}\ g(x) = x - 3$ د $P_y(0|-3)$ ا و d $a_1 = 1$ له امله

$g_{4:}\ f(x) = \frac{1}{2}x + 3$ د $P_y(0|3)$ او $a_1 = \frac{1}{2}$ له ا مله

کرښيزمساوات

برخه X

لومړی: د يوه کرښيز تابع د تابع ترم دی: $f(x) = \frac{4}{3}x - 2$

الف- ټکی A(u|-1) په ګراف پروت دی. u وټاکئ

ب – د f(x) صفرځايونه وټاکئ

پ- د x د کوم ارزښت لپاره باور لري f(x) < 1 ؟

ت -د f(x) ارزښتډېری یا –سټ وټاکی، که $D_f = \{x \mid 0 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$ وي.

ټ- د f(x) ګراف داسې و کښوی، چې کښول شوې کرښه د x -محور په x=-2کې غوڅه کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم: دوه توابع f(x) او h(x) ورکړی. د کرښيز تابع h(x)ګراف له سرچينې يا پيل څخه تيريږي.

h(x) وټاکی، که h(x)=f(0) او $f(x) = 2e^x ; x \in \mathbb{R}$ وي.

دريم: د کرښيز تابع f(x)سفرځايونه او وټاکی، که لاندط اړيکې معلومې وي:

$$f(-4) = 2$$
$$f(1) = -4$$

څلورم: وښايی:

ټکي $P_1\left(\frac{\pi}{2} | -1\right); P_2\left(\frac{3\pi}{2} | -5\right)$ او $P_3\left(-\frac{\pi}{2} | 3\right)$ په يوه کرښه پراته دي.

پنځم: کرښه g داسې راکاښل کيږي، چې راکښلي کرښه h له ټکي P څخه تيريږي. د h مساوات يا برابرون وټاکی.

$$g(x) = -0,25x + 1 \qquad P(3 | 4)$$

شپږم: د د کومو ارزښتونو لپاره کرښه په ټکو $P_1(0 | 1,5k)$ او $P_2\left(\sqrt{3k} | 2k\right)$ کې جګوالی $a_1 = 1$ لري؟

اوم: حل کړی:

الف- f(x) = 0,5x-3. د f(x)>o لپاره د x -ارزښتونه وټاکی

ب- g(x) = 1,25x ; f(x) = 0,5x-3 . غوځټکی وټاکی.

اتم: په يوه زخيره ټانک کې 9500 لیvته اوبه پرتې يا خوندي دي. هره وځ له ټانک څخه 160 ليتره اوبه وېستل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- د دې (شي) حالت لپاره تابعمساوات وليکئ.

ب-له څومره ورځو وروسته ټانک تشيږي؟

پ- د تابع ګراف وکاږئ.

نهم: يو بايلسکلځغاستی A په يوه وختځغاسته کې دچټکتيا منځ ارزښت 25 km/h ته رسيږي.

بايسکلځغاستیB 20 دقيقې د A څخه وروسته خوزي او يو منځنۍ چټکتيا 45 km/h ته رسيږي.

چيرته او کله بايسکلځغاتی B وA ته رسيږي؟ يوه سکيڅي چمتو کړئ.

ځوابونه:

نتيجې او مفصل ځوابونه

نتيجې :

لومړی:

الف- $u = \frac{3}{4}$ ب - $P_x\left(\frac{3}{2} \mid 0\right)$ پ - $f(x) > 1 \text{ für } x > \frac{9}{4}$

ت - $W_f = \left\{y \mid -2 \le y \le \frac{10}{3}\right\}_{\mathbb{R}}$ ټ - $g(x) = \frac{4}{3}x + \frac{8}{3}$

دويم:

$h(x) = 2x$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم: $P_x\left(-\frac{7}{3}|0\right)$ $f(x)=-\frac{6}{5}x-\frac{14}{5}$

څلروم: له P1 اوP2 څخه لرويا ترې لاس ته راځي $f(x)=-\frac{4}{\pi}x+1$

د $P_3\left(-\frac{\pi}{2}|3\right)$ لپاره ټکی ازماښت راکوي، P3په f(x) پرته.ه د

پنځم:: $h(x)=-0,25x+4,75$

شپږم: $k=12$

اوم: الف - $f(x)>0$ für $x>6$ ب - $S(-4|-5)$

اتم: الف - $f(x)=-160x+9500$

ب – ټانک له څه نا څه ۵۹،۴ ورځو وروسته تش دی.

ت – ګراف د مفل ځواب سره کښل شوی دی.

نهم: بایسکلځغاستی A له بایسکلځغاستي B څخه د45 دقیقو وروسته نیول کیږي. نو B 25 دقیقي په لار وو. دواړو ځغاستو یوه د 18,75 km لار وهلې ده.

مفصل ځوابونه:

لومړی: الف -

$$f(x)=\frac{4}{3}x-2 \quad A(u|-1): \quad f(u)=\frac{4}{3}u-2=-1$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3}u-2=-1|+2 \Leftrightarrow \frac{4}{3}u=1|:\frac{4}{3} \Leftrightarrow u=\frac{3}{4}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب –

$$f(x_s)=\frac{4}{3}x_s-2=0 \qquad \Rightarrow \frac{4}{3}x_s-2=0 \Rightarrow x_s=\frac{3}{2} \Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(\frac{3}{2}\,|\,0\right)}}$$

پ –

$$f(x)=\frac{4}{3}x-2>1 \qquad \Rightarrow \frac{4}{3}x-2>1 \Rightarrow x>\frac{9}{4} \qquad \underline{\underline{f(x)>1 \text{ für } x>\frac{9}{4}}}$$

ت –

$$f(x)=\frac{4}{3}x-2 \quad D_f=\{x\,|\,0\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$$

$$f(0)=-2 \quad f(4)=\frac{4}{3}\cdot 4-2=\frac{10}{3} \Rightarrow \underline{\underline{W_f=\left\{y\,|\,-2\le y\le\frac{10}{3}\right\}_{\mathbb{R}}}}$$

ټ –

د xs=-2 g(x) صفرځای دي وي، نو

$P_x(-2\,|\,0)$

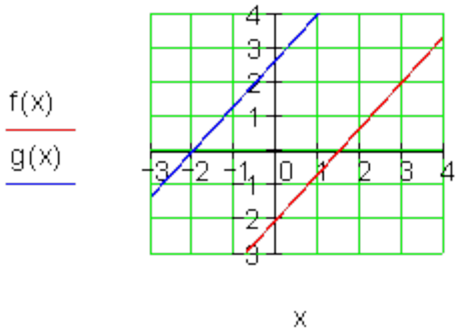
جګیدنه ساتلې پاتیږي

$$g(x)=\frac{4}{3}x+a_0$$

$$\Rightarrow g(x_s)=g(-2)=\frac{4}{3}(-2)+a_0=0$$

$$\Rightarrow a_0=\frac{8}{3} \Rightarrow \underline{\underline{g(x)=\frac{4}{3}x+\frac{8}{3}}}$$

په 14/3 پورته لور ته راکښنه
یا په 3,5 کین لور ته راکښنه



دویم:

$$f(x)=2e^x \quad h(x)=a_1x$$

$$h(1)=f(0) \Rightarrow a_1=2e^0=2\cdot 1=2 \Rightarrow a_1=2$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{h(x)=2x}}$$

دریم:

$$f(-4)=2 \Rightarrow P_1(-4\,|\,2);\ f(1)=-4 \Rightarrow P_2(1\,|\,-4)$$

$$\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-4-2}{1-(-4)}=-\frac{6}{5} \Rightarrow f(x)=-\frac{6}{5}x+a_0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_2(1|-4):\quad f(1)=-\frac{6}{5}\cdot 1+a_0=-4\Rightarrow a_0=-\frac{14}{5}\Rightarrow f(x)=-\frac{6}{5}x-\frac{14}{5}$$

$$f(x)=0\Leftrightarrow -\frac{6}{5}x-\frac{14}{5}=0\,|\cdot 5\Leftrightarrow -6x-14=0\Rightarrow x=-\frac{7}{3}\Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(-\frac{7}{3}|0\right)}}$$

څلورم: د المانظ ښنتو له پورته کښته لور ته: د... لپاره ضرب، په پروت دی.

$$P_1\left(\frac{\pi}{2}|-1\right);P_2\left(\frac{3\pi}{2}|-5\right);P_3\left(-\frac{\pi}{2}|3\right);f(x)=a_1x+a_0$$

$$\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-5-(-1)}{\frac{3\pi}{2}-\frac{\pi}{2}}=-\frac{4}{\pi}\Rightarrow f(x)=-\frac{4}{\pi}x+a_0$$

$$P_1\left(\frac{\pi}{2}|-1\right):\quad f\left(\frac{\pi}{2}\right)=-\frac{4}{\pi}\cdot\frac{\pi}{2}+a_0=-1\Rightarrow a_0=1\Rightarrow f(x)=-\frac{4}{\pi}x+1$$

د $P_3\left(-\frac{\pi}{2}|3\right)$ لپاره ټکی ازماېښت:

$$f\left(-\frac{\pi}{2}\right)=-\frac{4}{\pi}\cdot\left(-\frac{\pi}{2}\right)+1=2+1=3\Rightarrow \underline{\underline{P_3\left(-\frac{\pi}{2}|3\right)}}$$

په $f(x)$ پروت دی.

پنځم: $g(x)=-0,25x+1$ $h(x)$له $P(3|4)$ څخه تيريږي.

د $h(x)$راکښل کرښې لپاره جګېدنه برابره پاتې کيږي.

$$\Rightarrow h(x)=-0,25x+a_0$$

$$P(3|4):\quad h(3)=-0,25\cdot 3+a_0=4\Rightarrow a_0=4,75\Rightarrow \underline{\underline{h(x)=-0,25x+4,75}}$$

شپږم:

$$P_1(0|1,5k);P_2\left(\sqrt{3k}|2k\right);a_1=1$$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{2k-1,5k}{\sqrt{3k}-0}=\frac{0,5k}{\sqrt{3k}}=1$$

$$\Leftrightarrow 0,5k=\sqrt{3k}\Leftrightarrow 0,25k^2=3k\Leftrightarrow 0,25k=3\Leftrightarrow \underline{\underline{k=12}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوم: الف – $f(x)=\frac{1}{2}x-3 \quad f(x)>0$

$\Rightarrow \frac{1}{2}x-3>0 \Leftrightarrow x>6$ نو $f(x)>0$ د $x>6$ لپاره

ب - $f(x)=\frac{1}{2}x-3;\ g(x)=\frac{5}{4}x$

د غوښتکي لپاره شرطونه: $g(x_s)=f(x_s)$

$$\Rightarrow \frac{5}{4}x_s=\frac{1}{2}x_s-3 \Leftrightarrow x_s=-4$$

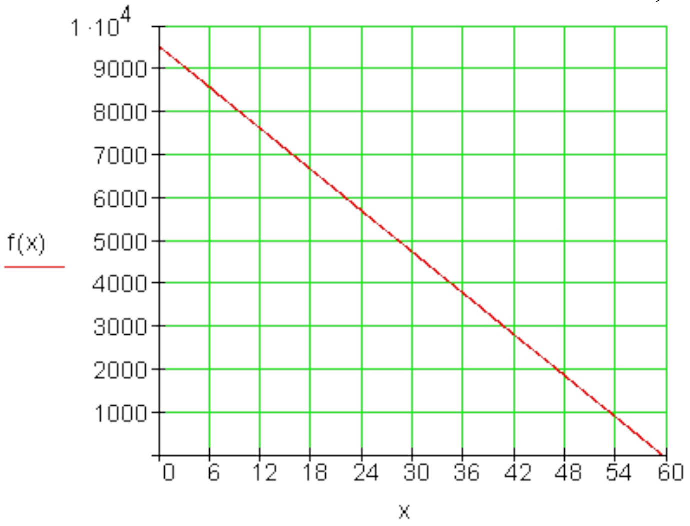
$$y_s=g(x_s)=g(-4)=\frac{5}{4}\cdot(-4)=-5 \Rightarrow \underline{\underline{S(-4\,|\,-5)}}$$

اتم: الف- x =ورځې: $f(x)$ = د ټانک خونديونه

$\Rightarrow f(x)=-160x+9500$

ب = اينوونه: $f(x)=0 \Leftrightarrow -160x+9500=0 \Leftrightarrow x=\frac{9500}{160}\approx 59{,}4$

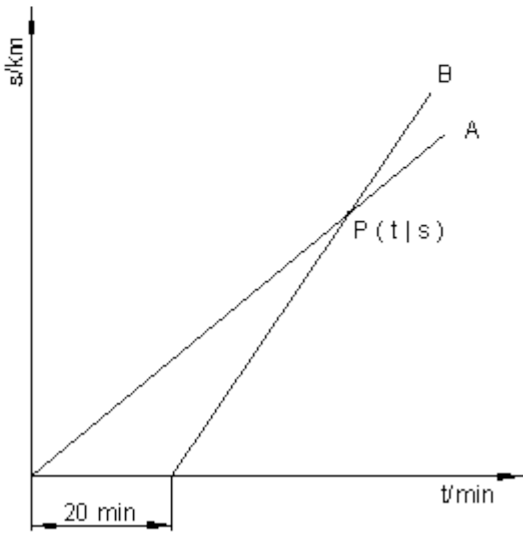
ټانک له 59,4ورځو څخه وروسته تش دی.



ت -

(c) ketabton.com: The Digital Library

نهم:



بایسکل ځغلونکی A له ۴۵ دقیقو تلنې وروسته له بایسکل ځغلونکې B څخه رانیول کیږي.

بایسکل ځغلونکی B بیا له ۲۵ دقیقو په لار وو. دواړو ځغلونکو یوه د ۱۸،۷۵ کیلو متره لار وهلې .

$$A: \quad s_A = v_A \cdot t$$

$$B: \quad s_B = v_B(t-20)$$

B لهA څخه 20 دقیقې وروسته په خوزښت پیل کوي

د دواړو کرښو غوڅټکی نتیجه راکوي:

$$s_B = s_A \Leftrightarrow v_B(t-20) = v_A t$$

له t ساعته وروسته

$$\Rightarrow t = \frac{20\, v_B}{v_B - v_A}$$

که سرعت یا چټکتیا په km/min واړول شي، سړی کړی شي په شمیرلو کې په واحد سرف نظر وکړي.

$$v_A = 25\,\frac{km}{h} = \frac{25}{60}\,\frac{km}{min} = \frac{5}{12}\,\frac{km}{min}$$

$$v_B = 45\,\frac{km}{h} = \frac{45}{60}\,\frac{km}{min} = \frac{9}{12}\,\frac{km}{min}$$

$$t = \frac{20 \cdot \frac{9}{12}}{\frac{9}{12} - \frac{5}{12}} = \underline{\underline{45}}\ (min)$$

$$s_A = \frac{5}{12} \cdot 45 = \underline{\underline{18,75}}\ (km)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.6 مربع توابع

2 . 6.1 څلورۍ- یا مربع توابعو ته ننوتنه یا پیل

ننوتنه یا پیل

هرڅوک چې موټر زده کوي، باید پوه وي، چې د بریک په وخت کې په پاخه سرک د بریک نیولو او د موټر دریدځای ترمنځ څنګه سره یوځای کیدی شي یا جمعه کیدی شي..

د لاندې موټر قانون سره سم له چټکتیا(سرعت) v په km/h (کیلومتر په ساعت) د عکس العمل لار r د بریک لار b په متر شمیرلکیدی شي.

پام (خبرداری) : د بیلګې په توګه د المان پخوانی او له څخه نوي قانون.

له څخه د تملار په وچ اسفالت شوي سرک د پل بریکلار سره شمیرل کیږي.

د بریک لار $b = \left(\frac{v}{10}\right)^2$ د عکس العمل لار $r = \frac{v}{10} \cdot 3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

يادونه: د څه وخت را په دې خوا په جرمني کې د بريکلار لپاره دا فرمول باور لري.:

$$I:\ b = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{v}{10}\right)^2$$

د بريک همدا ډول د عکس العمل لار په متر (m) راوځي، که چټکتيا يا سرعت په کيلومتر په ساعت (km/h)وي.

الف – د دواړو حالتونو لپاره د s = f(v) تابع مساوات   و ټاکئ ، د کوم لپاره چې په هره تللې چټکتيا يا سرعت تمالار شميرل کيدى شي.

ب - د تابع مشاوات s = f(v) د دواړو حالتونو لپاره د وهل شوى سرعت   v = 0,   10, 20, 30, ... 100 km/h سره د ه يوه   د توقف لار چې شميرل کيږي.

پ : په کواورديناتسيستم کې يا د وضعيه قيمتسيستم کې ګراف رسم کړئ.

ت: ټوله لاس ته راوړې نتيجه تشريح کړئ.

Problemlösung: د پرابلم حل:

الف: د تابع مساوات:

$f(v) = \left(\frac{v}{10}\right)^2 + \frac{v}{10}\cdot 3 = \frac{1}{100}v^2 + \frac{3}{10}v$	زوړ قانون:
$I:\ f(v) = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{v}{10}\right)^2 + \frac{v}{10}\cdot 3 = \frac{1}{200}v^2 + \frac{3}{10}v$	نوى قانون:

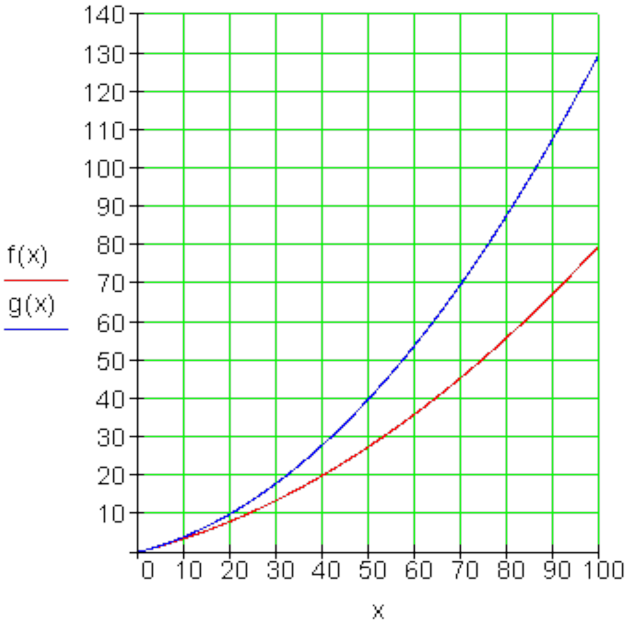
ب - : ارزښتجدول(په کيلو متر په ساعت کې)

v (in km/h)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	
f(v) (in m)	0	4	10	18	28	40	54	70	88	108	130	alt
f(v) (in m)	0	3,5	8	13,5	20	27,5	36	45,5	56	67,5	80	neu

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ - ګرافونه

$$f(x) := \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{x}{10}\right)^2 + 3\cdot\frac{x}{10} \qquad g(x) := \left(\frac{x}{10}\right)^2 + 3\cdot\frac{x}{10}$$



د x محور هر ه وهل شوی لار په km/h په ګوته کوي.

د y - محور د هر همغه د توقفلار په m په ګوته کوي.
ت – کومنتار

د نوي نظم وروسته د د چټکتیا(سرعت) زیاتیدني توپیر تل زیاتیږي. د 50 km/h چټکتیا سره نوی د تم کیدلو لار 27,5 m ده، دا د زړې لار 40 m نږدې 69% ده. په 100 km/h دا نوې لار نوره فقط ده، دا د زړې 130 m لارېا نږدې 61% ده. د برېک نیولو لار کمېدنه د برېک ښه کیدو(ABS) سره موخه وره ده.

د تابع مساوات د ټیک پاموړتیا او ګراف له امله موږ کره کوو، چې دا نه کرښیز مساوات دی او نه یوه کرښه. انځوروي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تابع مساوات لاندې بڼه لري: $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$

داسي تابع مربع تابع بولو او يا هم د2 –مي درجي ټول(تام) راشنل توابع.

گرافونه يي پارابول بلل کيږي.

تمرينونه:

د لاندې پارابولونو گرافونه وکاږئ.

د دې لپاره ارزښت جدول وليکئ

اول - $f(x) = x^2 + 4x - 5$ دويم $f(x) = x^2 + 2x + 5$ دريم - $f(x) = -x^2 + x + 6$

ځلورم - $f(x) = x^2 - x$ پنځم - $f(x) = x^2 - \frac{1}{9}$ شپږم - $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 3$

اوم - $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$ اتم - $f(x) = -2x^2 + 8x - 11$

نهم م- $f(x) = 3x^2 - 3x$ لسم - $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + \frac{11}{2}x + 10$

نورمال پارابل، بڼه ضريب او راکښنې

د کار قرارداد:

د a2 د مختلفو ارزښتونو لپاره تابع $f(x) = a_2x^2$ وڅيړئ او گراف په وضعيه قيمت سيستم کې وکاږئ:

$$f_1(x) = x^2 \quad f_2(x) = \frac{3}{2}x^2 \quad f_3(x) = \frac{1}{4}x^2 \quad f_4(x) = -\frac{1}{4}x^2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د انځور شوي پارابل تابع مساوات یو له بل د x^2 ضریب a_2 له امله توپیروي.

$f_1(x) = x^2$

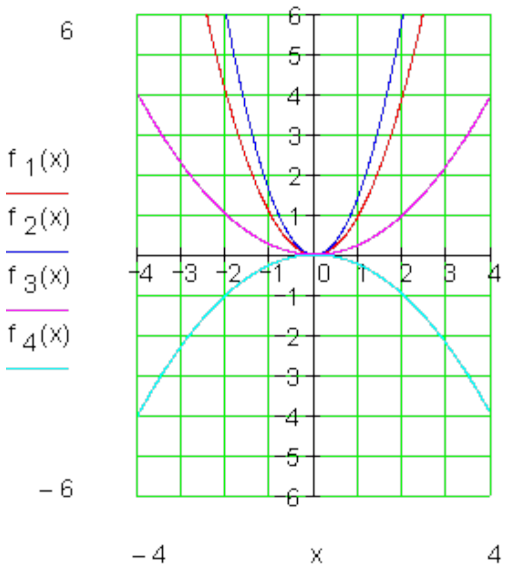
$f_2(x) = \frac{3}{2}x^2$

$f_3(x) = \frac{1}{4}x^2$

$f_4(x) = -\frac{1}{4}x^2$

دا ضریب a_2 د پارابل د بنې لپاره مسول او له دې امله د بنې ضریب بلل کیږي.

د تقاطع ټکی S وضعیه قیمتونه S (0 | 0) لري.



بنه ضریب د پارابل قواري یا شکل ته څنګه تغیر ورکوي؟

د پارابول په نخښنه ونه	ضریب بنې
نورمال پارابو ل غزېدلی پارابول کېکاږلی پارابول پهx محور هنداره شوی نورمال پارابول غزېدلی پارابول، په x -محور هنداره شوی کیکاږلی پاربول، په x –محور هنداره شوی	$a = 1$ → $a > 1$ → $0 < a < 1$ → $a = -1$ → $a < -1$ → $-1 < a < 0$ →

د کار قرارداد:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د a_0 د مختلفو ارزښتونو لپاره د $f(x) = x^2 + a_n$ تابع مطالع کړی او په وضعیه قیمتسیستم کي يي ګراف رسم کړی: $f_1(x) = x^2$ $f_2(x) = x^2 + 2$ $f_3(x) = x^2 - 2$

دا یو راکښلی نورمال پارابل دی، چي ککرئ ټکی(د ر آس نقطه) S دa_0 په واحدونو راکښل شوي ده.

$f_1(x) = x^2$

$f_2(x) = x^2 + 2$

$f_3(x) = x^2 - 2$

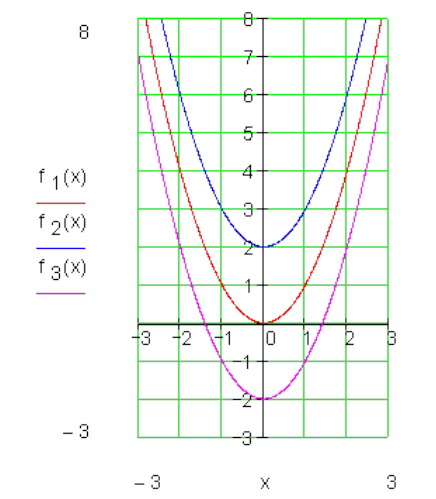
راکښنه دy محور په اوږدوالي باندي صورت نیسي ، چېرته چي د راکښني لور د a_0د مخنښي له لاري ټاکل کیدی شي.

د تقاطع ټکی S کواوردينات S (0 | a_0) لري.

$f_1(x) = x^2$

$f_2(x) = x^2 + 2$

$f_3(x) = x^2 - 2$



د کار ورکوني قرارداد:

د$f(x) = (x+u)^2$ تابع د u د مختلفو ارزښتونو لپاره راکښنه وڅیړی او ګراف يي په وضعیه قیمتسیستم کي x رسم کړی

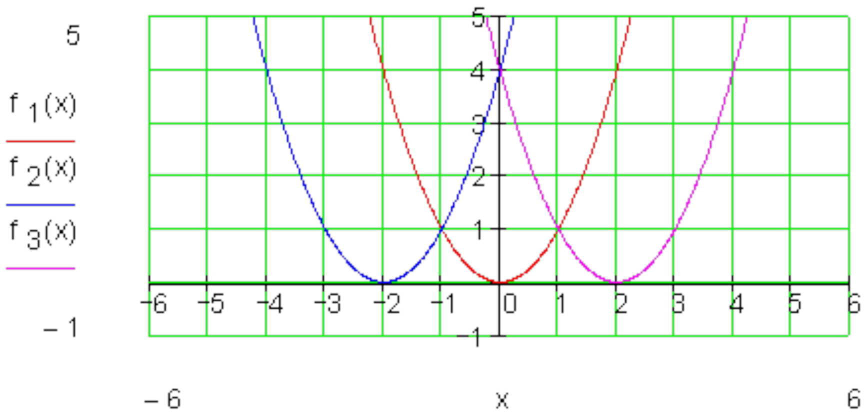
$f_1(x) = x^2$ $f_2(x) = (x + 2)^2$ $f_3(x) = (x - 2)^2$

د ارزښت جدول:

(c) ketabton.com: The Digital Library

---

f_1	x	−2	−1	0	1	2	f_2	x	−4	−3	−2	−1	0	f_3	x	0	1	2	3	4
	y	4	1	0	1	4		y	4	1	0	1	4		y	4	1	0	1	4



د ا یو راکښلی (چي ځای ته یي تغیر ورکړ شوی وي) نورمال پارابول دی، چي ککرئ ټکی(د رأس نقطه) S یي د u په واحدونو(یوونونو) دx په محور راکښل یا کښول شوي ده. دS غوڅټکی(نقطه تقاطع) یي کواوردینات S(-u | 0) لري.

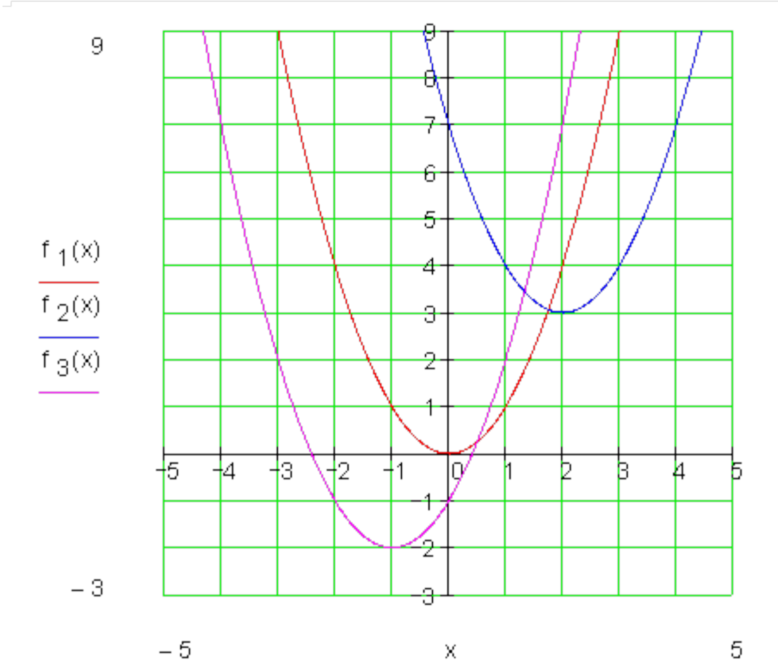
u>0 =>	کيني لور ته ځرخون یا ځرخول، ککرئ ټکیS په u واحدونو یا یوونوو د پیل یا سرچیني کيڼ لورت پروت دی.
u<0 =>	ښی ځرخون یا ځرخول، ککرټکی S په u واحدونو د پیل یا سرچيني ښی لورته پروت دی.

د کار (ورکوني) قرارداد:

د u اوa0 دمختلفو ارزښتونو لپاره تابع $f(x) = (x+u)^2 + a0$ وڅیړی او ګراف یي په یوه کواوردینات(پروت ولاړ) سیستم کي انځور کړی.

$f_1(x) = x^2$ $\quad f_2(x) = (x-2)^2 + 3$ $\quad f_3(x) = (x+1)^2 - 2$

(c) ketabton.com: The Digital Library



د (x) f_2 ګراف بیرته یو نورمال پارابول دی، چې ککرئ ټکی S یې په دوه واحده ښی لور ته او په درې واحده پورته لور ته راکښلی دی.
د (x) f_3 ګراف هم یو نورمال پارابول دی، چې ککرټکی (د رأسټکی) S په یوه واحد(یوون) کیڼ او په درې واحده لاندې لور ته کښول شوی یا راکښل شوی دی.

د $f(x) = (x+u)^2 + a_0$ ډول تابع د مربع تابع د ککرئ ټکي(رأس ټکي) بڼې تابع بلل کیږي.

د تابع ګراف نورمال پاربول دی، چې په u ارزښت دx محور په لور او په a_0 د yمحور په لور راکښل شوی دی.

که ککرټکی د $S(x_s \mid y_s)$ سره په نخښه کړو، نو د ککرټکي بڼې مربع تابع په دې ډول ده: $f(x) = (x - x_s)^2 + y_s$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لنډه بڼه:	$S(x_s \mid y_s) \Leftrightarrow f(x) = (x - x_s)^2 + y_s$
بېلګه:	$S(3 \mid -1) \Leftrightarrow f(x) = (x - 3)^2 - 1$

تر اوسه مو فقط نورمال پارابول راکښلی (را کش شوی) وو.

همدا یا برابره راکښنه کیدی شي د یوه په خوښه پارابول سره سرته ورسول شي.

دلته دې بیا فاکتور a_2 په پام کې ونیول شي.

په ټولیزه توګه باور لري:

د یوه نورمال پارابول تابع (بلوان) $\text{Ist } f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ دی، چې ککرټکی (د رأس ټکی) $S(x_s \mid y_s)$ لری، نو $f(x) = a_2(x - x_s)^2 + y_s$ د ککرټکي د تابع مساوات دي.

د مربع تکمیلونې له لارې د رآس ټکي(ککرۍ ټکي) ټاکل

مونږ پوهیږو چې صدق کوي:

$$f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0 \Leftrightarrow a_2(x - x_s)^2 + y_s \Rightarrow S(x_s \mid y_s)$$

په ککرټکي کې د ټولیز تابع مساواتو د ترم تابع له لارې کیدی شي د یوه پارابول ککرټکی (د ککرۍ ټکی) وشمیرل شي.

بېلګه:

$F(x) = 3x^2 - 12x + 15$ دې په ککرۍ ټکي مساوات واړول شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لوړمی پل(قدم) : د x^2 تر مخه ضریب دې له نوکانو راوه وېستل شي.

$$\Rightarrow f(x) = 3[x^2-4x+5]$$

دویم پل : مربع تکمیلونه [ ] او بیا بدلون

$$\Rightarrow f(x) = 3.[x^2 - 4x +(2)^2 -(2)^2 +5] = 3.[(x-2)^2+1]=3.(x-2)^2 +3 \Rightarrow S(2;3)$$

بیلګه:

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 4 = \frac{1}{2}\left[x^2 - 6x + 8\right] = \frac{1}{2}\left[x^2 - 6x + 3^2 - 3^2 + 8\right]$$

$$\Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{2}\left[(x-3)^2 - 1\right] = \frac{1}{2}(x-3)^2 - \frac{1}{2} \Rightarrow \underline{\underline{S\left(3 \mid -\frac{1}{2}\right)}}$$

بیلګه:

$$f(x) = -\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{4} = -\frac{1}{3}\left[x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{9}{4}\right] = -\frac{1}{3}\left[x^2 + \frac{3}{2}x + \left(\frac{3}{4}\right)^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \frac{9}{4}\right]$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{3}\left[\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{9}{16} + \frac{36}{16}\right] = -\frac{1}{3}\left[\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{27}{16}\right] = -\frac{1}{3}\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{9}{16}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S\left(-\frac{3}{4} \mid -\frac{9}{16}\right)}}$$

تمرینونه: د مربع تکمیلونې له لارې د رأس ټکي(ککرۍټکي) تاکل

(c) ketabton.com: The Digital Library

د يوه پارابل تابع مساوات ورکړشوي دي(د دويمي درجي ټول راشنل تابع). د لاندې پارابولونو لپاره رآستېکو بنه او رآستېکي پيدا کړی.

ګرافونه يي وکاږی:

لومړی: $f(x)=x^2+2x+5$ دويم: $f(x)=x^2+4x+1$ دريم: $f(x)=x^2-4x+1$

څلورم: $f(x)=x^2-3x+3{,}5$ پنځم: $f(x)=x^2+x-3$ شپږم: $f(x)=\frac{1}{2}x^2+x+2$

اووم: $f(x)=-x^2+2x+1$ اتم: $f(x)=-x^2+5x-5$

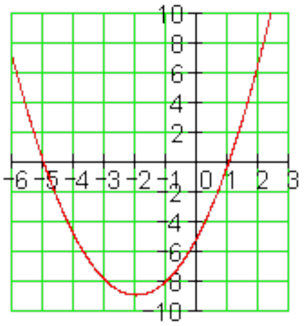
نهم: $f(x)=-\frac{3}{4}x^2+\frac{2}{3}x-\frac{1}{6}$ لسم: $f(x)=\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x+\frac{5}{3}$

نتيجې

تمرينونه مربع مساوات I

نتيجې د ارزښت جدول او ګراف سره I

لومړی:



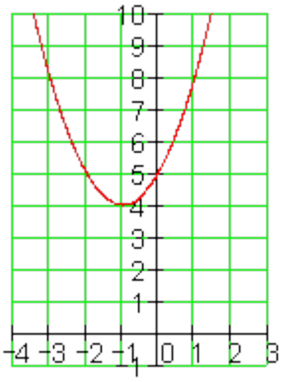
تابعمساوات: $f(x) = x^2 + 4x - 5$

ارزښتجدول

x	-6	-5	-4	-3	-2
$f(x)$	7	0	-5	-8	-9
x	-1	0	1	2	3
$f(x)$	-8	-5	0	7	16

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم:



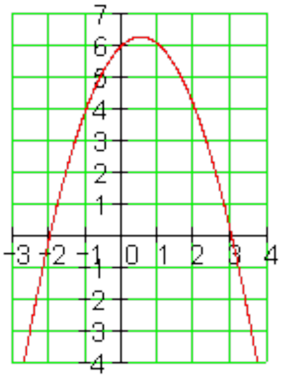
تابعمساوات

$$f(x) = x^2 + 2x + 5$$

ارزښتجدول:

x	−4	−3	−2	−1
f (x)	13	8	5	4
x	0	1	2	3
f (x)	5	8	13	20

ديم:



تابعمساوات

$$f(x) = -x^2 + x + 6$$

ارزښتجدول

x	−3	−2	−1	0
f (x)	−6	0	4	6
x	1	2	3	4
f (x)	6	4	0	−6

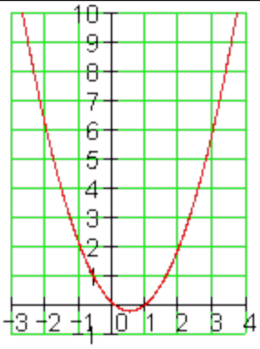
څلورم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

تابعمساوات: x^2 - x f(x) =

ارزشتجدول:

x	−3	−2	−1	0
f(x)	12	6	2	0
x	1	2	3	4
f(x)	0	2	6	12

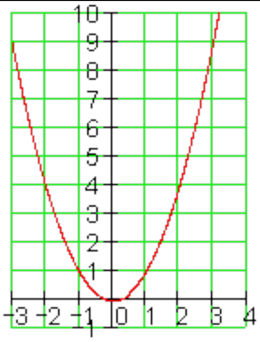


پنځم:

تابعمساوات: x^2 - x f(x) =

ارزشتجدول:

x	−3	−2	−1	0
f(x)	8,9	3,9	0,9	−0,1
x	1	2	3	4
f(x)	0,9	3,9	8,9	15,9

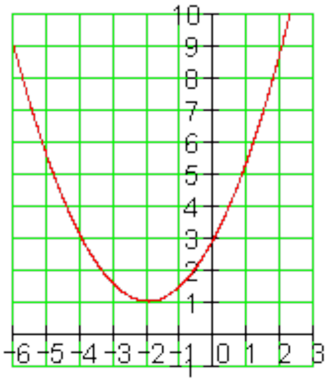


شپږم:

تابعمساوات: x^2 +2x+3 f(x) = (½)

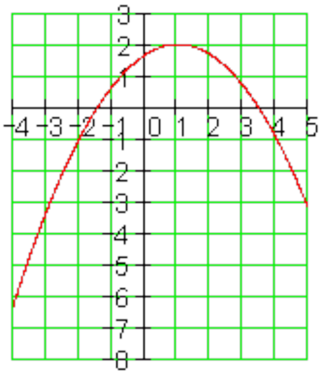
ارزشتجدول:

x	−6	−5	−4	−3	−2
f(x)	9	5,5	3	1,5	1
x	−1	0	1	2	3
f(x)	1,5	3	5,5	9	13,5



(c) ketabton.com: The Digital Library

اووم:



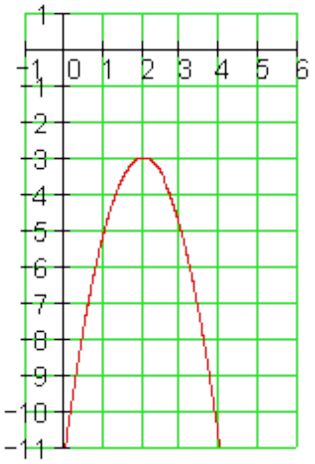
تابعمساوات

$f(x) = (1/3)x^2 + (2/3)x + 5/3$

ارزښتجدول:

x	−4	−3	−2	−1	0
f (x)	−6,3	−3,3	−1	0,7	1,7
x	1	2	3	4	5
f (x)	2	1,7	0,7	−1	−3,3

اتم:



تابعمساوات

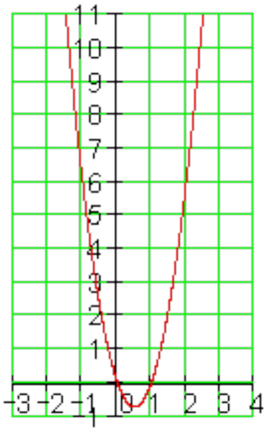
$f(x) = -2x^2 + 8x - 11$

ارزښتجدول:

x	−1	0	1	2
f (x)	−21	−11	−5	−3
x	3	4	5	6
f (x)	−5	−11	−21	−35

نهم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

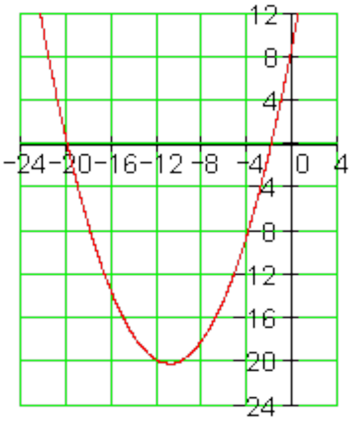


تابعمساوات: $f(x) = 3x^2 - 3x$

ارزښتجدول:

x	−3	−2	−1	0
f (x)	36	18	6	0
x	1	2	3	4
f (x)	0	6	18	36

لسم:



تابعمساوات

$f(x) = 1/4\, x^2 + (11/2)x + 10$

ارزښتجدول:

x	−24	−20	−16	−12
f (x)	22	0	−14	−20
x	−8	−4	0	4
f (x)	−18	−8	10	36

بیلګه 1 :

د ټول راشنل تابع ګراف چې رسم کړای شو،په زیاتو حالتونو کې اړیند دی، چې ارزښتجدول وپيژنو. د دې لپاره جبشمیري له لارې کیدی شي. خو دا هم تل اړیین دی.

یو ه ساده بیلګه بې له جبشمیري ښخه.

تابع مساوات : $f(x) = x^2 - 4x + 3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

موږ د تحولي $x = 0$ څخه پيل کوو

$$x = 0: f(0) = 0^2 - 4 \cdot 0 + 3 = 0 - 0 + 3 = 3$$
$$x = 1: f(1) = 1^2 - 4 \cdot 1 + 3 = 1 - 4 + 3 = 0$$
$$x = 2: f(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 + 3 = 4 - 8 + 3 = -1$$
$$x = 3: f(3) = 3^2 - 4 \cdot 3 + 3 = 9 - 12 + 3 = 0$$
$$x = 4: f(4) = 4^2 - 4 \cdot 4 + 3 = 16 - 16 + 3 = 3$$
$$x = 5: f(5) = 5^2 - 4 \cdot 5 + 3 = 25 - 20 + 3 = 8$$
$$x = 6: f(6) = 6^2 - 4 \cdot 6 + 3 = 36 - 24 + 3 = 15$$

تر هغې چې د تابع ارزښت له ± 10 لوی شي، کېدی شي چې پع کړي.

اوس د تابع ارزښتونه د منفي x ارزښتونو لپاره ټاکل کيږي.

$$x = -1: f(-1) = (-1)^2 - 4 \cdot (-1) + 3 = 1 + 4 + 3 = 8$$
$$x = -2: f(-2) = (-2)^2 - 4 \cdot (-2) + 3 = 4 + 8 + 3 = 15$$

اوس ټول ارزښتونه په يوه جدول کې کښل کيږي.

x	−2	−1	0	1	2	3	4	5	6
f(x)	15	8	3	0	−1	0	3	8	15

اوس له دې ارزښتونو سره کېدی شي د $f(x)$ ګراف رسم شي.

که د رسمولو په وخت کې نور منځ ارزښتونه شته نه وي، دا بيا پسې شميرل کېدی شي

د بيلګې په توګه $x = \pm \frac{1}{2}$

$$x = -\frac{1}{2}: f\left(-\frac{1}{2}\right) = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 3 = \frac{1}{4} + 4 \cdot \frac{1}{2} + 3 = \frac{1}{4} + 2 + 3 = 5\frac{1}{4} = 5,25$$
$$x = \frac{1}{2}: f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} + 3 = \frac{1}{4} - 4 \cdot \frac{1}{2} + 3 = \frac{1}{4} - 2 + 3 = 1\frac{1}{4} = 1,25$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

هر څوک له جبشميري سره ښه بلد نه دی. په دې حالت کې کړی شي دا کسان له شميروني يا کمپيوټر څخه کار واخلي.

په لاندې کې HN د اصلي ګډ مرج (ماتلاندی) پ همعنا دی.

يوه غوره بېلګه، چې ځنې برخې يې د جبشمېري په مرسته حل شوي دي

د تابع مساوات $f(x)=\frac{4}{5}x^2-\frac{3}{4}x-\frac{7}{2}$

يادونه: په لاندې زيات ځايونه HN راغلي، دا د اصلی مخرج په مانا دي.

موږ د x = 0 سره پيل کوو

$$x=0:\ f(0)=\frac{4}{5}\cdot 0^2-\frac{3}{4}\cdot 0-\frac{7}{2}=0-0-\frac{7}{2}=-\frac{7}{2}=-3{,}5$$

$$x=1:\ f(1)=\frac{4}{5}\cdot 1^2-\frac{3}{4}\cdot 1-\frac{7}{2}=\frac{4}{5}-\frac{3}{4}-\frac{7}{2}\underset{HN=20}{=}\frac{16}{20}-\frac{15}{20}-\frac{70}{20}=-\frac{69}{20}=-3{,}45$$

$$x=2:\ f(2)=\frac{4}{5}\cdot 2^2-\frac{3}{4}\cdot 2-\frac{7}{2}=\frac{16}{5}-\frac{3}{2}-\frac{7}{2}\underset{HN=10}{=}\frac{32}{10}-\frac{15}{10}-\frac{35}{10}=-\frac{18}{10}=-\frac{9}{5}$$

$$=-1{,}8$$

$$x=3:\ f(3)=\frac{4}{5}\cdot 3^2-\frac{3}{4}\cdot 3-\frac{7}{2}=\frac{36}{5}-\frac{9}{4}-\frac{7}{2}\underset{HN=20}{=}\frac{144}{20}-\frac{45}{20}-\frac{70}{20}=\frac{29}{20}=1{,}45$$

$$x=4:\ f(4)=\frac{4}{5}\cdot 4^2-\frac{3}{4}\cdot 4-\frac{7}{2}=\frac{64}{5}-3-\frac{7}{2}\underset{HN=10}{=}\frac{128}{10}-\frac{30}{10}-\frac{35}{10}=\frac{63}{10}=6{,}3$$

$$x=5:\ f(5)=\frac{4}{5}\cdot 5^2-\frac{3}{4}\cdot 5-\frac{7}{2}=20-\frac{15}{4}-\frac{7}{2}\underset{HN=4}{=}\frac{80}{4}-\frac{15}{4}-\frac{14}{4}=\frac{51}{4}=12{,}75$$

اوس د تابع ارزښتونه د منفي x ارزښتونو لپاره ټاکو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$x=-1:\ f(-1)=\frac{4}{5}\cdot(-1)^2-\frac{3}{4}\cdot(-1)-\frac{7}{2}=\frac{4}{5}+\frac{3}{4}-\frac{7}{2}\underset{HN=20}{=}\frac{16}{20}+\frac{15}{20}-\frac{70}{20}=-\frac{39}{20}=-1{,}95$$

$$x=-2:\ f(-2)=\frac{4}{5}\cdot(-2)^2-\frac{3}{4}\cdot(-2)-\frac{7}{2}=\frac{16}{5}+\frac{3}{2}-\frac{7}{2}\underset{HN=10}{=}\frac{32}{10}+\frac{15}{10}-\frac{35}{10}=\frac{12}{10}=\frac{6}{5}=1{,}2$$

$$x=-3:\ f(-3)=\frac{4}{5}\cdot(-3)^2-\frac{3}{4}\cdot(-3)-\frac{7}{2}=\frac{36}{5}+\frac{9}{4}-\frac{7}{2}\underset{HN=20}{=}\frac{144}{20}+\frac{45}{20}-\frac{70}{20}=\frac{119}{20}=5{,}95$$

$$x=-4:\ f(-4)=\frac{4}{5}\cdot(-4)^2-\frac{3}{4}\cdot(-4)-\frac{7}{2}=\frac{64}{5}+3-\frac{7}{2}\underset{HN=10}{=}\frac{128}{10}+\frac{30}{10}-\frac{35}{10}=\frac{123}{10}=12{,}3$$

اوس ټول ارزښتونه په يوه جدول کې ليکل کيږي.

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5
f (x)	12,3	5,95	1,2	-1,95	-3,5	-3,45	-1,8	1,45	6,3	12,75

د دې ارزښتونو سره اوس د ګراف کښل کيدی شي.

که د رسمولو په وخت کې نور منځ ارزښتونه شته نه وي ، دا بيا پسې شميرل کيدی شي

د بيلګې په توګه $x = \underline{+}\ 5/2$

$$x=-\frac{5}{2}:\ f\left(-\frac{5}{2}\right)=\frac{4}{5}\cdot\left(-\frac{5}{2}\right)^2-\frac{3}{4}\cdot\left(-\frac{5}{2}\right)-\frac{7}{2}=\frac{4}{5}\cdot\frac{25}{4}+\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{2}-\frac{7}{2}$$
$$=\frac{25}{5}+\frac{15}{8}-\frac{7}{2}=5+\frac{15}{8}-\frac{7}{2}\underset{HN=8}{=}\frac{40}{8}+\frac{15}{8}-\frac{28}{8}=\frac{27}{8}=3{,}375$$

$$x=\frac{5}{2}:\ f\left(\frac{5}{2}\right)=\frac{4}{5}\cdot\left(\frac{5}{2}\right)^2-\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{2}-\frac{7}{2}=\frac{4}{5}\cdot\frac{25}{4}-\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{2}-\frac{7}{2}$$
$$=\frac{25}{5}-\frac{15}{8}-\frac{7}{2}=5-\frac{15}{8}-\frac{7}{2}\underset{HN=8}{=}\frac{40}{8}-\frac{15}{8}-\frac{28}{8}=-\frac{3}{8}=-0{,}375$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

یادونه: په پورته کې (HN(Hauptnenner داصلي مخرج(ماتلاندې) یا مخرج مشترک په معنا دی.

د دې لپاره چې د یوه ټول رینټوني یا تام راشنل تابع ګراف انځور کړای شو، په زیاتو حالتونو کې اړیین دی، چې ارزښت جدول وکاږو. د دې لپاره یو جبشمیروني ته اړتیا لرو.

یو ه ساده بیلګه بې له جبشمیري ځخه.

تابع مساوات : $f(x) = x^2 - 4x + 3$

موږ د تحولې $x = 0$ ځخه پیل کوو

$$
\begin{aligned}
x = 0 &: f(0) = 0^2 - 4 \cdot 0 + 3 = 0 - 0 + 3 = 3 \\
x = 1 &: f(1) = 1^2 - 4 \cdot 1 + 3 = 1 - 4 + 3 = 0 \\
x = 2 &: f(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 + 3 = 4 - 8 + 3 = -1 \\
x = 3 &: f(3) = 3^2 - 4 \cdot 3 + 3 = 9 - 12 + 3 = 0 \\
x = 4 &: f(4) = 4^2 - 4 \cdot 4 + 3 = 16 - 16 + 3 = 3 \\
x = 5 &: f(5) = 5^2 - 4 \cdot 5 + 3 = 25 - 20 + 3 = 8 \\
x = 6 &: f(6) = 6^2 - 4 \cdot 6 + 3 = 36 - 24 + 3 = 15
\end{aligned}
$$

تر هغې چې د تابع ارزښت له ± 10 لوی شي، کېدی شي چې پع کړي.

اوس د تابع ارزښتونه د منفي x ارزښتونو لپاره ټاکل کیږي.

$$
\begin{aligned}
x = -1 &: f(-1) = (-1)^2 - 4 \cdot (-1) + 3 = 1 + 4 + 3 = 8 \\
x = -2 &: f(-2) = (-2)^2 - 4 \cdot (-2) + 3 = 4 + 8 + 3 = 15
\end{aligned}
$$

اوس ټول ارزښتونه په یوه جدول کې کښل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

---

x	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	15	8	3	0	-1	0	3	8	15

اوس له دي ارزښتونو سره کېدی شي د f(x) ګراف رسم شي.

که د رسمولو په وخت کي نور منځ ارزښتونه شته نه وي ، دا بيا پسي شمېرل کيدی شي

د ببلګي په توګه x = ± ½

$$x = -\frac{1}{2}: f\left(-\frac{1}{2}\right) = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 4\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) + 3 = \frac{1}{4} + 4\cdot\frac{1}{2} + 3 = \frac{1}{4} + 2 + 3 = 5\frac{1}{4} = 5,25$$

$$x = \frac{1}{2}: f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 4\cdot\frac{1}{2} + 3 = \frac{1}{4} - 4\cdot\frac{1}{2} + 3 = \frac{1}{4} - 2 + 3 = 1\frac{1}{4} = 1,25$$

هر ځوک له جبشمېري سره ښه بلد نه دی. په دې حالت کې کړی شي دا کسان له شميروني يا کمپيوتر څخه کار واخلي.

يوه غوره بېلګه، چي ځني برخي يي د جبشميري په مرسته حل شوي دي:

د تابع مساوات $f(x) = \frac{4}{5}x^2 - \frac{3}{4}x - \frac{7}{2}$

موږ د x = 0 سره بيل کوو

$$x = 0: f(0) = \frac{4}{5}\cdot 0^2 - \frac{3}{4}\cdot 0 - \frac{7}{2} = 0 - 0 - \frac{7}{2} = -\frac{7}{2} = -3,5$$

$$x = 1: f(1) = \frac{4}{5}\cdot 1^2 - \frac{3}{4}\cdot 1 - \frac{7}{2} = \frac{4}{5} - \frac{3}{4} - \frac{7}{2} \underset{HN=20}{=} \frac{16}{20} - \frac{15}{20} - \frac{70}{20} = -\frac{69}{20} = -3,45$$

$$x = 2: f(2) = \frac{4}{5}\cdot 2^2 - \frac{3}{4}\cdot 2 - \frac{7}{2} = \frac{16}{5} - \frac{3}{2} - \frac{7}{2} \underset{HN=10}{=} \frac{32}{10} - \frac{15}{10} - \frac{35}{10} = -\frac{18}{10} = -\frac{9}{5} = -1,8$$

$$x = 3: f(3) = \frac{4}{5}\cdot 3^2 - \frac{3}{4}\cdot 3 - \frac{7}{2} = \frac{36}{5} - \frac{9}{4} - \frac{7}{2} \underset{HN=20}{=} \frac{144}{20} - \frac{45}{20} - \frac{70}{20} = \frac{29}{20} = 1,45$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$x=4: f(4)=\frac{4}{5}\cdot 4^2-\frac{3}{4}\cdot 4-\frac{7}{2}=\frac{64}{5}-3-\frac{7}{2}\underset{HN=10}{=}\frac{128}{10}-\frac{30}{10}-\frac{35}{10}=\frac{63}{10}=6{,}3$$

$$x=5: f(5)=\frac{4}{5}\cdot 5^2-\frac{3}{4}\cdot 5-\frac{7}{2}=20-\frac{15}{4}-\frac{7}{2}\underset{HN=4}{=}\frac{80}{4}-\frac{15}{4}-\frac{14}{4}=\frac{51}{4}=12{,}75$$

ااوس د تابع ارزښتونه د منفي x ارزښتونو لپاره ټاکو.

$$x=-1: f(-1)=\frac{4}{5}\cdot(-1)^2-\frac{3}{4}\cdot(-1)-\frac{7}{2}=\frac{4}{5}+\frac{3}{4}-\frac{7}{2}\underset{HN=20}{=}\frac{16}{20}+\frac{15}{20}-\frac{70}{20}=-\frac{39}{20}=-1{,}95$$

$$x=-2: f(-2)=\frac{4}{5}\cdot(-2)^2-\frac{3}{4}\cdot(-2)-\frac{7}{2}=\frac{16}{5}+\frac{3}{2}-\frac{7}{2}\underset{HN=10}{=}\frac{32}{10}+\frac{15}{10}-\frac{35}{10}=\frac{12}{10}=\frac{6}{5}=1{,}2$$

$$x=-3: f(-3)=\frac{4}{5}\cdot(-3)^2-\frac{3}{4}\cdot(-3)-\frac{7}{2}=\frac{36}{5}+\frac{9}{4}-\frac{7}{2}\underset{HN=20}{=}\frac{144}{20}+\frac{45}{20}-\frac{70}{20}=\frac{119}{20}=5{,}95$$

$$x=-4: f(-4)=\frac{4}{5}\cdot(-4)^2-\frac{3}{4}\cdot(-4)-\frac{7}{2}=\frac{64}{5}+3-\frac{7}{2}\underset{HN=10}{=}\frac{128}{10}+\frac{30}{10}-\frac{35}{10}=\frac{123}{10}=12{,}3$$

اوس ټول ارزښتونه په یوه جدول کې لیکل کیږي.

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5
f(x)	12,3	5,95	1,2	-1,95	-3,5	-3,45	-1,8	1,45	6,3	12,75

د

دې ارزښتونو سره اوس د ګراف کښل کیدی شي.

که د رسمولو په وخت کې نور منځ ارزښتونه شته نه وي، دا بیا پسې شمیرل کیدی شي

د بېلګې په توګه $x=\pm 5/2$

$$x=-\frac{5}{2}: f\left(-\frac{5}{2}\right)=\frac{4}{5}\cdot\left(-\frac{5}{2}\right)^2-\frac{3}{4}\cdot\left(-\frac{5}{2}\right)-\frac{7}{2}=\frac{4}{5}\cdot\frac{25}{4}+\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{2}-\frac{7}{2}$$

$$=\frac{25}{5}+\frac{15}{8}-\frac{7}{2}=5+\frac{15}{8}-\frac{7}{2}\underset{HN=8}{=}\frac{40}{8}+\frac{15}{8}-\frac{28}{8}=\frac{27}{8}=3{,}375$$

$$x=\frac{5}{2}: f\left(\frac{5}{2}\right)=\frac{4}{5}\cdot\left(\frac{5}{2}\right)^2-\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{2}-\frac{7}{2}=\frac{4}{5}\cdot\frac{25}{4}-\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{2}-\frac{7}{2}$$

$$=\frac{25}{5}-\frac{15}{8}-\frac{7}{2}=5-\frac{15}{8}-\frac{7}{2}\underset{HN=8}{=}\frac{40}{8}-\frac{15}{8}-\frac{28}{8}=-\frac{3}{8}=-0{,}375$$

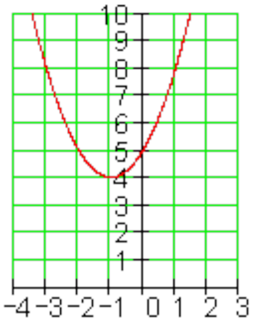
(c) ketabton.com: The Digital Library

نتیجې

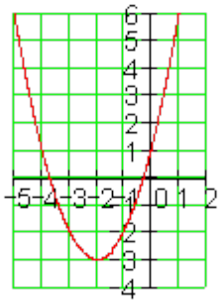
د مربع توابعو تمرینونه II

د مربع تابع د رآس ټکی فرمول د ګراف او د مربع(ځلورئ) تکمیلوني له لارې

لومړی:

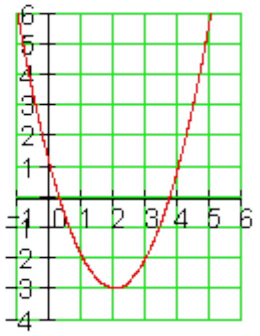
	تابع مساوات : $F(x)=x^2+2x+5$ د رآسټکي بڼه: $F(x+1)^2+4$ رآسټکی S(-1;4)

دویم:

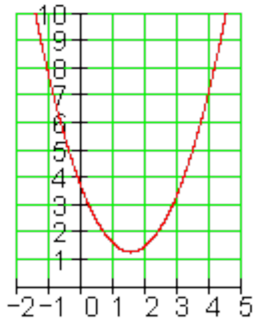
	تابع مساوات : $f(x)=x^2+4x+1$ د رآسټکي فرمول: $f(x)=(x+2)^2-3$ رآس یا ککرئ ټکی S(-2|-3)

(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم:

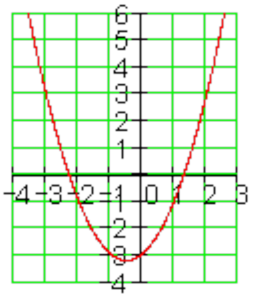
<table>
<tr>
<td></td>
<td>تابع مساوات :
$f(x) = x^2 - 4x + 1$
د رآسټکي فرمول:
$f(x) = (x-2)^2 - 3$
رآس يا ککرئ ټکی
$S(2|-3)$</td>
</tr>
</table>

څلورم:

<table>
<tr>
<td></td>
<td>تابع مساوات :
$f(x) = x^2 - 3x + 3,5$
د رآس – يا ککرئ ټکي فرمول:
$f(x) = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{5}{4}$
رآس- يا ککرئ ټکی
$S\left(\frac{3}{2} \middle| \frac{5}{4}\right)$</td>
</tr>
</table>

پنځم:

(c) ketabton.com: The Digital Library



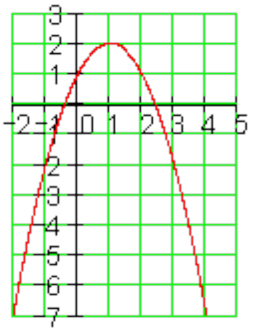
تابع مساوات : $f(x) = x^2 + x - 3$

د رآسټکي فرمول:

$$f(x) = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{13}{4}$$

رآسټکی: $S\left(-\frac{1}{2} \middle| -\frac{13}{4}\right)$

شپیرم:



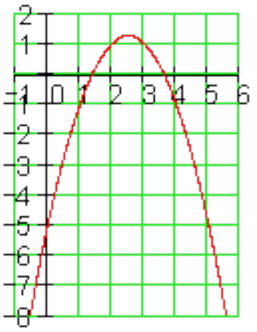
تابع مساوات : $f(x) = -x^2 + 2x + 1$

د رآسټکي فرمول:

$$f(x) = -(x - 1)^2 + 2$$

رآس- یا ککری ټکی: $S(1|\,2)$

اووم:



تابع مساوات : $f(x) = -x^2 + 5x - 5$

د رآسټکي فرمول:

$$f(x) = -\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{5}{4}$$

رآس-یا ککری ټکی: $S\left(\frac{5}{2} \middle| \frac{5}{4}\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم:

تابع مساوات :

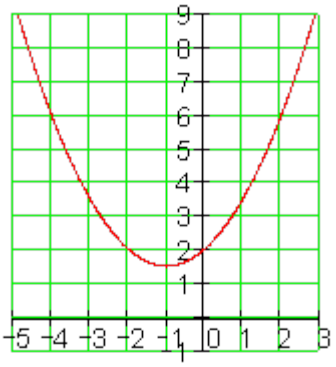
$$f(x)=\frac{1}{2}x^2+x+2$$

د رآسټکي فرمول:

$$f(x)=\frac{1}{2}(x+1)^2+\frac{3}{2}$$

رآسټکی

$$S\left(-1\,|\,\frac{3}{2}\right)$$



نهم:

تابع مساوات :

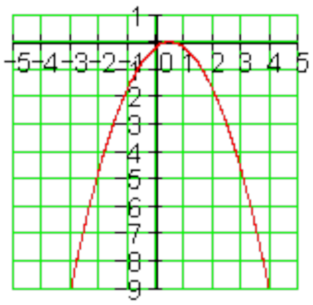
$$f(x)=-\frac{3}{4}x^2+\frac{2}{3}x-\frac{1}{6}$$

د رآسټکي فرمول:

$$f(x)=-\frac{3}{4}\left(x-\frac{4}{9}\right)^2-\frac{1}{54}$$

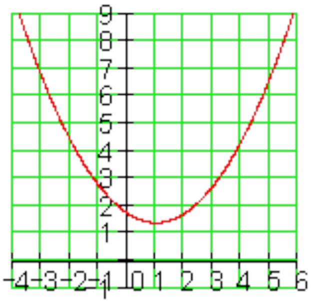
رآسټکی(ککرټکی)

$$S\left(\frac{4}{9}\,|\,-\frac{1}{54}\right)$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

لسم:

	تابع مساوات : $f(x)=\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x+\frac{5}{3}$ د رآسټکي فرمول: $f(x)=\frac{1}{3}(x-1)^2+\frac{4}{3}$ رآسټکی: $S\left(1\middle|\frac{4}{3}\right)$

بیلګه:

د ککرۍ ټکي تاکلو لپاره یوه مفصله بیلګه:

په ټولیزه بڼه د پارابول تابع مساوات:

$f(x) = -(1/2)x^2 -2x +6$

د واریابلي x^2 ترمخ ضریب له قوسونو راوځي

$f(x).=(½)[x^2+4x-12]$

د مربع تکمیلیدنه په ګوډېزه (کونجزه) نوکانو کي

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = -\frac{1}{2}\left[x^2 + 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2 - 12\right]$$

$$f(x) = -\frac{1}{2}\left[\underbrace{x^2 + 4x + 4}_{1.\ \text{binomische Formel}} \underbrace{-4 - 12}_{-16}\right]$$

$$f(x) = -\frac{1}{2}\left[(x+2)^2 - 16\right]$$

د بیرته یا په څټ ضرب له لارې د مربع تابع د ککرۍ ټکي بڼه لاس ته راځي.

$$f(x) = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 8 \Rightarrow \boxed{S(-2|8)}$$

S(-2;8)ککرۍ ټکی

د نوکانو راوتنې لپاره یادونه :

لومړی حالت: که د متحولېx مخ ته څه نه وي، یعنې $f(x) = x^2-2x+6$

په دې حالت کې سملاسي په مربع تکمیلوني پیل کیدی شي.

دویم حالت : که د نوکانن رمخ منفي نخښه وي، یعنې $f(x) = -x^2-2x+6$

په دې حالت کې باید 1- همداسي - له نوکانو را وه وېستل شي، یعي $f(x)=-[x^2+2-6]$

پوښتني

د مربع توابعو بنسټونه

لومړی- د لاندې توابعو گرافونه رسم کړې.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - $f(x) = -3x^2$ ب - $f(x) = \frac{1}{3}x^2$ پ - $f(x) = 4x$

ت - $f(x) = x^2 - 2$ ټ - $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2$ ث - $f(x) = 2x^2 + 4$

ج - $f(x) = -x^2 + 4$ چ - $f(x) = -x^2 + 1$ ح - $f(x) = x^2 + 2$

دويم - د پارابولو صفرځايونه، محورغوځېټکي، او ککرۍ ټکي وټاکی او کرافونه يې رسم کړئ

الف - $f(x) = (x-1)^2 - 1$ ب - $f(x) = (x-2)^2 - 1$ پ- $f(x) = -(x+1)^2$

ت - $f(x) = (x+2)^2 - 3$ ټ - $f(x) = -\frac{1}{3}(x-1)^2 + 2$

ث - $f(x) = -4\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}$

ج- $f(x) = -(x+2)^2$ چ - $f(x) = (x-2)^2 \cdot (-4)$ ح - $f(x) = -(x-1)^2 - 1$

دريم - د لاندې توابعو صفرځايونه، محورغوځېټکي، او ککرۍ ټکي وټاکی او ګرافونه يې رسم کړئ

الف= $f(x) = -x^2 - 2x - 1$ ب ــ $f(x) = x^2 - 6x + 8$ پ- $f(x) = -\frac{x^2}{2} - 2x - 1$

ت - $f(x) = x^2 - 4x + 9$ ټ - $f(x) = -x^2 + 4x - 9$ ث - $f(x) = 2x^2 - 2x + 2$

ج - $f(x) = x^2 + 6x + 4$ چ $f(x) = -3x^2 + 12x - 9$ ح - $f(x) = -\frac{2}{3}x^2 - \frac{4}{3}x - \frac{8}{3}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم -

د ورکړشوی تابع مساوات سره پارابول رسم کړی د دې لپاره یو ارزښت جدول جوړ کړی ګرافونه یې پرتله کړئ.

$f(x) = x^2 + x - 3$ $g(x) = 2x^2 - 4x + 2$ $h(x) = -3x^2 + 2x - 5$

پنځم – یو نورمال پارابول د 0,4 ضریب کیکاګل کیږي (کښکودل کیږي)او په 4 واحده ښی لور ته راکښل کیږي.

د تابع مساوات وټاکئ.

شپږم- دد تابع مساوات f(x) سره یو پارابول ورکړ شوی دی. د y په محور پارابول داسې و کښوی ، چې له ټکي P (0 | 2) څخه تیر شي. دواړه ګرافونه په یوه پروت ولاړ سیستم یا کواودینات سیستم کې و کاږئ او د راکښل شوي پارابول تابع مساوات g(x) وټاکئ.

الف - $f(x) = -(x-1)^2$ ب - $f(x) = 3x^2 - 1$ پ - $f(x) = -x^2 - 2x + 1$

اوم - یوه فزیکی تجربه لاندې ارزښتونه ښایي:

اړین وخت پهS	0	2	4	6	8
وهل شوې لار پهcm	0	6	24	54	96

ارزښتونه په یوه مناسب پروتولاړ سیسم کې وکاږئ او محورونه په لیک وښایئ تابع مساوات وټاکئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

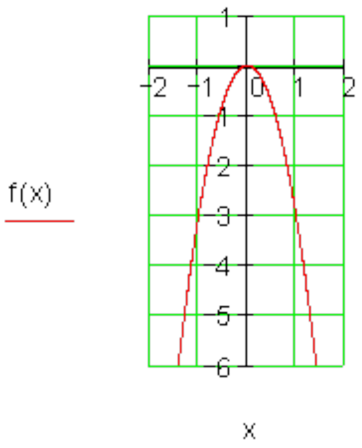
ځوابونه:

مربع توابع برخه ا

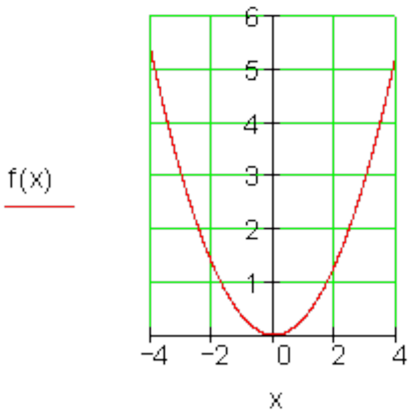
نتيجې:

لومړی-

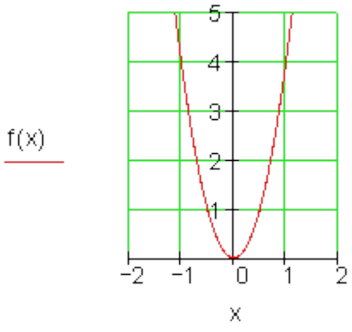
الف- $f(x) = -3x^2$



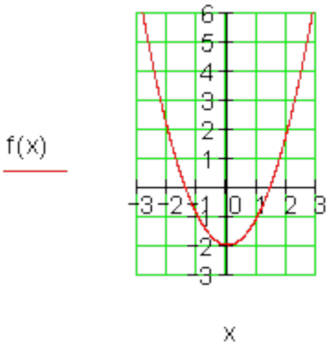
ب - $f(x) = \frac{1}{3}x^2$



پ - $f(x) = 4x$

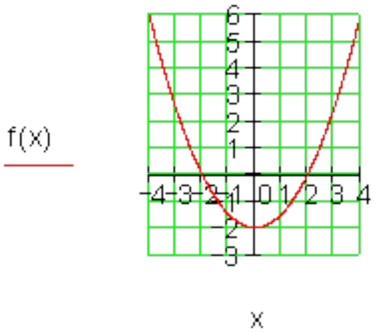


ت - $f(x) = x^2 - 2$

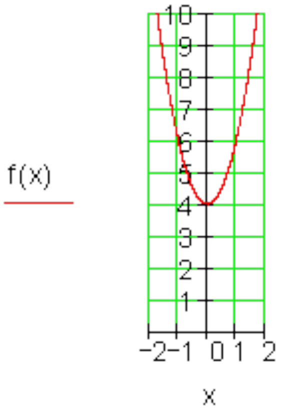


(c) ketabton.com: The Digital Library

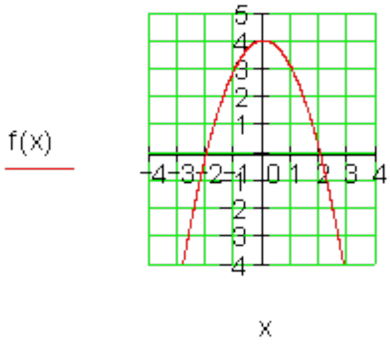
پ - $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2$



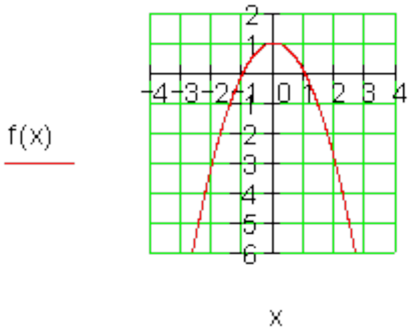
ث - $f(x) = 2x^2 + 4$



ج - $f(x) = -x^2 + 4$

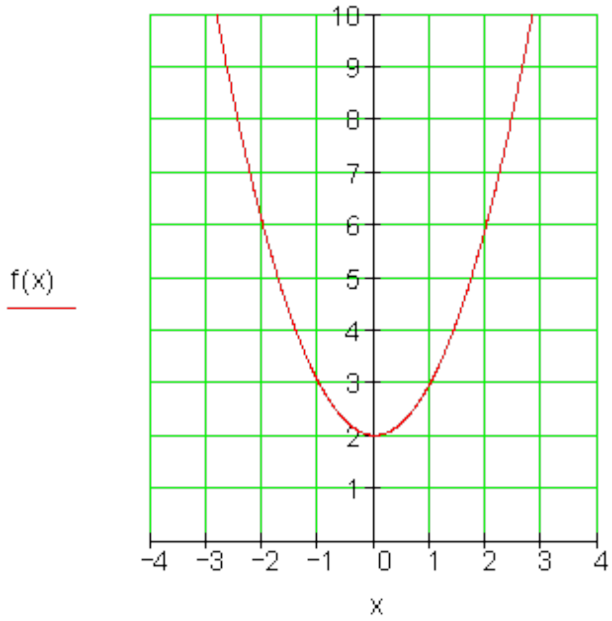


چ - $f(x) = -x^2 + 1$



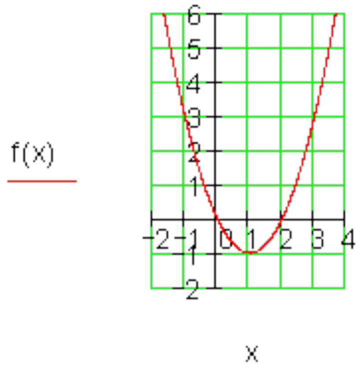
ح - $f(x) = x^2 + 2$

(c) ketabton.com: The Digital Library



دویم –

الف-

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>$f(x) = (x-1)^2 - 1$
ککره یا رأس: $S(1 \mid -1)$
صفرځایونه
$P_{x_1}(0 \mid 0)$ $P_{x_2}(2 \mid 0)$
د y– غوڅی یا تقاطع
$P_y(0 \mid 0)$</td>
</tr>
</table>

ب –

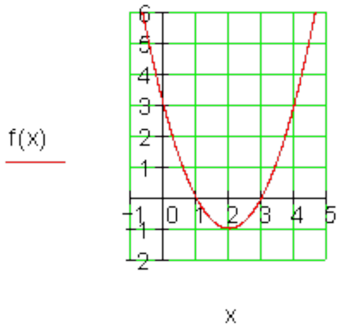
(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) = (x-2)^2 - 1$

ککری : $S(2\,|-1)$

صفرځایونه: $P_{x_2}(3\,|\,0)$ $P_{x_1}(1\,|\,0)$

د y– غوڅی یا تقاطع: $P_y(0\,|\,3)$



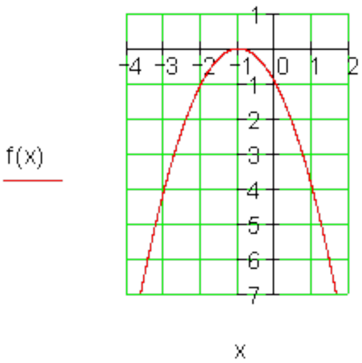
پ –

$f(x) = -(x+1)^2$

ککره : $S(-1\,|\,0)$

صفرځایونه: $P_x(-1\,|\,0)$

د y– غوڅی: $P_y(0\,|-1)$



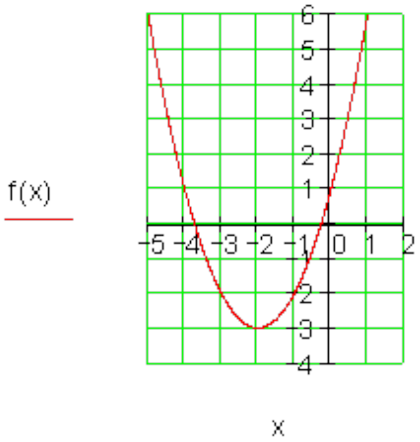
ت -

$f(x) = (x+2)^2 - 3$

ککری $S(-2\,|-3)$

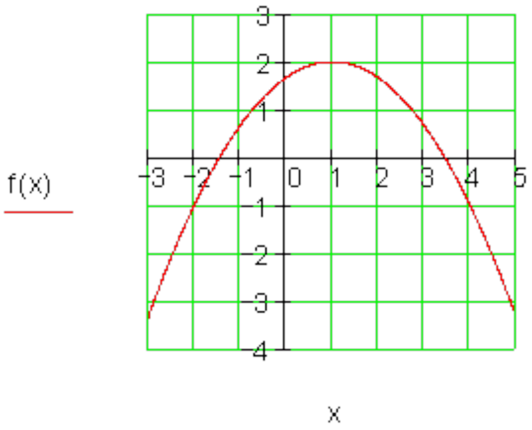
صفرځایونه $P_{x_1}\left(-2-\sqrt{3}\,|\,0\right)$ $P_{x_2}\left(-2+\sqrt{3}\,|\,0\right)$

د y– غوڅی یا تقاطع $P_y(0\,|\,1)$

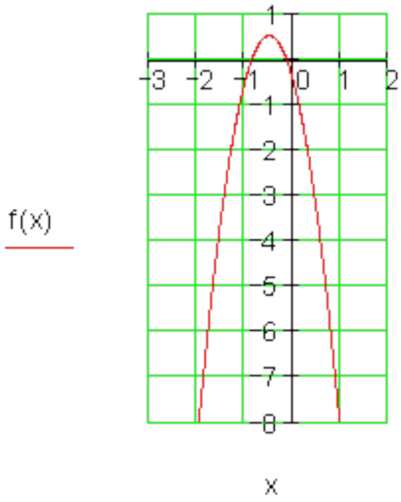


ټ-

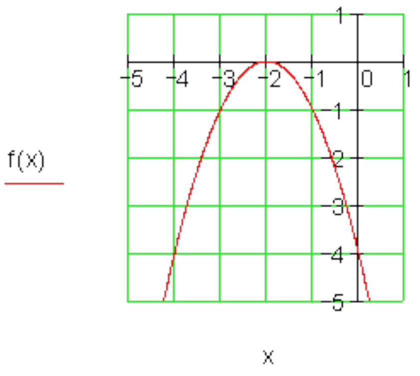
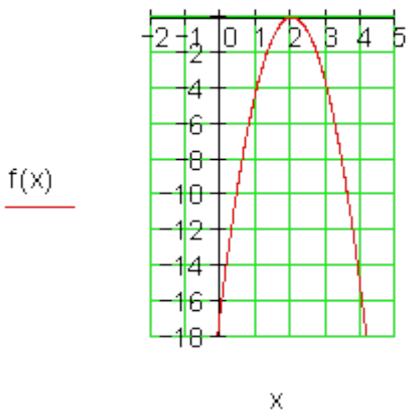
(c) ketabton.com: The Digital Library

	$f(x) = -\frac{1}{3}(x-1)^2 + 2$ ککره یا رأس: $S(1\|2)$ صفرځایونه: $P_{x_1}\left(1-\sqrt{6} \approx -1,45\|0\right)$ $P_{x_2}\left(1+\sqrt{6} \approx 3,45\|0\right)$ د y– غوڅی یا تقاطع: $P_y\left(0\|\frac{5}{3}\right)$

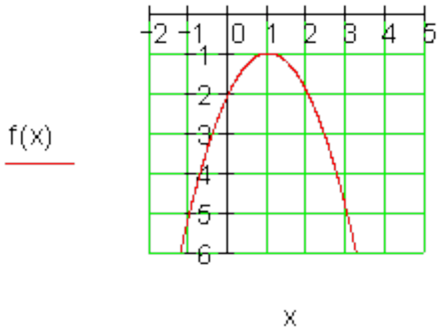
ث –

	$f(x) = -4\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}$ د رأس ټکی: $S\left(-\frac{1}{2}\|\frac{1}{2}\right)$ صفرځایونه : $P_{x_1}\left(-\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{1}{8}} \approx -0,85\|0\right)$ $P_{x_2}\left(-\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{1}{8}} \approx -0,15\|0\right)$ د y– غوڅی : $P_y\left(0\|-\frac{1}{2}\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

 ج –	$f(x) = -(x+2)^2$ رأس : $S(-2\|0)$ صفرځايونه : $P_x(-2\|0)$ د y– غوڅی: $P_y(0\|-4)$
 چ –	$f(x) = (x-2)^2 \cdot (-4)$ د رأس : $S(2\|0)$ صفرځايونه: $P_x(2\|0)$ د y–تقاطع: $P_y(0\|-16)$

ح-

	$f(x) = -(x-1)^2 - 1$ رأس –يا ککری : $S(1\|-1)$ صفرځايونه :نه شته د y–تقاطع: $P_y(0\|-2)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

درېيم –

الف-

$f(x) = -x^2 - 2x - 1$

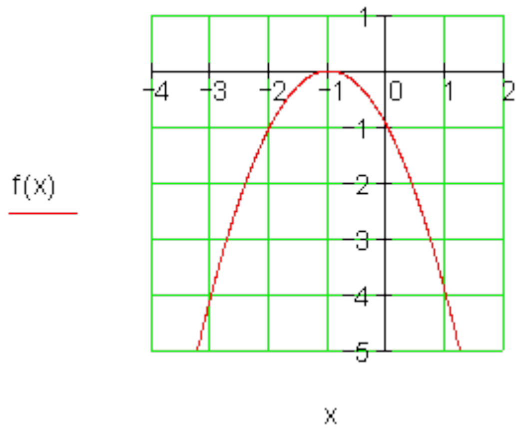
ککرئ بڼه:

$y = f(x) = -(x+1)^2$

رأس یا ککرئ : $S(-1|0)$

صفرځایونه : $P_x(-1|0)$

د y–تقاطع: $P_y(0|-1)$



ب –

$f(x) = x^2 - 6x + 8$

د ککرې بڼه

$y = f(x) = (x-3)^2 - 1$

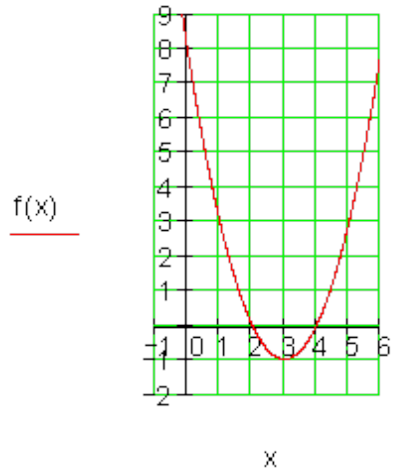
د ککرئ : $S(3|-1)$

صفرځایونه :

$P_{x_1}(2|0); P_{x_2}(4|0)$

د y– غوڅې یا تقاطع

$P_y(0|8)$



(c) ketabton.com: The Digital Library

پ –

د $f(x) = -\frac{x^2}{2} - 2x - 1$

رأس بنه:

$y = f(x) = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 1$

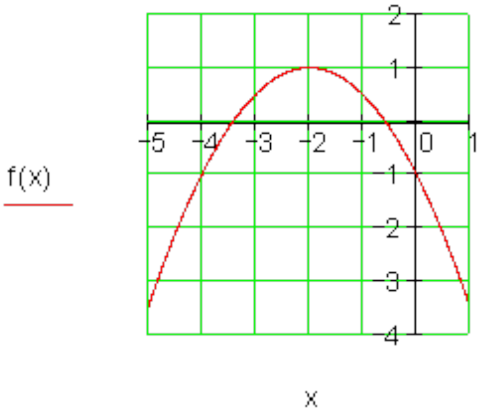
ککرئ : $S(-2|1)$

صفرځايونه :

$P_{x_1}\left(-2-\sqrt{2} \approx -3,41|0\right)$

$P_{x_2}\left(-2+\sqrt{2} \approx -0,59|0\right)$

د y– غوڅی : $P_y(0|-1)$



ت

د $f(x) = x^2 - 4x + 9$

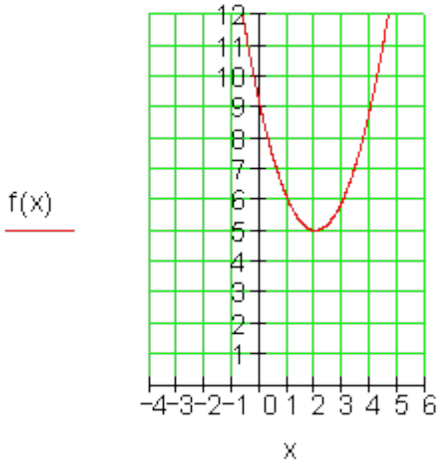
رأس –یا ککر تکی بنه

$y = f(x) = (x-2)^2 + 5$

ککرئ یا رآس: $S(2|5)$

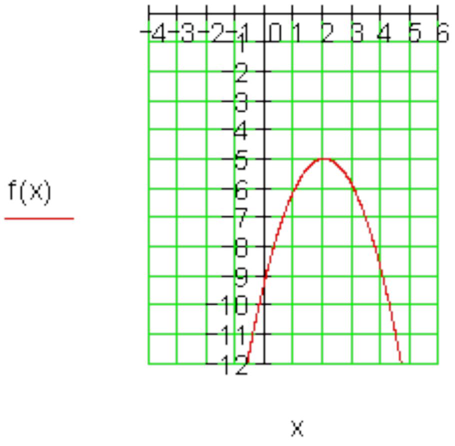
صفرځايونه : شتون نه لري

د y– غوڅی : $P_y(0|9)$

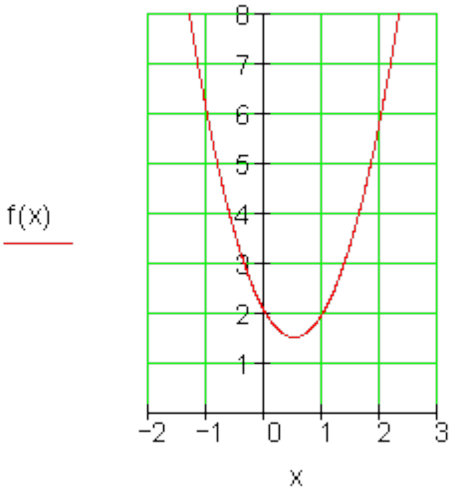


(c) ketabton.com: The Digital Library

ټ-

	$f(x) = -x^2 + 4x - 9$ د رأس ـــيا ککر ټکی بڼه $y = f(x) = -(x-2)^2 - 5$ صفرځايونه:نه شته د y– غوڅی : $P_y(0\|-9)$

ث –

	$f(x) = 2x^2 - 2x + 2$ د رأس ـــيا ککر ی بڼه $y = f(x) = 2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{2}$ صفرځايونه نه شته د y– غوڅی يا تقاطع $P_y(0\|2)$

ج –

(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) = x^2 + 6x + 4$

د رأس بڼه

$y = f(x) = (x+3)^2 - 5$

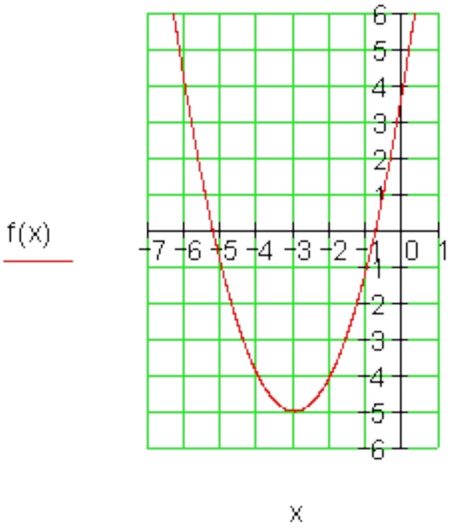
ککرئ : $S(-3\,|\,-5)$

صفرځایونه :

$P_{x_1}\left(-3-\sqrt{5} \approx -7{,}24\,\middle|\,0\right)$

$P_{x_2}\left(-3+\sqrt{5} \approx -0{,}76\,\middle|\,0\right)$

د y–تقاطع: $P_y(0\,|\,4)$



چ –

$f(x) = -3x^2 + 12x - 9$

د رأس –یا ککرئ بڼه

$y = f(x) = -3(x-2)^2 + 3$

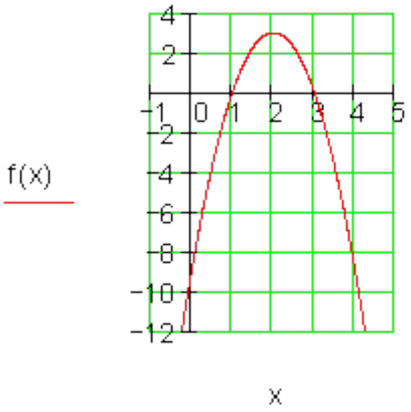
ککرئ : $S(2\,|\,3)$

صفرځایونه

$P_{x_1}(1\,|\,0);\ P_{x_2}(3\,|\,0)$

د y– غوڅی یا تقاطع

$P_y(0\,|\,-9)$



(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) = -\frac{2}{3}x^2 - \frac{4}{3}x - \frac{8}{3}$

د رأس ــیا ككرئ بنه

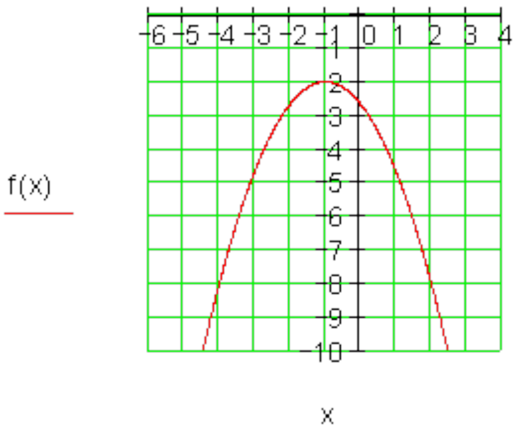
$y = f(x) = -\frac{2}{3}(x+1)^2 - 2$

ككرئ : $S(-1|-2)$

صفرځايونه :نه شته

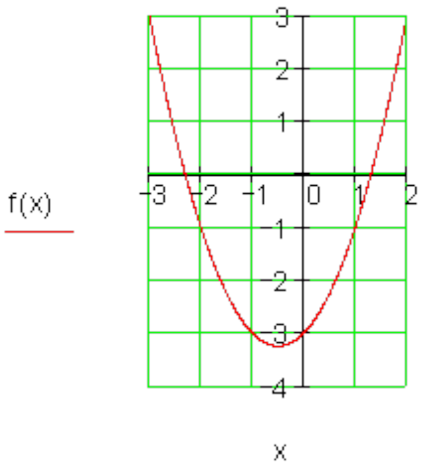
د y– غوڅى : $P_y\left(0\middle|-\frac{8}{3}\right)$

ح-



$f(x) = x^2 + x - 3$

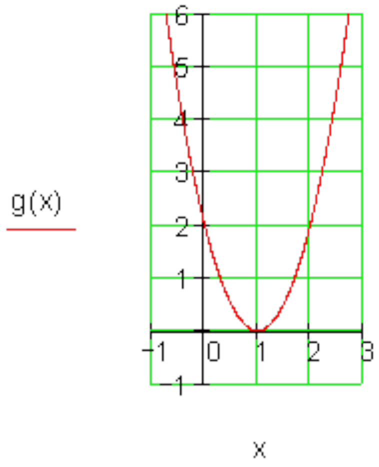
x	−3	−2	−1	0	1	2
f(x)	3	−1	−3	−3	−1	3



خلورم –

$g(x) = 2x^2 - 4x + 2$

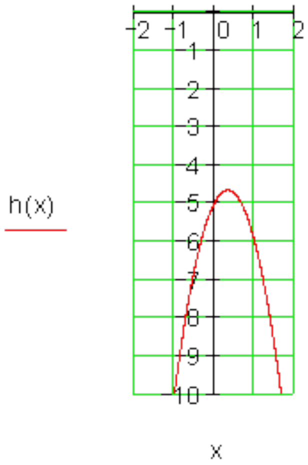
x	−1	0	1	2	3
g(x)	8	2	0	2	8



(c) ketabton.com: The Digital Library

$h(x) = -3x^2 + 2x - 5$

x	−1	−0,5	0
h(x)	−10	−6,75	−5
x	0,5	1	1,5
h(x)	−4,75	−6	−8,25



ګرافونه په پرتله کونه کي

د f(x) او g(x) ګرافونه پورته لور ته واز دي.

د h(x) ګراف کښته لور ته واز دی.

د g(x) او h(x) ګراف خوار یا نری دی نسبت .f(x) ته.

دا د بني فاکتور سره سر او کار لري.

د f(x)ګراف دوه صفرځایونه لري،

د g(x)ګرف ډبل صفرځای لري،

او د h(x) صفرځای نه لري.

پنځم -

نورمال پارابول: $f(x) = x^2$

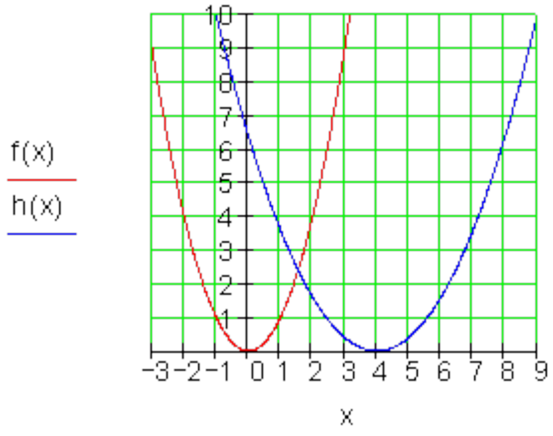
د بني ضريب 0,4 سره:

$g(x) = 0{,}4x^2$

راکښنه په ځلور یوونه

یا واحدونو ښي لور ته

$h(x) = 0{,}4(x-4)^2$



(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم –

الف-

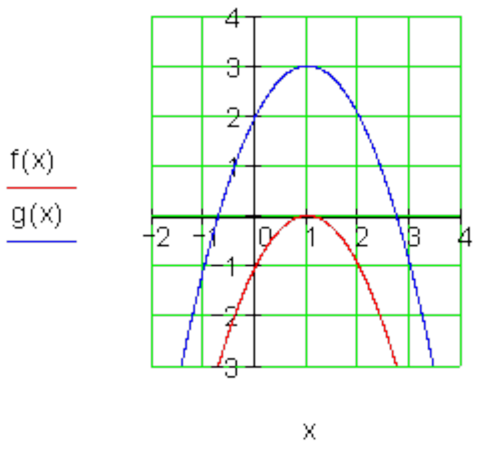
$f(x) = -(x-1)^2$

اینبوونه: $g(x) = f(x) + u$

$$g(x) = -(x-1)^2 + u$$
$$P(0|2): g(0) = -(0-1)^2 + u = 2$$
$$\Rightarrow -(-1)^2 + u = 2 \Leftrightarrow u = 3$$
$$\Rightarrow g(x) = -(x-1)^2 + 3$$

ککرتکی S(1;0) په درې یوونو(واحدونو)

پورته لور ته راکښل کیږي.



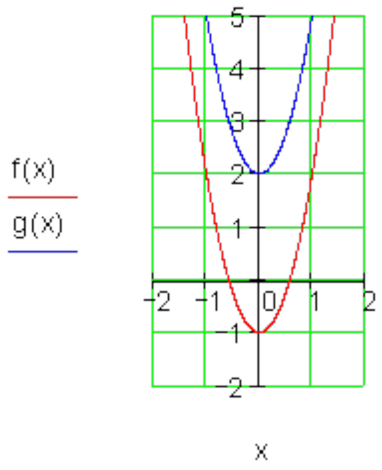
ب –

$f(x) = 3x^2 - 1$

اینبوونه: $g(x) = f(x) + u$

$$g(x) = 3x^2 - 1 + u$$
$$P(0|2): g(0) = -1 + u = 2$$
$$\Rightarrow u = 2 + 1 = 3$$
$$\Rightarrow g(x) = 3x^2 - 1 + 3 = 3x^2 + 2$$

پارابول په درې واحدونو پورته لور ته راکښل کیږي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

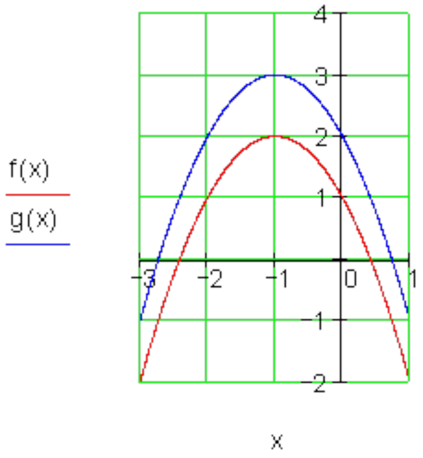
$f(x) = -x^2 - 2x + 1$

ایښوونه: $g(x) = f(x) + u$

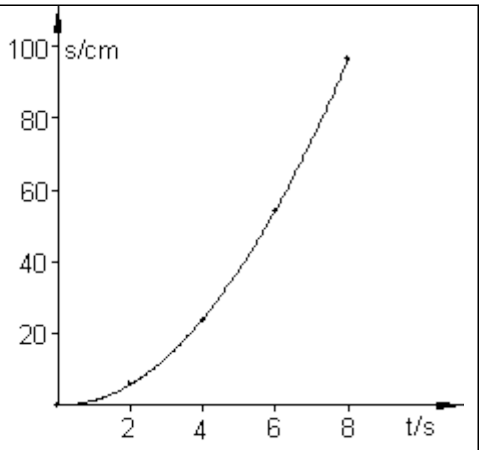
$$g(x) = -x^2 - 2x + 1 + u$$
$$P(0|2): g(0) = 1 + u = 2$$
$$\Rightarrow u = 2 - 1 = 1$$
$$\Rightarrow g(x) = -x^2 - 2x + 1 + 1$$
$$\Rightarrow g(x) = -x^2 - 2x + 2$$

پارابول په یو واحد پورته لور ته رکشأ کیږي.

پ –



اوم –



ایښوونه: $f(x) = a_2 x^2$

$$P(2|6): f(2) = a_2 \cdot 4 = 6 \Rightarrow a_2 = \frac{3}{2}$$

نیونه: $f(x) = \frac{3}{2}x^2$

تکی ازماېښت:

$$P(4|24): f(4) = \frac{3}{2} \cdot 16 = 24 \ (w)$$
$$P(6|54): f(6) = \frac{3}{2} \cdot 36 = 54 \ (w)$$
$$P(8|96): f(8) = \frac{3}{2} \cdot 64 = 96 \ (w)$$
$$\Rightarrow f(x) = \frac{3}{2}x^2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

بنسټونه مربع توابع II

لومړی - د لاندې پارابولونو د تابع مساوات ورکړی:

الف- $f(x)=x^2-4x+2$ ب – $f(x)=x^2+4x+2$

پ – $f(x)=-x^2-4x+3$ ت- $f(x)=-x^2+8x-9$

ټ- $f(x)=\frac{1}{2}x^2-4x+5$ ث – $f(x)=-\frac{1}{2}x^2-2x+6$

ج – $f(x)=\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x-2$ چ – $f(x)=-\frac{2}{3}x^2+\frac{3}{4}x+6$

ح- $f(x)=\frac{3}{4}x^2+\frac{1}{4}x-7$ خ - $f(x)=\frac{4}{5}x^2+\frac{3}{4}x-\frac{7}{2}$

(۱) د ککرئ ټکي بڼه او ککرئ ټکي وټاکی.

(۲) د محورونو غوڅټکي وشميری.

(۳) پل په پل تشريح کړی، چی$f(x)$ د نورمال پارابول حخه څنګه منځ ته راځي او دا څنګه واز دی.

(۴) په يوه مناسب پروتولاړسيستم کې د $f(x)$ ګراف وکاږئ

دويم – سړی کړی شي د نورمال پارابول څخه هر په خوښه پارابول د د غوڅټکي د راکښني له لارې او د پېرسېدني يا غزوني له لارې منځ ته اوړي. که دا کښته لور ته واز وي، نو دا دx محور باندې هنداره کيږي يا منعکس کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د یوه پارابول په هکله لاندې ټکي پیژنو:

بنه ضریب	د x په لور راکښنه یا ځای بدلون	د y په لور راکښنه یا ځای بدلون
$a_2 = 1$	په 2 واحدونو ښي لورته	-۱په 2 واحدونو کښنه لور ته
$a_2 = -1$	په 2 واحدونو ښي لورته	۲ - په 4 واحدونو پورته لور ته
$a_2 = \frac{1}{2}$	په 2 واحدونو کیڼ لورته	۳ -په 4 واحدونو کښته لور ته
$a_2 = -2$	په 1 واحد ښي لورته	۴ – په 5 واحدونو پورته لور ته
$a_2 = -\frac{1}{4}$	په 4 واحدونو کیڼ لورته	۵ - په 3 واحدونو پورته لور ته
$a_2 = \frac{3}{2}$	په 2,5 واحدونو ښي لورته	۶ - په 6 واحدونو کښنه لور ته
$a_2 = -\frac{3}{4}$	په 3 واحدونو کیڼ لورته	۷ - په 3 واحدونو پورته لور ته
$a_2 = 2$	په 3,5 واحدونو ښي لورته	۸ - په 4,5 واحدونو کښنه لور ته
$a_2 = \frac{1}{3}$	په 2 واحدونو یا یوونونو ښي لورته	۹ - ه 3 واحدونو یا یوونونو کښنه لور ته
$a_2 = -\frac{2}{3}$	په 4 واحدونو ښي لورته	۱۰ - په3 واحدونو پورته لور ته

(۱) د ککرئ ټکي بنه او ککرئ ټکي وټاکی.

(۲) د محورونو غوڅټکي وشمیری.

(۳) د تابع مساوات په پولینوم بنه $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$? څنګه دي؟

(۴) په یو مناسب کواوردینات سیسم کې د f(x) ګراف وکاږی.

حلونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

بنستونه مربع توابع II

نتيجي او مفصل حلونه

NP : نورمال پارابول

∩: كښته لور ته واز   U: پورته لور ته واز

-> n په n واحدونو ښي لورته راكښلی   -->n په n يونونو كيڼ لور ته راكښل

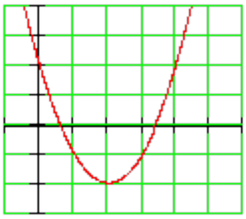
↑n په n يوونونو پورته لور ته رکښل شوی

↓n په n يوونونو كښته لور ته راكښل شوی.

نتيجي

لومړی –

الف-

۱ - $f(x) = (x-2)^2 - 2;\ S(2\mid -2)$ ۲ – $P_y(0\mid 2)$ $P_{x1}\left(2+\sqrt{2} \approx 3{,}414 \mid 0\right)$ $P_{x2}\left(2-\sqrt{2} \approx 0{,}586 \mid 0\right)$ ۳ – NP: U: 2 →; 2↓	۴ 

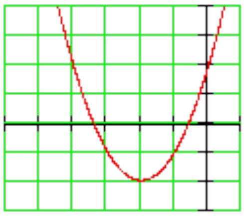
(c) ketabton.com: The Digital Library

۱ - $f(x)=(x+2)^2-2;\ S(-2|-2)$

۲ _
$P_y(0|2)$
$P_{x1}\left(-2+\sqrt{2}\approx-0{,}586\ |\ 0\right)$
$P_{x2}\left(-2-\sqrt{2}\approx-3{,}414\ |\ 0\right)$

۳ _ NP: $U: 2\leftarrow;\ 2\downarrow$

ب — ۴

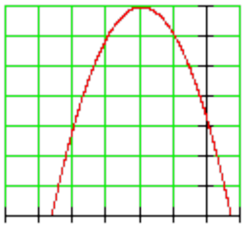


۱ - $f(x)=-(x+2)^2+7;\ S(-2|7)$

۲ _
$P_y(0|3)$
$P_{x1}\left(-2+\sqrt{7}\approx 0{,}646\ |\ 0\right)$
$P_{x2}\left(-2-\sqrt{7}\approx-4{,}646\ |\ 0\right)$

۳ _ NP: $\cap: 2\leftarrow;\ 7\uparrow$

پ —۴



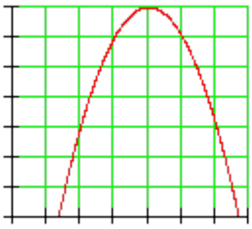
ت

۱ - $f(x)=-(x-4)^2+7;\ S(4|7)$

۲ _
$P_y(0|-9)$
$P_{x1}\left(4+\sqrt{7}\approx 6{,}646\ |\ 0\right)$
$P_{x2}\left(4-\sqrt{7}\approx 1{,}354\ |\ 0\right)$

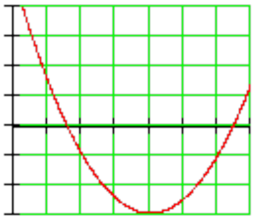
۳ _ NP: $\cap: 4\rightarrow;\ 7\uparrow$

۴

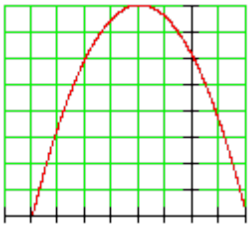
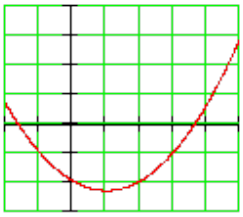


ټ- په لاندي کې:Gestaucht mit کيکارل شوی د ... سره.

(c) ketabton.com: The Digital Library

 ۴	۱ - $f(x) = \frac{1}{2}(x-4)^2 - 3;\ S(4 \mid -3)$ $P_y(0 \mid 5)$ $P_{x1}(4+\sqrt{6} \approx 6{,}449 \mid 0)$ ۲ – $P_{x2}(4-\sqrt{6} \approx 1{,}551 \mid 0)$ ۳ – NP gestaucht mit $\frac{1}{2}$: $\cup: 4 \rightarrow; 3 \downarrow$

ث – په لاندي کي:Gestaucht mit کيکارل شوی د ... سره.

	۱ - $f(x) = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 8;\ S(-2 \mid 8)$ $P_y(0 \mid 6)$ ۲ – $P_{x1}(2 \mid 0);\ P_{x2}(-6 \mid 0)$ ۳ – NP gestaucht mit $\frac{1}{2}$: $\cap: 2 \leftarrow; 8 \uparrow$
ج – ۴ 	۱ - $f(x) = \frac{1}{3}(x-1)^2 - \frac{7}{3};\ S\left(1 \middle\vert -\frac{7}{3}\right)$ $P_y(0 \mid -2)$ $P_{x1}(1+\sqrt{7} \approx 3{,}646 \mid 0)$ ۲ – $P_{x2}(1-\sqrt{7} \approx -1{,}646 \mid 0)$ ۳ – NP gestaucht mit $\frac{1}{3}$: $\cup: 1 \rightarrow; \frac{7}{3} \downarrow$

(c) ketabton.com: The Digital Library

چ –

۱ – $f(x) = -\frac{2}{3}\left(x - \frac{9}{16}\right)^2 + \frac{795}{128};\ S\left(\frac{9}{16} \middle| \frac{795}{128}\right)$

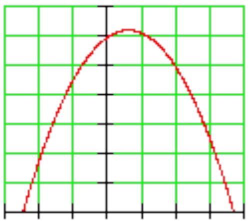
۲ – $P_y(0|6)$

$P_{x1}\left(\frac{9}{16} + \sqrt{\frac{2385}{256}} \middle| 0\right)$

$P_{x2}\left(\frac{9}{16} - \sqrt{\frac{2385}{256}} \middle| 0\right)$

۳ – NP gestaucht mit $\frac{2}{3}$: $\cap$: $\frac{9}{16} \rightarrow$; $\frac{795}{128} \uparrow$

۴



ح-

۱ – $f(x) = \frac{3}{4}\left(x + \frac{1}{6}\right)^2 - \frac{337}{48};\ S\left(-\frac{1}{6} \middle| -\frac{337}{48}\right)$

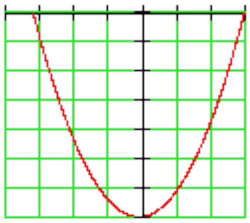
۲ –

$P_y(0|-7)$

$P_{x1}\left(-\frac{1}{6} + \sqrt{\frac{337}{36}} \middle| 0\right);\ P_{x2}\left(-\frac{1}{6} - \sqrt{\frac{337}{36}} \middle| 0\right)$

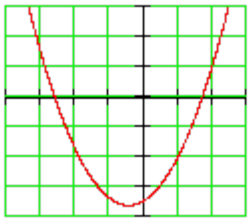
۳ – NP gestaucht mit $\frac{3}{4}$: U: $\frac{1}{6} \leftarrow$; $\frac{337}{48} \downarrow$

۴



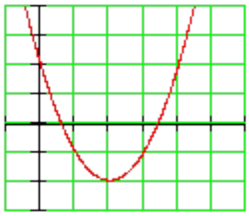
(c) ketabton.com: The Digital Library

خ-

۱ ـ $f(x)=\frac{4}{5}\left(x+\frac{15}{32}\right)^2-\frac{941}{256};\ S\left(-\frac{15}{32}\,\middle|\,-\frac{941}{256}\right)$ $P_y\left(0\,\middle|\,-\frac{7}{2}\right)$ $P_{x1}\left(-\frac{15}{32}+\sqrt{\frac{4705}{1024}}\,\middle|\,0\right)$ ۲ ـ $P_{x2}\left(-\frac{15}{32}-\sqrt{\frac{4705}{1024}}\,\middle|\,0\right)$ ۳ ـ NP gestaucht mit $\frac{4}{5}$: U: $\frac{15}{32}\leftarrow;\ \frac{941}{256}\downarrow$	۴ 

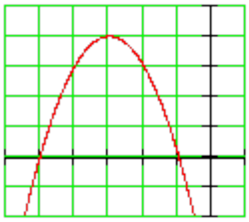
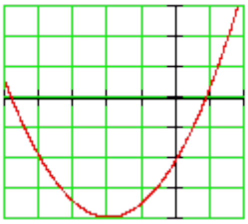
دويم ـ

الف ـ

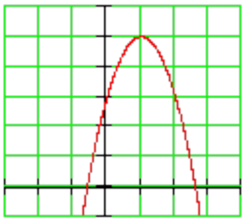
۱ ـ $S(2\,\|\,-2)\Rightarrow f(x)=(x-2)^2-2$ $P_y(0\,\|\,-2)$ $P_{x1}(2+\sqrt{2}\approx 3{,}414\,\|\,0)$ ۲ ـ $P_{x2}(2-\sqrt{2}\approx 0{,}586\,\|\,0)$ ۳ ـ $f(x)=x^2-4x+2$	

ب ـ

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱ - $S(-3 \mid 4) \Rightarrow f(x) = -(x+3)^2 + 4$ $P_y(0 \mid -5)$ ۲ – $P_{x1}(-1 \mid 0); P_{x2}(-5 \mid 0)$ ۳ – $f(x) = -x^2 - 6x - 5$	
۱ - $S(-2 \mid -4) \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 4$ $P_y(0 \mid -2)$ $P_{x1}\left(-2+\sqrt{8} \approx 0{,}828 \mid 0\right)$ ۲ – $P_{x2}\left(-2-\sqrt{8} \approx -4{,}828 \mid 0\right)$ ۳ – $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 2$	پ – 

ت-

۱ - $S(1 \mid 5) \Rightarrow f(x) = -2(x-1)^2 + 5$ $P_y(0 \mid 3)$ $P_{x1}\left(1+\sqrt{2{,}5} \approx 2{,}581 \mid 0\right)$ ۲ – $P_{x2}\left(1-\sqrt{2{,}5} \approx -0{,}581 \mid 0\right)$ ۳ – $f(x) = -2x^2 + 4x + 3$	

ث-

(c) ketabton.com: The Digital Library

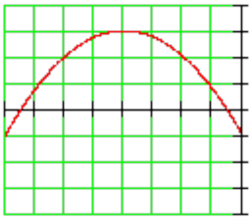
١ - $S(-4 \mid 3) \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{4}(x+4)^2 + 3$

$P_y(0 \mid -1)$

$P_{x1}\left(-4+\sqrt{12} \approx -0{,}536 \mid 0\right)$

٢ ـ $P_{x2}\left(-4-\sqrt{12} \approx -7{,}464 \mid 0\right)$

٣ ـ $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 - 2x - 1$



ث ـ

١ - $S\left(\frac{5}{2} \mid -6\right) \Rightarrow f(x) = \frac{3}{2}\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - 6$

$P_y\left(0 \mid \frac{27}{8} = 3{,}375\right)$

٢ ـ $P_{x1}\left(\frac{9}{2} \mid 0\right); P_{x2}\left(\frac{1}{2} \mid 0\right)$

٣ ـ $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - \frac{15}{2}x + \frac{27}{8}$

ج ـ

١ - $S(-3 \mid 3) \Rightarrow f(x) = -\frac{3}{4}(x+3)^2 + 3$

$P_y\left(0 \mid -\frac{15}{4} = 3{,}75\right)$

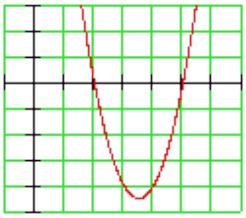
٢ ـ $P_{x1}(-1 \mid 0); P_{x2}(-5 \mid 0)$

ـ $f(x) = -\frac{3}{4}x^2 - \frac{9}{2}x - \frac{15}{4}$

٣

(c) ketabton.com: The Digital Library

چ –



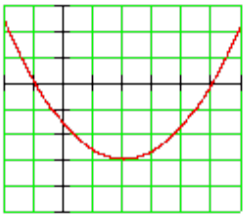
۱ـ $S\left(\frac{7}{2}\,\middle|\,-\frac{9}{2}\right) \Rightarrow f(x) = 2\left(x-\frac{7}{2}\right)^2 - \frac{9}{2}$

۲ـ $P_y(0\,|\,20)$

$P_{x1}(5\,|\,0);\ P_{x2}(2\,|\,0)$

۳ـ $f(x) = 2x^2 - 14x + 20$

ح -



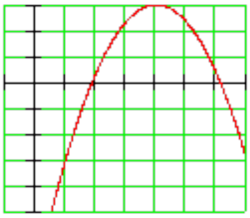
۱ـ $S(2\,|\,-3) \Rightarrow f(x) = \frac{1}{3}(x-2)^2 - 3$

۲ـ $P_y\left(0\,\middle|\,-\frac{5}{3} \approx -1{,}667\right)$

$P_{x1}(5\,|\,0);\ P_{x2}(-1\,|\,0)$

۳ـ $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{4}{3}x - \frac{5}{3}$

خ -



۱ـ $S(4\,|\,3) \Rightarrow f(x) = -\frac{2}{3}(x-4)^2 + 3$

۲ـ $P_y\left(0\,\middle|\,-\frac{23}{3} \approx -7{,}667\right)$

$P_{x1}\left(4+\sqrt{4{,}5} \approx 6{,}121\,|\,0\right)$

$P_{x2}\left(4-\sqrt{4{,}5} \approx 1{,}879\,|\,0\right)$

۳ـ $f(x) = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{16}{3}x - \frac{23}{3}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

مفصل حلونه

لومړی-الف1a

(1) د ککرۍ ټکی

ککرۍ ټکي شمیرنه د مربع تکمیلوني له لاري

$$f(x) = x^2 - 4x + 2 \Leftrightarrow f(x) = x^2 - 4x + 2^2 - 2^2 + 2$$

$$\Leftrightarrow f(x) = (x-2)^2 - 2^2 + 2 \Leftrightarrow f(x) = (x-2)^2 - 4 + 2$$

$$\Leftrightarrow f(x) = (x-2)^2 - 2 \text{ Scheitelpunkt: } S(2 \mid -2)$$

(2) د $f(x) = x^2 - 4x + 2$ همداسې د $f(x) = (x-2)^2 - 2$ محورغوڅتکی

د لاندې پېښتو له کېن کېنته څخه ښي کېنته لور ته: د ... سره غوڅتکی، صفرځایونه ، حالت

Schnittpunkt mit der y – Achse:

$y_s = f(0) = 2 \Rightarrow P_y(0 \mid 2)$

Nullstellen:

$f(x) = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 - 2 = 0 \mid +2$

$\Leftrightarrow (x-2)^2 = 2 \mid \sqrt{\ }$

$\Leftrightarrow |x-2| = \sqrt{2}$

falls $x - 2 > 0 \Rightarrow x - 2 = \sqrt{2} \mid +2$

$\Leftrightarrow x = x_1 = 2 + \sqrt{2}$

falls $x - 2 < 0 \Rightarrow -(x-2) = \sqrt{2} \mid \cdot(-1)$

$\Leftrightarrow x - 2 = -\sqrt{2} \mid +2$

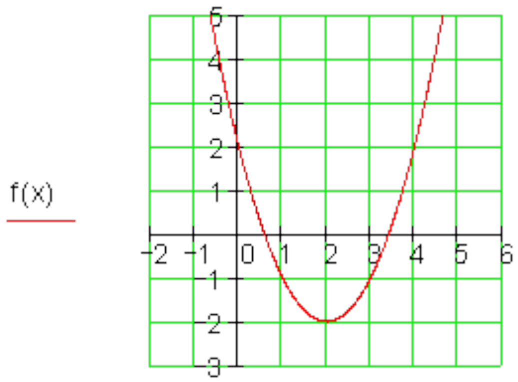
$\Leftrightarrow x = x_2 = 2 - \sqrt{2}$

$P_{x1}(2+\sqrt{2} \approx 3{,}414 \mid 0)$

$P_{x2}(2-\sqrt{2} \approx 0{,}586 \mid 0)$

(3) د نورمال پارابول غوڅتکی په دوه واحدونو ښي لور ته او په دوه واحدونو کښته لور ته کښول کیږي. پارابول پورته لور ته واز دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library



(4)

1b الف-

(1) د ککرۍ ټکي شمیرنه د مربع تکمیلوني له لارې

$f(x) = x^2 + 4x + 2 \Leftrightarrow f(x) = x^2 + 4x + 2^2 - 2^2 + 2$

$\Leftrightarrow f(x) = (x+2)^2 - 2^2 + 2 \Leftrightarrow f(x) = (x+2)^2 - 4 + 2 \Leftrightarrow f(x) = (x+2)^2 - 2$

ککرۍ ټکی $S(-2 \mid -2)$

(2) د $f(x) = x^2 + 4x + 2$ او $f(x) = (x+2)^2 - 2$ همداسې د محورغوښتکي

د لاندې پېښتو له کیڼ کښته ښي کښته لور ته: د ... سره غوښتکی، صفرځایونه ، حالت

$\text{Schnittpunkt mot der } y-\text{Achse}:$

$y_s = f(0) = 2 \Rightarrow P_y(0 \mid 2)$

Nullstellen:

$f(x) = 0 \Leftrightarrow (x+2)^2 - 2 = 0 \mid +2$

$\Leftrightarrow (x+2)^2 = 2 \mid \sqrt{\ }$

$\text{falls } x+2 > 0 \Rightarrow x+2 = \sqrt{2} \mid -2$

$\Leftrightarrow x = x_1 = -2 + \sqrt{2}$

$\text{falls } x+2 < 0 \Rightarrow -(x+2) = \sqrt{2} \mid \cdot(-1)$

$\Leftrightarrow x+2 = -\sqrt{2} \mid -2$

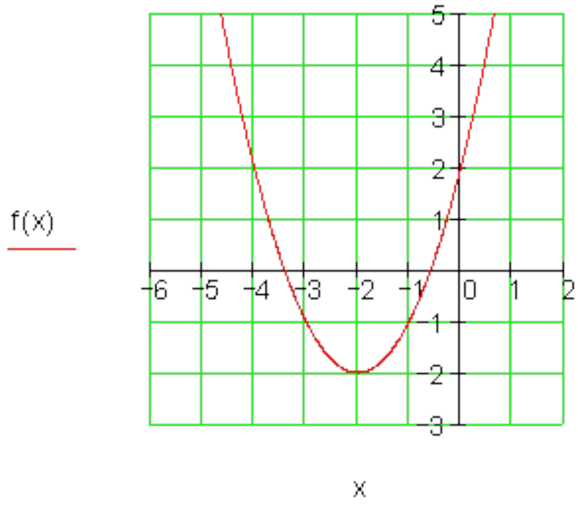
$\Leftrightarrow x = x_2 = -2 - \sqrt{2}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\Leftrightarrow \lvert x+2\rvert = \sqrt{2}$	$P_{x1}\left(-2+\sqrt{2} \approx -0{,}586 \mid 0\right)$ $P_{x2}\left(-2-\sqrt{2} \approx -3{,}414 \mid 0\right)$

(3) د نورمال پارابول غوښتکی په دوه واحدونوکیڼ لور ته او په دوه واحدونو کښته لور ته کښول کیږي. پارابول پورته لور ته واز دی

(۴)



1c (Scheitelpunkt=ککری تکی)

(1)د ککری تکي شمېرنه د مربع تکمیلوني له لاري

$f(x) = -x^2 - 4x + 3$

$\Leftrightarrow f(x) = -1\cdot\left[x^2 + 4x - 3\right] \Leftrightarrow f(x) = -1\cdot\left[x^2 + 4x + 2^2 - 2^2 - 3\right]$

$\Leftrightarrow f(x) = -1\cdot\left[(x+2)^2 - 4 - 3\right] \Leftrightarrow f(x) = -1\cdot\left[(x+2)^2 - 7\right]$

$\Leftrightarrow f(x) = -(x+2)^2 + 7$ Scheitelpunkt: $S(-2 \mid 7)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

---

(2) د $f(x) = -x^2 - 4x + 3$ همداسې $f(x) = -(x+2)^2 + 7$ محور غوښتکی

د لاندې پښتو له کيڼ کښته ښخه ښي کښته لور ته: د ... سره غوښتکی، صفرځايونه ، حالت

Schnittpunkt mit der y – Achse:

$y_s = f(0) = 3 \Rightarrow P_y(0 \mid 3)$

Nullstellen:

$f(x) = 0 \Leftrightarrow -(x+2)^2 + 7 = 0 \mid -7$

$\Leftrightarrow -(x+2)^2 = -7 \mid \cdot(-1)$

$\Leftrightarrow (x+2)^2 = 7 \mid \sqrt{\ }$

$\Leftrightarrow |x+2| = \sqrt{7}$

falls $x+2 > 0 \Rightarrow x+2 = \sqrt{7} \mid -2$

$\Leftrightarrow x = x_1 = -2 + \sqrt{7}$

falls $x+2 < 0 \Rightarrow -(x+2) = \sqrt{7} \mid \cdot(-1)$

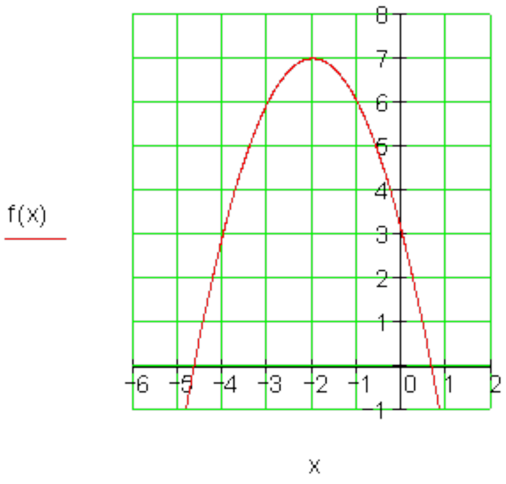
$\Leftrightarrow x+2 = -\sqrt{7} \mid -2$

$\Leftrightarrow x = x_2 = -2 - \sqrt{7}$

$P_{x1}\left(-2+\sqrt{7} \approx 0{,}646 \mid 0\right)$

$P_{x2}\left(-2-\sqrt{7} \approx -4{,}646 \mid 0\right)$

(3)د نورمال پارابول غوښتکی په دوه واحدونو کيڼ لور ته او په 7 واحدونو پورته لور ته کښول کيږي. پارابول د منفي مخنښې له امله په a_2 د x په محور هنداره کيږي او له دې امله کښته لور ته واز دی.



(۴)

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی ت - د ککرټکي شمېرنه د مربع تکمیلوني له لاري

(1)

$$f(x) = -x^2 + 8x - 9$$
$$\Leftrightarrow f(x) = -1 \cdot \left[x^2 - 8x + 9\right] \Leftrightarrow f(x) = -1 \cdot \left[x^2 - 8x + 4^2 - 4^2 + 9\right]$$
$$\Leftrightarrow f(x) = -1 \cdot \left[(x-4)^2 - 16 + 9\right] \Leftrightarrow f(x) = -1 \cdot \left[(x-4)^2 - 7\right]$$
$$\Leftrightarrow f(x) = -(x-4)^2 + 7 \text{ Scheitelpunkt: } S(4 \mid +7)$$

پورته الماني= ککرى ټکى

(2) د $f(x) = -x^2 + 8x - 9$ همداسې $f(x) = -(x-4)^2 + 7$. محور غوڅ ټکي

د لاندي پښتو له کيڼ کښته ښخه ښي کښته لور ته: د ... سره غوڅټکی، صفرځایونه ، حالت

$$\text{Schnittpunkt mit der } y-\text{Achse:}$$
$$y_s = f(0) = -9 \Rightarrow P_y(0 \mid -9)$$
$$\text{Nullstellen:}$$
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -(x-4)^2 + 7 = 0 \mid -7$$
$$\Leftrightarrow -(x-4)^2 = -7 \mid \cdot (-1)$$
$$\Leftrightarrow (x-4)^2 = 7 \mid \sqrt{\ }$$
$$\Leftrightarrow |x-4| = \sqrt{7}$$

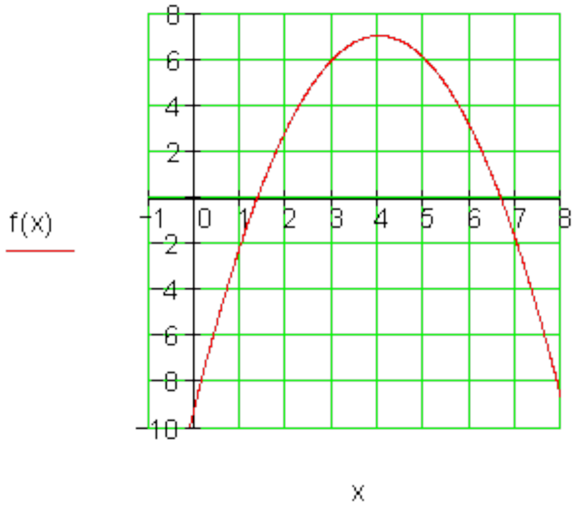
$$\text{falls } x-4 > 0 \Rightarrow x-4 = \sqrt{7} \mid +4$$
$$\Leftrightarrow x = x_1 = 4 + \sqrt{7}$$
$$\text{falls } x-4 < 0 \Rightarrow -(x-4) = \sqrt{7} \mid \cdot (-1)$$
$$\Leftrightarrow x-4 = -\sqrt{7} \mid +4$$
$$\Leftrightarrow x = x_2 = 4 - \sqrt{7}$$
$$P_{x1}\left(4 + \sqrt{7} \approx 6{,}646 \mid 0\right)$$
$$P_{x2}\left(4 - \sqrt{7} \approx 1{,}354 \mid 0\right)$$

(3) د نورمال پارابول غوڅټکی په 4واحدونو ښي لور ته او په7 واحدونو پورته لور ته کښول کیږي. پارابول د a_2 د کميزي مخنخښي له امله د x په محور   هنداره کيږي او له دې امله پارابول کښته لور ته واز دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

----

(۴)



:1e

۱) د ککرۍټکي شمېرنه د مربع تکميلوني له لارې

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 5$$

$$\Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{2}\cdot\left[x^2 - 8x + 10\right] \Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{2}\cdot\left[x^2 - 8x + 4^2 - 4^2 + 10\right]$$

$$\Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{2}\cdot\left[(x-4)^2 - 16 + 10\right] \Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{2}\cdot\left[(x-4)^2 - 6\right]$$

له دې لاس ته راځي او برعکس $f(x) = (1/2)(x-4)^2 - 3$ ککرې ټکی $S(4;-3)$

۲) د $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 5$. همداسي $f(x) = \frac{1}{2}(x-4)^2 - 3$. ـ محور تقاطع ټکي

د لاندې پېښتو له کېنې کښته ښخه ښي کښته لور ته: د ... سره غوښتکی، صفرځایونه ، حالت

(c) ketabton.com: The Digital Library

Schnittpunkt mit der y – Achse:

$y_s = f(0) = 5 \Rightarrow P_y(0 \mid 5)$

Nullstellen:

$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}(x-4)^2 - 3 = 0 \mid +3$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(x-4)^2 = 3 \mid \cdot 2$

$\Leftrightarrow (x-4)^2 = 6 \mid \sqrt{\ }$

$\Leftrightarrow |x-4| = \sqrt{6}$

falls $x-4 > 0 \Rightarrow x-4 = \sqrt{6} \mid +4$

$\Leftrightarrow x = x_1 = 4 + \sqrt{6}$

falls $x-4 < 0 \Rightarrow -(x-4) = \sqrt{6} \mid \cdot(-1)$

$\Leftrightarrow x-4 = -\sqrt{6} \mid +4$

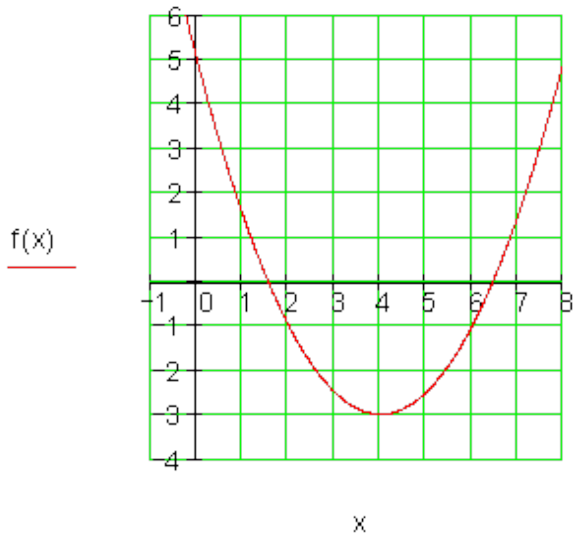
$\Leftrightarrow x = x_2 = 4 - \sqrt{6}$

$P_{x1}\left(4+\sqrt{6} \approx 6{,}449 \mid 0\right)$

$P_{x2}\left(4-\sqrt{6} \approx 1{,}551 \mid 0\right)$

)۳(د نورمال پارابول غوښتکی په4 واحدونو ښي لور ته او په دري واحدونو کښته لور ته کښول کيږي. پارابول د ضريب ½ سره پرسيږي. پارابول پورته لور ته واز دی.

)۴(



:1f

(c) ketabton.com: The Digital Library

---

(۱) د ککرتکي شمېرنه د مربع تکمیلوني له لارې

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6$$

$$\Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{2}\cdot\left[x^2 + 4x - 12\right] \Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{2}\cdot\left[x^2 + 4x + 2^2 - 2^2 - 12\right]$$

$$\Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{2}\cdot\left[(x+2)^2 - 4 - 12\right] \Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{2}\cdot\left[(x+2)^2 - 16\right]$$

$$\Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 8$$

رأس - یا ککری ټکی S(-2;8)

)۲ (د $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6$ | همداسي $f(x) = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 8$ محور تقاطع ټکي

د لاندې پېنتو له کېڼ کښته څخه ښي کښته لور ته: د ... سره غوڅټکی، صفرځایونه ، حالت

$$\text{Schnittpunkt mit der } y-\text{Achse}:$$

$$y_s = f(0) = 6 \Rightarrow P_y(0\,|\,6)$$

Nullstellen:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 8 = 0\,|-8$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2}(x+2)^2 = -8\,|\cdot(-2)$$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 = 16\,|\sqrt{\ }$$

$$\Leftrightarrow |x+2| = \sqrt{16}$$

$$\text{falls } x+2 > 0 \Rightarrow x+2 = 4\,|-2$$

$$\Leftrightarrow x = x_1 = 2$$

$$\text{falls } x+2 < 0 \Rightarrow -(x+2) = 4\,|\cdot(-1)$$

$$\Leftrightarrow x+2 = -4\,|-2$$

$$\Leftrightarrow x = x_2 = -6$$

$P_{x1}(2\,|\,0)$

und

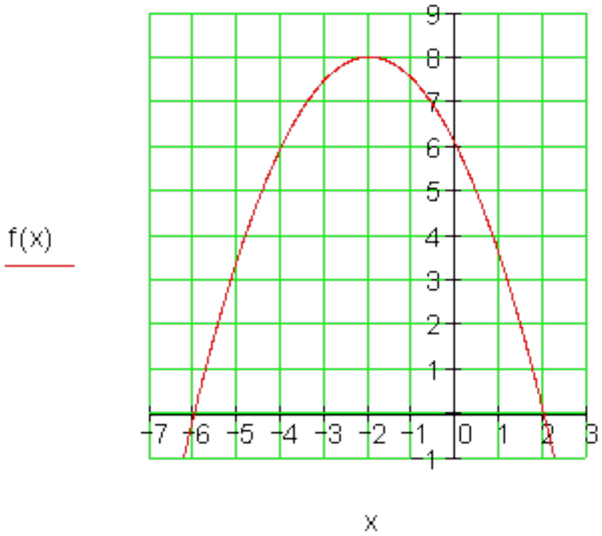
$P_{x2}(-6\,|\,0)$

(۳) د نورمال پارابول غوځېکی په 2 واحدونو کېڼ لور ته او په 8 واحدونو پورته لور ته کښول کيږي. پارابول په ½ضربیونو پرسول کيږي او دx په محور هنداره کيږي،پارابول کښته لور ته واز دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

----

(۴)



:1g

(۱) د ککرۍ ټکي شمیرنه د مربع تکمیلوني له لارې.

$$f(x)=\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x-2 \Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{3}\cdot\left[x^2-2x-6\right]$$

$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{3}\cdot\left[x^2-2x+1^2-1^2-6\right] \Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{3}\cdot\left[(x-1)^2-1-6\right]$$

$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{3}\cdot\left[(x-1)^2-7\right] \Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{3}(x-1)^2-\frac{7}{3}$$

ککرۍ ټکی: $: S\left(1\,\middle|\,-\frac{7}{3}\right)$

(۲) د $f(x)=\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x-2$ همداسې $f(x)=\frac{1}{3}(x-1)^2-\frac{7}{3}$ محور غوخ ټکي

د لاندې پېښتو له کېڼ کښته څخه ښې کښته لور ته: د ... سره غوښتکی، صفرځایونه ، حالت

(c) ketabton.com: The Digital Library

Schnittpunkt mit der y – Achse:

$y_s = f(0) = -2 \Rightarrow P_y(0 \mid -2)$

Nullstellen:

$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3}(x-1)^2 - \frac{7}{3} = 0 \mid +\frac{7}{3}$

$\Leftrightarrow \frac{1}{3}(x-1)^2 = \frac{7}{3} \mid \cdot 3$

$\Leftrightarrow (x-1)^2 = 7 \mid \sqrt{\ }$

$\Leftrightarrow |x-1| = \sqrt{7}$

falls $x - 1 > 0 \Rightarrow x - 1 = \sqrt{7} \mid +1$

$\Leftrightarrow x = x_1 = 1 + \sqrt{7}$

falls $x - 1 < 0 \Rightarrow -(x-1) = \sqrt{7} \mid \cdot(-1)$

$\Leftrightarrow x - 1 = -\sqrt{7} \mid +1$

$\Leftrightarrow x = x_2 = 1 - \sqrt{7}$

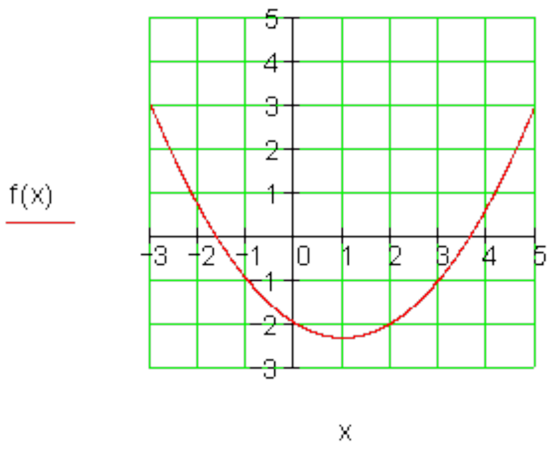
$P_{x1}\left(1+\sqrt{7} \approx 3,646 \mid 0\right)$

$P_{x2}\left(1-\sqrt{7} \approx 1,646 \mid 0\right)$

) ۳ (د نورمال پارابول غوښتکی په 1 واحدونو ښي لور ته او په 7/3 واحدونو ښکته لور ته کښنول کيږي.

پارابول   په 1/3ضربيونو پرسول کيږي . پارابول پورته لور ته واز دی.

) ۴ (



:1h

(c) ketabton.com: The Digital Library

---

(۱) د ګکرۍ ټکي شمیرنه د مربع تکمیلوني له لارې

$$f(x) = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{3}{4}x + 6$$

$$\Leftrightarrow f(x) = -\frac{2}{3}\cdot\left[x^2 - \frac{9}{8}x - 9\right] \Leftrightarrow f(x) = -\frac{2}{3}\cdot\left[x^2 - \frac{9}{8}x + \left(\frac{9}{16}\right)^2 - \left(\frac{9}{16}\right)^2 - 9\right]$$

$$\Leftrightarrow f(x) = -\frac{2}{3}\cdot\left[\left(x - \frac{9}{16}\right)^2 - \frac{81}{256} - \frac{2304}{256}\right] \Leftrightarrow f(x) = -\frac{2}{3}\cdot\left[\left(x - \frac{9}{16}\right)^2 - \frac{2385}{256}\right]$$

$$\Leftrightarrow f(x) = -\frac{2}{3}\left(x - \frac{9}{16}\right)^2 + \frac{795}{128} \Rightarrow S\left(\frac{9}{16} \approx 0{,}56 \;\middle|\; \frac{795}{128} \approx 6{,}21\right)$$

(۲) د $f(x) = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{3}{4}x + 6$ ا همداسې $f(x) = -\frac{2}{3}\left(x - \frac{9}{16}\right)^2 + \frac{795}{128}$ محور غوخ ټکي

د لاندې پښتو له کيڼ کښته ښخه ښي کښته لور ته: د ... سره غوښتکی، صفرځایونه ، حالت

Schnittpunkt mit der y − Achse:

$$y_s = f(0) = 6 \Rightarrow P_y(0 \mid 6)$$

Nullstellen:

$$f(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}\left(x - \frac{9}{16}\right)^2 + \frac{795}{128} = 0 \;\Big|\; -\frac{795}{128}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}\left(x - \frac{9}{16}\right)^2 = -\frac{795}{128} \;\Big|\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow \left(x - \frac{9}{16}\right)^2 = \frac{2385}{256} \;\Big|\sqrt{}$$

$$\Leftrightarrow \left|x - \frac{9}{16}\right| = \sqrt{\frac{2385}{256}}$$

$$\text{falls } x - \frac{9}{16} > 0 \Rightarrow x - \frac{9}{16} = \sqrt{\frac{2385}{256}} \;\Big|+\frac{9}{16}$$

$$\Leftrightarrow x = x_1 = \frac{9}{16} + \sqrt{\frac{2385}{256}}$$

$$\text{falls } x - \frac{9}{16} < 0 \Rightarrow -\left(x - \frac{9}{16}\right) = \sqrt{\frac{2385}{256}} \;\Big|\cdot(-1)$$

$$\Leftrightarrow x - \frac{9}{16} = -\sqrt{\frac{2385}{256}} \;\Big|+\frac{9}{16}$$

$$\Leftrightarrow x = x_2 = \frac{9}{16} - \sqrt{\frac{2385}{256}}$$

$$P_{x1}\left(\frac{9}{16} + \sqrt{\frac{2385}{256}} \approx 3{,}615 \;\middle|\; 0\right)$$

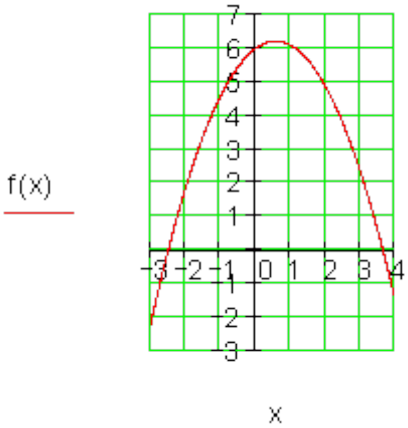
$$P_{x2}\left(\frac{9}{16} - \sqrt{\frac{2385}{256}} \approx -2{,}49 \;\middle|\; 0\right)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

---

(3) د نورمال پارابول غوځېکی په 9/1واحدونو ښي لور ته او په 795/128واحدونوپوته لور ته کښول کيږي. پارابول په 2/3 ضريبونو پرسول کيږي او دx په محور هنداره کيږي پارابول کښته لور ته واز دی.

(4)



:1i (1) د ککری ټکي شمېرنه د مربع تکميلوني له لارې

$$f(x)=\frac{3}{4}x^2+\frac{1}{4}x-7$$

$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{3}{4}\cdot\left[x^2+\frac{1}{3}x-\frac{28}{3}\right]\Leftrightarrow f(x)=\frac{3}{4}\cdot\left[x^2+\frac{1}{3}x+\left(\frac{1}{6}\right)^2-\left(\frac{1}{6}\right)^2-\frac{28}{3}\right]$$

$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{3}{4}\cdot\left[\left(x+\frac{1}{6}\right)^2-\frac{1}{36}-\frac{28}{3}\right]\Leftrightarrow f(x)=\frac{3}{4}\cdot\left[\left(x+\frac{1}{6}\right)^2-\frac{337}{36}\right]$$

$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{3}{4}\left(x+\frac{1}{6}\right)^2-\frac{337}{48}\Rightarrow S\left(-\frac{1}{6}\approx-0{,}17\;\middle|\;-\frac{337}{48}\approx-7{,}02\right)$$

د

$f(x)=\frac{3}{4}x^2+\frac{1}{4}x-7$ همداسي $f(x)=\frac{3}{4}\left(x+\frac{1}{6}\right)^2-\frac{337}{48}$ محور غوخ ټکي

د لاندې پښتو له کښ کښته څخه ښي کښته لور ته: د ... سره غوځېکی، صفرځایونه ، حالت

(c) ketabton.com: The Digital Library

Schnittpunkt mit der y – Achse:

$y_s = f(0) = -7 \Rightarrow P_y(0 \mid -7)$

Nullstellen:

$f(x) = 0$

$\Leftrightarrow \frac{3}{4}\left(x+\frac{1}{6}\right)^2 - \frac{337}{48} = 0 \mid +\frac{337}{48}$

$\Leftrightarrow \frac{3}{4}\left(x+\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{337}{48} \mid \cdot \frac{4}{3}$

$\Leftrightarrow \left(x+\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{337}{36} \mid \sqrt{\ }$

$\Leftrightarrow \left|x+\frac{1}{6}\right| = \sqrt{\frac{337}{36}}$

$\text{falls } x+\frac{1}{6} > 0 \Rightarrow x+\frac{1}{6} = \sqrt{\frac{337}{36}} \mid -\frac{1}{6}$

$\Leftrightarrow x = x_1 = -\frac{1}{6} + \sqrt{\frac{337}{36}}$

$\text{falls } x+\frac{1}{6} < 0 \Rightarrow -\left(x+\frac{1}{6}\right) = \sqrt{\frac{337}{36}} \mid \cdot(-1)$

$\Leftrightarrow x+\frac{1}{6} = -\sqrt{\frac{337}{36}} \mid -\frac{1}{6}$

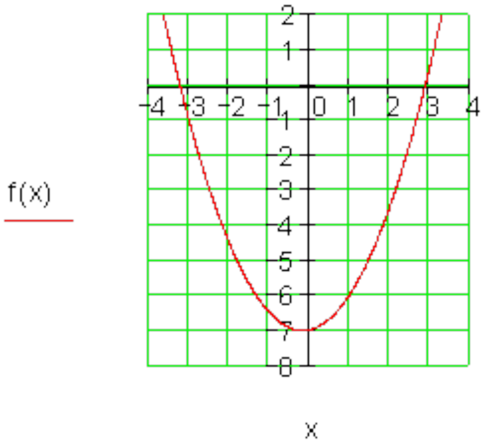
$\Leftrightarrow x = x_2 = -\frac{1}{6} - \sqrt{\frac{337}{36}}$

$P_{x1}\left(-\frac{1}{6} + \sqrt{\frac{337}{36}} \approx 2{,}893 \mid 0\right)$

$P_{x2}\left(-\frac{1}{6} - \sqrt{\frac{337}{36}} \approx -3{,}226 \mid 0\right)$

3)د نورمال پارابول غوختکی په 1/6 واحدونو ښي لور ته او په337/48واحدونو کښته لور ته کښول کيږي. پارابول   په 3/4ضريبونو   پرسول کيږي. پارابول پورته لور ته واز دی.

(4)



(c) ketabton.com: The Digital Library

1j

(1)د ککرۍ ټکي شمېرنه د مربع تکميلوني له لارې.

$$f(x)=\frac{4}{5}x^2+\frac{3}{4}x-\frac{7}{2}$$

$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{4}{5}\cdot\left[x^2+\frac{15}{16}x-\frac{35}{8}\right]\Leftrightarrow f(x)=\frac{4}{5}\cdot\left[x^2+\frac{15}{16}x+\left(\frac{15}{32}\right)^2-\left(\frac{15}{32}\right)^2-\frac{35}{8}\right]$$

$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{4}{5}\cdot\left[\left(x+\frac{15}{32}\right)^2-\frac{225}{1024}-\frac{35}{8}\right]\Leftrightarrow f(x)=\frac{4}{5}\cdot\left[\left(x+\frac{15}{32}\right)^2-\frac{4705}{1024}\right]$$

$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{4}{5}\left(x+\frac{15}{32}\right)^2-\frac{941}{256}\Rightarrow S\left(-\frac{15}{32}\approx-0,47\;\middle|\;-\frac{941}{256}\approx-3,68\right)$$

(2)د $f(x)=\frac{4}{5}x^2+\frac{3}{4}x-\frac{7}{2}$ يا همداسې $f(x)=\frac{4}{5}\left(x+\frac{15}{32}\right)^2-\frac{941}{256}$ محور غوخ ټکي

د y محور سره غوڅټکی: $y_s=f(0)=-\frac{7}{2}\Rightarrow P_y\left(0\;\middle|\;-\frac{7}{2}\right)$

، صفرځايونه ، حالت

$$f(x)=0$$

$$\Leftrightarrow\frac{4}{5}\left(x+\frac{15}{32}\right)^2-\frac{941}{256}=0\;\middle|+\frac{941}{256}$$

$$\Leftrightarrow\frac{4}{5}\left(x+\frac{15}{32}\right)^2=\frac{941}{256}\;\middle|\cdot\frac{5}{4}$$

$$\Leftrightarrow\left(x+\frac{15}{32}\right)^2=\frac{4705}{1024}\;\middle|\sqrt{\;}$$

$$\Leftrightarrow\left|x+\frac{15}{32}\right|=\sqrt{\frac{4705}{1024}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

----

falls=که

$$\text{falls } x+\frac{15}{32}>0 \Rightarrow x+\frac{15}{32}=\sqrt{\frac{4705}{1024}}\;\Big|-\frac{15}{32}$$

$$\Leftrightarrow x=x_1=-\frac{15}{32}+\sqrt{\frac{4705}{1024}}$$

$$\text{falls } x+\frac{15}{32}<0 \Rightarrow -\left(x+\frac{15}{32}\right)=\sqrt{\frac{4705}{1024}}\;\Big|\cdot(-1)$$

$$\Leftrightarrow x+\frac{15}{32}=-\sqrt{\frac{4705}{1024}}\;\Big|-\frac{15}{32}$$

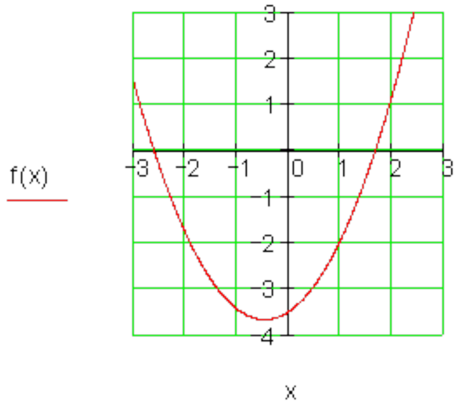
$$\Leftrightarrow x=x_2=-\frac{15}{32}-\sqrt{\frac{4705}{1024}}$$

$$P_{x1}\left(-\frac{15}{32}+\sqrt{\frac{4705}{1024}}\approx 1{,}675\;\Big|\;0\right)$$

$$P_{x2}\left(-\frac{15}{32}-\sqrt{\frac{4705}{1024}}\approx -2{,}612\;\Big|\;0\right)$$

د(3)

نورمال پارابول غوځتکی په دوه واحدونو کیڼ لور ته او په 941/256 واحدونو کښته لور ته کښول کیږي. پارابول په 4/5ضریبونو پرسول کیږي . پارابول پورته لور ته واز دی.



(4)

(c) ketabton.com: The Digital Library

2a: (1) $a_2 = 1$ په ۲واحدونو ښي لورته په۲ واحدونو کښته لور ته

$$\Rightarrow S(2\mid -2) \Rightarrow f(x) = (x-2)^2 - 2$$

(2) د $f(x) = (x\ \ 2)^2 - 2$ محور سره غوځتکی

$$y_s = f(0) = (0-2)^2 - 2 = (-2)^2 - 2 = 4 - 2 = 2 \Rightarrow P_y(0\mid 2)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 - 2 = 0 \mid +2$$

صفرځایونه : $\Leftrightarrow (x-2)^2 = 2 \mid \sqrt{\ } \Leftrightarrow |x-2| = \sqrt{2}$

حالت: $x - 2 > 0 \Rightarrow x - 2 = \sqrt{2} \mid +2 \Leftrightarrow x = x_1 = 2 + \sqrt{2}$

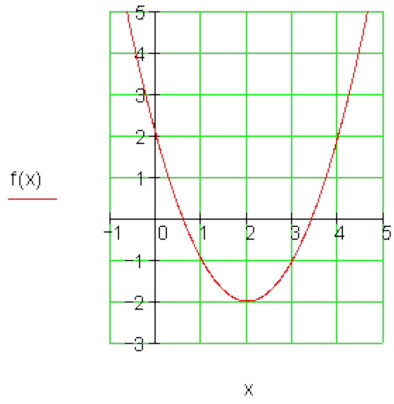
حالت:

$$; x - 2 < 0 \Rightarrow -(x-2) = \sqrt{2} \mid \cdot(-1) \Leftrightarrow x - 2 = -\sqrt{2} \mid +2 \Leftrightarrow x = x_2 = 2 - \sqrt{2}$$

$$P_{x1}\left(2+\sqrt{2} \approx 3{,}414 \mid 0\right); P_{x2}\left(2-\sqrt{2} \approx 0{,}586 \mid 0\right)$$

(3)د $f(x) = (x-2)^2 - 2$ ו پولینوم

$$f(x) = x^2 - 4x + 4 - 2 \Leftrightarrow f(x) = x^2 - 4x + 2$$



(4)

(c) ketabton.com: The Digital Library

:2b

(1) $a_2 = -1 \quad 3$ E په3 واحدونو کينۍ لور ته په 4 واحدونو پورته لور ته

$$\Rightarrow S(-3 \mid 4) \Rightarrow f(x) = -(x+3)^2 + 4$$

(2)د $f(x) = -(x+3)^2 + 4$ محور غوڅ – يا تقاطع ټکي

$$y_s = f(0) = -(0+3)^2 + 4 = -3^2 + 4 = -9 + 4 = -5 \Rightarrow P_y(0 \mid -5)$$

صفرځايونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -(x+3)^2 + 4 = 0 \mid -4 \Leftrightarrow -(x+3)^2 = -4 \mid \cdot(-1)$$
$$\Leftrightarrow (x+3)^2 = 4 \mid \sqrt{\ } \Leftrightarrow |x+3| = \sqrt{4} = 2$$

حالت:

$$x+3 > 0 \Rightarrow x+3 = 2 \mid -3 \Leftrightarrow x = x_1 = -1$$

حالت:

$$x+3 < 0 \Rightarrow -(x+3) = 2 \mid \cdot(-1) \Leftrightarrow x+3 = -2 \mid -3 \Leftrightarrow x = x_2 = -5$$

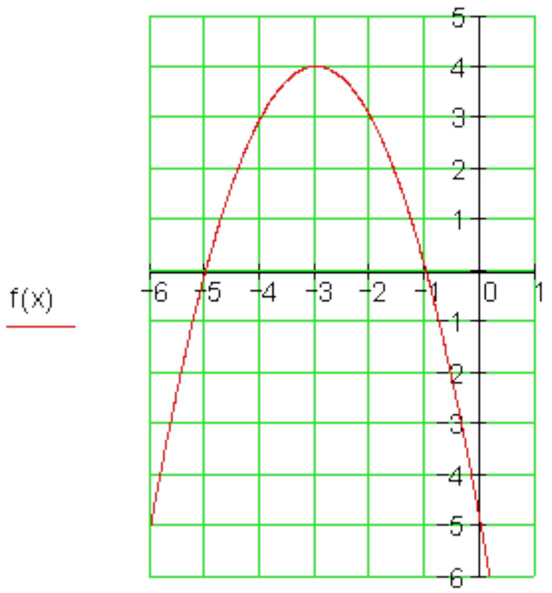
$$\Rightarrow P_{x1}(-1 \mid 0) \text{ und } P_{x2}(-5 \mid 0)$$

(3) د $f(x) = -(x+3)+4$ پولينوم

$$f(x) = -(x^2 + 6x + 9) + 4$$
$$= -x^2 - 6x - 9 + 4$$

$$\Leftrightarrow f(x) = -x^2 - 6x - 5$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



(4)

2c: لومړل: $a_2 = \frac{1}{2}$ (1) په ۲ واحدونو کيڼ لورته په ۴ واحدونو کښته لور ته

$$\Rightarrow S(-2 \mid -4) \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 4$$

دويم: د $f(x) = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 4$ محور غوخ – يا تقاطع ټکي

$$y_s = f(0) = \frac{1}{2}(0+2)^2 - 4 = \frac{1}{2}\cdot 2^2 - 4 = \frac{1}{2}\cdot 4 - 4 = 2 - 4 = -2 \Rightarrow P_y(0 \mid -2)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}(x+2)^2 - 4 = 0 \mid +4$$

صفرځايونه:

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(x+2)^2 = 4 \mid \cdot 2 \Leftrightarrow (x+2)^2 = 8 \mid \sqrt{\ } \Leftrightarrow |x+2| = \sqrt{8}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

حالت:

$$;x+2>0 \Rightarrow x+2=\sqrt{8}\mid -2 \Leftrightarrow x=x_1=-2+\sqrt{8}$$

حالت:

$$x+2<0 \Rightarrow -(x+2)=\sqrt{8}\mid\cdot(-1) \Leftrightarrow x+2=-\sqrt{8}\mid -2 \Leftrightarrow x=x_2=-2-\sqrt{8}$$

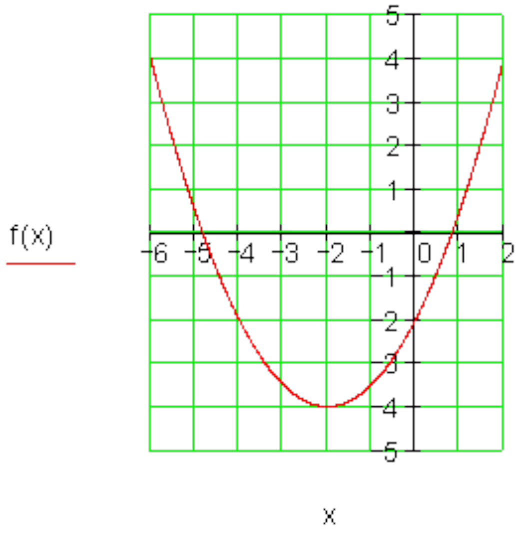
$$P_{x1}\left(-2+\sqrt{8}\approx 0{,}828 \mid 0\right);P_{x2}\left(-2-\sqrt{8}\approx -4{,}828 \mid 0\right)$$

دریم: د $f(x)=\frac{1}{2}(x+2)^2-4$ پولینوم

$$f(x)=\frac{1}{2}\left(x^2+4x+4\right)-4$$
$$=\frac{1}{2}x^2+2x+2-4$$

$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{2}x^2+2x-2$$

حلزرم:



(c) ketabton.com: The Digital Library

:2d لومړی: $a_2 = -2$ په1 واح د بني لورته په 5یونونو پورته لور ته

$$\Rightarrow S(1\,|\,5) \Rightarrow f(x) = -2(x-1)^2 + 5$$

دویم: د $f(x) = -2(x-1)^2 + 5$ محور غوځ – یا تقاطع ټکي

$$y_s = f(0) = -2(0-1)^2 + 5 = -2\cdot(-1)^2 + 5 = -2\cdot 1 + 5 = -2 + 5 = 3 \Rightarrow P_y(0\,|\,3)$$

صفرځایونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -2(x-1)^2 + 5 = 0 \,|\, -5$$

$$\Leftrightarrow -2(x-1)^2 = -5 \,|\, : (-2) \Leftrightarrow (x-1)^2 = \frac{5}{2} \,|\, \sqrt{\ } \Leftrightarrow |x-1| = \sqrt{\frac{5}{2}}$$

حالت: $x - 1 > 0 \Rightarrow x - 1 = \sqrt{\frac{5}{2}} \,|\, +1 \Leftrightarrow x = x_1 = 1 + \sqrt{\frac{5}{2}}$

حالت:

$$; x - 1 < 0 \Rightarrow -(x-1) = \sqrt{\frac{5}{2}} \,|\, \cdot(-1) \Leftrightarrow x - 1 = -\sqrt{\frac{5}{2}} \,|\, +1 \Leftrightarrow x = x_2 = 1 - \sqrt{\frac{5}{2}}$$

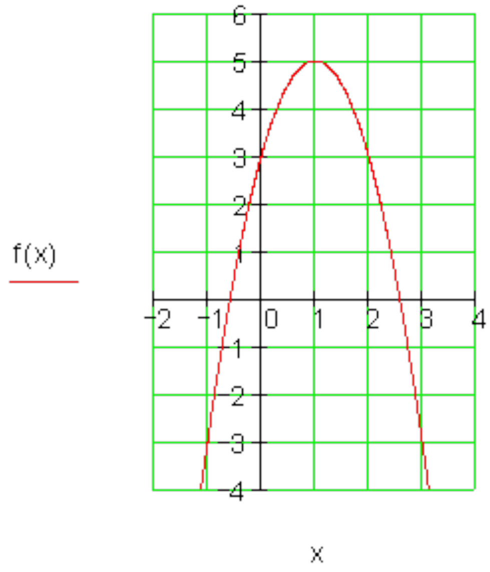
$$P_{x1}\left(1 + \sqrt{\frac{5}{2}} \approx 2{,}581 \,\middle|\, 0\right);\ P_{x2}\left(1 - \sqrt{\frac{5}{2}} \approx -0{,}581 \,\middle|\, 0\right)$$

دریم: د $f(x) = -2(x-1)^2 + 5$ پولینوم

$$f(x) = -2\left(x^2 - 2x + 1\right) + 5 = -2x^2 + 4x - 2 + 5 \quad \Big| \quad \Leftrightarrow f(x) = -2x^2 + 4x + 3$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځلورم:



2e: (1) $a_2 = -\frac{1}{4}$ په ۴ واحدونو کيڼ لور ته په دري واحدونو پورته لور ته

$$\Rightarrow S(-4 \mid 3) \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{4}(x+4)^2 + 3$$

(2) د $f(x) = -\frac{1}{4}(x+4)^2 + 3$ محور غوڅ – يا تقاطع ټکي

$$y_s = f(0) = -\frac{1}{4}(0+4)^2 + 3 = -\frac{1}{4}\cdot 4^2 + 3 = -\frac{1}{4}\cdot 16 + 3 = -4 + 3 = -1 \Rightarrow P_y(0 \mid -1)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{4}(x+4)^2 + 3 = 0 \mid -3$$

صفرځايونه:

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{4}(x+4)^2 = -3 \mid \cdot(-4) \Leftrightarrow (x+4)^2 = 12 \mid \sqrt{\;} \Leftrightarrow |x+4| = \sqrt{12}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

که وي:

$$;x+4>0 \Rightarrow x+4=\sqrt{12} \mid -4 \Leftrightarrow x=x_1=-4+\sqrt{12}$$

که وي:

$$x+4<0 \Rightarrow -(x+4)=\sqrt{12} \mid \cdot(-1) \Leftrightarrow x+4=-\sqrt{12} \mid -4 \Leftrightarrow x=x_2=-4-\sqrt{12}$$

$$P_{x1}\left(-4+\sqrt{12}\approx -0{,}536 \mid 0\right); P_{x2}\left(-4-\sqrt{12}\approx -7{,}464 \mid 0\right)$$

(3) د $f(x)=-\frac{1}{4}(x+4)^2+3$ پولینوم

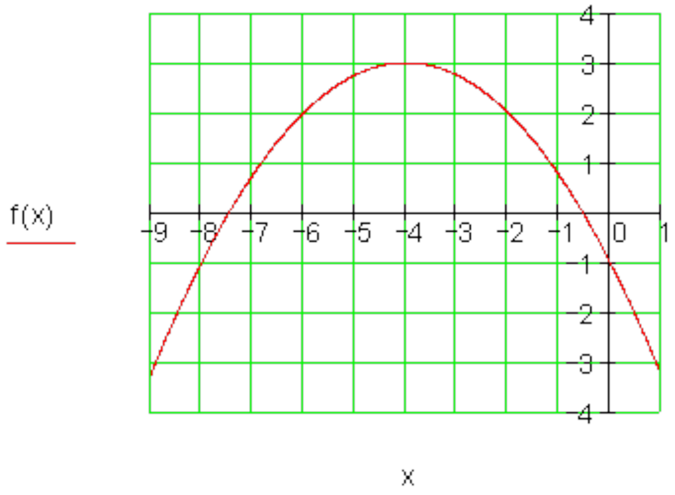
$$f(x)=-\frac{1}{4}(x+4)^2+3$$

$$=-\frac{1}{4}\left(x^2+8x+16\right)+3$$

$$=-\frac{1}{4}x^2-2x-4+3$$

$$\Leftrightarrow f(x)=-\frac{1}{4}x^2-2x-1$$

(4)



(c) ketabton.com: The Digital Library

2f

لومړی: $a_2 = \frac{3}{2}$ په دوه نيم واحدونو ښي لورته په شپږ واحدونو کښته لور ته

$$\Rightarrow S\left(\frac{5}{2} \middle| -6\right) \Rightarrow f(x) = \frac{3}{2}\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - 6$$

دويم: د $f(x) = \frac{3}{2}\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - 6$ محور غوخ – يا تقاطع ټکي

$$y_s = f(0) = \frac{3}{2}\left(0 - \frac{5}{2}\right)^2 - 6 = \frac{3}{2}\cdot\left(-\frac{5}{2}\right)^2 - 6 = \frac{3}{2}\cdot\frac{25}{4} - 6 = \frac{75}{8} - 6 = \frac{75}{8} - \frac{48}{8} = \frac{27}{8}$$

$$\Rightarrow P_y\left(0 \middle| \frac{27}{8} = 3{,}375\right)$$

صفرځايونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - 6 = 0 \mid +6$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = 6 \mid \cdot\frac{2}{3} \Leftrightarrow \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = 4 \mid \sqrt{\ } \Leftrightarrow \left|x - \frac{5}{2}\right| = 2$$

که وي

$$x - \frac{5}{2} > 0 \Rightarrow x - \frac{5}{2} = 2 \mid +\frac{5}{2} \Leftrightarrow x = x_1 = \frac{5}{2} + 2 = \frac{9}{2}$$

که وي:

$$x - \frac{5}{2} < 0 \Rightarrow -\left(x - \frac{5}{2}\right) = 2 \mid \cdot(-1) \Leftrightarrow x - \frac{5}{2} = -2 \mid +\frac{5}{2} \Leftrightarrow x = x_2 = \frac{5}{2} - 2 = \frac{1}{2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

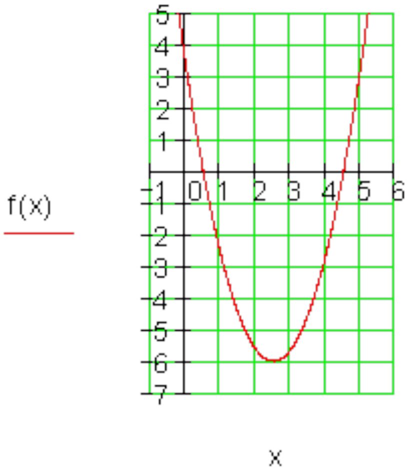
$$P_{x1}\left(\frac{9}{2}=4{,}5\ \middle|\ 0\right);P_{x2}\left(\frac{1}{2}=0{,}5\ \middle|\ 0\right)$$

(3) د $f(x)=\frac{3}{2}\left(x-\frac{5}{2}\right)^2-6$ پولينوم

$$f(x)=\frac{3}{2}\left(x-\frac{5}{2}\right)^2-6$$
$$=\frac{3}{2}\left(x^2-5x+\frac{25}{4}\right)-6$$
$$=\frac{3}{2}x^2-\frac{15}{2}x+\frac{75}{8}-6$$

$$=\frac{3}{2}x^2-\frac{15}{2}x+\frac{75}{8}-\frac{48}{8}$$
$$=\frac{3}{2}x^2-\frac{15}{2}x+\frac{27}{8}$$
$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{3}{2}x^2-\frac{15}{2}x+\frac{27}{8}$$

ځلېدرم؛



2g

(1) $a_2=-\frac{3}{4}$ په دري واحدونو کيڼ لور ته په دري واحدونو پررته لړر ته

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow S(-3\mid 3)\Rightarrow f(x)=-\frac{3}{4}(x+3)^2+3$$

دیوم:د $f(x)=-\frac{3}{4}(x+3)^2+3$ محور غوخ – یا تقاطع ټکي

$$y_s=f(0)=-\frac{3}{4}(0+3)^2+3=-\frac{3}{4}\cdot 3^2+3=-\frac{3}{4}\cdot 9+3=-\frac{27}{4}+3=-\frac{27}{4}+\frac{12}{4}=-\frac{15}{4}$$

$$\Rightarrow P_y\left(0\;\middle|\;-\frac{15}{4}=-3{,}75\right)$$

صفرځایونه:

$$f(x)=0\Leftrightarrow -\frac{3}{4}(x+3)^2+3=0\mid -3$$

$$\Leftrightarrow -\frac{3}{4}(x+3)^2=-3\mid\cdot\left(-\frac{4}{3}\right)\Leftrightarrow (x+3)^2=4\mid\sqrt{\ }\Leftrightarrow |x+3|=2$$

$$\text{falls } x+3>0\Rightarrow x+3=2\mid -3\Leftrightarrow x=x_1=2-3=-1$$

$$\text{falls } x+3<0\Rightarrow -(x+3)=2\mid\cdot(-1)\Leftrightarrow x+3=-2\mid -3\Leftrightarrow x=x_2=-2-3=-5$$

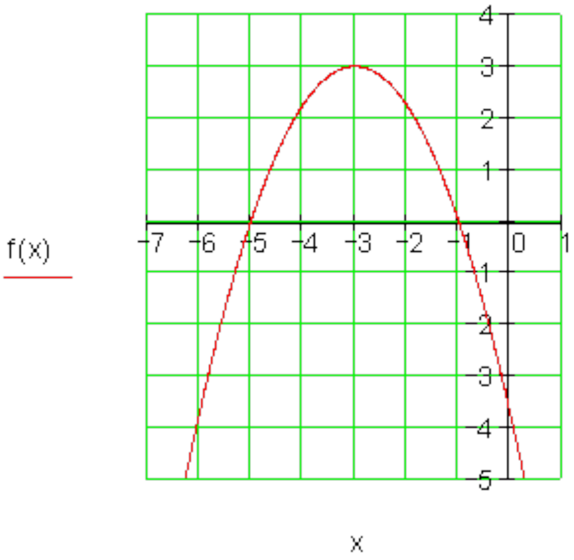
$$P_{x1}(-1\mid 0);P_{x2}(-5\mid 0)$$

دریم: د $f(x)=-\frac{3}{4}(x+3)^2+3$ پولینوم

$$f(x)=-\frac{3}{4}(x+3)^2+3$$
$$=-\frac{3}{4}\left(x^2+6x+9\right)+3$$
$$=-\frac{3}{4}x^2-\frac{9}{2}x-\frac{27}{4}+3$$
$$=-\frac{3}{4}x^2-\frac{9}{2}x-\frac{27}{4}+\frac{12}{4}$$
$$=-\frac{3}{4}x^2-\frac{9}{2}x-\frac{15}{4}$$
$$\Leftrightarrow f(x)=-\frac{3}{4}x^2-\frac{9}{2}x-\frac{15}{4}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځلورم:



2h

لومړی: $a_2 = 2 \quad 3,5$ په دري نيم ړاحدونو ښي لورته په ځلورنيم واحدونو کښته لور ته

$$\Rightarrow S\left(\frac{7}{2}\,\middle|\,-\frac{9}{2}\right) \Rightarrow f(x) = 2\left(x-\frac{7}{2}\right)^2 - \frac{9}{2}$$

دويم: د $f(x) = 2\left(x-\frac{7}{2}\right)^2 - \frac{9}{2}$ محور غوخ – يا تقاطع ټکي

$$y_s = f(0) = 2\left(0-\frac{7}{2}\right)^2 - \frac{9}{2} = 2\cdot\left(-\frac{7}{2}\right)^2 - \frac{9}{2} = 2\cdot\frac{49}{4} - \frac{9}{2} = \frac{49}{2} - \frac{9}{2} = \frac{40}{2} = 20$$

$$\Rightarrow P_y(0\mid 20)$$

صفرځايونه: په لانې کې د الماني پښتو: که(د يوه شي حالت)

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=0 \Leftrightarrow 2\left(x-\frac{7}{2}\right)^2-\frac{9}{2}=0 \mid +\frac{9}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2\left(x-\frac{7}{2}\right)^2=\frac{9}{2} \mid \cdot\frac{1}{2} \Leftrightarrow \left(x-\frac{7}{2}\right)^2=\frac{9}{4} \mid \sqrt{} \Leftrightarrow \left|x-\frac{7}{2}\right|=\frac{3}{2}$$

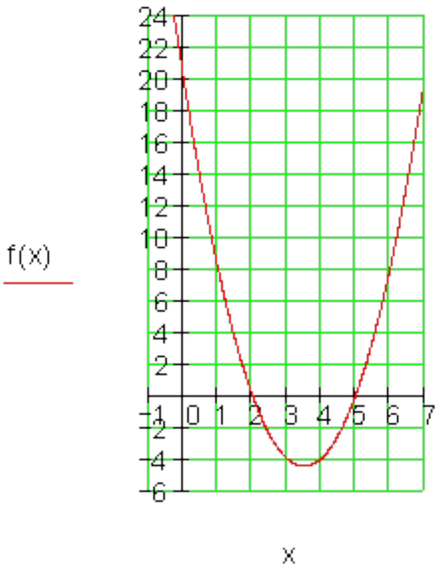
$$\text{falls } x-\frac{7}{2}>0 \Rightarrow x-\frac{7}{2}=\frac{3}{2} \mid +\frac{7}{2} \Leftrightarrow x=x_1=5$$

$$\text{falls } x-\frac{7}{2}<0 \Rightarrow -\left(x-\frac{7}{2}\right)=\frac{3}{2} \mid \cdot(-1) \Leftrightarrow x-\frac{7}{2}=-\frac{3}{2} \mid +\frac{7}{2} \Leftrightarrow x=x_2=2$$

$P_{x1}(5 \mid 0); P_{x2}(2 \mid 0)$

دریم: د $f(x)=2\left(x-\frac{7}{2}\right)^2-\frac{9}{2}$ پولینوم

$$f(x)=2\left(x-\frac{7}{2}\right)^2-\frac{9}{2}$$
$$=2\left(x^2-7x+\frac{49}{4}\right)-\frac{9}{2}$$
$$=2x^2-14x+\frac{49}{2}-\frac{9}{2}$$
$$=2x^2-14x+20$$
$$\Leftrightarrow f(x)=2x^2-14x+20$$



ثلورم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم: ح:

(۱) $a_2 = \frac{1}{3}$ په دوه واحدونو ښي لور ته په دري واحدونو كښته لور ته

$$\Rightarrow S(2\,|\,-3) \Rightarrow f(x) = \frac{1}{3}(x-2)^2 - 3$$

(۲) د $f(x) = \frac{1}{3}(x-2)^2 - 3$ محور غوخ – يا تقاطع تكي

$$y_s = f(0) = \frac{1}{3}(0-2)^2 - 3 = \frac{1}{3}\cdot(-2)^2 - 3 = \frac{1}{3}\cdot 4 - 3 = \frac{4}{3} - 3 = \frac{4}{3} - \frac{9}{3} = -\frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow P_y\left(0\,\middle|\,-\frac{5}{3} \approx -1{,}667\right)$$

صفرځايونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3}(x-2)^2 - 3 = 0\,|+3$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3}(x-2)^2 = 3\,|\cdot 3 \Leftrightarrow (x-2)^2 = 9\,|\sqrt{\ } \Leftrightarrow |x-2| = 3$$

$$\text{falls } x-2 > 0 \Rightarrow x-2 = 3\,|+2 \Leftrightarrow x = x_1 = 5$$

$$\text{falls } x-2 < 0 \Rightarrow -(x-2) = 3\,|\cdot(-1) \Leftrightarrow x-2 = -3\,|+2 \Leftrightarrow x = x_2 = -1$$

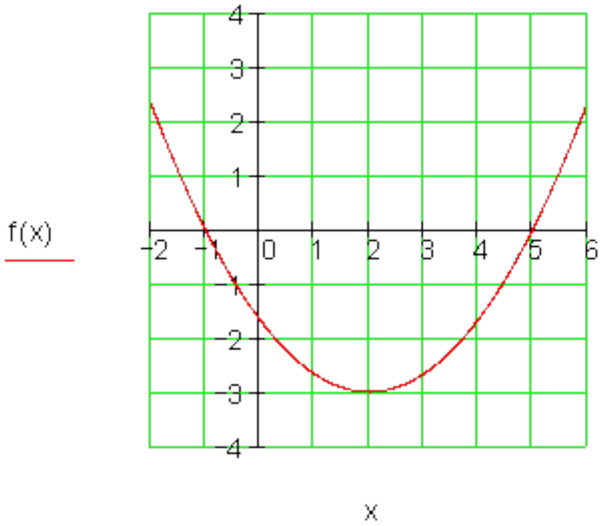
$$P_{x1}(5\,|\,0);\ P_{x2}(-1\,|\,0)$$

(۳)د $f(x) = \frac{1}{3}(x-2)^2 - 3$ پولينوم

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=\frac{1}{3}(x-2)^2-3$$
$$=\frac{1}{3}\left(x^2-4x+4\right)-3$$
$$=\frac{1}{3}x^2-\frac{4}{3}x+\frac{4}{3}-3$$
$$=\frac{1}{3}x^2-\frac{4}{3}x+\frac{4}{3}-\frac{9}{3}$$
$$=\frac{1}{3}x^2-\frac{4}{3}x-\frac{5}{3}$$
$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{3}x^2-\frac{4}{3}x-\frac{5}{3}$$

ځلورم:



دویم خ:

(۱) $a_2=-\frac{2}{3}$ په ځلور واحدونو ښي لور ته په دري واحدونو پورته لور ته

$$\Rightarrow S(4\,|\,3)\Rightarrow f(x)=-\frac{2}{3}(x-4)^2+3$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

---

(۲)د $f(x)=-\frac{2}{3}(x-4)^2+3$ محور غوخ – یا تقاطع ټکي

$$y_s=f(0)=-\frac{2}{3}\cdot(0-4)^2+3=-\frac{2}{3}\cdot(-4)^2+3=-\frac{2}{3}\cdot 16+3$$
$$=-\frac{32}{3}+3=-\frac{32}{3}+\frac{9}{3}=-\frac{23}{3}\Rightarrow P_y\left(0\left|-\frac{23}{3}\approx-7{,}667\right.\right)$$

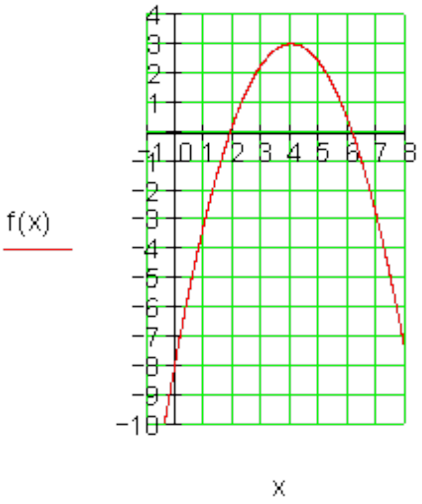
صفرځايونه:

$$f(x)=0\Leftrightarrow-\frac{2}{3}(x-4)^2+3=0\,|-3$$
$$\Leftrightarrow-\frac{2}{3}(x-4)^2=-3\,|\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)\Leftrightarrow(x-4)^2=\frac{9}{2}\,|\sqrt{\ }\Leftrightarrow|x-4|=\sqrt{\frac{9}{2}}$$
$$\text{falls } x-4>0\Rightarrow x-4=\sqrt{\frac{9}{2}}\,|+4\Leftrightarrow x=x_1=4+\sqrt{\frac{9}{2}}$$
$$\text{falls } x-4<0\Rightarrow-(x-4)=\sqrt{\frac{9}{2}}\,|\cdot(-1)\Leftrightarrow x-4=-\sqrt{\frac{9}{2}}\,|+4\Leftrightarrow x=x_2=4-\sqrt{\frac{9}{2}}$$
$$P_{x1}\left(4+\sqrt{\frac{9}{2}}\approx 6{,}121\,\middle|\,0\right);\ P_{x2}\left(4-\sqrt{\frac{9}{2}}\approx 1{,}879\,\middle|\,0\right)$$

(۳) د $f(x)=-\frac{2}{3}(x-4)^2+3$ پولينوم

$$f(x)=-\frac{2}{3}(x-4)^2+3$$
$$=-\frac{2}{3}(x^2-8x+16)+3$$
$$=-\frac{2}{3}x^2+\frac{16}{3}x-\frac{32}{3}+3$$
$$=-\frac{2}{3}x^2+\frac{16}{3}x-\frac{32}{3}+\frac{9}{3}$$
$$=-\frac{2}{3}x^2+\frac{16}{3}x-\frac{23}{3}$$
$$\Leftrightarrow f(x)=-\frac{2}{3}x^2+\frac{16}{3}x-\frac{23}{3}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



(4)

پوښتنې

د مربع توابعو ښستونه III

لومړی –
د یوه پارابول د تابع مساوات ورکړ شوي دي. د محورونو غوځتکي او ککری ټکي وټاکی او ګراف رسم کړی.

الف- $f(x)=\frac{1}{3}x^2-\frac{1}{3}x-2$ ب – $f(x)=-\frac{x^2}{2}+4x-4$ پ – $f(x)=(x-1)^2-2$

ت- $f(x)=-\frac{1}{5}x^2+x-\frac{5}{4}$ ټ- $f(x)=\frac{1}{2}(x-3)(x+4)$ ث – $f(x)=\frac{5}{6}x^2-3x$

ج – $f(x)=2x^2+x-1$ چ – $f(x)=0,5\left(x^2-5\right)$ ح- $f(x)=-0,25x^2-x-1$

دویم –
دککری ټکي د کواوردینات د ټاکنی تلنلار روښانه کړی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دط لپاره د تابع مساوات $f(x)=2x^2-4x+4$ وکاروی.

دریم –

د یوه مربع تابع .f(x) لپاره یو ارزښت جدول ورکړ شوی دی. د .f(x) په ګراف یوه وینا ورکړی ککري ټکي، سیرمتري محور، وازوالی. د x کوم ارزښت لپاره د تابع ارزښت کمیږي؟

الف-

x	−1	0	1	2	3
f (x)	5,5	3	1,5	1	1,5

ب-

x	−2	−1	0	1	2
f (x)	−3	−1,5	−1	−1,5	−3

څلورم –

د دویمې درجې ټول راشنل توابع د ارزښت جدول له لارې ورکړ شوي. د f(x) او g(x) د ګرافونو کوم خویونه کیدی شي و لوستل شي؟ دواړه پارابولونه څنګه توپیر کیږي؟

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2
f(x)	−6	−1	2	3	2	−1	−6
g(x)	−3,5	−1	0,5	1	0,5	−1	−3,5

پنځم –

یو پارابول د په لور ځای بدلوي همداسې غزول کیږي. د پارابول کوم خویونه ساتلي پاتې کیږي، کوم یې تغیر خوري.

شپږم –

یو مربع تابع د تابع مساوات $f(x)=0,5x^2-2x-2,5$ لري.

الف – و ښایی، چې د f(x) ګراف سیومتریک دی د مساوات $x = 2$ سره کرښې ته.

ب – ګراف په دوه وحدونو کیڼ لور ته راکښل کیږي. د راکښل شوي پارابول تابعمساوات g(x) وټاکی.

هر پارابول کیدی شي د ځایبدلون او غزونې له لارې له نورمال پارابول څخه لاس ته راوړی شي یا ګټلی شي. په پروتولاړسیستم یا کواوردینات سیستم کې لاندې ګرافونه وکارې او تشریح کړی، چې کوم ځای بدلونونه او غزونې له دې سره تاسو کره کړې.

$f(x)=x^2$ $f_1(x)=0,25x^2+1$ $f_2(x)=2(x-1)^2+1$ $f_3(x)=2-x^2$

اتم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

د توابعو د گرافونو ترمنځ کومې اړيکې پرتې دي و ښاياست

$$f(x) = 0{,}5x^2 - 6x + 3;\ x \in \mathbb{R} \text{ und } g(x) = 0{,}5x(x - 12);\ x \in \mathbb{R}.$$

حلونه

د مربع توابعو بنسټونه برخه III

مفصل حلونه

لومړی الف: محور غوښتکي :

$$f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{3}x - 2 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|-2)}}$$

صفرځایونه: شرې

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{3}x - 2 = 0 \mid \cdot 3$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow p = -1;\ q = -6$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 6 = \frac{25}{4}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \Rightarrow x_1 = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{25}{4}} = 3;\ x_2 = \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{25}{4}} = -2$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}(3|0);\ P_{x2}(-2|0)}}$$

ککرۍ ټکی

د ککرۍ x کواوردينات:

$$x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{3 + (-2)}{2} = \frac{1}{2}$$

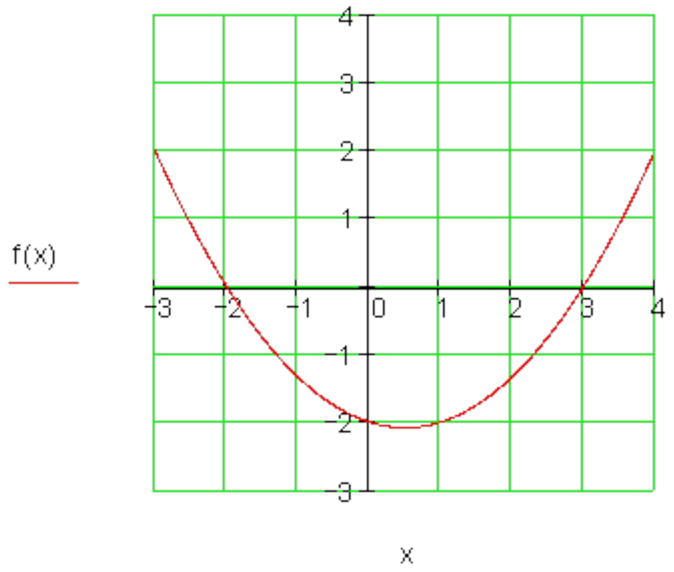
د ککرۍ y کواوردينات:

$$y_s = f(x_s)$$

$$y_s = f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} - 2 = -\frac{25}{12} \approx -2{,}08 \Rightarrow \underline{\underline{S\left(\frac{1}{2} \middle| -\frac{25}{12}\right)}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ګراف:



لومړی ب- محور غوڅتکي:

$$f(x) = -\frac{x^2}{2} + 4x - 4 \Rightarrow P_y(0|-4)$$

صفرځایونه: شرې

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{x^2}{2} + 4x - 4 = 0 \,|\cdot(-2)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 8x + 8 = 0 \Rightarrow p = -8;\, q = 8 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-4)^2 - 8 = 8$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \Rightarrow x_1 = 4 + \sqrt{8} \approx 6,83;\, x_2 = 4 - \sqrt{8} \approx 1,17$$

$$\Rightarrow P_{x1}\left(4 + \sqrt{8} \approx 6,83 \,|\, 0\right);\, P_{x2}\left(4 - \sqrt{8} \approx 1,17 \,|\, 0\right)$$

ککرۍ ټکی

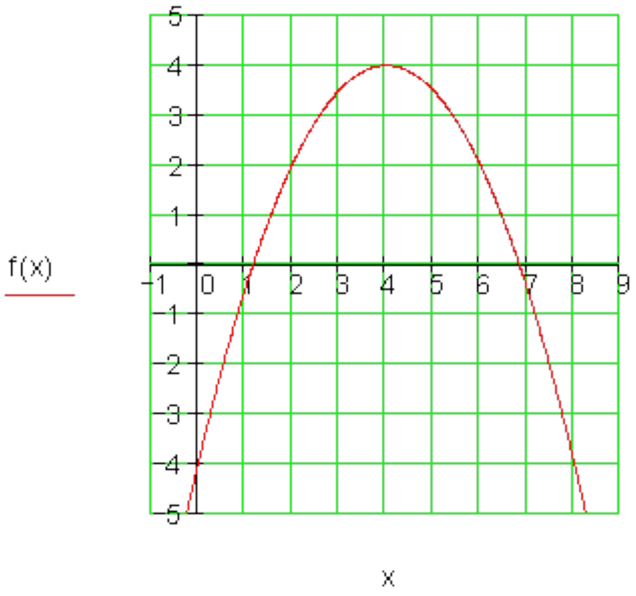
(c) ketabton.com: The Digital Library

د ککری x کواوردینات: $x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{4+\sqrt{8}+4-\sqrt{8}}{2} = 4$

د ککری y کواوردینات: $y_s = f(x_s)$

$$y_s = f(4) = -\frac{4^2}{2} + 4 \cdot 4 - 4 = 4 \Rightarrow \underline{\underline{S(4|4)}}$$

ګراف-



لومړی پ-
محور غوڅتکي::

$$f(x) = (x-1)^2 - 2 = x^2 - 2x - 1$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|-1)}}$$

صفرځایونه: شرطونه $f(x) = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 - 2| + 2 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 2| \sqrt{\ }$$

$$\Leftrightarrow |x-1| = \sqrt{2}$$

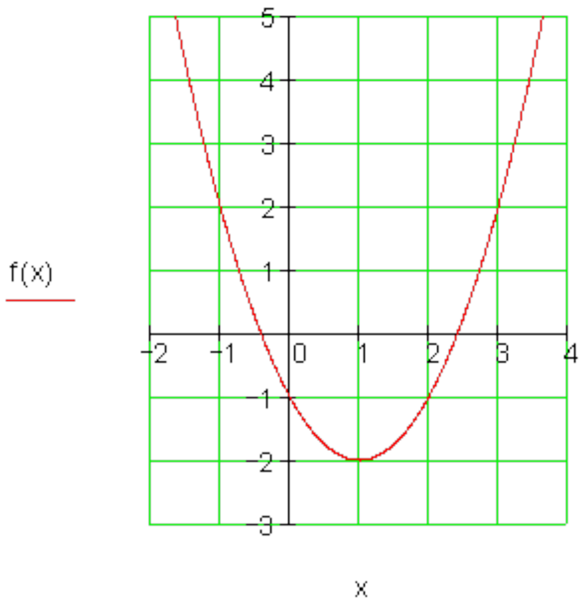
$$\Rightarrow x-1 = \sqrt{2} \Rightarrow x_1 = 1+\sqrt{2}$$

$$x-1 = -\sqrt{2} \Rightarrow x_2 = 1-\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow P_{x1}\left(1+\sqrt{2}\,|\,0\right); P_{x2}\left(1-\sqrt{2}\,|\,0\right)$$

ککری ټکی: $f(x) = (x-1)^2 - 2 \Rightarrow S(1|-2)$

ګراف-



لومړی ت-

د محور غوځ – یا تقاطع ټکي

$$f(x) = -\frac{1}{5}x^2 + x - \frac{5}{4} \Rightarrow P_y\left(0 \,\middle|\, -\frac{5}{4}\right)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

صفرځایونه: شرطونه $f(x)=0 \Leftrightarrow -\frac{1}{5}x^2+x-\frac{5}{4}=0 \mid \cdot(-5$ و

$$\Leftrightarrow x^2-5x+\frac{25}{4}=0 \Rightarrow p=-5\,;\,q=\frac{25}{4} \Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\left(-\frac{5}{2}\right)^2-\frac{25}{4}=0$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \Rightarrow x_{1/2}=\frac{5}{2} \Rightarrow P_{x1/2}\left(\frac{5}{2}\,\middle|\,0\right) E$$

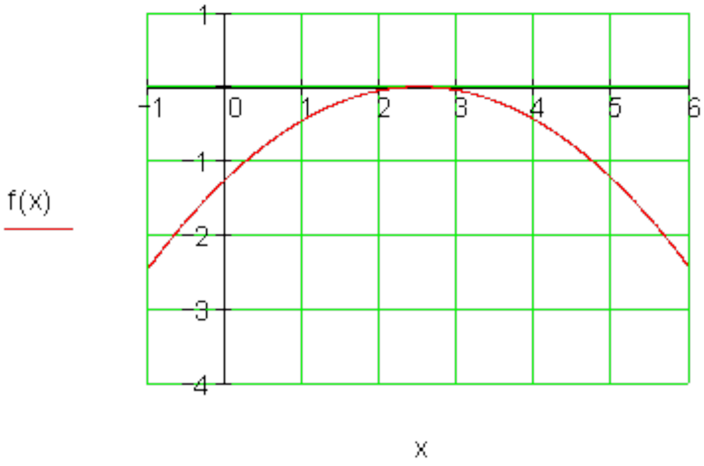
لمستکی

ککری ټکی

لمس ټکی ککری‌ټکی دی

$$\Rightarrow S\left(\frac{5}{2}\,\middle|\,0\right)$$

ګراف-



لومړی ټ –

د y محور غوخ – یا تقاطع ټکي

صفرځایونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = \frac{1}{2}(x-3)(x+4)$$

د py لپار شرایط: $f(0) \Rightarrow f(0) = \frac{1}{2}(-3)(4) = -6 \Rightarrow P_y(0|-6)$

صفرځایونه: شرایط $f(x) = 0 \Rightarrow x_1 = 3 ; x_2 = -4$ د صفر ضرب چملي له مخي

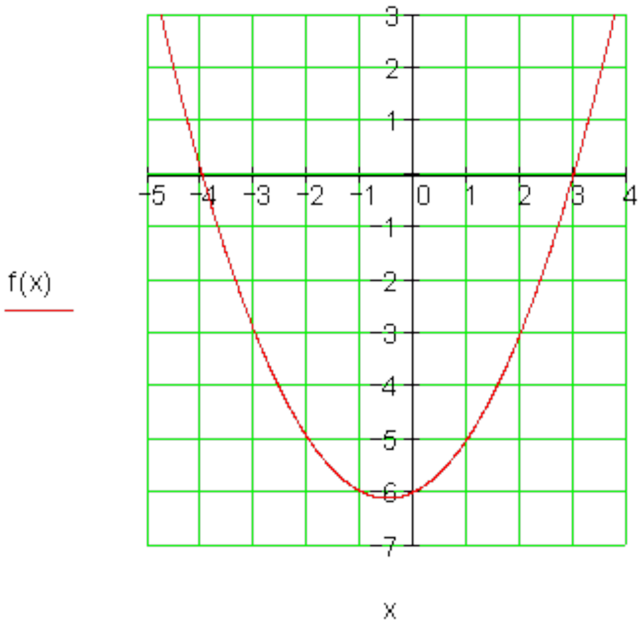
$P_{x1}(3|0) ; P_{x2}(-4|0)$

ککرئ کی

$$x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{3-4}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$y_s = f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}-3\right)\left(-\frac{1}{2}+4\right) = -\frac{49}{8} \Rightarrow S\left(-\frac{1}{2}\middle| -\frac{49}{8}\right)$$

گراف-



(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی ث-
د y محور غوڅ – یا تقاطع ټکي

صفرځایونه:

$$f(x) = \frac{5}{6}x^2 - 3x \Rightarrow P_y(0|0)$$

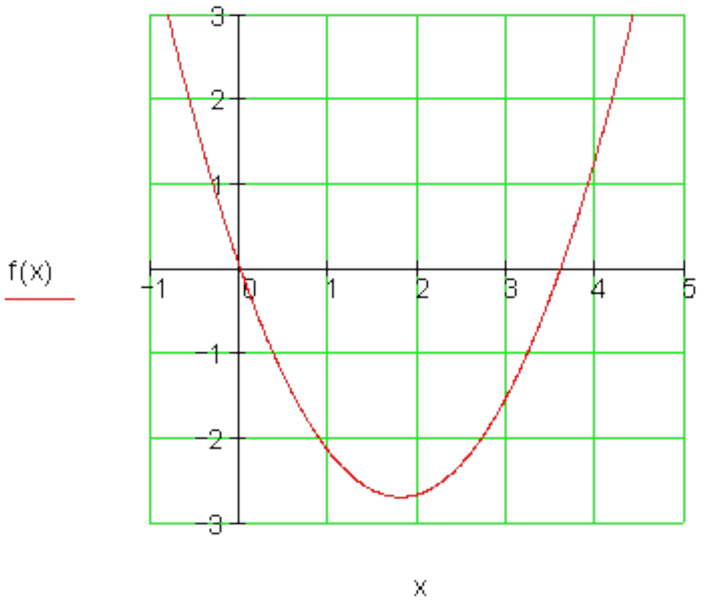
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{5}{6}x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow x\left(\frac{5}{6}x - 3\right) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$$

$$\left(\frac{5}{6}x - 3\right) = 0 \Rightarrow x_2 = \frac{18}{5} = 3{,}6 \Rightarrow P_{x1}(0|0); P_{x2}\left(\frac{18}{5}\middle|0\right)$$

ککرئ ټکی

$$x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{0 + \frac{18}{5}}{2} = \frac{9}{5}$$

$$y_s = f\left(\frac{9}{5}\right) = -\frac{27}{10} = -2{,}7 \Rightarrow S\left(\frac{9}{5}\middle|-\frac{27}{10}\right)$$



ګراف-

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی ج – :

$$f(x) = 2x^2 + x - 1 \Rightarrow P_y(0|-1)$$

پښتو: صفرځايونه: شرايط

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 2x^2 + x - 1 = 0 | : 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow p = \frac{1}{2};\ q = -\frac{1}{2} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \frac{1}{2} = \frac{9}{16}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$$

$$\Rightarrow x_1 = -\frac{1}{4} + \sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{1}{2};\ x_2 = -\frac{1}{4} - \sqrt{\frac{9}{16}} = -1 \Rightarrow P_{x1}\left(\frac{1}{2}|0\right);\ P_{x2}(-1|0)$$

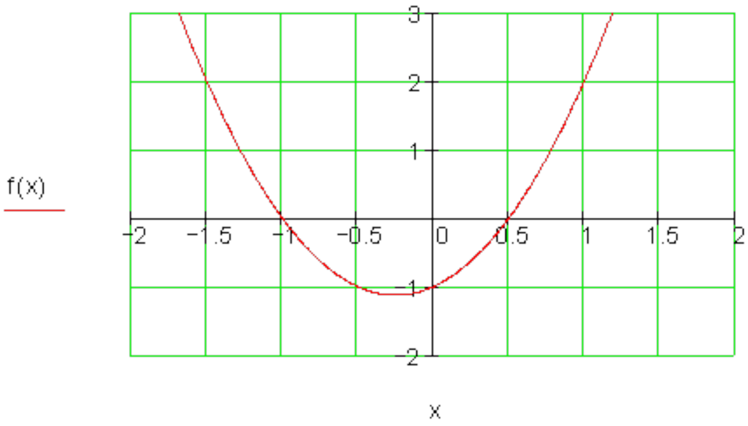
ککرئ ټکی:

د ککرئ x کواوردينات: $x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{\frac{1}{2} - 1}{2} = -\frac{1}{4}$

د ککرئ y کواوردينات: $y_s = f(x_s)$

$$y_s = f\left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{9}{8} \Rightarrow S\left(-\frac{1}{4}|-\frac{9}{8}\right)$$

ګراف-



(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی چ-

د محور غوڅ – یا تقاطع ټکي

$$f(x) = 0{,}5\left(x^2 - 5\right) = 0{,}5x^2 - 2{,}5 \Rightarrow P_y\left(0 \mid -2{,}5\right)$$

صفرځایونه: شرطونه $f(x) = 0 \Rightarrow 0{,}5x^2 - 2{,}5 \mid .2$

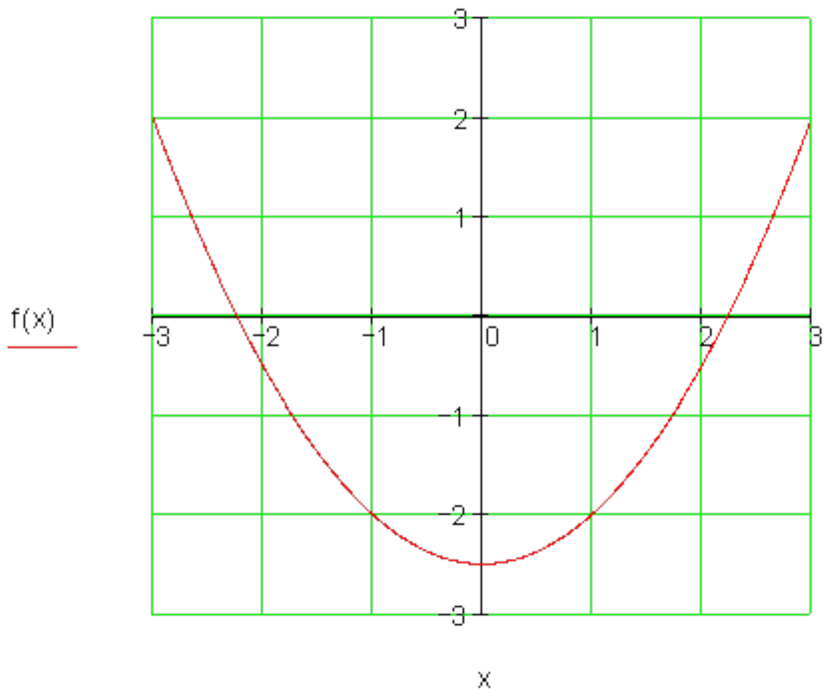
$$\Leftrightarrow x^2 - 5 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 5 \mid \sqrt{\ } \Leftrightarrow |x| = \sqrt{5} \Rightarrow x_1 = \sqrt{5}\,;\, x_2 = -\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow P_{x1}\left(\sqrt{5} \mid 0\right); P_{x2}\left(-\sqrt{5} \mid 0\right)$$

ککرئ ټکی:

$$x_2 = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{5}}{2} = 0 \Rightarrow y_s = f(0) = -2{,}5 \Rightarrow S\left(0 \mid -2{,}5\right)$$

ګراف-



لومړی ح –

(c) ketabton.com: The Digital Library

د x محور غوڅ – يا تقاطع ټکي

$$f(x) = -0,25x^2 - x - 1 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|-1)}}$$

صفرځايونه: شرط

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -0,25x^2 - x - 1 = 0 \,|\cdot(-4)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 = 0 \Rightarrow p = 4;\ q = 4 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 2^2 - 4 = 0$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$$

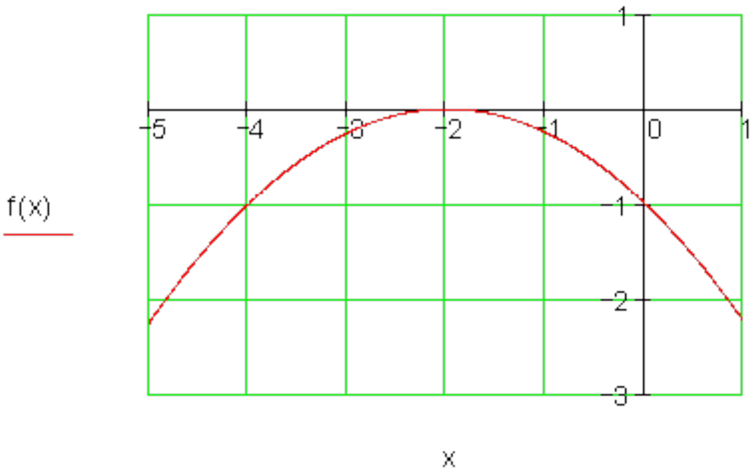
$$\Rightarrow x_{1/2} = -2 \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1/2}(-2|0)}}\ E$$

مماس يا لمسټکی

$$t \Rightarrow \underline{\underline{S(-2|0)}}$$

ککری ټکی

ګراف-



دويم:

f(x)=2x²-4x+4

اول. ضريب له نوکانو وباسي: f(x)=2[x²-2x+2]

(c) ketabton.com: The Digital Library

دوه: مربع پوره کیدنه:

$f(x)=2[x^2-2x+1^2 - 1^2 +2]$
$f(x)=2[(x-1)^2+1]$

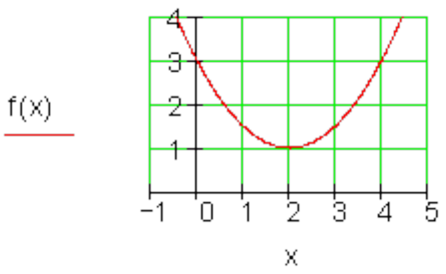
دري:سره ضرب کړی $f(x)=2(x-1)^2+2$ککړی ټکی یا د رأس ټکی ځلور. د ککړی ټکي کواوردیناتونه ولولی یا ولیکی.$S(1|2)$

دریم: الف-

اینونه: $f(x) = a_2(x-2)^2 + 1$

$P(1|1,5): f(1) = a_2(-1)^2 + 1 = 1,5$
$\Rightarrow a_2 + 1 = 1,5 \Leftrightarrow a_2 = 0,5$
$\Rightarrow f(x) = 0,5(x-2)^2 + 1$
$P(-1|5,5): f(-1) = 0,5 \cdot 9 + 1 = 5,5\ (w)$

ککړی ټکی:$S(2|1)$
سیمتري:$x=2$
د $a_2 = 0,5 > 0$ له امله پورته لور ته وازونه
تابع ارزښت د$x<2$ لپاره لویري(کمیږي)



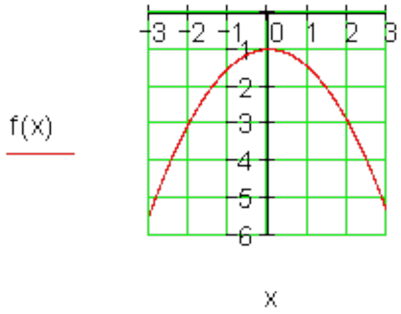
یادونه:
ارزښت جدول څخه کیدی شي د ککړی کواوردیناتونه($S(2|1)$ و لوستل شي.
دا اینونه زاکوي.

اینوونه پایه ځای کونه:$f(x)=a2x^2-1$

$P(1|-1,5): f(1) = a_2 1^2 - 1 = -1,5$
$\Rightarrow a_2 = -1,5 + 1 = -0,5$
$\Rightarrow f(x) = -0,5x^2 - 1$
$P(2|-3): f(2) = -0,5 \cdot 4 - 1 = -3\ (w)$

ککړی ټکی یا رأس:$S(0|-1)$
سیمتري$x=0$
د $a2=-0,5 < 0$ له امله کښته لور ته وازیدنه
د $x>0$ لپاره د تابع ارزښتونه کیمیږي.

ب-



یادونه:
ارزښت جدول څخه کیدی شي د ککړی کواوردیناتونه($S(0|-1)$ و لوستل شي. دا اینونه زاکوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځلورم:

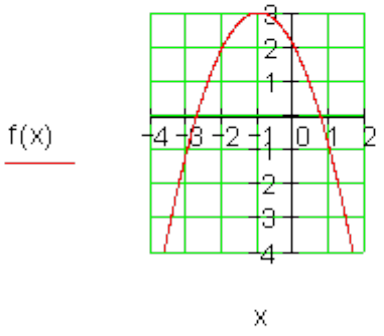
$S(-1|3): f(x) = a_{2f}(x+1)^2 + 3$

$P(2|-6): f(2) = a_{2f} \cdot 9 + 3 = -6$

$\Leftrightarrow a_{2f} = -1$

$\Rightarrow f(x) = -(x+1)^2 + 3$

پورته لور ته وازېدنه



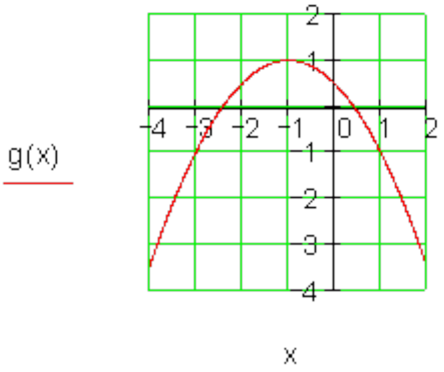
$S(-1|1): g(x) = a_{2g}(x+1)^2 + 1$

$P(1|-1): g(1) = a_{2g} \cdot 4 + 1 = -1$

$\Leftrightarrow a_{2g} = -0{,}5$

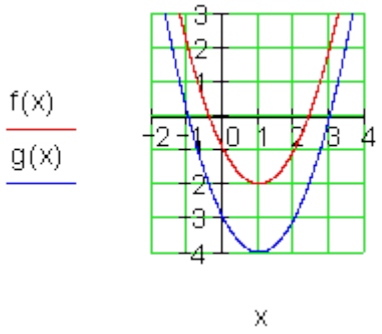
$\Rightarrow g(x) = -0{,}5(x+1)^2 + 1$

کښته لور ته وازېدنه .   د ککرۍ ټکو
مختلف د بني ضريبونه او ځايونه

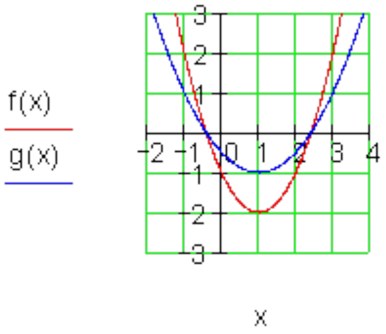


پنځم:

$f(x) = x^2 - 2x - 1;\ g(x) = f(x) - 2$



$f(x) = x^2 - 2x - 1;\ g(x) = 0{,}5 \cdot f(x)$



(c) ketabton.com: The Digital Library

د y په لور راکښنه:	د y په لور غزونه:
بنه ساتلي پتيري، د ککرى د y ارزښت تغير خوري. د محور غوښتکي تغير خوري.	د x محور سره غوښتکي ساتلي پاتيري. بنه او د yارزښتونه تغير خوري. د y محور سره غوښتکي تغير خوري.

شيرم:

الف-

$$f(x)=0,5x^2-2x-2,5$$

د $x=2$ سره کرښي ته سيمتريک په دي معنا دى،چي ککى تکي دx کواورديناتونه بايد 2 وي.

$$f(x)=0,5\left[x^2-4x-5\right]$$

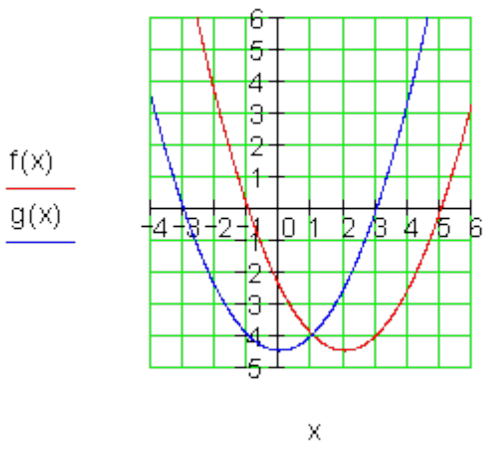
$$=0,5\left[x^2-4x+2^2-2^2-5\right]$$

$$=0,5(x-2)^2-4,5\Rightarrow S(2|-4,5)$$

ب- په2 يوونه يا واحده کين لور ته غزونه:

$$g(x)=0,5(x-2+2)^2-4,5$$

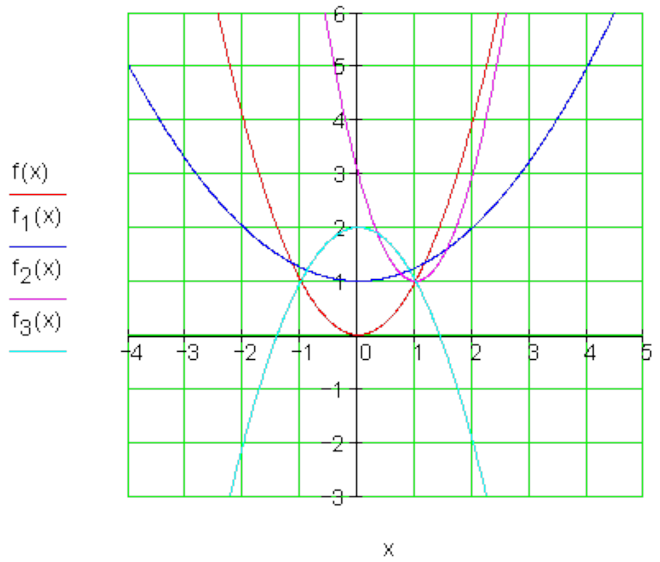
$$=0,5x^2-4,5$$



اوم:

$f(x)=x^2$ $\quad f_1(x)=0,25x^2+1$ $\quad f_2(x)=2(x-1)^2+1$ $\quad f_3(x)=2-x^2$

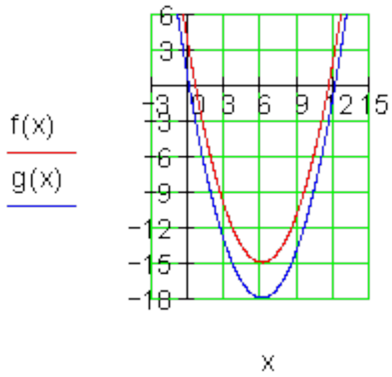
(c) ketabton.com: The Digital Library



$f_1(x)$: د y په لور په ضریب 0,25غزونه او دy په لور په 1 LE. (د اوږدوالي واحد) راکښنه

$f_2(x)$: د y په لور په ضریب 2 راکښنه په 1 LE. (یو د اوږدوالي واحد) ښي لورته او راکښنه په 1 LE (په یو د اوږدوالي واحد) پورته لور ته.

$f_3(x)$: د x محور باندې هنداورنه او په 2 LE (د اوږدوالي یوونه یا واحده) پورته لور ته راکښنه.

$f(x) = 0,5x^2 - 6x + 3$ $g(x) = 0,5x(x-12) = 0,5x^2 - 6x$ oder $g(x) = f(x) - 3 = 0,5x^2 - 6x$ g(x) له f(x) منځ ته راځي په 3 LE د اوږدوالي واحده ښي لورته د راکښنې له امله	اتم: 

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

د مربع توابعو بنسټونه IV

لومړی:

تابع f(x) ورکړ شوی دی. د شمېرنې له لارې وښایی، چې ګراف تابع په x محور کې لمسوي. ګراف وکاږئ.

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{9}{8} \quad x \in \mathbb{R}$$

دویم: د تابع مساوات f(x) د محور غوځېکي وشمیرئ، او ککرئ ټکي. ګراف یې رسم کړئ.

الف- $f(x) = -\frac{1}{8}x^2 + \frac{3}{4}x$ ب - $f(x) = -\frac{1}{2}(x-3)(x+2)$ پ- $f(x) = x^2 + 4x + 1$

ت - $f(x) = -0,25\left(4x^2 + 12x + 9\right)$ ټ ــ $f(x) = 3x(1-x)$ ث- $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - 2x + \frac{5}{3}$

دریم: د U = 18 cm محیط سره کوم مستطیل(ولاړکوډیز) خورا لویه سطحه لري؟

څلورم: د توابعو f(x) او g(x) ګرافونه چیرته د x محورغوڅوي؟ ککرئ چیرته پرتې دي؟ د دواړو ګرافونو ترمنځ کومې اړیکې پرتې دي؟ د ارزښت جدول په مرسته پوښتنې ځواب کړئ.

الف ــ

x	−3	−2	−1	0	1	2
f(x)	−3,5	0,5	2,5	2,5	0,5	−3,5
g(x)	4	0	−2	−2	0	4

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب –

x	-2	-1	0	1	2	3
f(x)	-12	-5	0	3	4	3
g(x)	$3,5$	0	$-2,5$	-4	$-4,5$	-4

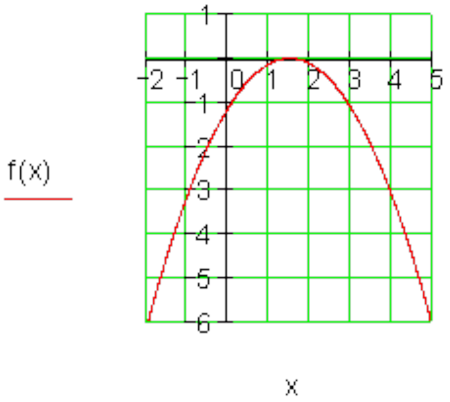
پنځم: د اړونده ګراف کوم خويونه د تابع مساوات څخه سيده لوستل کيدی شي؟

$$f(x) = -x^2 - x + 6; \quad g(x) = (2-x)(x+3); \quad h(x) = -(x+0,5)^2 + \frac{25}{4}$$

ځوابونه

د مربع توابعو بنسټونه IV

لومړی:



$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{9}{8}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{9}{8} = 0 \mid \cdot (-2)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0 \Rightarrow p = -3;\ q = \frac{9}{4}$$

له

دي لاس ته راځي D=0 لمسېکی = ککری تکی.

$$\Rightarrow x_{1/2} = -\frac{p}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow P_{x1/2}\left(\frac{3}{2} \middle| 0\right)$$

ککری تکی: $S\left(\frac{3}{2} \middle| 0\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دوه الف-

$$f(x) = -\frac{1}{8}x^2 + \frac{3}{4}x \Rightarrow P_y(0|0)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{8}x^2 + \frac{3}{4}x = 0$$

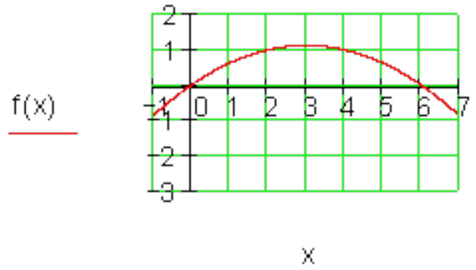
$$\Leftrightarrow x\left(-\frac{1}{8}x + \frac{3}{4}\right) = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = 0 \Rightarrow P_{x1}(0|0)$$

$$-\frac{1}{8}x + \frac{3}{4} = 0 \Rightarrow x_2 = 6 \Rightarrow P_{x2}(6|0)$$

$$x_s = \frac{x_1 + x_2}{3} = \frac{0+6}{2} = 3$$

$$y_s = f(x_s) = f(3) = \frac{9}{8} \Rightarrow S\left(3\,|\,\frac{9}{8}\right)$$



دوه ب -

$$f(x) = -\frac{1}{2}(x-3)(x+2)$$

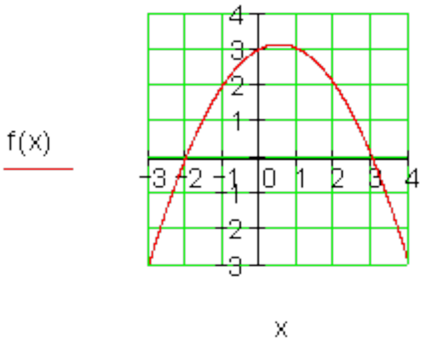
$$f(0) = -\frac{1}{2}(-3)(2) = 3 \Rightarrow P_y(0|3)$$

$$f(x) = 0 \Rightarrow x_1 = 3\,;\, x_2 = -2$$

$$\Rightarrow P_{x1}(3|0)\,;\,P_{x2}(-2|0)$$

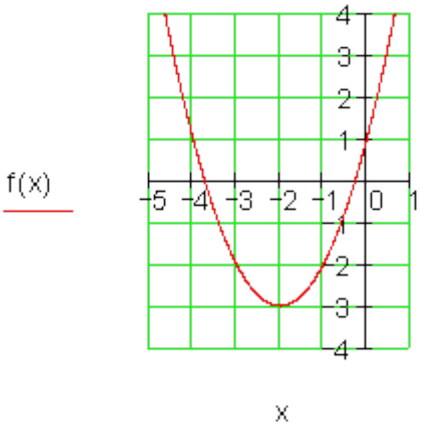
$$x_s = \frac{3+(-2)}{2} = \frac{1}{2}\,;\, f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{25}{8}$$

$$\Rightarrow S\left(\frac{1}{2}\,|\,\frac{25}{8}\right)$$



دوه پ –

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$f(x) = x^2 + 4x + 1 \Rightarrow P_y(0|1)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow p = 4;\ q = 1 \Rightarrow D = 3$$

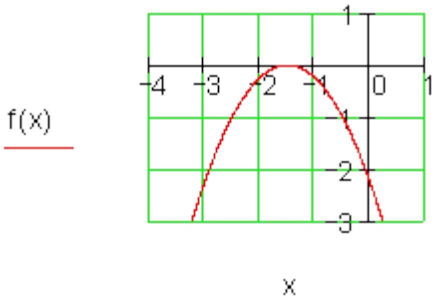
$$x_1 = -2 + \sqrt{3};\ x_1 = -2 - \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow P_{x1}\left(-2+\sqrt{3}\,|\,0\right); P_{x2}\left(-2-\sqrt{3}\,|\,0\right)$$

$$x_s = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$= \frac{-2+\sqrt{3}+\left(-2+\sqrt{3}\right)}{2} = -2$$

$$y_s = f(x_s) = f(-2) = -3 \Rightarrow S(-2|-3)$$



د لاندې الماني پينتو: لمستکی

$$f(x) = -0,25\left(4x^2 + 12x + 9\right)$$

$$= -x^2 - 3x - \frac{9}{4} \Rightarrow P_y\left(0\,|\,-\frac{9}{4}\right)$$

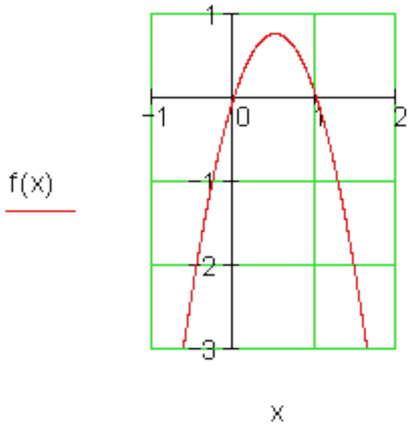
$$f(x) = 0 \Rightarrow P_{x1/2}\left(-\frac{3}{2}\,|\,0\right)$$

Da $P_{x1/2}$ Berührungspunkt:

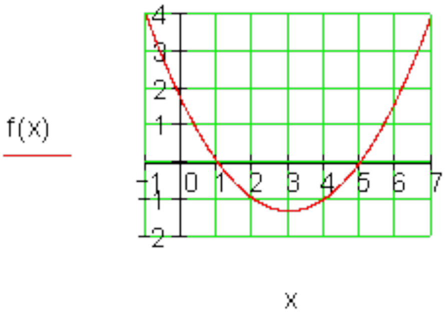
$$\Rightarrow S\left(-\frac{3}{2}\,|\,0\right)$$

دوه ټ-

(c) ketabton.com: The Digital Library

	$f(x)=3x(1-x)$ $f(0)=0 \Rightarrow P_y(0\|0)$ $f(x)=0 \Leftrightarrow 3x(1-x)=0$ $\Rightarrow x_1=0;(1-x)=0 \Leftrightarrow x_2=1$ $\Rightarrow P_{x1}(0\|0);P_{x2}(1\|0)$ $x_s=\frac{1}{2};y_s=f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{4} \Rightarrow S\left(\frac{1}{2}\|\frac{3}{4}\right)$

دوه ث-

	$f(x)=\frac{1}{3}x^2-2x+\frac{5}{3} \Rightarrow P_y\left(0\|\frac{5}{3}\right)$ $f(x)=0 \Leftrightarrow \frac{1}{3}x^2-2x+\frac{5}{3}=0\|\cdot 3$ $\Leftrightarrow x^2-6x+5=0 \Rightarrow x_1=1;\ x_2=5$ $\Rightarrow P_{x1}(1\|0);P_{x2}(5\|0)$ $S\left(3\|-\frac{4}{3}\right)$

دریم:

د یوه ولاړګوډیز یا مستطیل چاپریال یاا محیط: U=2a+2a

د مستطیل سطحه:A=a.b

ږدو: $U=2a+2b \Rightarrow b=\frac{U}{2}-a$ په سطحه فرمول کې یې ځا ي په ځای کړی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$A(a) = a\left(\frac{U}{2} - a\right) = \frac{U}{2}a - a^2 = -a^2 + \frac{U}{2}a$$

پارابول کښته لور ته واز دی

د سطحي لپاره د ککرې کواوردیناتونه ماکسیموم راکوي.

$$A(a) = -1\left[a^2 - \frac{U}{2}a + \left(\frac{U}{4}\right)^2 - \left(\frac{U}{4}\right)^2\right] = -\left(a - \frac{U}{4}\right)^2 + \left(\frac{U}{4}\right)^2$$

د ککرې

تکي بنه:

$$\Rightarrow S\left(\frac{U}{4} \mid \left(\frac{U}{4}\right)^2\right) \Rightarrow \text{für } a = \frac{U}{4} \text{ ist } A(a) = \left(\frac{U}{4}\right)^2$$

د سطحط ماکسیموم

د U=18cm لپاره باور لري: a=18cm/4 =4,5 او -b=(U/2)-a=9cm-4,5cm=4,5cm

د a=4,5cm او b=4,5cm لپاره مستطیل خورا غټه سطحخوندیونه لري.

$A = a \cdot b = 4{,}5\ cm \cdot 4{,}5\ cm = 20{,}25\ cm^2$ دا توکلي یوه مربع یا څلورې ده.

هیله ده د U=30cm سره یي وازمایی.

څلورم:

ب-	الف-
f(x) : ککرې S(2|4) $\Rightarrow f(x) = a_2 (x-2)^2 + 4$ $f(0) = 0 \Leftrightarrow a_2 = -1$ $\Rightarrow f(x) = -(x-2)^2 + 4$	f(x) صفرځایونه -3<x1<-2 او 1<x2<2 سیمتري

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب- S(2|4) ککرۍ : f(x) $\Rightarrow f(x) = a_2 (x-2)^2 + 4$ $f(0) = 0 \Leftrightarrow a_2 = -1$ $\Rightarrow f(x) = -(x-2)^2 + 4$ صفرځایونه: $(x-2)^2 = 4 \Rightarrow x_1 = 0 ; x_2 = 4$ پارابول کښته لور ته واز دی S(2|-4,5)ککرۍ g(x) $\Rightarrow g(x) = a_2 (x-2)^2 - 4,5$ $g(1) = -4 \Rightarrow a_2 = 0,5$ $\Rightarrow g(x) = 0,5(x-2)^2 - 4,5$ پارابول پورته لور ته واز دی صفرځایونه $0,5(x-2)^2 = 4,5 \Rightarrow x_1 = 5 ; x_2 = -1$ f(x)او g(x) وx=2 ته سیومتریک دي	پارابول لاندې لور ته واز دی د سیمتري له لامله $x_s = -0,5$ g(x): $P_{x1}(-2\|0) ; P_{x2}(1\|0)$ د ارزښت جدول څخه ولولئ پارابول پورته لور ته واز دی. $x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-2+1}{2} = -0,5$ f(x) اوg(x) سیمتریک دي و x=-0,5 ته.

پنځم:

د نورمال پاربابول بڼه پورته لور ته واز $f(x) = -x^2 - x + 6$ $P_y(0\|6)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$g(x) = (2-x)(x+3)$

د نورمال پاربابول بنه کښته لور ته واز $P_{x1}(-3|0); P_{x2}(2|0)$

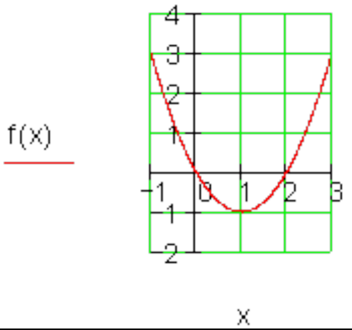
$h(x) = -(x+0,5)^2 + \frac{25}{4} \Rightarrow S\left(-\frac{1}{2}\middle|\frac{25}{4}\right)$

د نورمال پاربول بنه کښته لور ته واز

پوښتني

د مربع توابعو ګرافونه

لومړی: دتابع f(x) ګراف ورکړ شوی دی. د g(x) ګراف وکاږی.

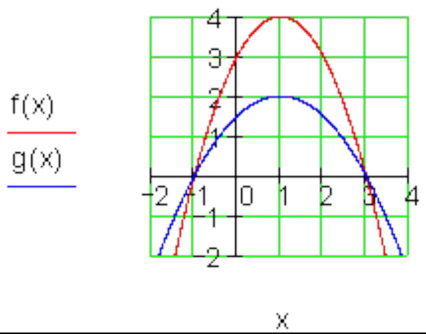
الف- $g(x) = \frac{1}{2} \cdot f(x)$ ب- $g(x) = -2 \cdot f(x)$ پ- $g(x) = f(x) + 1,5$ ت- $g(x) = [f(x)]^2$	

دویم:

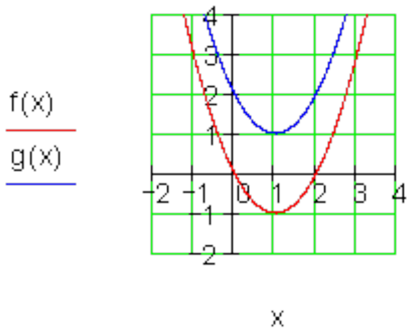
د ګراف f(x) او g(x) ترمنځ کومې اړیکې پرتې دي؟ د ککرۍ ټکي مساوات ولیکی او سره	الف-

(c) ketabton.com: The Digital Library

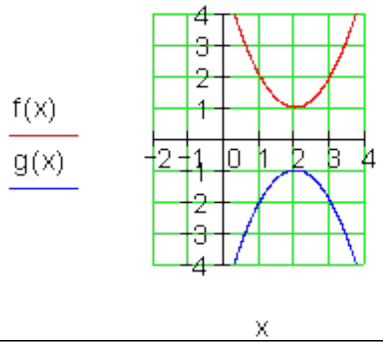
پرتله یې کړئ



ب-



پ-



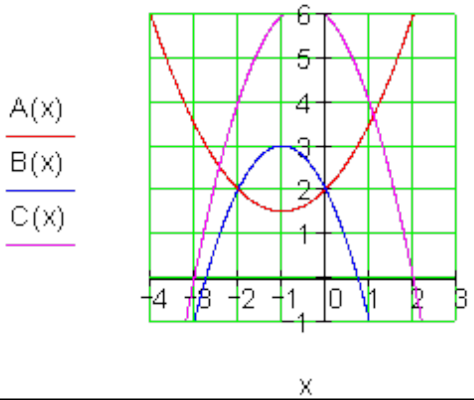
دریم:

کوم ګراف په کوم تابع پورې اړه لري؟ خپله پریکړه مدلله کړه.

$$f(x) = -(x+1)^2 + 3$$

$$g(x) = \frac{1}{2}x^2 + x + 2$$

$$h(x) = (2-x)(x+3)$$



ځوابونه

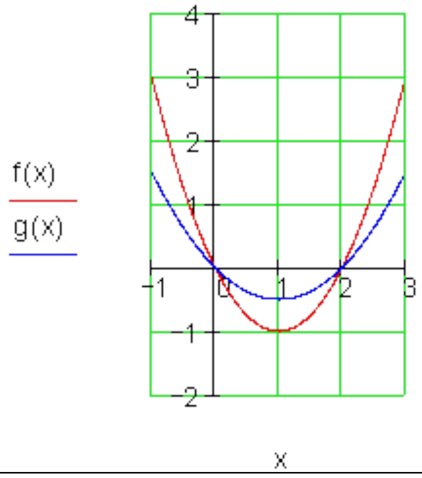
(c) ketabton.com: The Digital Library

د مربع توابعو ګرافونه

لومړی:

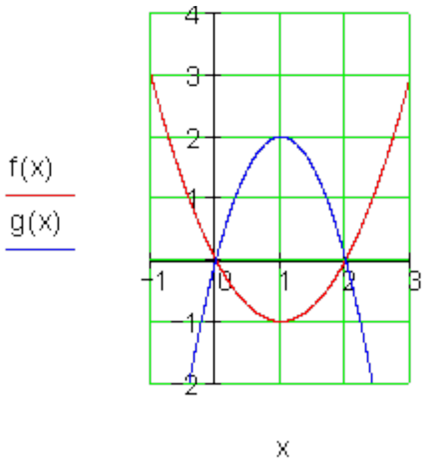
الف-

$f(x) = (x-1)^2 - 1;\ g(x) = \frac{1}{2} \cdot f(x)$



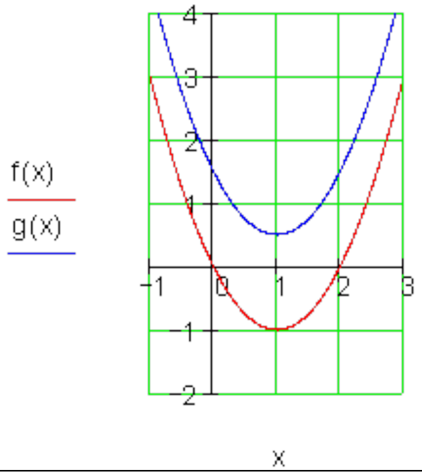
ب-

$f(x) = (x-1)^2 - 1;\ g(x) = -2 \cdot f(x)$



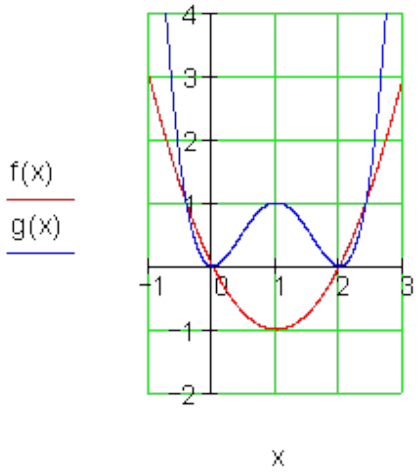
پ-

$f(x) = (x-1)^2 - 1;\ g(x) = f(x) + 1,5$



ت-

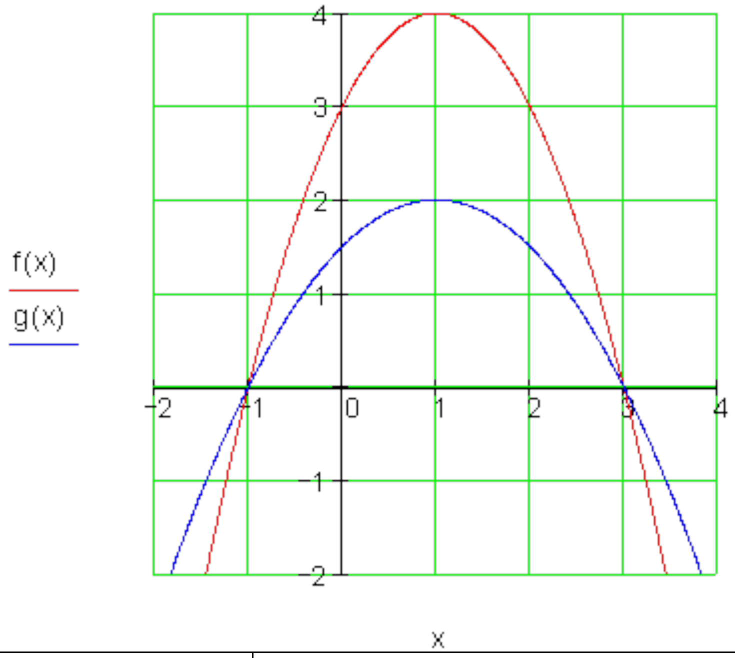
$f(x) = (x-1)^2 - 1;\ g(x) = [f(x)]^2$



(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم الف-

یادوه: پورته او کښته کې Scheitelpunkt ککۍ ټکي دی.

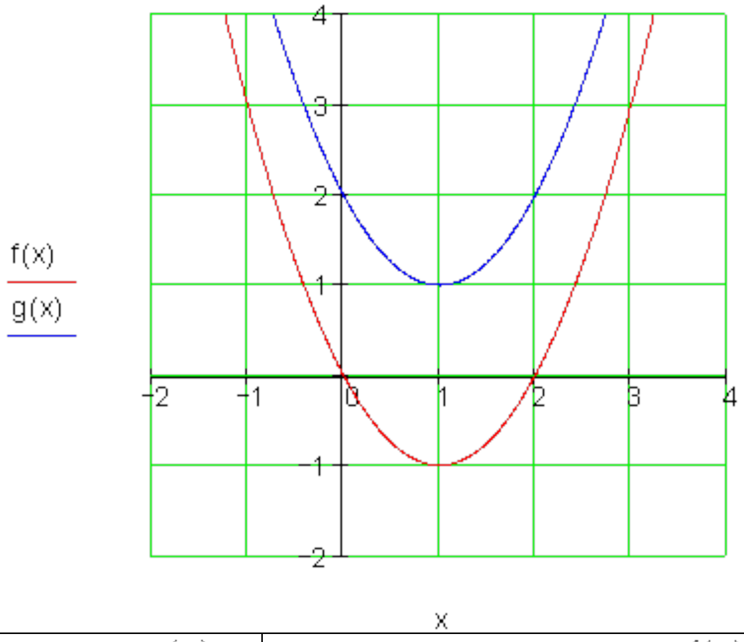


$f(x)$: Scheitelpunkt: $S(1\|4)$ $\Rightarrow f(x) = a_{2f}(x-1)^2 + 4$ $P(0\|3): f(0) = a_{2f}\cdot 1 + 4 = 3$ $\Rightarrow a_{2f} = -1$ $\Rightarrow f(x) = -(x-1)^2 + 4$	د الماني پښتو: ککرۍ ټکی: $g(x)$: Scheitelpunkt: $S(1\|2)$ $\Rightarrow g(x) = a_{2g}(x-1)^2 + 2$ $P(3\|0): g(3) = a_{2g}\cdot 1 + 4 = 0$ $\Rightarrow a_{2g} = -0,5$ $\Rightarrow g(x) = -0,5(x-1)^2 + 2$

توپیر د ککرۍ ټکي په ځای او بڼه ضریب کي پروت دی

دویم ب –

(c) ketabton.com: The Digital Library

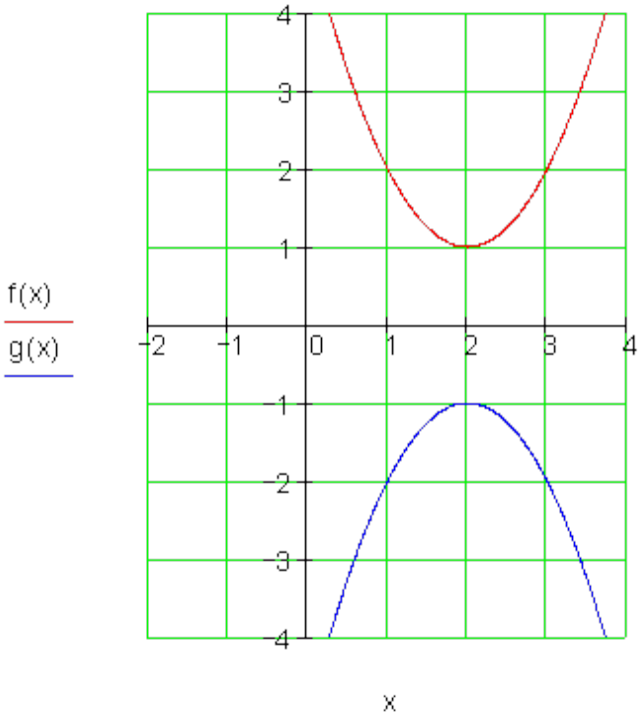


g(x):	f(x):
ككري ټکی $S(1\|1)$	ككرئ ټکی $S(1\|-1)$
$\Rightarrow g(x) = a_{2g}(x-1)^2 + 1$	$\Rightarrow f(x) = a_{2f}(x-1)^2 - 1$
$P(0\|2): g(0) = a_{2g}\cdot 1 + 1 = 2$	$P(0\|0): f(0) = a_{2f}\cdot 1 - 1 = 0$
$\Rightarrow a_{2g} = 1$	$\Rightarrow a_{2f} = 1$
$\Rightarrow g(x) = (x-1)^2 + 1$	$\Rightarrow f(x) = (x-1)^2 - 1$

فقط ككرئ ټكي په ۲ واحدونو يا يوونونو يو له بل لرې پراته دي

دويم پ:

(c) ketabton.com: The Digital Library



$g(x):$	$f(x):$
Scheitelpunkt: $S(2\mid -1)$	Scheitelpunkt: $S(2\mid 1)$
$\Rightarrow g(x) = a_{2g}(x-2)^2 - 1$	$\Rightarrow f(x) = a_{2f}(x-2)^2 + 1$
$P(1\mid -2): g(1) = a_{2g} \cdot 1 - 1 = -2$	$P(1\mid 2): f(1) = a_{2f} \cdot 1 + 1 = 2$
$\Rightarrow a_{2g} = -1$	$\Rightarrow a_{2f} = 1$
$\Rightarrow \underline{\underline{g(x) = -(x-2)^2 - 1}}$	$\Rightarrow \underline{\underline{f(x) = (x-3)^2 + 1}}$

$g(x)$ د x په محور د $f(x)$ هندارونه(انعکاس) ده
دريم:

$f(x) = -(x+1)^2 + 3$ د $S(-1\mid 3)$ له امله په $\underline{\underline{B(x)}}$ پورې اړه لري. پارابول کښته لور ته واز دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $g(x)=\frac{1}{2}x^2+x+2$ $P_y(0|2)$ له امله په $\underline{\underline{A(x)}}$ پورې اړه لري. پارابول پورته لور ته واز دی.

د $h(x)=(2-x)(x+3)$ $P_{x1}(-3|0);P_{x2}(2|0)$ له امله په $C(x)$ پورې اړه لري.

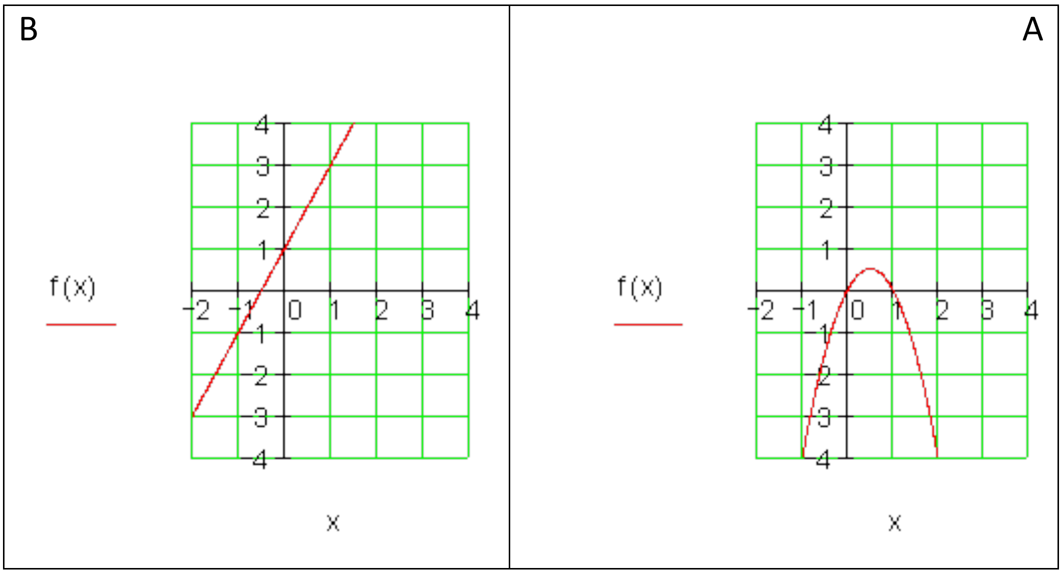
پوښتني

د مربع مساواتو ګرافونه II

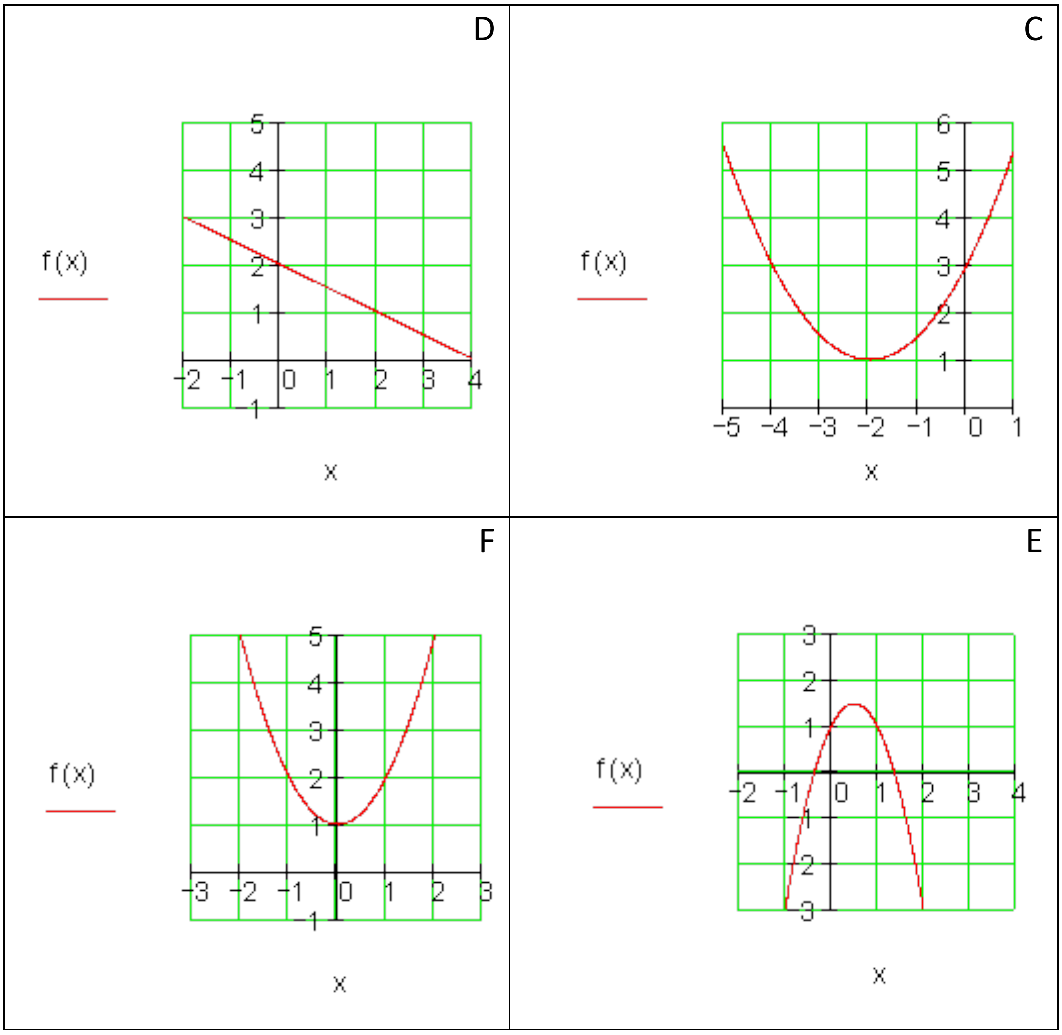
هر د تابع ګراف سره یوه تابع تنظیم یا ترتیب کړئ

$f_1(x)=x^2+1$ $f_2(x)=-2x^2+2x$ $f_3(x)=2x+1$

$f_4(x)=-2x^2+2x+1$ $f_5(x)=2-0,5x$ $f_6(x)=0,5(x+2)^2+1$



(c) ketabton.com: The Digital Library

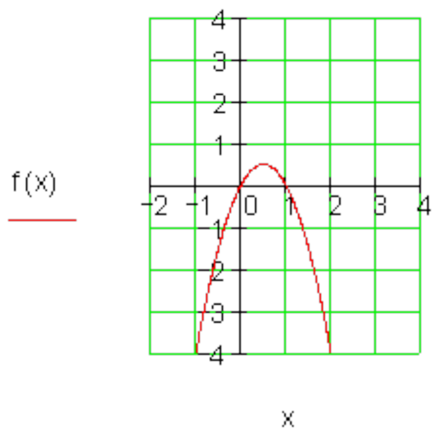


حلونه

د خلورى – يامربع توابعو گرافونه||

(c) ketabton.com: The Digital Library

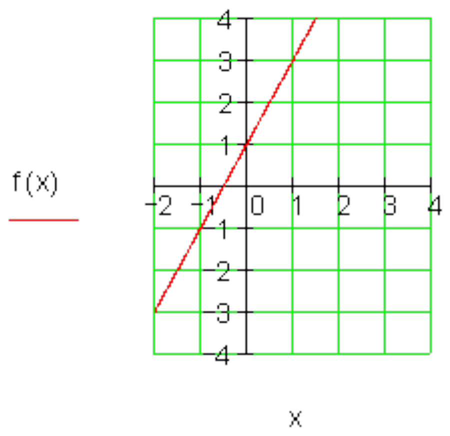
A



تابع مساوات یا - برابرون:

$f_2(x) = -2x^2 + 2x$

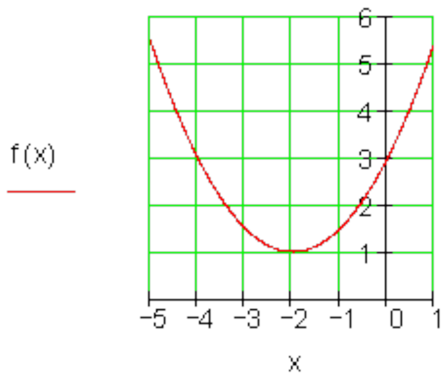
B



تابع مساوات یا - برابرون:

$f_3(x) = 2x + 1$

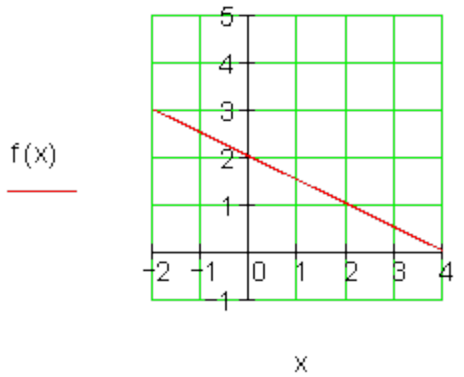
C



تابع مساوات یا - برابرون:

$f_6(x) = 0,5(x+2)^2 + 1$

D

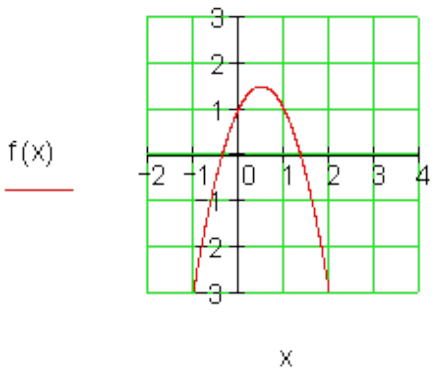


تابع مساوات یا - برابرون:

$f_5(x) = 2 - 0,5x = -0,5x - 2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

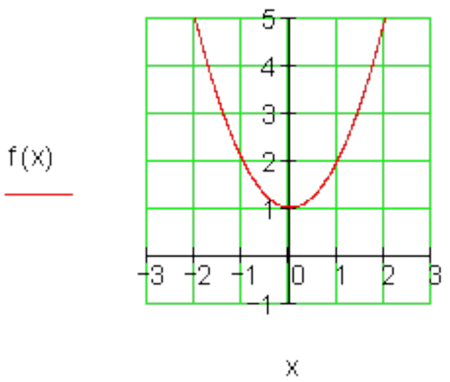
E



تابع مساوات یا - برابرون:

$f_4(x) = -2x^2 + 2x + 1$

F



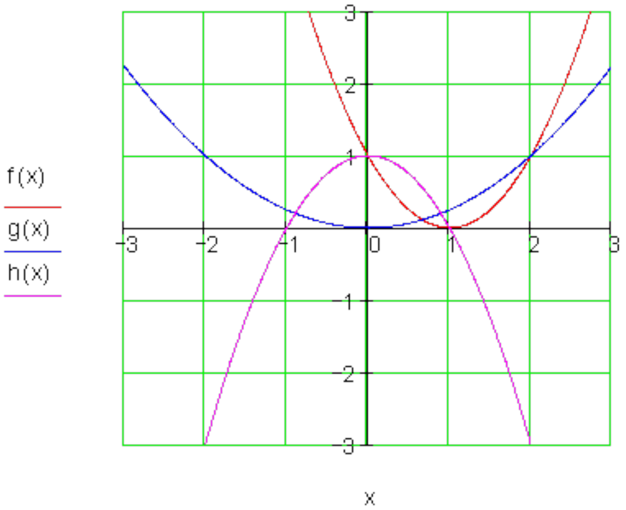
تابع مساوات یا - برابرون:

$f_1(x) = x^2 + 1$

پوښتني

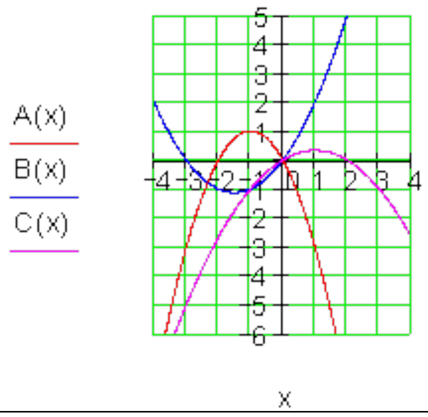
د مربع توابعو ګرافونه III

لومړی – هر یو اړونده تابع ترم وټاکی.

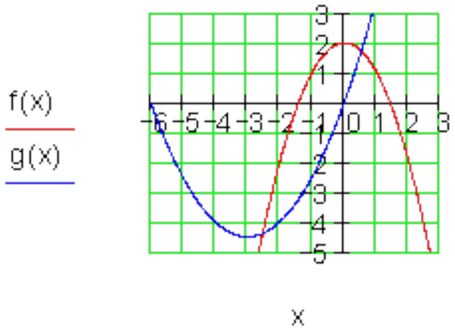


(c) ketabton.com: The Digital Library

دوی:

هر پارابول سره یو د تابع ترم تنظیم کړی. ضریبونه a_2 او a_1 هم وټاکی. $f(x) = a_2x^2 - 2x$ $g(x) = 0,5x^2 + a_1x$ $h(x) = a_2x(x-2)$	

دریم:

مربع توابع f(x) او g(x) ورکړ شوي دي g(x) د y په لور داسي و کښوی چي کښنول شوي کړه یا منحني g*(x) او f(x) ګډ ټکي ونه لري. $f(x) = -x^2 + 2 ; x \in \mathbb{R}$ $g(x) = 0,5x^2 + 3x ; x \in \mathbb{R}$	

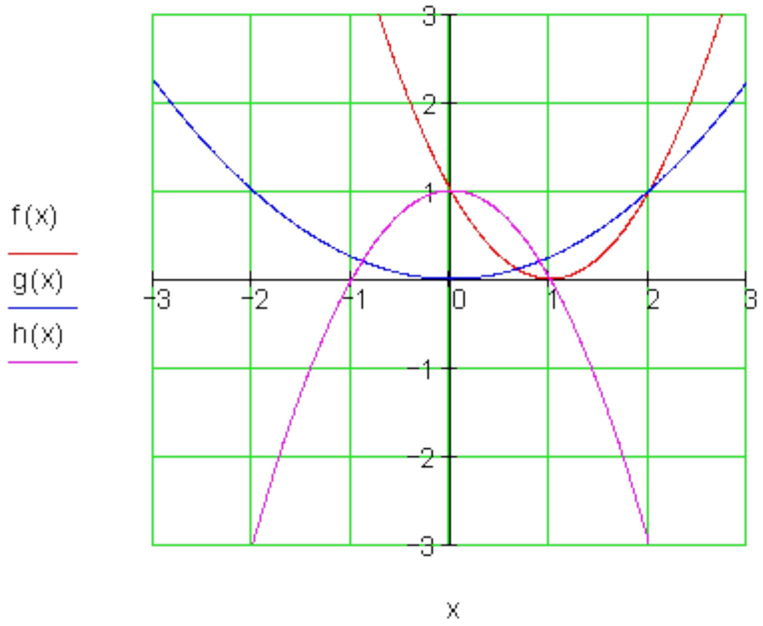
حلونه

د څلوری یا مربع تابعو ګرافونه III

نتیجي

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی:



$f(x)=(x-1)^2$ $g(x)=0,5x^2$ $h(x)=-x^2+1$

دويم: $h(x)=a_2x(x-2)$ په C(x) اړه لري

$$h(3)=-1 \Leftrightarrow a_2=-\frac{1}{3} \Rightarrow h(x)=-\frac{1}{3}x(x-2)$$

$f(x)=a_2x^2-2x$ په A(x) اړه لري

صفرځايونه

$$x(a_2x-2)=0 \Rightarrow x_1=0;\ x_2=\frac{2}{a_2}=-2 \Rightarrow a_2=-1 \Rightarrow f(x)=-x^2-2x$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په B(x) پورې اړه لري $g(x) = 0,5x^2 + a_1x$

$$g(-3) = 0 \Leftrightarrow 0,5 \cdot 9 - a_1 \cdot 3 = 0 \Rightarrow a_1 = 1,5 \Rightarrow g(x) = 0,5x^2 + 1,5x$$

دريم:

د دې لپاره چې غوځېکيشتون ونه لري , بايد g(x) پورته لور ته و کښول شي:

$$g(x) = 0,5x^2 + 3x \Rightarrow g^*(x) = 0,5x^2 + 3x + a_0$$

د غوځېکو لپاره اړين شرطونه: g*(x) = f(x)

$$0,5x^2 + 3x + a_0 = -x^2 + 2 \Leftrightarrow x^2 + 2x + \frac{2}{3}a_0 - \frac{4}{3} = 0$$
$$\Rightarrow p = 2;\ q = \frac{2}{3}a_0 - \frac{4}{3} \Rightarrow D = -\frac{2}{1}a_0 + \frac{7}{3}$$

غوځېکی نه شته که وي: D<0

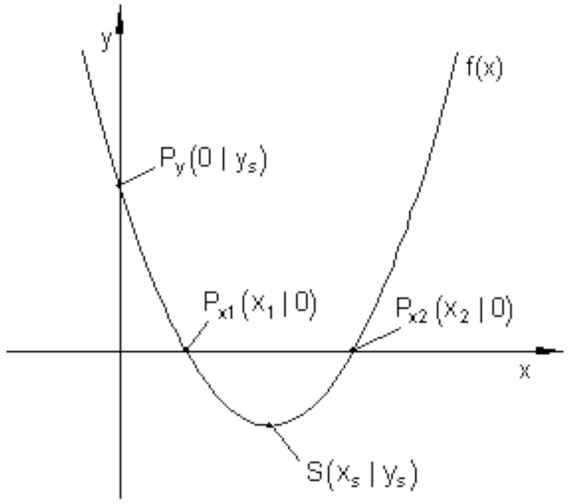
$$\Rightarrow -\frac{2}{1}a_0 + \frac{7}{3} < 0 \Leftrightarrow a_0 > \frac{7}{2}$$

که a0 > 7/2 وي نو f(x) او g*(x) ګډ غوځېکي نه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

2-7د مربع توابعو د محورونو غوڅتکي

د محورونو غوڅتکي

په ځنګ ځېړه کې د ګراف کتلو کې يوځو ټکي په ځانګړې توګه پام ته راځي **د y -محور سره غوځټکی** $P_y(0\mid y_2)$ **د x - محور سره غوځټکي** $P_{x1}(x_1\mid 0)$ **او** $P_{x2}(x_2\mid 0)$ $S(x_s\mid y_s)$ **ککرټکی**	

ځيرنبيلګه:

د ځيرنبيلګي په توګه دا $f(x) = x^2-6x+5$ تابع په چوپړکي لرو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د **y** -محور سره غوڅټکی

ګراف د**y** –محور په P_y ټکي کې غوڅوي.

د هر ټکی لپاره، چې د**y** محور باندې پروت دی ، د **x** کواوردینات صفر دی.

د P_y لپاره شرطونه : f(0)

$$f(x) = x^2 - 6x + 5 \Rightarrow f(0) = 0^2 - 6 \cdot 0 + 5 = 5 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|5)}}$$

په دې حالت کې به توانیدلي وی، چې د y -کواوردینات سیده د تابع مساوات څخه ولولو.

بیلګه:

$f(x) = (x-3)^3 - 4$ (ککرټکی یا د رأس ټکی)S(3;4)

$$P_y(0|y_y) \Rightarrow y_s = f(0) = (0-3)^2 - 4 = 9 - 4 = 5 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|5)}}$$

د **x** محور سره غوڅټکی

ګراف د x محور د P_{x1} اوP_{x2} په ټکو کې غوڅوي.

د هر ټکي لپاره، چې د x په محور پروت دی، د y کواوردینات صفر دی.

د لپاره شرایط:

دا سي $f(x) = (x-3)^3 - 4 = 0$ اینبونه مو مربع مساوات $(x-3)^3 - 4 = 0$ ته بیايي:

د مربع تکمیلیدوله لارې حل یا ښوونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$x^2-6x+3^2-3^2+5=0 \Leftrightarrow (x-3)^2-9+5=0 \Leftrightarrow (x-3)^2-4=0$$
$$\Leftrightarrow (x-3)^2=4 \,|\, \sqrt{\ } \Leftrightarrow |x-3|=\sqrt{4}$$
$$\Leftrightarrow x-3=\pm\sqrt{4}$$
$$\Rightarrow x_1=\sqrt{4}+3=2+3=5 \quad \vee \quad x_2=-\sqrt{4}+3=-2+3=1$$
$$P_{x1}(5|0);P_{x2}(1|0)$$

تمرینونه :
د مربع تکمیلیدنو له الرې د صفرځای ټاکنه
د یوه پارابول (2-مه درجه ټول راشنل تابع) د تابع مساوات ورکړل شوي دی. د لاندز پارابول لپاره صفرځایونه او د محورونو غوڅټکي وټاکی.
د ککرټکي په مرسته ګراف و کاږی.

اول - $f(x)=x^2+4x-5 \quad S(-2|-9)$ دویم - $f(x)=-x^2-x+6 \quad S\left(-\frac{1}{2}\middle|\frac{25}{4}\right)$

دریم - $f(x)=-x^2-4x-4 \quad S(-2|0)$

څلورم - $f(x)=\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x-6 \quad S\left(-\frac{1}{2}\middle|-\frac{49}{8}\right)$

پنځم - $f(x)=\frac{1}{2}x^2-4x+5 \quad S(4|-3)$ شپږم - $f(x)=x^2-4x+5 \quad S(2|1)$

اوم - $f(x)=\frac{1}{4}x^2+x-1 \quad S(-2|-2)$ اتم - $f(x)=4x^2+x-5 \quad S\left(-\frac{1}{8}\middle|-\frac{81}{16}\right)$

نهم - $f(x)=-4x^2-x+5 \quad S\left(-\frac{1}{8}\middle|\frac{81}{16}\right)$

لسم - $f(x)=\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x-2 \quad S\left(1\middle|-\frac{7}{3}\right)$

ارزښت (مطلقه ارزښت) یادونه:
.

(c) ketabton.com: The Digital Library

يو كس € 120 گټي، مورږ هم وايو چي هغه د€ 120 ارزښت گټي. يو كس د 120 €جزاپانه تر گوتو كوي، مورږ وايو هغه بايد د € 120 د پيسو جزا ورکړي.
په دواړو حالتونو کی مطلب يا موخه € 120 دي.

د اقتصادي تخنيک له مخي كټه د مثبت(زياتيز) او جريمه د منفی(کميز) په معنادی.

د يوه عدد ارزښت يا مطلقه ارزښت د شمير پوهني له مخي تل مثبت دی.

د دي لپاره چي د يوي متحولي ارزښت وشميرلی شو، نو يو د شميرلو قانون ته اړ يو.

د شميرلو قانو: $|x| = \begin{cases} x \\ -x \end{cases}$	كه $x \geq 0$ وي. كه $x < 0$ وي.

بيلگه:

د مطلقه ارزښت مساوات $|x+2| = \sqrt{3}$ دي حل کړای شي.
د شميرني قانون:

$|x+2| = \begin{cases} x+2 \\ -(x+2) \end{cases}$	كه $x+2 \geq 0$ وي كه $x+2 < 0$ وي

دا مو د حالت توپير ته بيايي:

لومړی حالت: كه $x+2 \geq 0$ وي، نو لاس ته راځي

$$x + 2 = \sqrt{3} \Leftrightarrow x_1 = -2 + \sqrt{3}$$

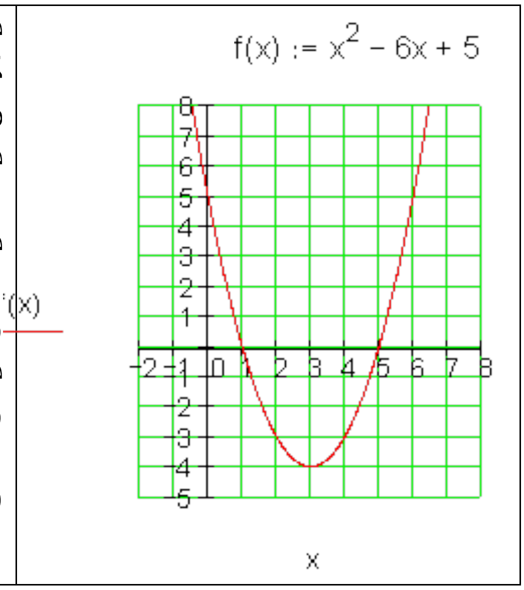
دويم حالت: كه $x+2 < 0$ وي، نو لاس ته راځي

$$-(x+2) = \sqrt{3} \Leftrightarrow x + 2 = -\sqrt{3} \Leftrightarrow x_2 = -2 - \sqrt{3}$$

حل په لنده بنه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د نورو ځيرنو لپاره د بيلګي ګراف کاږو: $|x+2| = \sqrt{3} \Rightarrow x+2 = \pm\sqrt{3}$

دا کښته لور ته واز پارابول دی، چي ککرتکی يي په ټکی $S(3\,|\,-4)$ راکښل شوی دی. د y محور سره يي غوڅتکی $P_y(0\,|\,5)$ دی. د x محور سره يي غوڅتکي $P_{x1}(1\,|\,0)$ او $P_{x2}(5\,|\,0)$ دي. د محور سره غوڅتکي يي د تابع f(x) صفرځايونه بولو، څخه چي هلته باور لري: $f(1) = $ او $f(5)$ $= 0$	

د تعريف او ارزښت سټ(ډېرى)

زيات وخت د تابع تلنه په يوه ټاکلي ورشو يا ساحه کي تر څېړني نيول کيږي.

دا مو تعريفډېرى او ارزښت ډېرى ته لاربنوديي.

څمور د بيلګي تابع دي فقط له $x = -1$ تر $x = +6$ د x ارزښتونو په ورشو کي په هلته رامنځ ته کيدونکو تابع ارزښتونو وځېړل شي.

تعريف سټ(-ډېرى): $D = \{x\,|\,-1 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$ په دي معنا چي له $x=-1$ تر $x=6$ پوري

دتابع خورا کوچنی ارزښت(مينيموم) ککرتکی دی، ځکه چي پارابول پورته لور ته واز دی، پس $x\ min=-4$.

اوس د انتروال پولي $x=-1$ او $x=6$ څيړل کيږي.

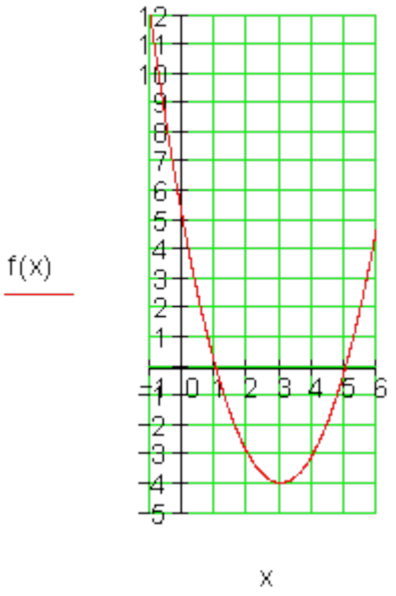
$$f(-1) = (-1)^2 - 6\cdot(-1) + 5 = 1 + 6 + 5 = 12$$
$$f(6) = 6^2 - 6\cdot 6 + 5 = 36 - 36 + 5 = 5$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره ارزښت سټ دی:

$W = \{y \mid -4 \le y \le 12\}_{\mathbb{R}}$

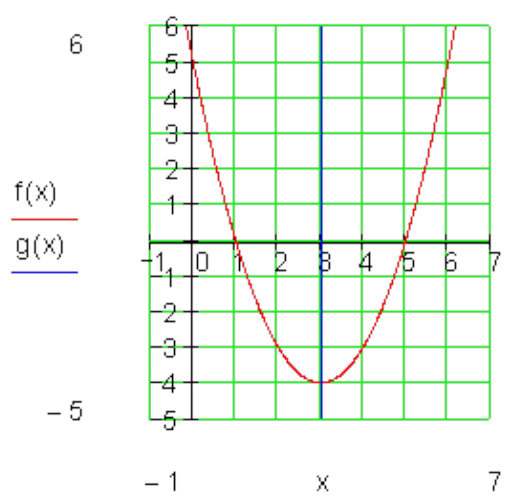
د ارزښت ډېرئ یا -سټ تل د تعریف سټ له لارې ورکول کیږی.
د نورې ځیرنې لپاره ځموږ د بیلګې تاب ګراف ترځیرنې لاندې نیسو.

دا ترځنګ ځیره ټیک د تابع ګراف برخه ښايي، چې د تعریفسټ سره د مخه ورز شوې ده. $D = \{x \mid -1 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$ $W = \{y \mid -4 \le y \le 12\}_{\mathbb{R}}$	$f(x) := x^2 - 6x + 5$ 

د سیومتري ځیرنه:
دا ځیره شوی پارابول نسبت و محورونو ته سیومتریک دی، چې دy محور سره غبرګ
د ککرټکي ځخه تیرېږي، دی: دلته .

دا د ټولو پارابولونو لپاره اعتبار لري.
د سیومتري محور مساوات چې د
$S(x_s \mid y_s)$ ککرټکي ځخه تیر یږي دی: $x = x_s$ دلته $x = 3$.

(c) ketabton.com: The Digital Library



صفرځايونه هم سيومتري محور ته سيومتريک دي. دا په دې معنا، چې د معلومو صفرځايونو څخه د ککرئ ټکي x ارزښتونه شميرل کيدی شي.

له صفرځايونو څخه د ککری ټکي شميرنه

صفرځايونه : x1;x2 ‌ ‌ ‌ ‌ څرګنددي. له دې لاس ته راځي:

$$\Rightarrow x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} \Rightarrow S(x_s \mid f(x_s))$$

زموږ د بيلګې لپاره باور لري:

$$x_1 = 1; x_2 = 5 \Rightarrow x_s = \frac{1+5}{2} = 3 \Rightarrow S(3 \mid f(3))$$

که د مربع تابع صفرځايونه معلوم وي، نو د دې اريتميتيکي منځ د ککرئ ټکي د x کواوردينات دی.

د _p - q- فرمول پيداکونه

د يوه مربع تابع د صفرځايونو پيداکولو امکانات د مربع تکميليدنو له امله د مربع مساوات د حل له لارې صورت نيسي. د دې لپاره يو د حل فرمول هم منځ ته راوړی شو.

مربع مساوات $x^2-6x+5=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

مو د مربع مساوات نورمالبني ته بيايي:
د $x^2-6x+5=0$ حل د مربع تکميليدني له لاري.

$$\Leftrightarrow x^2+px+\left(\frac{p}{2}\right)^2-\left(\frac{p}{2}\right)^2+q=0$$

$$\Leftrightarrow \left(x+\frac{p}{2}\right)^2=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q \quad \Leftrightarrow \quad \left|x+\frac{p}{2}\right|=\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q} \quad \Leftrightarrow \quad x+\frac{p}{2}=\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$$

$$\Leftrightarrow x_1=-\left(\frac{p}{2}\right)+\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q} \qquad x_2=-\left(\frac{p}{2}\right)-\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$$

د ريښي لاندي افاده(ويينه) دېسکريمينانت بلل کيږي.

دېسکريمينات = $D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q$

د p-q -فرمول: $x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}$

زموږ د بيلګي تابع صفرځايونه دي اوس د p - q -فرمول په مرسته وشميرل شي.

$$x^2-6x+5=0 \Rightarrow p=-6\,;\,q=5$$

لومړی دي دېسکريمينات وشميرل شي:

$$D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=(-3)^2-5=9-5=4$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}=3\pm\sqrt{4}\Rightarrow x_1=3+2=5 \vee x_2=3-2=1$$

دېسکريمينانت او د حلونو سټ
مربع مساوات تل حلوړ نه دي.

بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$x^2 - 6x + 10 = 0 \Rightarrow p = -6\,;\, q = 10$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-3)^2 - 10 = -1$$

p-q- فرمول

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} = 3 \pm \sqrt{-1} \Rightarrow \text{I}$$

:

حل نه لري.

که دېسکریمینات منفی(کمیزه) مخنخښه ولري، نو مساوات حلوړ نه دي، ځکه چي ریښي فقط د مثبت ارزښتونو لپاره تعریف دي.

مربع مساوات کیدی شي چي فقط یو حل هم ولري.

بیلګه:

$$x^2 - 6x + 9 = 0 \Rightarrow p = -6\,;\, q = 9$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-3)^2 - 9 = 0$$

p-q- فرمول: $: x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} = 3 \pm \sqrt{0} = 3$ فقط یو حل.

ټولګه:

دېسکریمینانت D د یوه مربع مساوات د حلونو تعداد ټاکي

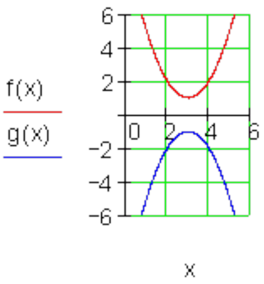
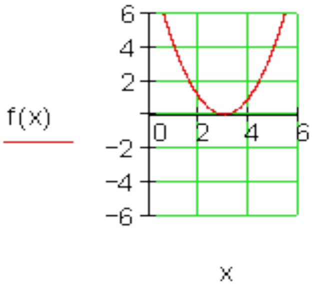
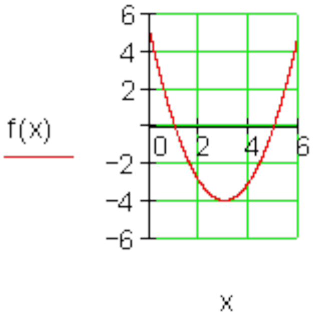
$$x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{D} \quad \vee \quad x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{D}$$

د دوه حلونو ډېری(سټ) د یوه حل سټ د حلونو سټ نه شته	$D > 0 \Rightarrow L = \{x_1\,;\, x_2\}$ $D = 0 \Rightarrow L = \{x\}$ $D < 0 \Rightarrow L = \{\ \}$

د حلونو سټ او د تابع ګراف

(c) ketabton.com: The Digital Library

د یوه مربع تابع د ګراف تلنه د مربع مساوات د حلونو سټ یا ډېرۍ باندې څه مانا لري؟
زموږ په بېلګه موږ مربع مساوات لرو‌ده د دوه ، هیڅ او فقط یوه حل سره.
موږ د دې اړونده تابع ګراف رسمو.

$f(x) := x^2 - 6x + 10$ $g(x) := -x^2 + 6x - 10$	$f(x) := x^2 - 6x + 9$	$f(x) := x^2 - 6x + 5$
		
حل نه شته	یو صفرځای	دوه صفرځایونه

که دوه صفرځایونه شتون ولري، نو د تابع ګراف دx محور دوه واره غوڅوي.
د یوه صفرځای سره د تابع ګراف دx محور په ککرتکي کې لمسوي.
که صفرځای مو مخ ته نه پروت، نو د پورته لور ته واز پارابول ککر تکی د x محور پورته لور ته پروت دی، کښته لور ته واز پارابول ککر تکی د x محور کښته لور ته پروت دی.

د ویتا Vieta جمله:

جمله:
او د مربع مساوات x^2+px+q حلونه دي، نو د ویتا د ریښي جمله باور لري:
$x_1 + x_2 = -p$ او $x_1 \cdot x_2 = q$.
ښوونه (ثبوت): ثبوت د سېده شمېرني له لارې صورت نیسي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

---

x1 او x2 سره ضرب کړی	x1 او x2 سره جمعه کړی
$x_1 \cdot x_2 = \underbrace{\left(-\frac{p}{2}+\sqrt{D}\right)\cdot\left(-\frac{p}{2}-\sqrt{D}\right)}_{\text{3. Binomische Formel}}$	$x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} + \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right)$
$\Leftrightarrow \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\sqrt{D}\right)^2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - D$	$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} - \frac{p}{2} - \sqrt{D}$
$\Leftrightarrow \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left[\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q\right] = q$	$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} - \frac{p}{2} = -p$
$\Rightarrow \underline{\underline{x_1 \cdot x_2 = q}}$	$\Rightarrow \underline{\underline{x_1 + x_2 = -p}}$

دا جمله د حل د کنترول لپاره ښه د کار (استعمال) وړ ده.

بیلګه:

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow p = -6\,;\, q = 5$$

حل: $x_1 = 5\,;\, x_2 = 1$

$$x_1 + x_2 = 5 + 1 = 6 = -p\ (w)$$

$$x_1 \cdot x_2 = 5 \cdot 1 = 5 = q\ (w)$$

صفرځایونه او کرښیز ضریبونه(فاکتورونه)

د ویتا جملې له مخې باور لري:

$$:: x_1 + x_2 = -p \quad \wedge \quad x_1 \cdot x_2 = q$$

په نورمال بڼه یې د $p = -x_1 - x_2$ سره کیږدی

$$x^2 + px + q = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + (-x_1 - x_2)\cdot x + x_1 \cdot x_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x_1x - x_2x + x_1x_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x - x_1) - x_2(x - x_1) = 0 \Leftrightarrow \underbrace{(x - x_1)}_{\text{Linearfaktor}}\ \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Linearfaktor}} = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د پورته پښتو: کرښيز ضريبونه
يو مربع مساوات چي صفرځايونه يې معلوم وي، کېدی شي د کرښيزو ضريبونو په ضرب سره وليکل شي.

جمله:
د صفرضرب جمله:
يو ضرب تېک هلته صفر دی، چي لږ تر لږه يو ضريب يې صفر وي.
دا زموږ د مربع تابع د مربع مساوات لپاره په دې معنا دی:

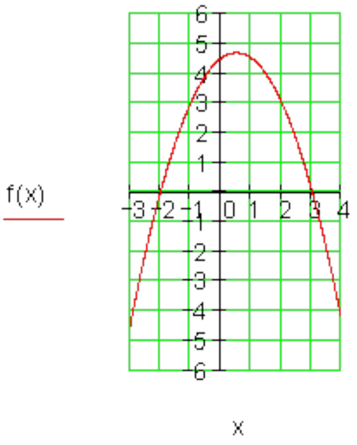
$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow p = -6;\ q = 5$$

حل: $x_1 = 5;\ x_2 = 1$

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Leftrightarrow (x-5)(x-1) = 0$$

اوس پخپله کولی شو، چي مربع مساوات د مخه ورکړشوي صفرځايونو سره جوړ کړو:
يو مربع مساوات دې د صفر ځايونو $x_1 = -2$ او $x_2 = 3$ سره دې منځ ته راوړل شي، چي کښته لور ته واز وي او ضريب ¾ ولري.

$$f(x) := \frac{-3}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{9}{2}$$



$$x_1 = -2;\ x_2 = 3$$

$$f(x) = -\frac{3}{4}(x+2)(x-3)$$

$$= -\frac{3}{4}\left(x^2 - x - 6\right) = -\frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{9}{2}$$

$$x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-2+3}{2} = \frac{1}{2}$$

$$y_s = f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{4} + \frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2} + \frac{9}{2} = \frac{75}{16}$$

$$\Rightarrow S\left(\frac{1}{2} \mid \frac{75}{16}\right)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرینونه

د مربع توابعو تمرینونه **III**

د صفرځایونو ټاکنه د مربع تکمیلیدني له لارې

نتیجې

د مربع توابعو تمرینونه **III**

د صفرځایونو ټاکنه د مربع تکمیلېدني له لارې:

لومړی:

تابع مساوات: $f(x) = x^2+4x-5$

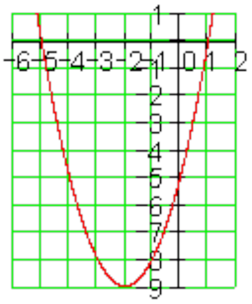
صفرځایونه: $X1=-5;x2=1$

د x محور سره غوڅتکی:

$P_{x1}(-5|0); P_{x2}(1|0)$

دy محور سره غوڅتکی.

$P_y(0|-5)$



دویم:

تابع مساوات :

$f(x) = -x^2 - x + 6$

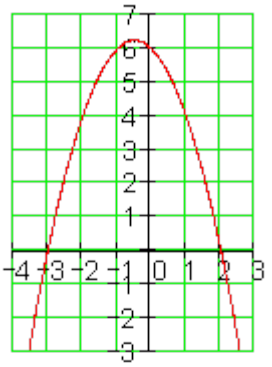
صفرځیونه: $x_1 = -3; x_2 = 2$

د xمحور سره غوڅتکی:

$P_{x1}(-3|0); P_{x2}(2|0)$

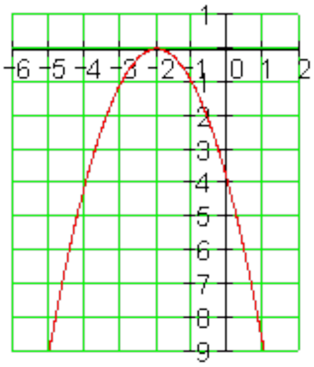
دy محور سره غوڅتکی:

$P_y(0|6)$

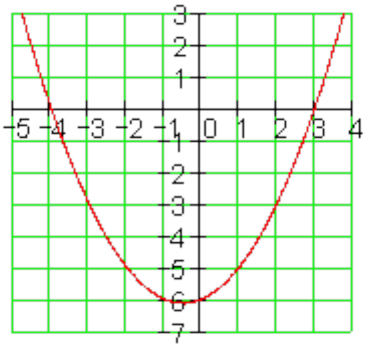


دریم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

	تابع مساوات : $F(x) = -x^2 -4x-4$ صفرځیونه: $x1=-2$; $x2=-2$(دبل صفرځای) د x محور سره غوڅتکی: $P_{x1}(-2\|0); P_{x2}(-2\|0)$ د y محور سره غوڅتکی: $P_y(0\|-4)$

څلورم:

	تابع مساوات : $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - 6$ صفرځایونه: $x_1 = -4; x_2 = 3$ د x محور سره غوڅتکی: $P_{x1}(-4\|0); P_{x2}(3\|0)$ د y محور سره غوڅتکی: $P_y(0\|-6)$

پنځم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

تابع مساوات : $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 5$

صفرځيونه:

$x_1 = 4 - \sqrt{6} \approx 1,55$

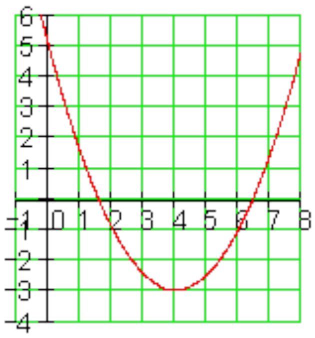
$x_2 = 4 + \sqrt{6} \approx 6,45$

د x محور سره غوڅتکی:

$P_{x1}\left(4-\sqrt{6}\,|\,0\right); P_{x2}\left(4+\sqrt{6}\,|\,0\right)$

د y محور سره غوڅتکی:

$P_y(0\,|\,5)$



شپږم:

تابع مساوات :

f(x) = x^2 -4x+5

صفرځايونه:

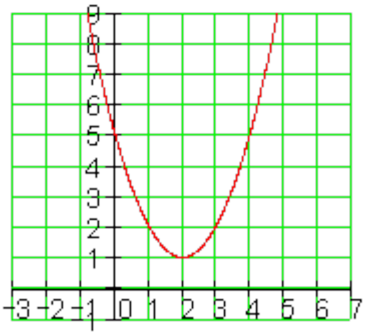
نه شته

د x محور سره غوڅتکی:

شتون نه ل ري

د y محور سره غوڅتکی:

$P_y(0\,|\,5)$



(c) ketabton.com: The Digital Library

اووم:

تابع مساوات :

$$f(x) = \frac{1}{4}x^2 + x - 1$$

صفرځيونه:

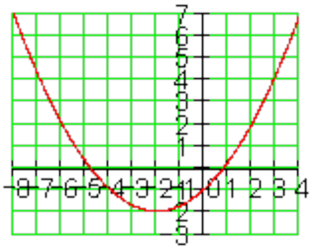
$$x_1 = -2 - \sqrt{8} \approx -4{,}83$$
$$x_2 = -2 + \sqrt{8} \approx 0{,}83$$

د x محور سره غوځتکی:

$$P_{x1}\left(-2-\sqrt{8} \mid 0\right); P_{x2}\left(-2+\sqrt{8} \mid 0\right)$$

د y محور سره غوځتکی:

$$P_y(0 \mid -1)$$



اتم:

تابع مساوات: f(x)=4x²+x-5

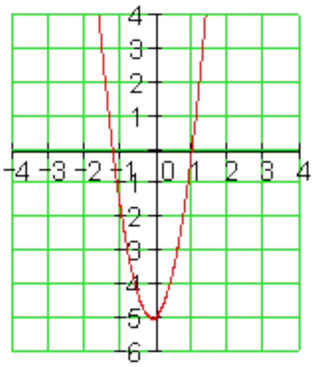
صفرځيونه: $x_1 = -\frac{5}{4}; x_2 = 1$

د x محور سره غوځتکی:

$$P_{x1}\left(-\frac{5}{4} \mid 0\right); P_{x2}(1 \mid 0)$$

د y محور سره غوځتکی:

$$P_y(0 \mid -5)$$



نهم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

تابع مساوات :$f(x)=-4x^2-x+5$

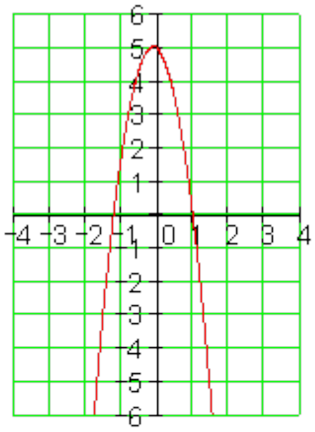
صفرځايونه: $x_1=-\frac{5}{4};\ x_2=1$

دx محور سره غوڅتکی:

$P_{x1}\left(-\frac{5}{4}\mid 0\right);\ P_{x2}\,(1\mid 0)$

د y محور سره غوڅتکی:

$P_y\,(0\mid 5)$



لسم:

تابع مساوات :

$f(x)=\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x-2$

صفرځيونه:

$x_1=1-\sqrt{7}\approx -1,65$

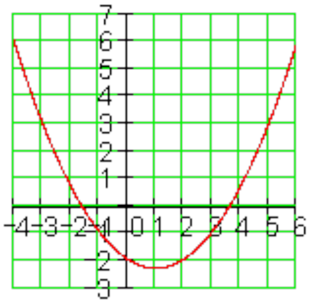
$x_2=1+\sqrt{7}\approx 3,65$

د x محور سره غوڅتکی:

$P_{x1}\left(1-\sqrt{7}\mid 0\right);\ P_{x2}\left(1+\sqrt{7}\mid 0\right)$

د y محور سره غوڅتکی:

$P_y\,(0\mid -2)$



(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه

د صفرځایونو ټاکلو لپاره د مربع تکمیلیدنې له لارې مفصله بیلګه:

په ټولیزه بڼه د پارابول تابع مساوات $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6$

د صفرځایونو لپاره شرطونه

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6 = 0$$

مربع مساوات $-\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6 = 0$

باید اوس د مربع تکمیلیدنې له لارې حل شي.

$-\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6 = 0 \,\Big|\, : \left(-\frac{1}{2}\right)$	په نورمال بڼه راوړل
$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 12 = 0$	نورمالمربع مساوات
$\Leftrightarrow x^2 + 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2 - 12 = 0$	مربع تکمیلونه

$$\Leftrightarrow \underbrace{x^2 + 4x + 4}_{\text{1. binomische Formel}} \underbrace{-4 - 12}_{-16} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 - 16 = 0 \,|\, +16$$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 = 16 \,|\, \sqrt{\ }$$

$$\Leftrightarrow |x+2| = \sqrt{16} = 4$$

رېښه وېستنه یا رېښه نیونه - - ارزښت حل کړی

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی حالت دویم حالت	$x+2=4 \mid -2 \Leftrightarrow x=2 \Rightarrow x_1=2$ $x+2=-4 \mid -2 \Leftrightarrow x=-6 \Rightarrow x_2=-6$

صفرځایونه: $\boxed{x_1=2}$ همداسې $\boxed{x_2=-6}$

د x محور سره غوڅټکی: $\boxed{P_{x1}(2\mid 0)}$ همداسې $\boxed{P_{x2}(-6\mid 0)}$

دy محور سره غوڅتکی شرطونه:

$$y_s=f(0)=-\frac{1}{2}\cdot 0^2-2\cdot 0+6=6 \Rightarrow \boxed{P_y(0\mid 6)}$$

پوښتنې

پارابولونه د ورکړ شوو شرطونو سره

لومړی – د تابع $f(x)=x^2+a_1x+a_0$ د ضریبونو لپاره باید کوم شرایط پوره شي، له کومو سره چې تابع f(x) صفرځایونه ونه لري؟

دویم – دf(x) اوg(x) برعکس ځایونه د x په واکوالي (تابعیت) کې و څیړی، که باور ولري:

$f(x)=-x^2+1; x\in\mathbb{R}$ او $g(x)=ax^2-a; x\in\mathbb{R}; a\in\mathbb{R}^*$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم – د$f(x)$ او$g(x)$ مربع توابع په لاندې توګه ورکړ شوي دي:

$f(x) = -x^2 - 3x \; ; \; x \in \mathbb{R}$ او $g(x) = 0,5x(x+3) \; ; \; x \in \mathbb{R}$

الف – په کواوردینات – یا پروتولاړ سیستم کې د$f(x)$ او $g(x)$ ګرافونه و کاږئ. بې له شمیرنې دلیل رواړئ، چې ولې $f(x)$ او $g(x)$ د x په محور سره غوځوي..

$S(.1,5;2,25)$ د $f(x)$ ککره (رأس) دی.

د$g(x)$ ککره ورکړئ.

ب – کرښه د$x=u$ سره د $-3< u <0$ لپاره $f(x)$ په ټکي P او $g(x)$ په ټکي Q کې غوځوي.

د P او Q کواوردیناتونه و ټاکئ.

پ – دPQ بنده کرښه د یوه مستطیل یا ولاړګوډیز یو اړخ (ضلع) دی، چې په دواړو پارابولونو کې دننه ده. د مستطیل منځ یا سطحه د $u = -1$ لپاره او چاپیریال U د u په واکوالي کې وټاکئ.

ت – پارابول $g(x)$ دy په لور داسې و کښوئ، چې دا راکښل شوی پارابول د $f(x)$ ګراف لمس کړي. د لمسټکي کواوردینات وشمیرئ.

ټ - a داسې وټاکئ چې $f(a) – f(a+1) = 0$ باور ولري.

څلورم – یو مربع تابع $f(x)$ ورکړ شوی.

a داسې وټاکئ، چې پارابول $g(x)$ د $f(x)$ ګراف لمس کړي.

پنځم – وښایئ، چې دa داسې ارزښت نه شته، چې د $f(x)$ ګراف نورمال پارابول لمس کړي.

$f(x) = ax^2 + 1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم – یو پارابول د تابع مساوات f(x) سره په S(0|6) کې یوه ککره لري او د x محور په ټکي $tP_x(2\sqrt{3}|0)$. کې غوڅوي.

د تابع مساوات وټاکی او ګراف یې رسم کړی.

اوم – د ویمي درجي ټول کسري (راشنل) تابع f(x)کواوردينات محورونه په ټکو $P_{x_1}(k|0); P_{x_2}(-2|0)$ او $P_y(0|-k)$ کې غوڅوي.

دf(x) تابع مساوات وټاکی.

اتم – ضریبونه a1 اوa2 داسې پیدا کړی، چی تابع f(x) = a2x² + a1x + 3 په x = -1 او x=0,5 ځایونو کې همغه تابع ارزښت ولري لکه تابع g(x) = 2x - 1 .

ځوابونه:

پارابولونه د ورکړشوو شرطونو سره I

مفصل حلونه

لومړی – F(x) = x² + a1x + a0

د صفرځای لپاره د نه شتون شرط: D < 0

$$p = a_1 ; q = a_0 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(\frac{a_1}{2}\right)^2 - a_0 = \frac{a_1^2}{4} - a_0$$

$$D < 0 \Leftrightarrow \frac{a_1^2}{4} - a_0 < 0 \mid + a_0 \Leftrightarrow \frac{a_1^2}{4} < a_0 \mid \cdot 4 \Leftrightarrow \underline{\underline{a_1^2 < 4a_0}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم –

$$f(x) = -x^2 + 1;\ g(x) = ax^2 - a$$

$$g(x) = f(x) \Leftrightarrow ax^2 - a = -x^2 + 1 \Leftrightarrow (a+1)x^2 - (a+1) = 0$$

د a په پام کې نيول :

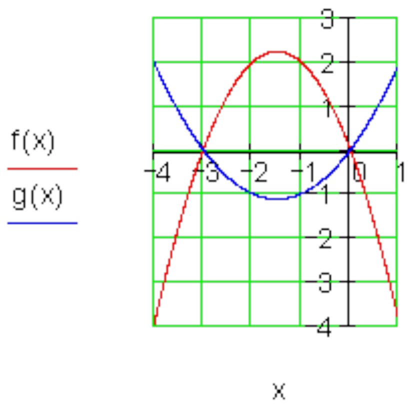
$\underline{\underline{a = -1}} \Rightarrow f(x) = g(x)$ i کټمټ يا ايدنتيک پارابول د ناپای ډېرو غوڅټکو سره.

$$\underline{\underline{a \neq -1}} \Rightarrow (a+1)x^2 - (a+1) = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1$$

$$\Rightarrow x_{1/2} = \pm 1;$$

دوه مختلف غوڅټکي.

دريم - الف -

	$f(x) = -x^2 - 3x = -x(x+3)$ $\Rightarrow P_{x1}(0\|0);\ P_{x2}(-3\|0)$ $g(x) = 0,5x(x+3)$ $\Rightarrow P_{x1}(0\|0);\ P_{x2}(-3\|0)$ f(x) او g(x) همغه يا برابر صفرځايونه لري. $f(x):\ S(-1,5\|2,25)$ $g(x) = -0,5 \cdot f(x)$ $\Rightarrow y_s = -0,5 \cdot 2,25 = -1,125$ $\Rightarrow S(-1,5\|-1,125)$

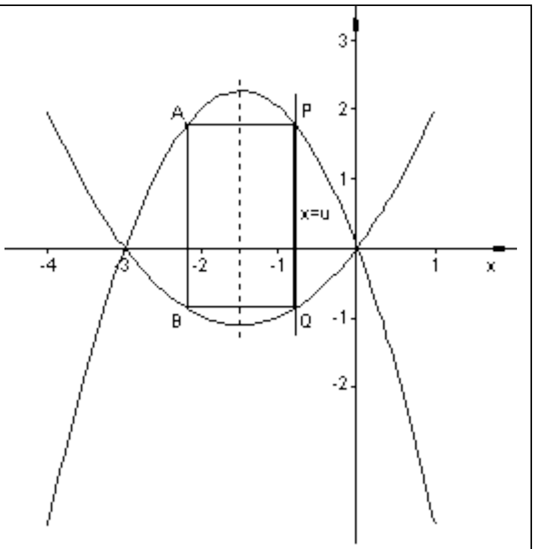
(c) ketabton.com: The Digital Library

ب- د $x = u$ ځای په ځای کونه په تابع مساوات کې د y ارزښت راکوي:

$$f(u) = -u^2 - 3u \Rightarrow \underline{\underline{P\left(u \mid -u^2 - 3u\right)}}$$

$$g(u) = 0,5u(u+3) \Rightarrow \underline{\underline{Q\left(u \mid 0,5u(u+3)\right)}}$$

پ -

	له (b لاس ته راځي P(u;-u(u+3) یا P(u;-u²-3u) Q(u;0,5u(u+3)) x - کواوردیناتونه xs= 1,5 دu لپاره باور لري 0 ≤ u ≤ -3 له دې لاس ته راځي u منفي دی. $\overline{PQ} = \left\lvert \underbrace{-u}_{+}\underbrace{(u+3)}_{+} \right\rvert + \left\lvert \underbrace{0,5u}_{-}\underbrace{(u+3)}_{+} \right\rvert$ $\Rightarrow \overline{PQ} = -u(u+3) - 0,5u(u+3)$ $\overline{PQ} = -1,5u(u+3)$

ت –

(c) ketabton.com: The Digital Library

AP=BQ

که $0 \leq u \leq -1,5$ (x=u د ککرۍ ښي لور ته پروت دی)

نو باور لري $\frac{\overline{AP}}{2} = |-1,5| - |u| = 1,5 + u$ (دا چې u منفي ده) له دې لاس ته راځي

=> AP)2(1,5+u)

په ځانګړي توګه د u=-1 لپاره باور لري :A=-1,5.(-1)(-1+3).2(1,5-1)=3FE

د مستطیل (ولاړګوډیز) سطحه: $A = \overline{PQ} \cdot \overline{AP} = -1,5u(u+3) \cdot 2(1,5+u)$

د مستطیل چاپېرایل (محیط) د u په واکوالي کې:

$$U = 2\left(\overline{PQ} + \overline{AP}\right) = 2\left[-1,5u(u+3) + 2(1,5+u)\right] = -3u^2 - 5u + 6$$

که $-1,5 \leq u \leq -3$ (x=u د ککرۍ کیڼ لور ه پروت دی)

نو باور لري $\frac{\overline{AP}}{2} = |u| - |-1,5| = -u - 1,5$

(دا چې u منفي) له دې لاس ته راځي:AP=2(-u-1,5)

د مستطیل محیط د u په واکوالي کې:

$$U = 2\left(\overline{PQ} + \overline{AP}\right) = 2\left[-1,5u(u+3) + 2(-u-1,5)\right] = -3u^2 - 13u - 6$$

ت –

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = -x^2 - 3x$$
$$f(a) = -a^2 - 3a$$
$$f(a+1) = -(a+1)^2 - 3(a+1) = -a^2 - 5a - 4$$
$$f(a) - f(a+1) = 4 \Leftrightarrow -a^2 - 3a - \left(-a^2 - 5a - 4\right) = 4$$
$$\Leftrightarrow 2a + 4 = 4 \Leftrightarrow \underline{\underline{a = 0}}$$

څلورم –

$$f(x) = (x-1)(x-2) = x^2 - 3x + 2;\ g(x) = ax^2$$
$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow (1-a)x^2 - 3x + 2 = 0;\ \text{mit } a \neq 1$$
$$\Leftrightarrow x^2 - \frac{3}{1-a}x + \frac{2}{1-a} = 0 \Rightarrow p = -\frac{3}{1-a};\ q = \frac{2}{1-a}$$

د مماس لپاره شرطونه :D=0

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(-\frac{3}{2(1-a)}\right)^2 - \frac{2}{1-a} = 0$$
$$\Leftrightarrow \frac{9}{4(1-a)^2} - \frac{2}{1-a} = 0 \Leftrightarrow \frac{9}{4(1-a)^2} - \frac{8(1-a)}{4(1-a)^2} = 0$$
$$\Leftrightarrow 9 - 8(1-a) = 0 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{8}$$

$g(x) = -\frac{1}{8}x^2$ f(x) لمسوي.

پنځم –   نورمال پارابول : g(x)=x²;f(x)=ax²+1

$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 = -\frac{1}{a-1}$ د $a \neq 1$ لپاره

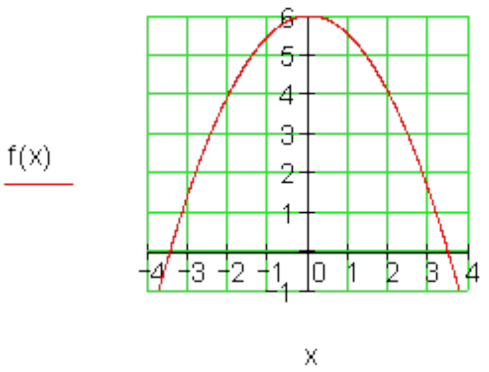
(c) ketabton.com: The Digital Library

د $a > 1 \Rightarrow x^2 = -\frac{1}{a-1} < 0 \Rightarrow \mathrm{l}$ له دط لاس ته راځي چې صفر ځای شتون نه لري.

د $a < 1 \Rightarrow x^2 = -\frac{1}{a-1} > 0 \Rightarrow$ لپاره له دې لاس ته راځي دوه حلونه:

$$x_{1/2} = \pm\sqrt{-\frac{1}{a-1}}$$

شپږم -

	$S(0\|6) \Rightarrow f(x) = a_2x^2 + 6$ $P_x\left(2\sqrt{3}\|0\right)$ $\Rightarrow f\left(2\sqrt{3}\right) = a_2\left(2\sqrt{3}\right)^2 + 6 = 0$ $\Leftrightarrow 12a_2 + 6 = 0 \Leftrightarrow a_2 = -\frac{1}{2}$ $\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 6$

اوم –

$$f(x) = a_2(x-k)(x+2)$$

کرښیز ضربیونه

$$f(0) = -k \Leftrightarrow a_2(-k)(2) = -k \Rightarrow a_2 = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}(x-k)(x+2) = \frac{1}{2}\left[x^2 + (2-k)x - 2k\right]$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم -

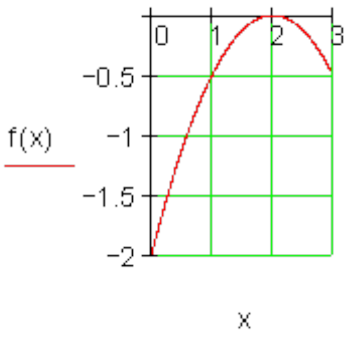
$$f(x)=a_2x^2+a_1x+3\,;\;g(x)=2x-1$$
$$g(-1)=-2-1=-3\Rightarrow f(-1)=-3\Leftrightarrow a_2-a_1+3=-3$$
$$g(0,5)=1-1=0\Rightarrow f(0,5)=0\Leftrightarrow 0,25a_2+0,5a_1+3=0$$
$$\Rightarrow a_2=-8\,;\;a_1=-2$$
$$\underline{\underline{f(x)=-8x^2-2x+3}}$$

پوښتني

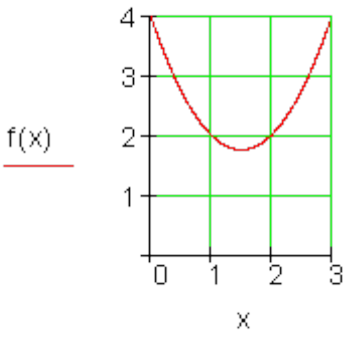
پارابولونه د ورکړو شرطونو سره II

لومړی- د ځيرنو ځخه د تابع مساوات و ټاکی..

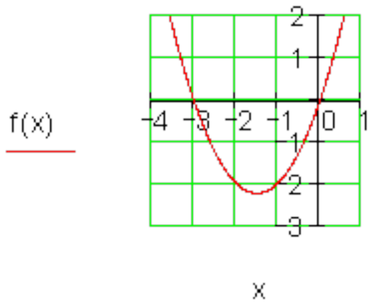
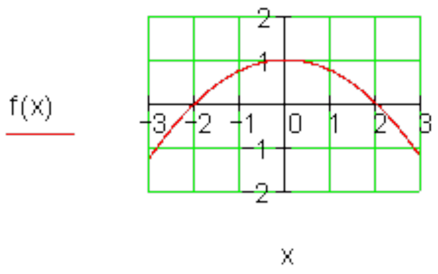
ب –



الف



(c) ketabton.com: The Digital Library

ت	پ
	

دویم – د یوه مربع تابع $f(x) = 3x^2 - bx + b$ کراف د x محور په x=-3کې غوڅوي. د تابع ترم وټاکی.

دریم - یو مربع مساوات صفرځایونه -2 او 3 لري او خورا کوچني تابع ارزښت - 1 لري. f(x) وټاکی.

څلورم – د مربع تابع $f(x) = x^2 + a_1x + a_0$ د ضریبونو a_1 او a_0 په هکله کومې ویناوي (د ریاضي منطق وکوری) کېدی شي؟

الف – f(x)یو صفرځای x = 0 لري

ب – د f(x) صفرځایونه په مخنښه کې یو له بل توپیر لري.

پنځم – د یوه مربع $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ تابع لپاره f(0)=5 او f(1)=2 باورلري

الف – دa_2 اوa_1 ترمنځ کومې اړیکې پرتې دي؟

ب – د a_2 او a_1 د کومو ارزښتونو لپاره x = 3 صفرځای دی؟

شپږم – پارابولونه د ورکړشوو شرایطو له مخې.

الف – د شمیرنې له لارې وښایی، چې د مساوات $f(x) = x^2 -1,5x + 2$ سره پارابول دx محور سره غوڅکې نه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب – دa_2 (د صفر سره نابرابر) د کوم ارزښت سره پارابول د مساوات- $f(x) = a_2x^2 + 1,5x + 2$ سره يو ټکی، نه کوم ټکی يا دوه ټکي دx محور سره لري؟

اوم – د تابع$f(x) = x^2 + a_1x + a_0$ د ضريبونو لپاره بايد کوم شرطونه پوره وي، چي د هغو له مخي$f(x)$ کوم صفرځای ونه لري؟

اتم – د تابع$f(x)$ خورالوی يا همداسي خورا کوچني ارزښتونه وټاکی.

الف - $f(x) = (x-2)^2 - 2x - 2$ ب - $f(x) = -0,5x^2 + 0,5x - 6$

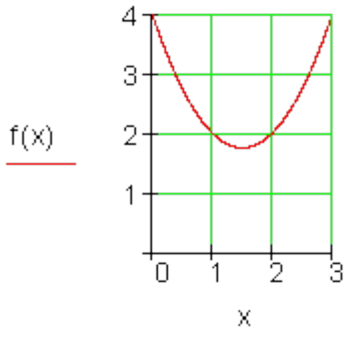
ځوابونه

پارابول د ورکړ شوو شرطونو له مخیII

مفصل ځوابونه

لومړی-

$$f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$$
$$f(0) = 4 \Rightarrow a_0 = 4$$
$$f(1) = a_2 + a_1 + 4 = 2 \Leftrightarrow a_2 + a_1 = -2$$
$$f(2) = 4a_2 + 2a_1 + 4 = 2 \Leftrightarrow 4a_2 + 2a_1 = -2$$
$$\Rightarrow a_2 = 1;\ a_1 = -3$$
$$\Rightarrow f(x) = x^2 - 3x + 4$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

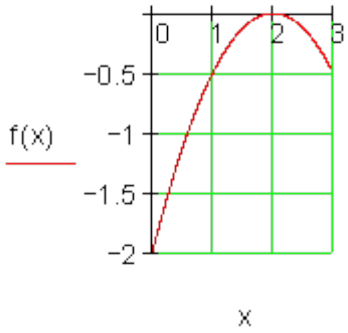
ککری:

$$S(2|0) \Rightarrow f(x) = a_2(x-2)^2$$

$$f(0) = -2 \Leftrightarrow 4a_2 = -2 \Rightarrow a_2 = -\frac{1}{2}$$

$$f(x) = -\frac{1}{2}(x-2)^2$$

$$= -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 2$$

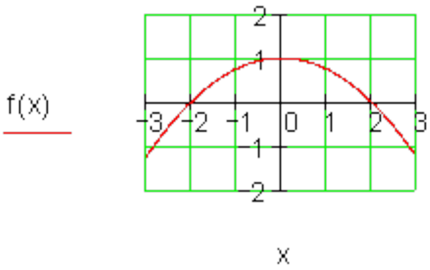


$$f(x) = a_2(x-2)(x+2)$$

$$= a_2(x^2-4)$$

$$f(0) = 1 \Leftrightarrow -4a_2 = 1 \Rightarrow a_2 = -\frac{1}{4}$$

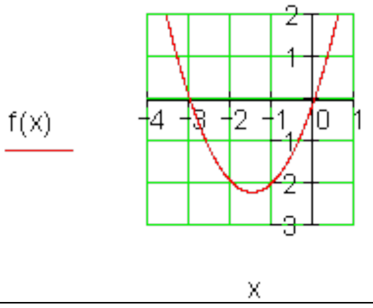
$$f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 1$$



$$f(x) = a_2(x+3)x$$

$$f(-1) = -2 \Leftrightarrow -2a_2 = -2 \Rightarrow a_2 = 1$$

$$f(x) = (x+3)x = x^2 + 3x$$



دویم :

$$f(x) = 3x^2 - bx + b$$ او $$P_x(-3|0)$$

$$\Rightarrow f(-3) = 0 \Leftrightarrow 27 + 3b + b = 0 \Rightarrow b = -\frac{27}{4} \Rightarrow f(x) = 3x^2 + \frac{27}{4}x - \frac{27}{4}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم:

$$P_{x1}(-2|0); P_{x2}(3|0) \Rightarrow x_s = \frac{x_1+x_2}{2} = \frac{-2+3}{2} = \frac{1}{2}$$

د تابع کوچنی–ارزښت 1-

$$\Rightarrow y_s = -1 \Rightarrow f(x) = a_2\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 - 1$$

$$f(3) = 0 \Leftrightarrow a_2\left(\frac{5}{2}\right)^2 - 1 = 0 \Rightarrow a_2 = \frac{4}{25}$$

$$f(x) = \frac{4}{25}\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 - 1 = \frac{4}{25}x^2 - \frac{4}{25}x - \frac{24}{25}$$

ځلورم:

الف- که $f(0) = 0 \Rightarrow a_0 = 0$ وي، نو لاس ته راځي او a_1 په خوښه

ب- که صفرځایونه فقط د مخنخښي له امله سره توپیر ولري، نو د f(x) ګراف باید محور سیومتریک وي. دا په دې معنا، چې د ککرۍ ټکي یا رأس دx کواوردینات یا محور صفر دی.

$f(x) = x^2 + a_0 \Rightarrow a_1 = 0$ او $a_0 < 0$, له دې سره $f(x)$ صفرځایونه لري.

پنځم: الف –

$$f(0) = 5 \Rightarrow a_0 = 5$$

$$f(1) = 2 \Leftrightarrow a_2 + a_1 + 5 = 2 \Rightarrow a_2 + a_1 = -3 \text{ oder } a_1 = -3 - a_2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب-لاندې له کيڼ وښي لورته په ترتيب: او له سره ، لاس ته راځي

$$f(x) = a_2x^2 + \underbrace{(-3 - a_2)}_{a_1}x + 5$$

$$f(3) = 0 \Leftrightarrow 9a_2 + (-3 - a_2)\cdot 3 + 5 = 0 \Rightarrow a_2 = \frac{2}{3}$$

او له دې $a_1 = -3 - a_2$ سره لرو: $; a_1 = -3 - \frac{2}{3} = -\frac{11}{3}$

شپږم:

الف –

$f(x) = x^2-1,5x+2$ بې له صفرځای په دې معنا چې $D<0$

$$x^2 - 1,5x + 2 = 0 \Rightarrow p = -\frac{3}{2}; q = 2$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(-\frac{3}{4}\right)^2 - 2 = \frac{9}{16} - \frac{32}{16} < 0$$

شرط $D<0$ پوره دی.

ب – کښته لور ته په ترتيب په پښتو:

له $f(x) = ax^2 - \frac{3}{2}x + 2$ لاس ته راځي: $f(x) = 0$

$$ax^2 - \frac{3}{2}x + 2 = 0 \,|\, : a \Leftrightarrow x^2 - \frac{3}{2a}x + \frac{2}{a} = 0$$

$$\Rightarrow p = -\frac{3}{2a}; q = \frac{2}{a} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(-\frac{3}{4a}\right)^2 - \frac{2}{a} = \frac{9}{16a^2} - \frac{2}{a}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

یوصفرځای: D=0

$$\Rightarrow \frac{9}{16a^2} - \frac{2}{a} = 0 \mid \cdot a^2 \Leftrightarrow \frac{9}{16} - 2a = 0 \Leftrightarrow \frac{9}{16} = 2a \mid : 2 \Leftrightarrow \underline{\underline{\frac{9}{32}}} = a$$

، صفرځای نه شته :D<0

$$\Rightarrow \frac{9}{16a^2} - \frac{2}{a} < 0 \mid \cdot a^2 \Leftrightarrow \frac{9}{16} - 2a < 0 \Leftrightarrow \frac{9}{16} < 2a \mid : 2 \Leftrightarrow \underline{\underline{\frac{9}{32} < a}}$$

دوه صفرځایونه :D>0

$$\Rightarrow \frac{9}{16a^2} - \frac{2}{a} > 0 \mid \cdot a^2 \Leftrightarrow \frac{9}{16} - 2a > 0 \Leftrightarrow \frac{9}{16} > 2a \mid : 2 \Leftrightarrow \underline{\underline{\frac{9}{32} > a}}$$

اووم:

د $f(x) = x^2 + a_1x + a_0$ نه صفرځای لپاره شرطونه: D<0

$$p = a_1 \,;\, q = a_0 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(\frac{a_1}{2}\right)^2 - a_0 = \frac{a_1^2}{4} - a_0$$

$$D < 0 \Leftrightarrow \frac{a_1^2}{4} - a_0 < 0 \mid +a_0 \Leftrightarrow \frac{a_1^2}{4} < a_0 \mid \cdot 4 \Leftrightarrow \underline{\underline{a_1^2 < 4a_0}}$$

اتم:

الف –

$$f(x) = (x-2)^2 - 2x - 2$$
$$= x^2 - 6x + 2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پارابول پورته لور ته واز دی، ککری یل رأس مینیموم ده.

$$f(x) = x^2 - 6x + 3^2 - 3^2 + 2$$
$$= (x-3)^2 - 7$$
$$\Rightarrow S(3|-7)$$

$$\Rightarrow f(3) = -7$$

خورا کوچنی ارزښت دی.

ب –

$$f(x) = -0,5x^2 + 0,5x - 6$$

پارابول کښته لور ته واز دی، ککری یا رأس مینیموم دی.

$$f(x) = -0,5\left[x^2 - x + 12\right]$$
$$= -0,5\left[x^2 - x + \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 12\right]$$
$$= -0,5\left[\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{47}{4}\right]$$
$$= -0,5\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{47}{8}$$
$$\Rightarrow S\left(\frac{1}{2} | -\frac{47}{8}\right)$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{47}{8}$$ خورا لوي ارزښت دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.8 -د پارابول او کربنې غوځتکي

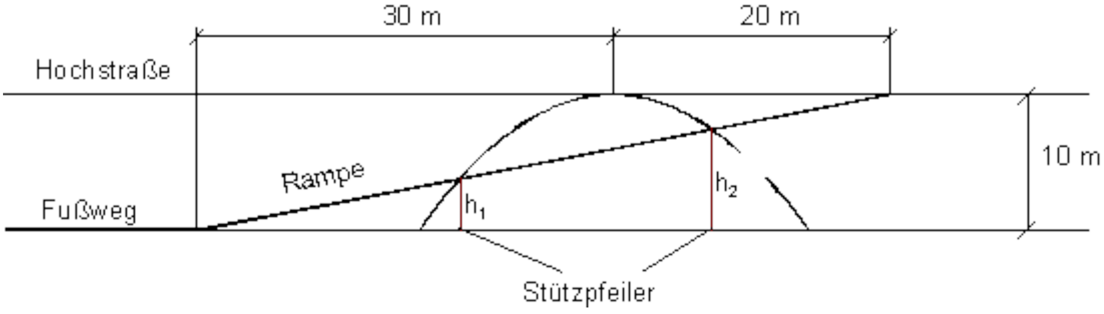
بیلبیلګه:

یوه د پلو لار د یوې جګ سرک لاندې تللې او هغې ته غبرګه.

د یوه پله په پښه چې د پارابول بڼې په ډول لیندې دې د پلو لار د یوې مایلسطحې جوړه شي، چې سرک ته پورته ځي.

د ډ مایل سطحې د په ولاړو پښو جګوالی وټکی.

د پارابول څخه فقط پوهیږو، چې د بڼې ضریب $a_2 = 1/20$ لري.



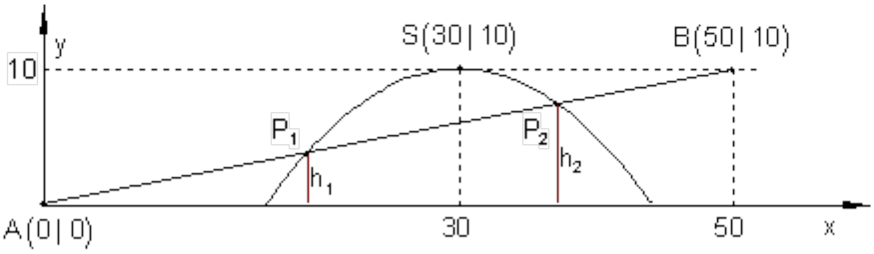
(c) ketabton.com: The Digital Library

په پورته کي Hochstrasse جګ سرک

Fussweg د پلو لار

Stützpfeiler (د درېدو یا تکیه) ستنې یا متې

Modellierung د مودل جوړونه



تابع مساوات لیکنه

مایلسطحه(د کربنې په ډول) په سرجینه او P(50;10) کي.

$$\Rightarrow a_1 = \frac{10}{50} = \frac{1}{5} \Rightarrow g(x) = \frac{1}{5}x$$

د پله لینده یا که غواړی قوس(پارابول) د ککری $S(30|10)$ او $a_2 = -\frac{1}{20}$ سره .

ککری تکي بنه	$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{20}(x-30)^2 + 10$
تولیزه بنه	$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{20}x^2 + 3x - 35$

د دې پاره چې د د په ولاړو ستنو جګوالی لاس ته راوړو د پارابول سره د کربنې غوښتکو ته اړتیا لرو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د غوڅټکو شميرنه؛

اينوونه: f(x)=g(x) يا f(x)-g(x)=0

$$\Rightarrow -\frac{1}{20}x^2 + 3x - 35 - \frac{1}{5}x = -\frac{1}{20}x^2 + \frac{14}{5}x - 35 = 0$$

ځلوريز يا مربع مساوات

$$-\frac{1}{20}x^2 + \frac{14}{5}x - 35 = 0 \,|\cdot(-20)$$
$$\Leftrightarrow x^2 - 56x + 700 = 0 \Rightarrow p = -56\,;\, q = 700$$
$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-28)^2 - 700 = 84$$
$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$$
$$\Rightarrow x_1 = 28 + \sqrt{84} \quad \vee \quad x_2 = 28 - \sqrt{84}$$

د مټو يا ستنو جګوالی د اړونده y ارزښتونه دي.

$$y_1 = g(x_1) = g\left(28 + \sqrt{84}\right) = \frac{1}{5}\left(28 + \sqrt{84}\right) \approx \underline{\underline{7{,}433}}$$
$$y_2 = g(x_2) = g\left(28 - \sqrt{84}\right) = \frac{1}{5}\left(28 - \sqrt{84}\right) \approx \underline{\underline{3{,}767}}$$

د مټې h_1 جګوالی 3,764 m دی، د ستنې h_2 جګوالی 7,433 m دی.

که د يوې کربنې غوڅټکی د پارابول سره ټاکل کيږي، دا مو تل يوه مربع مساوات ته بيايي.

غوڅوونې يا قطاع، مماس، تيرېدونې

(c) ketabton.com: The Digital Library

د کارقرارداد:

د پارابول f(x) غوښتکي د يوي کرښي g(x) سره وټاکی او هر دواړه ګرافونه په يوه مناسب پروتولاړسيستم کي وکاږی.

د پارابول د رسمولو لپاره د ککری ټکي بنه وکاروی.

$f(x) = x^2 + 4x + 1$ همداسي د ککری‌ټکي بنه کي : $f(x) = (x+2)^2 - 3$

a) $g(x) = 2x + 3$ b) $g(x) = 2x$ c) $g(x) = 2x - 2$

د پارابول او کرښي غوښتکي

د دارو مساواتو د ضربيونو د ورکړې وروسته، غوښتکي شميرل کيږي، بيا کېدی شي دواړه ګرافونه وکښل شي؟

$f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) = 0$

$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 1 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 2 = 0$

$\Rightarrow p = 2;\ q = -2 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 + 2 = 3$

$\Rightarrow x_1 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} = -1 + \sqrt{3} \approx 0{,}73$

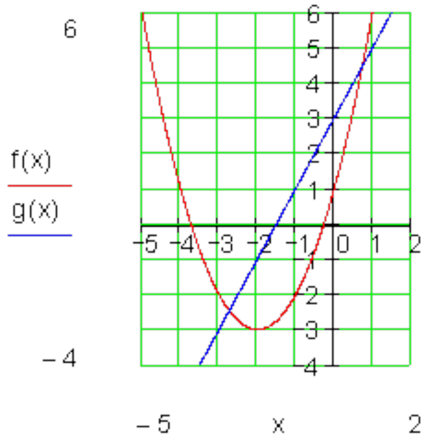
$x_2 = -\frac{p}{2} - \sqrt{D} = -1 - \sqrt{3} \approx -2{,}73$

$g(x_1) = 2\cdot\left(-1+\sqrt{3}\right) + 3 = 1 + 2\sqrt{3} \approx 4{,}46$

$g(x_2) = 2\cdot\left(-1-\sqrt{3}\right) + 3 = 1 - 2\sqrt{3} \approx -2{,}46$

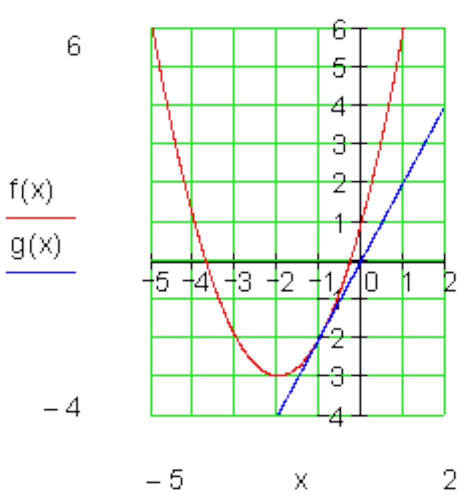
$\Rightarrow P_1\left(-1+\sqrt{3} \mid 1+2\sqrt{3}\right) \approx \underline{\underline{P_1(0{,}73 \mid 4{,}46)}}$

$P_2\left(-1-\sqrt{3} \mid 1-2\sqrt{3}\right) \approx \underline{\underline{P_1(-2{,}73 \mid -2{,}46)}}$



د g(x) کرښه د f(x) ګراف په دوه ټکو کي غوڅوي. غوڅووني بلل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

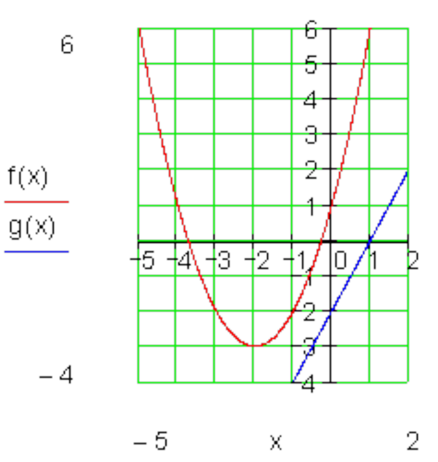


د g(x) کرښه د f(x) گراف په یوه ټکي کي لمسوي.

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) = 0$$
$$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 1 - 2x = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 = 0$$
$$\Rightarrow p = 2;\ q = 1 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 - 1 = 0$$
$$\Rightarrow x_{1/2} = -\frac{p}{2} = -1$$
$$g(x_{1/2}) = 2 \cdot (-1) + 3 = -2$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{P_{1/2}(-1|-2)}} \text{ Berührungspunkt}$$

پورته: د لمسټکی یا مماس

یوه کرښه چي گراف په تیک یوه تکي کي لسړي تانجنت یا لمسووني بلل کیږي



$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) = 0$$
$$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 1 - 2x + 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 3 = 0$$
$$\Rightarrow p = 2;\ q = 3$$
$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 - 3 = -2 \text{ keine Lösung}$$

کرښه g(x) د f(x) سره گډ تکی نه لري.

داسي یوه کرښه تیرېدونی بلل کیږي.

د تمرین بیلگو څخه پېژندل کیږي، چي غوښتکو ګنون یا تعداد، چي یوه کرښه یي له پارابول سره لري د دیسکریمینانت څخه سیده لوستل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پارابول او کرښه په دوه ټکو کې سره غوڅوي	$D > 0: \Rightarrow$
پارابول او کرښه سره په یوه ټکي کې	$D = 0: \Rightarrow$
لمسوي. پارابول او کښه ګډ ټکی نه لري.	$D < 0: \Rightarrow$

پوښتنې

پارابول او کرښه **II**

لومړی:

یو پارابول د تابع $f_1(x)$ سره له یوې کرښې د تابع$f_2(x)$ په ټکو P_1 اوP_1 کې غوڅیږي، چېرته چې P_1 هغه خورا ټیټ ټکی باید وي. کرښې ته ولاړکونجیز د تابع $f_2(x)$ سره یوه دویمه کرښه د تابع $f_3(x)$ سره ځغلي چې له ټکي P_2تیریږي.	$f_1(x) = \left(x + \frac{7}{2}\right)^2 - 6$ $f_2(x) = x + \frac{7}{2}$

وشمیرئ:

الف- د کرښې او پارابول غوځتکېP_1 او P_2 .

ب – تابع $f_3(x)$چې $f_2(x)$ ته ولاړکونجیزه ځغلي.

پ - توابعو ته ګرافونه وکاږئ.

دویم: پارابول $f(x)$ د y په لور داسې راکاږئ، چې کرښهg لمس کړي.

$$f(x) = 0{,}5x^2 + 3x\,; \qquad g: 2y - 4x + 8 = 0$$

د $f(x)$ راکښنه وشمیرئاو لمس ټکی.

دریم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

یو پارابول د تابع $f_1(x)$ سره له یوې کرښې د تابع $f_2(x)$ په ټکو P_1 او P_1 کې غوڅېږي، چېرته چې P_1 هغه خورا ټیټ ټکی باید وي. کرښې ته ولاړکونجیز د تابع $f_2(x)$ سره یوه دویمه کرښه د تابع $f_3(x)$ سره ځغلي چې له ټکي P_2 تیرېږي.	$f_1(x)=\left(x-\frac{7}{2}\right)^2-6$ $f_2(x)=-x+\frac{7}{2}$

وشمیرئ: الف- د کرښې او پارابول غوڅتکي P_1 او P_2 .

ب – تابع $f_3(x)$ چې $f_2(x)$ ته ولاړکونجیزه ځغلي.

پ - توابعو ته ګرافونه وکاږئ.

ځلورم: یو تابع $f(x)=-\frac{3}{2}x^2+3x+\frac{9}{2};\ x\in\mathbb{R}$ ورکړ شوی

الف- سچینیزه کرښه $g(x)$ د $A(\ 1\ |\ 6\ )$ له لارې ځغلي.

د غوڅتکي $f(x)$ د $g(x)$ سره وشمیرئ.

ب- د $g(x)$ سره کومه غبرګه $f(x)$ لمسوئ؟

لمستکی و شمیرئ.

د $g(x)$ سره کومه غبرګه د $f(x)$ سره غوڅتکی نه لري.

پنځم: یو پارابول د اوردینات محور (y –محور) په P_1 کې غوڅوي او په ټکو P_2 او P_3 کې له یوې کرښې د تابع $f_1(x)$ سره غوڅوي. دا وشمیرئ:

الف- ټکي P_2 او P_3 ب- د $f_2(x)$ تابع پارابول. پ-د $f_2(x)$ ککری ټکی. ت-ککری ټکی. ټ- د محور غوڅتکي	$f_1(x)=\frac{5}{3}x+\frac{5}{9}$ $P_1\left(0\ \middle|\ -\frac{25}{9}\right);P_2(2\ \|\ y_2);P_3(-3\ \|\ y_3)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپېږم:

يو پارابول او يوه کرښه د هغه د ارزښت جدول سره ورکړ شوي دي. پارابول او کرښه يو بل سره ښنګه پراته دي؟ په کومه ورشو يا ساحه کې پارابول د کرښې پورته لور ته ځغلي؟	<table><tr><td>x</td><td>−3</td><td>−2</td><td>−1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>$f_1(x)$</td><td>−6</td><td>0</td><td>4</td><td>6</td><td>6</td><td>4</td><td>0</td></tr><tr><td>$f_2(x)$</td><td>−1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr></table>

ځوابونه

پارابول او کرښه II

نتيجې او مفصل حلونه نتيجې

لومړی: الف- د پارابول او کرښې غوښتکي P_1 او P_2 .

$P_1\left(-\frac{1}{2}\middle|3\right)$ $P_2\left(-\frac{11}{2}\middle|-2\right)$

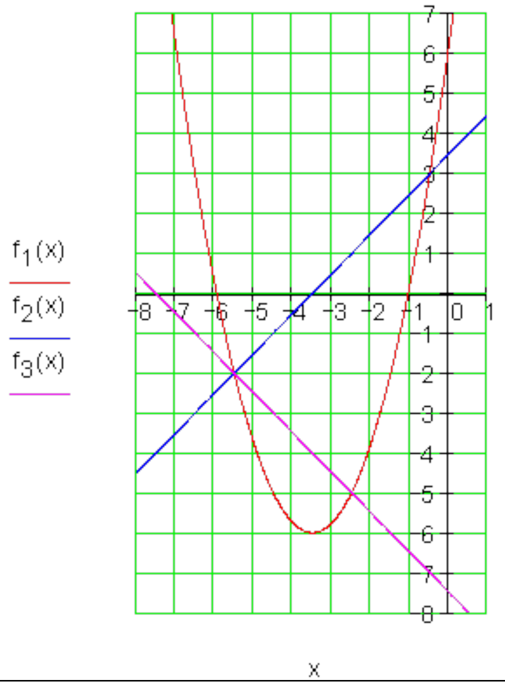
ب- تابع چې $f_3(x)$ و$f_2(x)$ ته ولاړګوډيزه يا قايمالزاويه ځغلي:

$f_3(x) = -x - \frac{15}{2}$

د پارابول ککرۍ تکي کواوردينات:

$S\left(-\frac{7}{2}\middle|-6\right)$

ګرافونه ترڅنګ دي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم: مفصل ځواب: $f(x)=0,5x^2+3x\ ;\ g: 2y-4x+8=0 \Leftrightarrow g(x)=2x-4$

د y په لور د $f(x)$ راکښنه:

$$f^*(x)=0,5x^2+3x+a_0$$

$$f^*(x)=g(x) \Leftrightarrow x^2+2x+2a_0+8=0$$

$$\Rightarrow p=2\ ;\ q=2a_0+8 \Rightarrow D=-2a_0-7 \qquad g(-1)=-6 \Rightarrow \underline{\underline{S_{1/2}(-1|-6)}}$$

د D=0 لپاره شرطونه:

$$\Leftrightarrow -2a_0-7=0 \Leftrightarrow a_0=-3,5 \Rightarrow f^*(x)=0,5x^2+3x-3,5$$

مماس: د D=0 لپاره باور لري: $x_{1/2}=-\frac{p}{2}=-1$

پارابول په3,5 يونونو يا واحدونو کښته لور ته راکښل کيږي.

دريم: نتيجه: الف- د پارابول او کربنې غوڅتکي P_1 او P_2 .

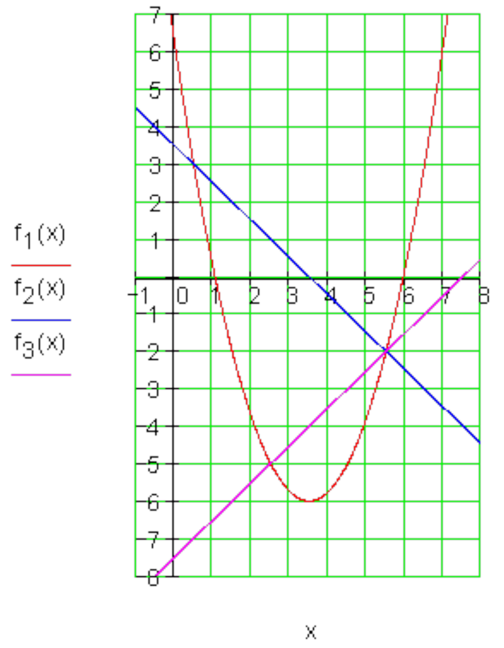
$$P_1\left(\frac{1}{2}\middle|3\right) \quad P_2\left(\frac{11}{2}\middle|-2\right)$$

ب- تابع چې $f_2(x)$ و$f_3(x)$ ته ولاړګوډيزه يا قايمالزاويه ځغلي:

$$f_3(x)=x-\frac{15}{2}$$

پ-د پارابول ککرۍ ټکي کواوردیناتونه:

$$S\left(\frac{7}{2}\middle|-6\right)$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) = -\frac{3}{2}x^2 + 3x + \frac{9}{2}$; ،

پیلکربنه: $g(x) = a_1x$

$A(1|6): g(1) = a_1 \cdot 1 = 6 \Leftrightarrow a_1 = 6 \Rightarrow g(x) = 6x$

$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$

$p = 2;\ q = -3 \Rightarrow D = 4$

$\Rightarrow x_1 = 1;\ g(1) = 6 \qquad \Rightarrow \underline{\underline{S_1(1|6)}}$

$x_2 = -3;\ g(-3) = 18 \Rightarrow \underline{\underline{S_1(-3|18)}}$

غبرگ و g(x) ته: $g^*(x) = 6x+a0$

$f(x) = g^*(x) \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 + \frac{2}{3}a_0 = 0$

$p = 2;\ q = \frac{2}{3}a_0 - 3 \Rightarrow D = 4 - \frac{2}{3}a_0$

د مماس لپاره شرطونه: D=0 <=> 4-(2/3)a0 = 0 <=> a0=6

=> g*(x)=6x+6

د D=0 له امله مماسټکی دی:

$x_{1/2} = -1;\ g^*(-1) = 0 \Rightarrow \underline{\underline{S_{1/2}(-1|0)}}$

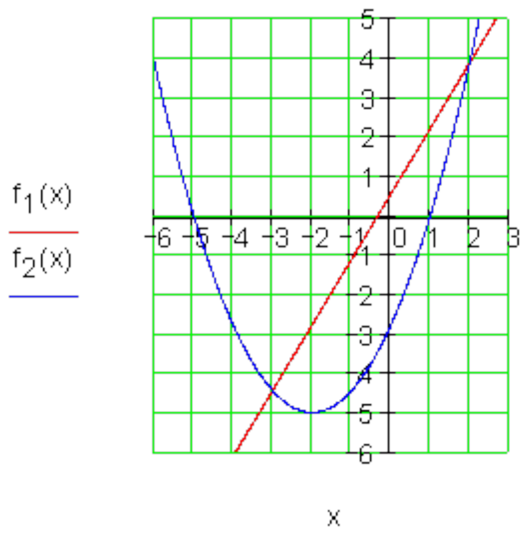
د $D < 0$ لپاره لمسټکی نه شته.

$4 - \frac{2}{3}a_0 < 0 \Leftrightarrow a_0 > 6$

ټولي غبرگي و g(x) ته د g*(x)=6x+a0سره

د a>0 سره د f(x)سره لمسټکی نه لري.پنځم نتیجي:

(c) ketabton.com: The Digital Library



الف – ټکي او .

$P_3\left(-3 \middle| -\frac{40}{9}\right)$ $P_2\left(2 \middle| \frac{35}{9}\right)$

ب-د پارابول تابع:

$$f_2(x) = \frac{5}{9}x^2 + \frac{20}{9}x - \frac{25}{9}$$

پ- د ککرۍ ټکی:

$$f_2(x) = \frac{5}{9}(x+2)^2 - 5$$

ت- ککرۍ ټکی:

$$S(-2|-5)$$

محور غوڅټکي:

$P_{x_2}(1|0)$ $P_{x_1}(-5|0)$

$$P_y = P_1\left(0 \middle| -\frac{25}{9}\right)$$

شپېرم:

د ارزښت جدول څخه لوستل کیږي:

$f_1(x)$ دپارابول تابعمساوات دی.

$f_2(x)$ د کرښې تابع مساوات دی.

پارابول او کرښه په($9 | 2-$) S_1 او ($4 | 2$) S_2 کې سره غوڅوي.

پارابول کښته لور ت واز دی.

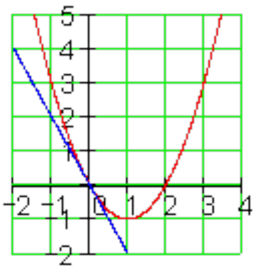
پارابول په انتروال $I = \{ x \mid -2 < x < 4 \}_R$ کې د کرښې پورته لور ته ځغلي.

پوښتنې

پارابول او کرښهIII

لومړی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

	کرښه g(x) د مساوات $g(x) = -2x$ سره پارابول f(x) په سرچینه کې لمسوي. د a_1 د کومو ارزښتونو لپاره سرچینه پېژه کرښه د مساوات $g(x) = a_1 x$ سره د f(x) سره دوه همداسي يو ګډ ټکی لري؟

دويم: د دواړو پارابولونو د غوڅټکو کواوردیناتونه وټاکئ.

الف- $f(x) = x^2 + 3x; \quad g(x) = 0,5x^2$

ب - $f(x) = 2x^2 - 4x + 8; \quad g(x) = x^2 + 2x - 1$

پ - $f(x) = 0,5x^2 - 2x - 1; \quad g(x) = 2x^2 + 2x + 1$

ت - $f(x) = -x^2 + 3x - 1,5; \quad g(x) = -x^2 - x + 2,5$

دريم: دوه پارابولونونه د توابعو $f_1(x)$ او $f_2(x)$ سره په ټکو P_1 او P_2 کې سره غوڅوي.

$$f_1(x) = -\frac{3}{5}x^2 - 5x - \frac{32}{5}; \; f_2(x) = \frac{14}{15}x^2 + \frac{86}{15}x + \frac{14}{5}$$

وشميرئ:

الف- د ټکو P_1 او P_2 کواوردیناتونه يا پروتولاړ-يامحور ارزښتونه.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب – د ترونکرښې [P_1 P_2] تابع. پ – د دواړو پارابولونو صفرځایونه.

ت – د پارابولونو غوځښتکي د y محور سره.

ټ – د پارابول $f_1(x)$ ککرۍ بڼه او ککرۍ ټکی.

ث – د پارابول $f_2(x)$ ککرۍ بڼه او ککرۍ ټکی.

ج – په یوه پروتولاړ- یا کواوردینات سیستم د درې توابعو ګرافونه رسم کړئ.

څلورم: د f(x) او g(x) د ګډو ټکو پرواته ولاړ ارزښتونه یا کواوردیناتونه وشمیرئ.

$$f(x) = -0,5x^2 + 2;\ x \in \mathbb{R}$$

الف- $g(x) = x^2 - 3x + 3,5$ ب - $g(x) = -x(x-2)$

پ - $g(x) = -\frac{1}{9}(x-1)^2 + 1$ ت - $g(x) = \frac{1}{4}\left(x^2 - 3x + 2\right)$

پنځم:

دوه پارابولونه د تابع $f_1(x)$ او $f_2(x)$ سره په ټکو P_1 او P_2 کې سره غوځوي. دا وشمیرئ؛	$f_1(x) = (x+1)^2 - 1$ $f_2(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x + \frac{11}{2}$

الف- غوځښتکي P_1 او P_2 .

ب – د غوځکرښې [P_1 P_2] تابعمساوات د $y = f_3(x)$ سره.

پ – ککرۍ ټکي S_1 او S_2 .

ت – په یوه پروت ولاړسیستم یا کوبوردیناتسیستم کې د تابع ګراف وکاږئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځوابونه

پارابول او کرښه III

نتیجې او ځنې مفصل

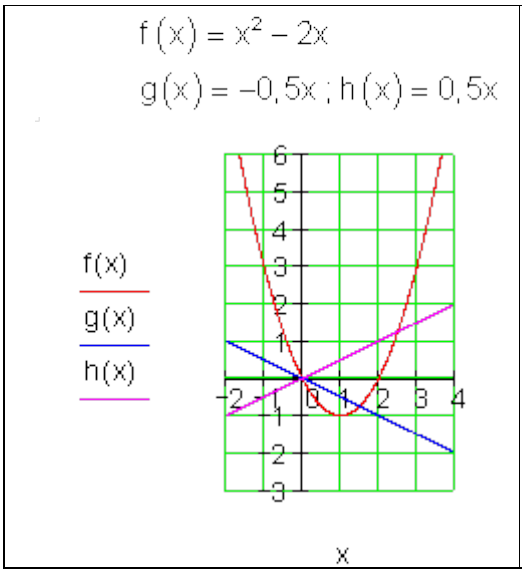
لومړی- مفصل ځواب:

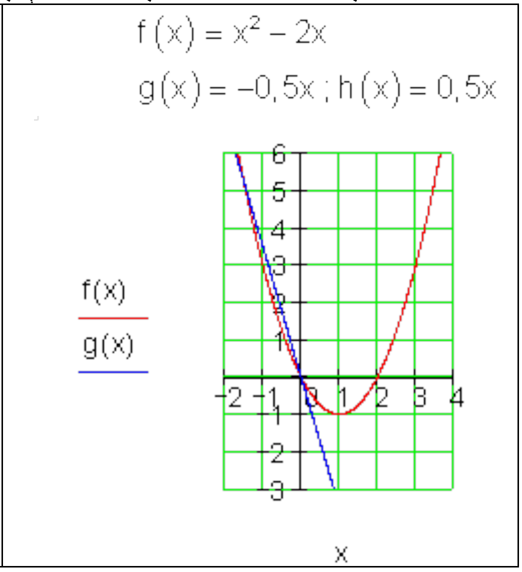
له ګراف څخه لوستل کيږي: a1=-2 يو مماسټکی P(0|0) .

د a|=-2|لپاره دوه غوڅټکي، يو له دوی تل S1(0|0) دی.

د a1>-2 لپاره يو غوڅټکی په J يا IV کي پروت دی:

د a1<-2 لپاره يو غوڅټکی په II کي پروت دی:





دويم: مفصل ځواب:

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow 0,5x^2 + 3x = 0 \Leftrightarrow x(0,5x+3) = 0$$

$$\Rightarrow \quad x_1 = 0 \quad \Rightarrow g(0) = 0 \quad \Rightarrow S_1(0|0)$$

$$(0,5x+3) = 0 \Rightarrow x_2 = -6 \Rightarrow g(-6) = 18 \Rightarrow S_2(-6|18)$$

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 = 0 \Rightarrow p = -6 ; q = 9 \Rightarrow D = 0$$

$$\Rightarrow x_{1/2} = 3 \Rightarrow g(3) = 14 \Rightarrow S_{1/2}(3|14) \text{ Berührungspunkt}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لمس ټکی

$$f(x)=g(x)\Leftrightarrow x^2+\frac{8}{3}x+\frac{4}{3}=0\Rightarrow p=\frac{8}{3};\ q=\frac{4}{3}\Rightarrow D=\frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow x_1=-\frac{4}{3}+\frac{2}{3}=-\frac{2}{3}\Rightarrow g\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{5}{9}\Rightarrow \underline{\underline{S_1\left(-\frac{2}{3}\,\middle|\,\frac{5}{9}\right)}}$$

$$x_2=-\frac{4}{3}-\frac{2}{3}=-2\ \Rightarrow g(-2)=5\ \Rightarrow \underline{\underline{S_2(-2|5)}}$$

کرښیزمساوات له دې لاس ته راځي فقط یو غوځټکی

$$4x-4=0\Leftrightarrow x=1\Rightarrow f(1)=0{,}5\Rightarrow \underline{\underline{S(1|0{,}5)}}$$

دریم: مفصل ځواب:

الف- د ټکو P_1 اوP_2 کواوردیناتونه یا پروتولاړ ارزښتونه:

$$P_1(-6|2);\ P_2(-1|-2)$$

ب- د ټرونکرښو[$P_1\ P_2$] تابع:

$$f(x)=-\frac{4}{5}x-\frac{14}{5}$$

پ- د دواړو پارابولونو صفرځایونه:

$$P_{x_1}(-6{,}75|0);\ P_{x_2}(-1{,}58|0);\ P_{x_3}(-5{,}6|0);\ P_{x_4}(-0{,}5|0)$$

ت - د پارابولونو غوځټکی د y محور سره:

$$P_{y_1}\left(0\,\middle|\,-\frac{32}{5}\right);\ P_{y_2}\left(0\,\middle|\,\frac{14}{5}\right)$$

ټ- د پارابول$f_1(x)$ ککری بڼه او ککری ټکی:

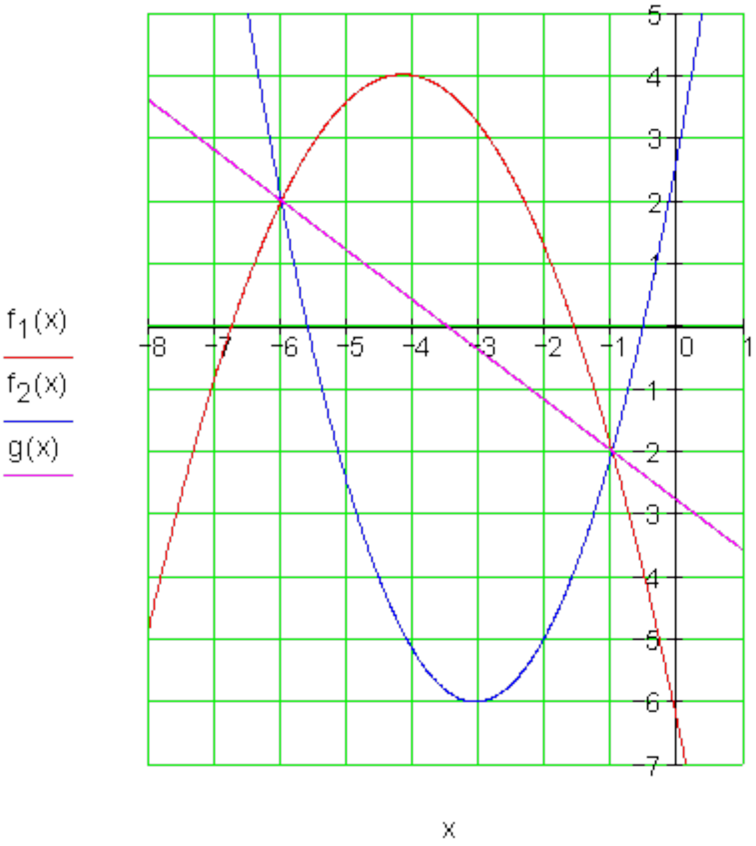
$$f_1(x)=-\frac{3}{5}\left(x+\frac{25}{6}\right)^2+\frac{241}{60}\Rightarrow S_1\left(-\frac{25}{6}\,\middle|\,\frac{241}{60}\right)$$

ث- د پارابول$f_2(x)$ ککری بڼه او ککری ټکی:

$$f_2(x)=\frac{14}{15}\left(x+\frac{43}{14}\right)^2-\frac{1261}{210}\Rightarrow S_2\left(-\frac{43}{14}\,\middle|\,-\frac{1261}{210}\right)$$

ج- د پارابول ګراف:

(c) ketabton.com: The Digital Library



ځلورم: مفصل ځواب:

الف –

$$f(x) = -0,5x^2 + 2 \,;\, x \in \mathbb{R} \qquad g(x) = x^2 - 3x + 3,5$$

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 0$$

$$\Rightarrow x_{1/2} = 1 \Rightarrow f(1) = 1,5 \Rightarrow S_{1/2}\,(1|\,1,5)$$

لمستکی

ب – لمسټکی

پ –

$$f(x) = -0,5x^2 + 2 \,;\, x \in \mathbb{R} \qquad g(x) = -\frac{1}{9}(x-1)^2 + 1$$

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 + \frac{4}{7}x - \frac{20}{7} = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow p = \frac{4}{7};\ q = -\frac{20}{7} \Rightarrow D = \frac{144}{49}$$

$$\Rightarrow x_1 = -\frac{2}{7} + \frac{12}{7} = \frac{10}{7} \qquad \Rightarrow f\left(\frac{10}{7}\right) = \frac{48}{49} \Rightarrow \underline{\underline{S_1\left(\frac{10}{7} \middle| \frac{48}{49}\right)}}$$

$$x_2 = -\frac{2}{7} - \frac{12}{7} = -\frac{14}{7} = -2 \Rightarrow f(-2) = 0 \quad \Rightarrow \underline{\underline{S_2(-2|0)}}$$

$$f(x) = -0,5x^2 + 2;\ x \in \mathbb{R} \quad g(x) = \frac{1}{4}\left(x^2 - 3x + 2\right)$$

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow p = -1;\ q = -2 \Rightarrow D = \frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 2 \qquad \Rightarrow f(2) = 0 \quad \Rightarrow \underline{\underline{S_1(2|0)}}$$

$$x_2 = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -1 \qquad \Rightarrow f(-1) = 1,5 \Rightarrow \underline{\underline{S_2(-1|1,5)}}$$

ت -

پنځم: مفصل ځواب:

الف – غوڅټکي P_1 او P_2 . $P_1(1|8) \quad P_2(-5|8)$

ب – د $y = f_3(x)$ سره د غوڅکرښې [$P_1 P_2$] تابع مساوات

$$f_3(x) = 8$$

پ - ککرۍ ټکي S_1 او S_2 .

$$f(x) = -0,5x^2 + 2;\ x \in \mathbb{R} \quad g(x) = -\frac{1}{9}(x-1)^2 + 1$$

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 + \frac{4}{7}x - \frac{20}{7} = 0$$

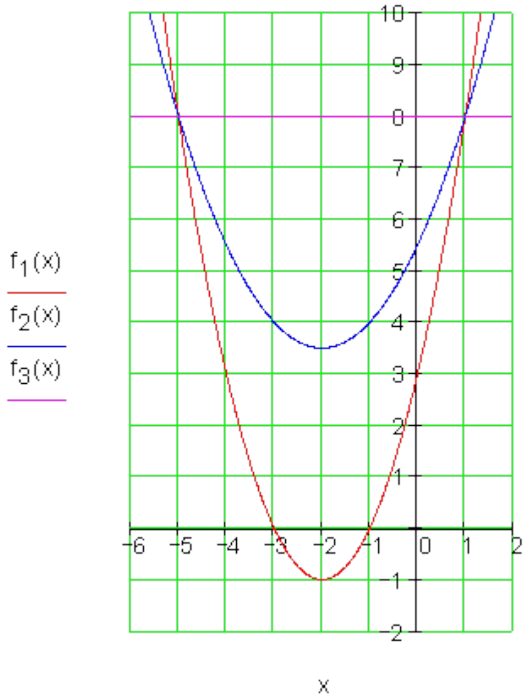
$$\Rightarrow p = \frac{4}{7};\ q = -\frac{20}{7} \Rightarrow D = \frac{144}{49}$$

$$\Rightarrow x_1 = -\frac{2}{7} + \frac{12}{7} = \frac{10}{7} \qquad \Rightarrow f\left(\frac{10}{7}\right) = \frac{48}{49} \Rightarrow \underline{\underline{S_1\left(\frac{10}{7} \middle| \frac{48}{49}\right)}}$$

$$x_2 = -\frac{2}{7} - \frac{12}{7} = -\frac{14}{7} = -2 \Rightarrow f(-2) = 0 \quad \Rightarrow \underline{\underline{S_2(-2|0)}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت - گراف:



(c) ketabton.com: The Digital Library

2.9 د پارابل او پارابل غوښتکي(د تقاطع ټکي)

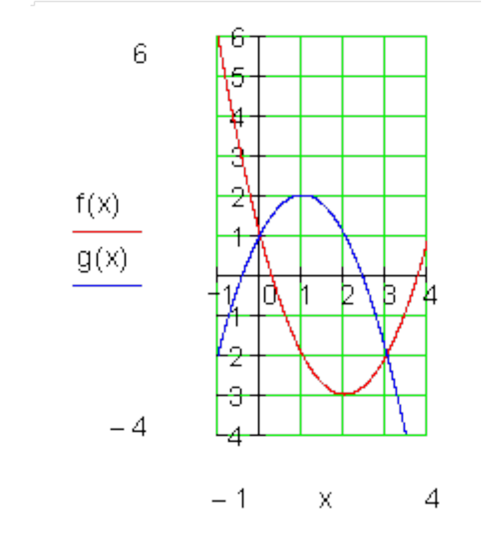
تمرينيزه بيلګه:

د دوه پارابولونو د تابع مساوات ورکړ شوي دي، چې د هغو غښتکي غواړو پيدا کړو.

$$f(x) = x^2 - 4x + 1 \text{ bzw. } f(x) = (x-2)^2 - 3 \Rightarrow S(2|-3)$$
$$g(x) = -x^2 + 2x + 1 \text{ bzw. } g(x) = -(x-1)^2 + 2 \Rightarrow S(1|2)$$

که د توابعو غوښتکي غواړو پيدا کړو، نو د توابعو مساوات مساوي ږدو. دا د کرښې او پارابول لپاره هم همداسې وو. دا تګلار د پارابولونو لپاره هم کارول کيږي.

$$f(x) = g(x) = 0 \Leftrightarrow f(x) - g(x) = 0$$
$$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 1 + x^2 - 2x - 1 = 0$$
$$\Leftrightarrow 2x^2 - 6x = 0 \,|\, : 2$$
$$\Leftrightarrow x^2 - 3x = 0$$
$$\Leftrightarrow x(x-3) = 0$$
$$\Rightarrow x_1 = 0$$
$$(x-3) = 0 \Rightarrow x_2 = 3$$
$$f(x_1) = f(0) = 1$$
$$f(x_2) = f(3) = -2$$
$$\Rightarrow P_1(0|1); P_2(3|-2)$$



د کار قرارداد

د لاندې پارابولونو غوښتکي وټاکئ او پاربولونه رسم کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

یادونه: bzwپ لاندې کې د همداسې په معنا دی

a) $f(x)=\frac{3}{2}x^2-6x+3$ bzw. $f(x)=\frac{3}{2}(x-2)^2-3\Rightarrow S(2|-3)$

$g(x)=\frac{1}{2}x^2-2x$ bzw. $g(x)=\frac{1}{2}(x-2)^2-2\Rightarrow S(2|-2)$

b) $f(x)=x^2+2\ \Rightarrow S(0|2)$

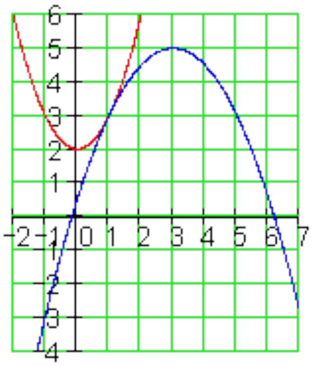
$g(x)=-\frac{1}{2}x^2+3x+\frac{1}{2}$ bzw. $g(x)=-\frac{1}{2}(x-3)^2+5\Rightarrow S(-3|5)$

c) $f(x)=x^2+2\ \Rightarrow S(0|2)$

$g(x)=-\frac{1}{2}x^2+x+\frac{3}{2}$ bzw. $g(x)=-\frac{1}{2}(x-1)^2+2\Rightarrow S(1|2)$

d) $f(x)=x^2+1\ \Rightarrow S(0|1)$

$g(x)=x^2+2x-1$ bzw. $g(x)=(x+1)^2-2\Rightarrow S(-1|-2)$



فقط یو لمسېکی شتون لري، ځکه چې D = 0

$f(x)=g(x)\Leftrightarrow f(x)-g(x)=0$

$\Leftrightarrow x^2+2+\frac{1}{2}x^2-3x-\frac{1}{2}=0$

$\Leftrightarrow \frac{3}{2}x^2-3x+\frac{3}{2}=0\,|\cdot\frac{2}{3}$

$\Leftrightarrow x^2-2x+1=0$

$\Rightarrow p=-2\,;\,q=1$

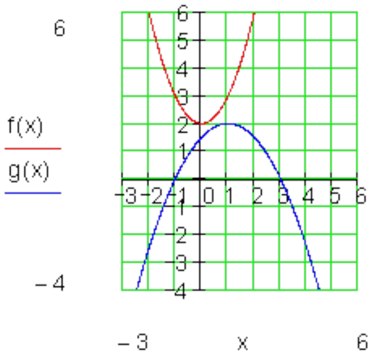
$\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=(-1)^2-1=0$

$\Rightarrow x_{1/2}=-\frac{p}{2}=1$

$f(1)=1+2=3\Rightarrow \underline{\underline{P(1|3)}}$

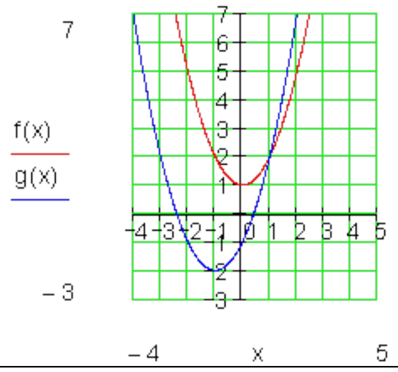
$$f(x)=g(x) \Leftrightarrow f(x)-g(x)=0$$
$$\Leftrightarrow x^2+2+\frac{1}{2}x^2-x-\frac{3}{2}=0$$
$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}x^2-x+\frac{1}{2}=0 \,|\cdot\frac{2}{3}$$
$$\Leftrightarrow x^2-\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}=0 \Rightarrow p=-\frac{2}{3};\ q=\frac{1}{3}$$
$$\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\left(-\frac{1}{3}\right)^2-\frac{1}{3}=\frac{1}{9}-\frac{1}{3}<0$$

له دي لاس ته راځي، چي حل نه شته.



غوښتېکی شتون نه لري، ځکه چي $D<0.$

$$f(x)=g(x) \Leftrightarrow f(x)-g(x)=0$$
$$\Leftrightarrow x^2+1-x^2-2x+1=0$$
$$\Leftrightarrow -2x+2=0$$
$$\Leftrightarrow x=1$$
$$\Rightarrow f(x)=f(1)=1+1=2$$
$$\Rightarrow P(1|2)$$



که د $f(x)$ او $g(x)$ برابر اینوونه مو یو کرښیز مساوات ته بوزي، نو دواړه پارابولونه یو غوځتکی لري.
د تمرین بیلګي څخه پیژندل کیږي، چي د غوښتکو تعداد(ګنون) ، چي دوه پارابولونه یې یو له بل سره لري د دبسکریمینانتي په واک کي دي.

$D>0: \Rightarrow$ Di	پارابولونه په دوه ټکو کي غوځوي
$D=0: \Rightarrow$ Di	پارابولونه په یوه ټکي کي سره لمسوي.
$D<0: \Rightarrow$ Di	پاربولونه ګډ ټکی نه لري
$f(x)-g(x) \Rightarrow$ l	کرښیزمساوات له دي لاس ته راځي پاربولونه یو غوښتېکی لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.10-د ورکړ شوو شرايطو له مخې د توابع مساواتو ترتيبونه

له مخه د دري ټکو ورکونه (دري ټکي ورکړل شوي دي).

دري مختلف ټکي، چې ټول په يوه پارابول پراته دي ورکړل شوي.

له دي څخه دې د پارابول تابع مساوات و ټاکل شي.

ورکړل شوي ټکي :

$P_1(1|2); P_2(5|4); P_3(3|-1)$ ټوليز تابع مساوات $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$

د تابع مساواتو ټاکلو لپاره بايد د ټوليزو ضريبونو a_2, a_1 او a_0 لپاره اړونده عددي کمپوننتونه (برخې) وټاکل شي. دا چې درېواړه ټکي P_1, P_2 او P_3 د ټاکونکي پارابول ټکي دي، کيدی شي د ټوليز مساواتسيستم په پروتولاړ- يا کواوردينات سيستم کې د x او y ځايونو کې د دې ټکو د درېواره اينوونو له لارې دې مساوات سيستمونه له درې ناټاکلو سره جوړ شي ، چې له هغو ضريبونه a_0, a_1 او a_2 ټاکل کيدی شي

د مساوات سيستم اينوونه:

دا د درې کرښيز مساواتو څخه جوړ مساوات سيستم دی د درې ناپيژندونکو سره. د جمعي قانون له مخې حل پيداکيدی شي.	$P(x\|y)$ | $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0 = y$ $P_1(1\|2)$ | $f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = 2$ $P_2(5\|4)$ | $f(5) = 25\,a_2 + 5\,a_1 + 1a_0 = -4$ $P_3(3\|-1)$ | $f(3) = 9\,a_2 + 3\,a_1 + 1\,a_0 = -1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د جمعي تلنلار :

$$\begin{aligned} a_2 + a_1 + a_0 &= 2 \\ 25a_2 + 5a_1 + a_0 &= 4 \mid II - 25 \cdot I \\ 9a_2 + 3a_1 + a_0 &= -1 \mid III - 9 \cdot I \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_2 + a_1 + a_0 &= 2 \\ -20a_1 - 24a_0 &= -46 \mid II - 3 \cdot III \\ -6a_1 - 8a_0 &= -19 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_2 + a_1 + a_0 &= 2 \\ -2a_1 &= 11 \\ -6a_1 - 8a_0 &= -19 \end{aligned}$$

$$-2a_1 = 11 \Rightarrow a_1 = -\frac{11}{2}$$

$$-6a_1 - 8a_0 = -19 \Leftrightarrow -6 \cdot \left(-\frac{11}{2}\right) - 8a_0 = -19$$

$$\Leftrightarrow 33 - 8a_0 = -19 \mid -33$$

$$\Leftrightarrow -8a_0 = -52 \mid : (-8) \Leftrightarrow a_0 = \frac{-52}{-8} = \frac{13}{2}$$

$$a_2 + a_1 + a_0 = 2 \Leftrightarrow a_2 - \frac{11}{2} + \frac{13}{2} = 2$$

$$\Leftrightarrow a_2 = 2 - 1 = 1$$

له دې سره د تابع مساوات دي: $f(x) = x^2 - \frac{11}{2}x + \frac{13}{2}$

ټکي ازماېښت:

$$P_1(1 \mid 2): \quad f(1) = 1^2 - \frac{11}{2} \cdot 1 + \frac{13}{2} = 1 + \frac{2}{2} = 1 + 1 = 2 \ (w)$$

$$P_2(5 \mid 4): \quad f(5) = 5^2 - \frac{11}{2} \cdot 5 + \frac{13}{2} = 25 - \frac{55}{2} + \frac{13}{2} = 25 - \frac{42}{2} = 25 - 21 = 4 \ (w)$$

$$P_3(3 \mid -1): \quad f(3) = 3^2 - \frac{11}{2} \cdot 3 + \frac{13}{2} = 9 - \frac{33}{2} + \frac{13}{2} = 9 - \frac{20}{2} = 9 - 10 = -1 \ (w)$$

د جمعي سيستم کيدی شي . دا مو د ګاوس الګوريتم ته لاربنودوي.

د ګاوس الګوريتم له لارې فقط له ضريبونو سره شميرل کيږي.

د ګاوس الګوريتم؛

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ګاوس الګوریتم سره د لیکو له لارې کار کیږي.

لیکي کړی شو:

- بدلي کړو

- د یوه عددد سره ضرب کړو.

-د یوه عدد سره و وېشو.

- سره جمعه کړو.

- سره منفي کړو.

که درځونه (ولاړې لیکي) بدلي شي، نو باید ضریبونه هم ورسره واخستل شي.

دا موخه دې د یوه مثلث په بڼه راوړل شي.

x	x	x	x
0	x	x	x
0	0	x	x

د په ځای اینوونې له لارې حل:

a_0	a_1	a_2		
1	1	1	2	
1	5	25	4	II − I
1	3	9	−1	III − I
1	1	1	2	
0	4	24	2	: 2
0	2	8	−3	
1	1	1	2	
0	2	12	1	
0	2	8	−3	III − II
1	1	1	2	
0	2	12	1	
0	0	−4	−4	

Lösung durch Einsetzen:

$$-4a_2 = -4 \mid (-4) \Leftrightarrow \underline{a_2 = 1}$$

$$2a_1 + 12a_2 = 1$$

$$\Leftrightarrow 2a_1 + 12 \cdot 1 = 1 \mid -12$$

$$\Leftrightarrow 2a_1 = -11 \mid : 2$$

$$\Leftrightarrow \underline{a_1 = -\frac{11}{2}}$$

$$a_0 + a_1 + a_2 = 2$$

$$\Leftrightarrow a_0 - \frac{11}{2} + 1 = 2$$

$$\Leftrightarrow a_0 - \frac{9}{2} = \frac{4}{2} \mid + \frac{9}{2}$$

$$\Leftrightarrow \underline{a_0 = \frac{13}{2}}$$

تابع مساوات: $\underline{\underline{\text{I}: f(x) = x^2 - \frac{11}{2}x + \frac{13}{2}}}$

دتابع ګراف:

(c) ketabton.com: The Digital Library

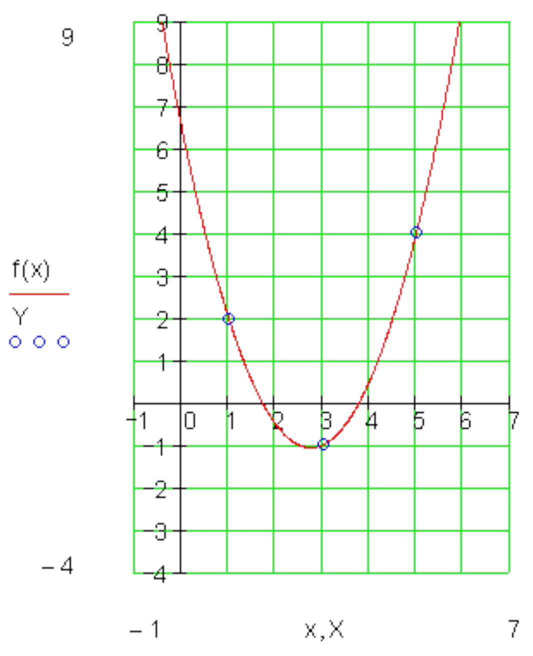
د دې لپاره چې د يوې مربع تابع د تابع مساوات لاس ته راوړل شو درې ټکي اړيين دي.

په ياد رلوړو:

د کرښيزې تابع (کرښې) لپاره درې ټکي وو.

د دې لپاره چې د يوه پارابول ګراف پاک و کښلی شو، له دې درې ټکو سربېره ککرټکی او د محور غوښتکي اړيين دي.

که په ککرټکي عمود يا ولاړې ته سيمتری هم په پام کې ونيسو ، نو په زياتو حالتونو کې نورو ټکو ته اړتيا نه لرو.



په پارابول کې ځانګړي حالتونه

په ځنو حالتونو کې کېدی شي تابعمساوات د د لږو ورکړو سره وټکلی شو.

بيلګه:

یو پارابول د yمحور ته محور سیومتریک دی چې له ټکو $P_1(-1|-2)$ او $P_2(2|7)$ تېرېږي.

تابعمساوات $f(x)$ وټاکئ او ګرافونه و کاږئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په ککرۍ ټکي بڼه ليکو :

$f(x) = a_2 (x - x_s)^2 + y_s$

د محور سيومتري له امله x0=0 دی او ys=a0

$\Rightarrow f(x) = a_2 x^2 + a_0$

مساوات سيستم:

$P_1(-1|-2): \quad f(-1) = 1 \cdot a_2 + 1 \cdot a_0 = -2$

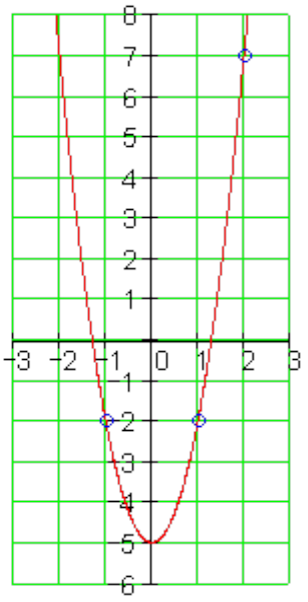
$P_2(2|7): \quad f(2) = 4 \cdot a_2 + 1 \cdot a_0 = 7$

a_0	a_2		
1	1	-2	
1	4	7	II−I
1	1	-2	
0	3	9	

$3a_2 = 9 \Rightarrow a_2 = 3$

$a_0 + 3 = -2 \Rightarrow a_0 = -5$

$f(x) = 3x^2 - 5$



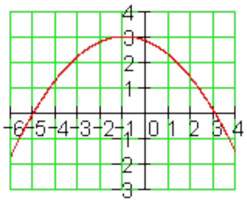
بېيلګه: د يوه پارابول صفرټکي $P_{x1}(3|0)$ او $P_{x2}(-5|0)$ دي. د هغه خورا لوي تابع ارزښت 3 دی.

د تابع مساوات f(x) وټاکی او ګ رافونه رسم کړی.

په کرښيزضريبونو کي ايښوونه: x1=3;x2=-5

$f(x) = a_2 (x - x_1)(x - x_2) = a_2 (x - 3)(x + 5)$

د تابع خورا لوی ار ښت په ککرټکي S(xs;3) پروت دی



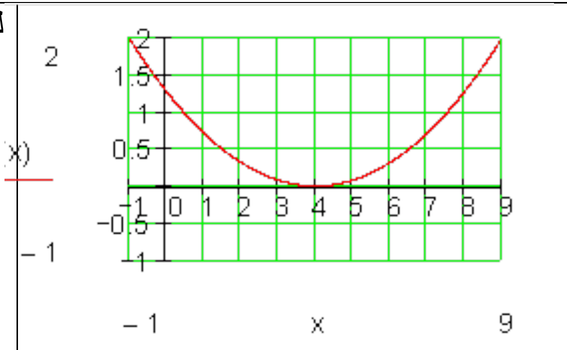
(c) ketabton.com: The Digital Library

د وركړې له مخې، چې د تابع خورا لوی ارزښت ۳ دی، كېدی شي پای كړو، چې پارابول كښته لو رته واز دی. څه چې شمېرنه هم تصديقوي.	$x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{3 + (-5)}{2} = -1$ $f(x_s) = 3 \Leftrightarrow f(-1) = a_2(-1-3)(-1+5) = a_2(-16) = 3$ $\Rightarrow a_2 = -\frac{3}{16} \Rightarrow f(x) = -\frac{3}{16}(x-3)(x+5)$ $= -\frac{3}{16}(x^2 + 2x - 15) = -\frac{3}{16}x^2 - \frac{3}{8}x + \frac{45}{16}$

بيلگه:

د دويمې درجې د ټول راشنل تابع گراف د xمحور په x=4 ځای كې لمسوي او له ټكي P(-1;2) تېرېږي.

د تابع ترم وټاكی او گراف يې رسم كړی.

	لمسټكی = ككری ټكی S(4;0) $= a_2(x - x_s) + y_s = a_2(x-4)^2$ $-1\|2): \quad f(-1) = a_2(-1-4)^2 = 2$ $a_2(-5)^2 = 25a_2 = 2 \Rightarrow a_2 = \frac{2}{25}$ $= \frac{2}{25}(x-4)^2 = \frac{2}{25}(x^2 - 8x + 16)$ $= \frac{2}{25}x^2 - \frac{16}{25}x + \frac{32}{25}$

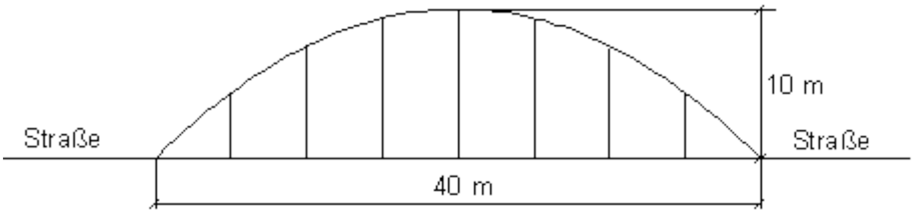
د استعمال بيلگه:

د يوه پله پارابول شكله لينده(قوس) وركړ شوی دی د40 m غزوني اوږدوالي او يوه خورا (ماكسيمال) جگوالي 10 m سره.

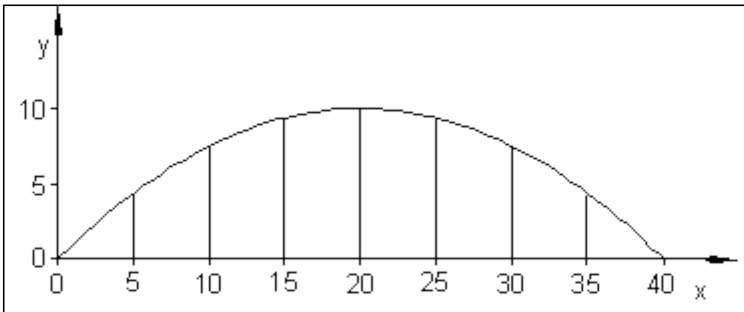
(c) ketabton.com: The Digital Library

د7 عمود یا ولاړ ایښول شوو برابرو اوږدو غزون ستنو یا غزونمتو واټن وشمیرۍ.

په لاندې الماني=کوڅه یا سرک



مودل کونه یا د مودل ورکونه:

	که کواوردینات سیستمم داسې وټاکل شي، نو لاندې ټکي څرګند دي. صفرځایونه $P_{x1}(0\|0);\ P_{x2}(40\|0)$ ککرۍ: S(20;10)

ښوونه: ککرۍ ټکي بڼه: $f(x) = a_2(x-20)^2 + 10$

$$P_{x1}(0|0): f(0) = a_2(-20)^2 + 10 = 0$$
$$\Leftrightarrow 400a_2 = -10 \Leftrightarrow a_2 = -\frac{10}{400} = -\frac{1}{40}$$
$$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{40}(x-20)^2 + 10 = -\frac{1}{40}x^2 + x$$

دx ارزښتونو له لارې د کچوني اوږدوالی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(5) = -\frac{1}{40}\cdot 25 + 5 = -\frac{5}{8} + \frac{40}{8} = \frac{35}{8} = \underline{\underline{4{,}375}}$$
$$f(10) = -\frac{1}{40}\cdot 100 + 10 = -\frac{5}{2} + \frac{20}{2} = \frac{15}{2} = \underline{\underline{7{,}5}}$$
$$f(15) = -\frac{1}{40}\cdot 225 + 15 = -\frac{45}{8} + \frac{120}{8} = \frac{75}{8} = \underline{\underline{9{,}375}}$$

د ککری کواوردینات له امله: $f(x) = 10$

د سیومتری دلایلو له امله: $f(25) = f(15) = 9{,}375$

د سیومتری دلایلو له امله : $f(30) = f(10) = 7{,}5$

د سیومتری دلایلو له امله : $f(35) = 4{,}375$

پوښتنې

پا ربول چې له در ې ټکو تیریږيI

لومړی – د پارابول د $f(x)$ تابع مساوات وټاکی،که لاندې معلوم وي. .

الف – د $f(x)$ گراف له ټکو $P_1(2|-1); P_2(-1|0{,}5); P_3(4|3)$ تیریږي.

ب – د $f(x)$ گراف له ټکو $P_1\left(-2\left|-\frac{5}{4}\right.\right); P_2\left(\frac{1}{2}\left|0\right.\right); P_3\left(1\left|\frac{7}{4}\right.\right)$ تیریږي.

پ –د $f(x)$ گراف له ټکو $P_1(1|0{,}5)$ او $P_2(-2|-5{,}5)$. دy محور سره سیمتریک ځغلي

ت – د $f(x)$ گراف دx محور په x1=-3 کې لمسوي او له ټکي(P(-5;-7 تېریږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټ – د f(x) ګراف دx محور په x1 = 2 او1- = x2 کې غوځوي او له P(1;-2) ټکي څخه تیریږي.

ث – یو راکښلی نورمال پارابول د x محورم په x = -2کې لمسوي.

دویم – درې غوڅې شوې کرښې د یوه درېګوډي(مثلث) اړخونه (ضلعې) جوړوي.

$$f_1(x) = -x - \frac{27}{4} \qquad f_2(x) = 3x + \frac{21}{4} \qquad f_3(x) = x + \frac{13}{4}$$

وشمېرئ:

الف – د پارابول تابع د دې مثلث له ګوډونو(کونجونو) تېریږي.

ب – ټول ګرافونه په یوه مناسب کواوردینات سیستم کې و کاږئ.

دریم – د تابع مساوات وشمېرئ، محوررغوښتکي، ککرټکي او اود ککرټکوبنه. ګراف یې په یوه مناسب کواوردینات سیستم کې وکاږئ.

الف - $P_1(-2|2); P_2(1|-7); P_3(3|-3)$ ب - $P_1(-1|-2); P_2(1|0); P_3(2|4)$

پ - $P_1(-3|10); P_2(1|-2); P_3(3|4)$ ت - $P_1(-2|4); P_2(1|4); P_3(3|-6)$

ټ - $P_1(-1|0); P_2(1|6); P_3(3|4)$ ث - $P_1(-4|-2); P_2(-2|-4); P_3(2|4)$

څلورم – د تابع مساوات وشمیرئ، د محورغوښتکي، د ککرټکیبنه وشمیرئ. په یوه مناسب کواوردیناتسیستم کې یې ګراف وکاږئ.

الف - $P_1(-4\,|\,2); P_2\left(1\,\middle|\,-\frac{1}{2}\right); P_3(2\,|-4)$

ب - $P_1(-4|-1); P_2(-2|-4); P_3(2|8)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ - $P_1\left(-3 \;\middle|\; \frac{5}{4}\right); P_2\left(0 \;\middle|\; -\frac{1}{4}\right); P_3\left(3 \;\middle|\; \frac{41}{4}\right)$

ت - $P_1(-2 \mid 2); P_2\left(-1 \;\middle|\; \frac{5}{2}\right); P_3\left(1 \;\middle|\; \frac{1}{2}\right)$

ټ - $P_1\left(-1 \;\middle|\; -\frac{1}{2}\right); P_2(2 \mid 2); P_3\left(3 \;\middle|\; -\frac{1}{2}\right)$

ث - $P_1(-2 \mid -1); P_2\left(-1 \;\middle|\; -\frac{7}{3}\right); P_3(1 \mid -3)$

پنځم – د تابع مساوات وشمېرئ، د محور غوځېدکي، د ککرېدکي بڼه وشميرئ. په يوه متاسب کواوردیناتسیستم کې یې ګراف وکاږئ.

الف - $P_1\left(-2 \;\middle|\; \frac{1}{2}\right); P_2(1 \mid 4); P_3\left(2 \;\middle|\; -\frac{5}{2}\right)$

ب - $P_1\left(-\frac{3}{2} \;\middle|\; \frac{19}{4}\right); P_2(1 \mid 1); P_3\left(\frac{3}{2} \;\middle|\; -\frac{5}{4}\right)$

پ - $P_1(-1 \mid 2); P_2\left(\frac{3}{2} \;\middle|\; \frac{13}{4}\right); P_3(2 \mid 2)$

ت - $P_1(-3 \mid 2); P_2(1 \mid -3); P_3(3 \mid 4)$

ټ - $P_1(-2 \mid -2); P_2(-1 \mid 2); P_3(3 \mid 1)$

ث - $P_1(-1 \mid 3); P_2(1 \mid 1); P_3(3 \mid 4)$

ځوابونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

پارابول چې له درې ټکو تېرېږي I

نتیجې او مفصل ځوابونه

نتیجې:

لومړی-

الف - $f(x)=\frac{1}{2}x^2-x-1$ ب - $f(x)=x^2+2x-\frac{5}{4}$

پ - $f(x)=-2x^2+\frac{5}{2}$ ت - $f(x)=-\frac{7}{2}(x+3)^2$

ټ - $f(x)=(x-2)(x+1)=x^2-x-2$ ث - $f(x)=(x+2)^2=x^2+4x+4$

دویم

الف -

د درې کرښو غوښتکی: $P_3\left(-5 \middle| -\frac{7}{4}\right)$ $P_2\left(-1 \middle| \frac{9}{4}\right)$ $P_1\left(-3 \middle| -\frac{15}{4}\right)$

له درې ټکو تیر پارابول تابع مساوات: $f(x)=x^2+7x+\frac{33}{4}$

محورغوښتکي: $P_y\left(0 \middle| \frac{33}{4}\right); P_{x1}\left(-\frac{11}{2} \middle| 0\right); P_{x1}\left(-\frac{3}{2} \middle| 0\right)$

د پارابول ککرټکی: $S\left(-\frac{7}{2} \middle| -4\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب – مفصل حل وکورئ.

دريم-

الف -

تابع مساوات: $f(x) = x^2 - 2x - 6$

محورغوځښکي: $P_y(0 \mid -6); P_{x1}\left(1+\sqrt{7} \approx 3{,}65 \mid 0\right); P_{x2}\left(1-\sqrt{7} \approx -1{,}65 \mid 0\right)$

ککرئ ټکی\ ککرئ ټکي بڼه $P_{Sp}(1 \mid -7); f(x) = (x-1)^2 - 7$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

ب –

تابع مساوات: $f(x) = x^2 + x - 2$

محورغوځښکي: $P_y(0 \mid -2); P_{x1}(1 \mid 0); P_{x2}(-2 \mid 0)$

ککرئ ټکی\ ککرئ ټکي بڼه $P_{Sp}\left(-\frac{1}{2} \mid -\frac{9}{4}\right); f(x) = \left(x+\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

پ –تابع مساوات: $f(x) = x^2 - x - 2$

محورغوځښکي: $P_y(0 \mid -2); P_{x1}(2 \mid 0); P_{x2}(-1 \mid 0)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ککرۍټکی\ ککرۍټکي بنه $P_{Sp}\left(\frac{1}{2} \mid -\frac{9}{4}\right); f(x) = \left(x-\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

ت –

تابع مساوات: $f(x) = -x^2 - x + 6$

محورغوڅېټکي: $P_y(0 \mid 6); P_{x1}(2 \mid 0); P_{x2}(-3 \mid 0)$

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بنه $P_{Sp}\left(-\frac{1}{2} \mid \frac{25}{4}\right); f(x) = -\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{25}{4}$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

ټ -

تابع مساوات: $f(x) = -x^2 + 3x + 4$

محورغوڅېټکي: $P_y(0 \mid 4); P_{x1}(4 \mid 0); P_{x2}(-1 \mid 0)$

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بنه $P_{Sp}\left(\frac{3}{2} \mid \frac{25}{4}\right); f(x) = -\left(x-\frac{3}{2}\right)^2 + \frac{25}{4}$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

ث - تابع مساوات: $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

محور غوڅښکي:

$$P_y(0\mid -2);P_{x1}\left(-2+2\cdot\sqrt{2}\approx 0,83\mid 0\right);P_{x2}\left(-2-2\cdot\sqrt{2}\approx -4,83\mid 0\right)$$

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه $P_{Sp}(-2\mid -4);f(x)=\frac{1}{2}\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-4$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

څلورم-

الف -

تابع مساوات: $f(x)=-\frac{1}{2}x^2-2x+2$

محور غوڅښکي:

$$P_y(0\mid 2);P_{x1}\left(-2+2\sqrt{2}\approx 0,83\mid 0\right);P_{x2}\left(-2-2\sqrt{2}\approx -4,83\mid 0\right)$$

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه $P_{Sp}(-2\mid 4);f(x)=-\frac{1}{2}(x+2)^2+4$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

ب – تابع مساوات: $f(x)=\frac{3}{4}x^2+3x-1$

محور غوڅښکي:

$$P_y(0\mid -1);P_{x1}\left(-2+\frac{4}{3}\sqrt{3}\approx 0,31\middle|0\right);P_{x2}\left(-2+\frac{4}{3}\sqrt{3}\approx -4,31\middle|0\right)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ککرئ ټکی\ ککرئ ټکي بڼه $P_{Sp}(-2 \mid 4);\ f(x)=\frac{3}{2}(x+2)^2-4$

د تابع گراف لپاره مفصل حل وګورئ

پ – تابع مساوات: $f(x)=\frac{3}{2}x^2+\frac{3}{2}x-\frac{1}{4}$

محور غوخښتکي:

$$P_y\left(0 \,\middle|\, -\frac{1}{4}\right);\ P_{x1}\left(-\frac{9}{8}+\frac{1}{8}\sqrt{105}\approx 0,16 \,\middle|\, 0\right);\ P_{x2}\left(-\frac{9}{8}-\frac{1}{8}\sqrt{105}\approx -2,41 \,\middle|\, 0\right)$$

ککرئ ټکی\ ککرئ ټکي بڼه $P_{Sp}\left(-\frac{9}{8} \,\middle|\, -\frac{35}{32}\right);\ f(x)=\frac{2}{3}\left(x+\frac{9}{8}\right)^2-\frac{35}{32}$

د تابع گراف لپاره مفصل حل وګورئ

ت – تابع مساوات: $f(x)=-\frac{1}{2}x^2-x+2$

محور غوخښتکي: $P_y(0 \mid 2);\ P_{x1}\left(-1+\sqrt{5}\approx 1,24 \mid 0\right);\ P_{x2}\left(-1-\sqrt{5}\approx -3,24 \mid 0\right)$

ککرئ ټکی\ ککرئ ټکي بڼه $P_{Sp}\left(-1 \,\middle|\, \frac{5}{2}\right);\ f(x)=-\frac{1}{2}(x+1)^2+\frac{5}{2}$

د تابع گراف لپاره مفصل حل وګورئ

ټ -

تابع مساوات: $f(x)=-\frac{5}{6}x^2+\frac{5}{3}x+2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

محور غوڅټکي: $P_y(0 \mid 2); P_{x1}\left(1+\sqrt{\frac{17}{5}} \approx 2{,}84 \,\middle|\, 0\right); P_{x2}\left(1-\sqrt{\frac{17}{5}} \approx -0{,}84 \,\middle|\, 0\right)$

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه $P_{Sp}\left(1 \,\middle|\, \frac{17}{6}\right); f(x) = -\frac{5}{6}(x-1)^2 + \frac{17}{6}$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

ث - تابع مساوات: $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{3}x - 3$

محور غوڅټکي:

$P_y(0 \mid -3); P_{x1}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{37} \approx 3{,}54 \,\middle|\, 0\right); P_{x2}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{37} \approx -2{,}54 \,\middle|\, 0\right)$

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه $P_{Sp}\left(\frac{1}{2} \,\middle|\, -\frac{37}{12}\right); f(x) = \frac{1}{3}\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{37}{12}$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

پنځم-

الف -

تابع مساوات: $f(x) = -\frac{23}{12}x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{20}{3}$

محور غوڅټکي:

$P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{20}{3}\right); P_{x1}\left(-\frac{9}{46}+\frac{1}{46}\sqrt{7441} \approx 1{,}68 \,\middle|\, 0\right); P_{x2}\left(-\frac{9}{46}-\frac{1}{46}\sqrt{7441} \approx -2{,}07 \,\middle|\, 0\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه $P_{Sp}\left(-\frac{9}{46}\;\middle|\;\frac{7441}{1104}\right);\ f(x)=-\frac{23}{12}\left(x+\frac{9}{46}\right)^2+\frac{7441}{1104}$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

ب – تابع مساوات: $f(x)=-x^2-2x+4$

محور غوښتکي: $P_y(0\mid 4);\ P_{x1}\left(-1+\sqrt{5}\approx 1{,}24\mid 0\right);\ P_{x2}\left(-1-\sqrt{5}\approx -3{,}24\mid 0\right)$

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه $P_{Sp}(-1\mid 5);\ f(x)=-(x+1)^2+5$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

پ – تابع مساوات: $f(x)=-x^2+x+4$

محور غوښتکي:

$$P_y(0\mid 4);\ P_{x1}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{17}\approx 2{,}56\;\middle|\;0\right);\ P_{x2}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{17}\approx -1{,}56\;\middle|\;0\right)$$

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه $P_{Sp}\left(\frac{1}{2}\;\middle|\;\frac{17}{4}\right);\ f(x)=-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{17}{4}$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

ت – تابع مساوات: $f(x)=\frac{19}{24}x^2+\frac{1}{3}x-\frac{33}{8}$

محور غوښتکي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_y\left(0\ \middle|\ -\frac{33}{8}\right);\ P_{x1}\left(-\frac{4}{19}+\frac{1}{19}\sqrt{1897}\approx 2{,}08\ \middle|\ 0\right);\ P_{x2}\left(-\frac{4}{19}-\frac{1}{19}\sqrt{1897}\approx -2{,}5\ \middle|\ 0\right)$$

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه $P_{Sp}\left(-\frac{4}{19}\ \middle|\ -\frac{1897}{456}\right);\ f(x)=\frac{19}{24}\left(x+\frac{4}{19}\right)^2-\frac{1897}{456}$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

ټ - تابع مساوات: $f(x)=-\frac{17}{20}x^2+\frac{29}{20}x-\frac{43}{10}$

محور غوڅټکي:

$$P_y\left(0\ \middle|\ \frac{43}{10}\right);\ P_{x1}\left(\frac{29}{34}+\frac{1}{34}\sqrt{6689}\approx 3{,}26\ \middle|\ 0\right);\ P_{x2}\left(\frac{29}{34}-\frac{1}{34}\sqrt{6689}\approx -1{,}55\ \middle|\ 0\right)$$

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه $P_{Sp}\left(\frac{29}{34}\ \middle|\ \frac{6689}{1360}\right);\ f(x)=-\frac{17}{20}\left(x-\frac{29}{34}\right)^2+\frac{6689}{1360}$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

ث - تابع مساوات: $f(x)=\frac{5}{8}x^2-x+\frac{11}{8}$

محور غوڅټکي: $P_y\left(0\ \middle|\ \frac{11}{8}\right)$

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه $P_{Sp}\left(\frac{4}{5}\ \middle|\ \frac{39}{40}\right);\ f(x)=\frac{5}{8}\left(x-\frac{4}{5}\right)^2+\frac{39}{40}$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

مفصل ځوابونه

لومړی-

الف - د یوه دویمي درجې ټولیز ټول راشنل-یا هوښیار تابع (پارابول) د تابع مساوات ټولیزه بڼه یا فورم : $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$

که د درې ورکړ شوو ټکو کواوردینات په ټولیز تابع مساوات کې کېښول شي یا ځا په ځای شي، نو یو مساوات سیستم له درې مساواتو سره لاس ته راځي له درې متحولو a_2 ; a_1 او a_0 او د لاندې سره.

$$P_1(2\,|\,-1): \quad f(2) = a_2 \cdot 2^2 + a_1 \cdot 2 + a_0 = -1 \Leftrightarrow \quad 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = -1$$

$$P_2\left(-1\,\middle|\,\frac{1}{2}\right): \quad f(-1) = a_2 \cdot (-1)^2 + a_1 \cdot (-1) + a_0 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = \frac{1}{2}$$

$$P_3(4\,|\,3): \quad f(4) = a_2 \cdot 4^2 + a_1 \cdot 4 + a_0 = 3 \Leftrightarrow \quad 16a_2 + 4a_1 + 1a_0 = 3$$

:

د جمعې لارې او یا د ګاوس له لارې(طریقې) :

a_0	a_1	a_2		
1	2	4	−1	
1	−1	1	1/2	$\mid \cdot 2$
1	4	16	3	
1	2	4	−1	
2	−2	2	1	$II - 2 \cdot I$
1	4	16	3	$III - I$
1	2	4	−1	
0	−6	−6	3	$\mid : 3$
0	2	12	4	
1	2	4	−1	
0	−2	−2	1	
0	2	12	4	$III + II$
1	2	4	−1	

د ضریبونو شمیرنه:

$$10a_2 = 5 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{1}{2}}$$

$$-2a_1 - 2a_2 = 1 \Leftrightarrow -2a_1 - 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$$

$$\Leftrightarrow -2a_1 = 1 + 1 = 2 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = -1}$$

$$1a_0 + 2a_1 + 4a_2 = -1$$

$$\Leftrightarrow a_0 + 2 \cdot (-1) + 4 \cdot \frac{1}{2} = -1$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_0 = -1}$$

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - 1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

	0	−2	−2	1	
	0	0	10	5	

ب – د لاندې الماني پښتو: د ضريبونو شميرنه:

$$P_1\left(-2\,|\,-\frac{5}{4}\right):\quad f(-2)=4a_2-2a_1+1a_0=-\frac{5}{4}$$

$$P_2\left(\frac{1}{2}\,|\,0\right):\quad f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4}a_2+\frac{1}{2}a_1+1a_0=0$$

$$P_3\left(1\,|\,\frac{7}{4}\right):\quad f(1)=1a_2+1a_1+1a_0=\frac{7}{4}$$

a_0	a_1	a_2		
1	−2	4	$-\frac{5}{4}$	$\vert \cdot 4$
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	0	$\vert \cdot 4$
1	1	1	$\frac{7}{4}$	$\vert \cdot 4$
4	−8	16	−5	
4	2	1	0	II − I
4	4	4	7	III − I
4	−8	16	−5	
0	10	−15	5	$\vert : 5$
0	12	−12	12	$\vert : 6$
4	−8	16	−5	
0	2	−3	1	
0	2	−2	2	III − II
4	−8	16	−5	
0	2	−3	1	
0	0	1	1	

Berechnung der Koeffizienten:

$$\boxed{a_2=1}$$

$$2a_1-3a_2=1 \Leftrightarrow 2a_1-3=1$$

$$\Leftrightarrow 2a_1=1+3=4 \Leftrightarrow \boxed{a_1=2}$$

$$4a_0-8a_1+16a_2=-5$$

$$\Leftrightarrow 4a_0-16+16=-5$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_0=-\frac{5}{4}}$$

$$\underline{\underline{f(x)=x^2+2x-\frac{5}{4}}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – د محورسیومتري څخه لاس ته راځي: ککره په y محور پرته ده.
ت – د محور سره غوڅتکی = ککری تکی.
د پاربول د ککرتکي بڼه (فورم): $f(x) = a_2(x+3)^2$

$$P(-5|-7): \quad f(-5) = a_2(-5+3)^2 = 7 \Leftrightarrow a_2 = -\frac{7}{4}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{7}{4}(x+3)^2$$

ټ –

$$P_{x1}(2|0); P(-1|0) \Rightarrow f(x) = a_2(x-2)(x+1)$$

$$P(1|-2): \quad f(1) = a_2(-1)(2) = -2 \Leftrightarrow a_2 = 1$$

$$\Rightarrow f(x) = (x-2)(x+1) = x^2 - x - 2$$

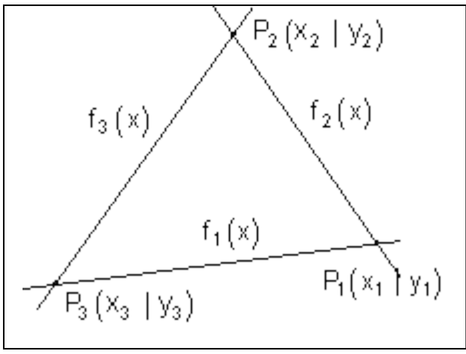
ث – لمستکی = ککرئ تکی

راکښل شوې نورمال بڼه: $I: \Rightarrow f(x) = (x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$

دویم –

الف – لاندې کرښې یو درېګودی یا مثلث جوړوي:

$$f_1(x) = -x - \frac{27}{4} \qquad f_2(x) = 3x + \frac{21}{4} \qquad f_3(x) = x + \frac{13}{4}$$

 	د درېګودي د ګوډونو د شمیرنې لپاره د غوڅتکو تعریف P_1 : $f_1(x)$ غوڅشوی د $f_2(x)$ سره P_2: $f_2(x)$ غوڅشوی د $f_3(x)$ سره P_3 : $f_1(x)$ غوڅشوی د $f_3(x)$ سره

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_1(x_1 \mid y_1): f_1(x) = f_2(x) \Leftrightarrow -x - \frac{27}{4} = 3x + \frac{31}{4} \mid -3x$$

$$\Leftrightarrow -4x - \frac{27}{4} = \frac{21}{4} \mid + \frac{27}{4}$$

$$\Leftrightarrow -4x = \frac{48}{4} \mid : (-4)$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{12}{4} = -3 \Rightarrow x_1 = -3$$

$$y_1 = f_1(x_1) = f_1(-3) = -(-3) - \frac{27}{4} = 3 - \frac{27}{4} = \frac{12}{4} - \frac{27}{4} = -\frac{15}{4} \Rightarrow P_1\left(-3 \;\middle|\; -\frac{15}{4}\right)$$

$$P_2(x_2 \mid y_2): f_2(x) = f_3(x) \Leftrightarrow 3x + \frac{21}{4} = x + \frac{13}{4} \mid -x$$

$$\Leftrightarrow 2x + \frac{21}{4} = \frac{13}{4} \mid -\frac{21}{4}$$

$$\Leftrightarrow 2x = -\frac{8}{4} \mid : 2$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{4}{4} = -1 \Rightarrow x_2 = -1$$

$$y_2 = f_2(x_2) = f_2(-1) = 3 \cdot (-1) + \frac{21}{4} = -3 + \frac{21}{4} = -\frac{12}{4} + \frac{21}{4} = \frac{9}{4} \Rightarrow P_2\left(-1 \;\middle|\; \frac{9}{4}\right)$$

$$P_3(x_3 \mid y_3): f_1(x) = f_3(x) \Leftrightarrow -x - \frac{27}{4} = x + \frac{13}{4} \mid -x$$

$$\Leftrightarrow -2x - \frac{27}{4} = \frac{13}{4} \mid + \frac{27}{4}$$

$$\Leftrightarrow -2x = \frac{40}{4} \mid : (-2)$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{20}{4} = -5 \Rightarrow x_3 = -5$$

$$y_3 = f_1(x_3) = f_1(-5) = -(-5) - \frac{27}{4} = 5 - \frac{27}{4} = \frac{20}{4} - \frac{27}{4} = -\frac{7}{4} \Rightarrow P_3\left(-5 \;\middle|\; -\frac{7}{4}\right)$$

د پارابول د تابعمساوات شمیرنه، چې ګراف یې د درېګوډي له ګوډونو تیریږي

(c) ketabton.com: The Digital Library

ایبنونه: $f(x) = a_1x^2 + a_1x + a_0$

$$P_1\left(-3 \;\middle|\; -\frac{15}{4}\right) \Rightarrow 9a_2 - 3a_1 + 1a_0 = -\frac{15}{4}$$

$$P_2\left(-1 \;\middle|\; \frac{9}{4}\right) \Rightarrow 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = \frac{9}{4}$$

$$P_3\left(-5 \;\middle|\; -\frac{7}{4}\right) \Rightarrow 25a_2 - 5a_1 + 1a_0 = -\frac{7}{4}$$

د مساواتسیسم حل د ګاوس- الګوریتم له لارې.

a_0	a_1	a_2		
1	−3	9	$-\frac{15}{4}$	
1	−1	1	$\frac{9}{4}$	II − I
1	−5	25	$-\frac{7}{4}$	III − I
1	−3	9	$-\frac{15}{4}$	
0	2	−8	$\frac{24}{4}$	
0	−2	16	$\frac{8}{4}$	III + II
1	−3	9	$-\frac{15}{4}$	
0	2	−8	6	
0	0	8	8	

$$8a_2 = 8 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = 1}$$

$$2a_1 - 8a_2 = 6$$
$$\Leftrightarrow 2a_1 - 8 \cdot 1 = 6 \mid +8$$
$$\Leftrightarrow 2a_1 = 14 \mid : 2 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 7}$$

$$a_0 - 3a_1 + 9a_2 = -\frac{15}{4}$$
$$\Leftrightarrow a_0 - 3 \cdot 7 + 9 \cdot 1 = -\frac{15}{4} \mid +12 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = \frac{33}{4}}$$

$$\Rightarrow f_4(x) = x^2 + 7x + \frac{33}{4}$$

د دې لپاره چې پارابول رسم کړای شو، موخه ور دی چې محور غوڅښکي او ککرۍ ټکی وشمیرو.

د محور غوڅښکي شمیرنه:

$$f_4(x) = x^2 + 7x + \frac{33}{4} \Rightarrow f(0) = \frac{33}{4} \Rightarrow P_y\left(0 \;\middle|\; \frac{33}{4}\right)$$

$$f_4(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 7x + \frac{33}{4} = 0 \Rightarrow p = 7 \text{ und } q = \frac{33}{4}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{49}{4}-\frac{33}{4}=\frac{16}{4}=4\Rightarrow\sqrt{D}=\sqrt{4}=2$$

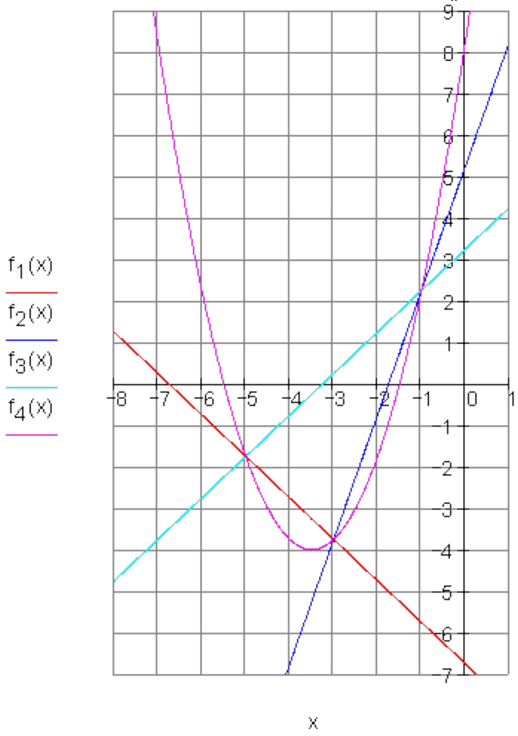
$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\left|\begin{array}{l}x_1=-\frac{7}{2}+2=-\frac{3}{2}\\ x_2=-\frac{7}{2}-2=-\frac{11}{2}\end{array}\right.\Rightarrow P_{x1}\left(-\frac{3}{2}\middle|0\right)\text{ und }P_{x2}\left(-\frac{11}{2}\middle|0\right)$$

د ککرۍ ټکي شميرنه د صفرځايونو له لارې

$$x_{Sp}=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{-\frac{3}{2}+\left(-\frac{11}{2}\right)}{2}=\frac{-\frac{3}{2}-\frac{11}{2}}{2}=\frac{-\frac{14}{2}}{2}=\frac{-7}{2}=-\frac{7}{2}$$

$$y_{Sp}=f_4(x_{Sp})=f_4\left(-\frac{7}{2}\right)=\frac{49}{4}+7\cdot\left(-\frac{7}{2}\right)+\frac{33}{4}=\frac{49}{4}-\frac{98}{4}+\frac{33}{4}=-\frac{16}{4}=-4$$

له دې لاس ته راځي ککرۍ ټکی: $S\left(-\frac{7}{2}\middle|-4\right)$



ب – گراف

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم – الف – د تابع مساوات شمیرنه:

$P_1(-2|2): f(-2) = 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = 2$

$P_2(1|-7): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = -7$

$P_2(3|-3): f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = -3$

a_0	a_1	a_2	
1	−2	4	2
1	1	1	−7 II − I
1	3	9	−3 III − I
1	−2	4	2
0	3	−3	−9 | : 3
0	5	5	−5 | : (−5)
1	−2	4	2
0	1	−1	−3
0	−1	−1	1 III + II
1	−2	4	2
0	1	−1	−3
0	0	−2	−2

$-2a_2 = -2 \,|\, : (-2)$

$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = 1}$

$a_1 - a_2 = -3 \Leftrightarrow a_1 - 1 \cdot 1 = -3$

$\Leftrightarrow a_1 - 1 = -3 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = -2}$

$a_0 - 2a_1 + 4a_2 = 2 \Leftrightarrow a_0 - 2 \cdot (-2) + 4 \cdot 1 = 2$

$\Leftrightarrow a_0 + 4 + 4 = 2 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -6}$

$\underline{\underline{f(x) = x^2 - 2x - 6}}$

$P_1(-2|2): f(-2) = (-2)^2 - 2 \cdot (-2) - 6 = 4 + 4 - 6 = 2$

$P_2(1|-7): f(1) = 1^2 - 2 \cdot 1 - 6 = 1 - 2 - 6 = -7$

$P_3(3|-3): f(3) = 3^2 - 2 \cdot 3 - 6 = 9 - 6 - 6 = -3$

د محورغوښتکي شمیرنه:

$$f(x) = x^2 - 2x - 6 \qquad f(0) = -1 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|-6)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 6 = 0 \text{Normalform der quadratischen Gleichung}$$

$$p = -2; q = -6 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 + 6 = 7 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{7}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left|\quad \begin{array}{ll} x_1 = 1 + \sqrt{7} \approx 3{,}65 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}\left(1 + \sqrt{7} \approx 3{,}65 \,|\, 0\right)}} \\ x_2 = 1 - \sqrt{7} \approx -1{,}65 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x2}\left(1 - \sqrt{7} \approx -1{,}65 \,|\, 0\right)}} \end{array}\right.$$

(پورته الماني: د مربع مساوات نورمال بنه)

(c) ketabton.com: The Digital Library

خلورم:
ککرۍ ټکی او د ککرۍ ټکي بڼه:
الف-

ککرۍ ټکی او د ککرۍ ټکي بڼه:

$$f(x) = x^2 - 2x - 6$$

$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{1+\sqrt{7} + 1 - \sqrt{7}}{2} = 1$$

$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f(1)$$

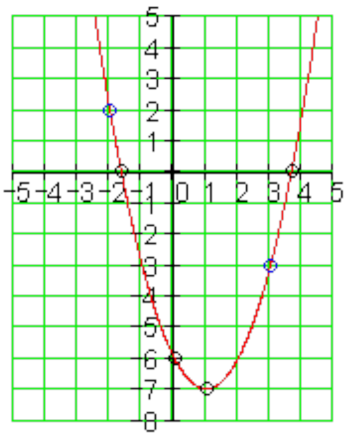
$$= 1^2 - 2 \cdot 1 - 6 = -7$$

ککرۍ ټکی: $P_{sp}(1|-7)$

د ککرۍ ټکي بڼه:

$$f(x) = (x-1)^2 - 7$$

ګراف :



ب- د تابع مساوات شمېرنه:

$$P_1(-1|-2): f(-1) = 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = -2$$

$$P_2(1|0): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = 0$$

$$P_2(2|4): f(2) = 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 4$$

a_0	a_1	a_2	
1	−1	1	−2
1	1	1	0 II − I
1	2	4	4 III − I
1	−1	1	−2
0	2	0	2
0	3	3	6

$$2a_1 = 2 \,|\, :2$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_1 = 1}$$

$$3a_1 + 3a_2 = 6 \Leftrightarrow 3 \cdot 1 + 3a_2 = 6$$

$$\Leftrightarrow 3a_2 + 3 = 6 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = 1}$$

$$a_0 - a_1 + a_2 = -2 \Leftrightarrow a_0 - 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 = -2$$

$$\Leftrightarrow a_0 - 1 + 1 = -2 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -2}$$

$$f(x) = x^2 + x - 2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P_1(-1|-2): f(-1) = (-1)^2 + 1\cdot(-1) - 2 = 1 - 1 - 2 = -2$

$P_2(1|0): f(1) = 1^2 + 1\cdot 1 - 2 = 1 + 1 - 2 = 0$

$P_3(2|4): f(2) = 2^2 + 1\cdot 2 - 2 = 4 + 2 - 2 = 4$

د محور غوښتکو شمیرنه: $f(x) = x^2 + x - 2 \qquad f(0) = -2 \Rightarrow P_y(0|-2)$

دا د مربع مساوات نورمال بنه ده $f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$

$$p = 1; q = -2 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{1}{4} + 2 = \frac{9}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \begin{cases} x_1 = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 1 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}(1|0)}} \\ x_2 = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -2 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x2}(-2|0)}} \end{cases}$$

<table>
<tr>
<td>

کرکی ټکی او د کرکی ټکي بنه:

$f(x) = x^2 + x - 2$

$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-2+1}{2} = -\frac{1}{2}$

$y_{sp} = f(x_{sp}) = f\left(-\frac{1}{2}\right)$

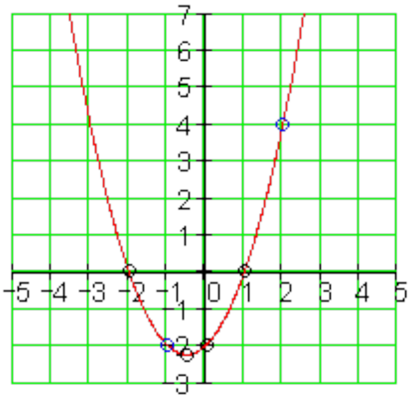
$= \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} - 2 = -\frac{9}{4}$

کرکی ټکی: $\underline{\underline{P_{sp}\left(-\frac{1}{2} \middle| -\frac{9}{4}\right)}}$

کرکی ټکی بنه : $f(x) = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}$

</td>
<td>

ګراف



</td>
</tr>
</table>

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ- د تابع مساواتو شمېرنه

$P_1(-3|10): f(-3) = 9a_2 - 3a_1 + 1a_0 = 10$

$P_2(1|-2): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = -2$

$P_2(3|4): f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = 4$

a_0	a_1	a_2	
1	−3	9	10
1	1	1	−2 II − I
1	3	9	4 III − I
1	−3	9	10
0	4	−8	−12
0	6	0	−6

$6a_1 = -6 \mid :6$

$\Leftrightarrow \boxed{a_1 = -1}$

$4a_1 - 8a_2 = -12 \Leftrightarrow 4\cdot(-1) - 8a_2 = -12$

$\Leftrightarrow -8a_2 - 4 = -12 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = 1}$

$a_0 - 3a_1 + 9a_2 = 10 \Leftrightarrow a_0 - 3\cdot(-1) + 9\cdot 1 = 10$

$\Leftrightarrow a_0 + 3 + 9 = 10 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -2}$

$\underline{\underline{f(x) = x^2 - x - 2}}$

$P_1(-3|10): f(-3) = (-3)^2 - 1\cdot(-3) - 2 = 9 + 3 - 2 = 10$

$P_2(1|-2): f(1) = 1^2 - 1\cdot 1 - 2 = 1 - 1 - 2 = -2$

$P_3(3|4): f(2) = 3^2 - 1\cdot 3 - 2 = 9 - 3 - 2 = 4$

د محور غوښتکو شمیرنه:

$f(x) = x^2 - x - 2 \qquad f(0) = -2 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|-2)}}$

$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$ Normalform der quadratischen Gleichung

$$p = -1; q = -2 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{1}{4} + 2 = \frac{9}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \;\left|\; \begin{array}{ll} x_1 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 2 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}(2|0)}} \\ x_2 = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -1 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x2}(-1|0)}} \end{array}\right.$$

(پورته الماني: د مربع مساوات نورمال بڼه)

(c) ketabton.com: The Digital Library

ککرۍ ټکی او د ککرۍ ټکي بڼه:

$$f(x) = x^2 - x - 2$$

$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-1+2}{2} = \frac{1}{2}$$

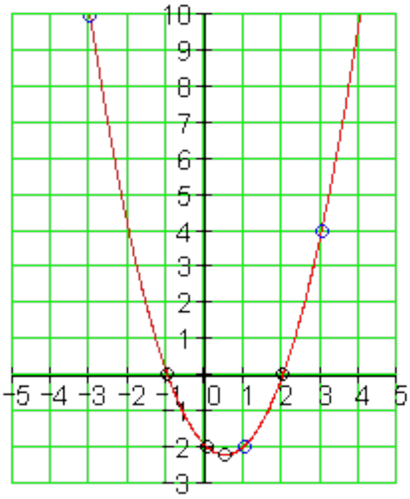
$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} - 2 = -\frac{9}{4}$$

ککرۍ ټکی: $P_{sp}\left(\frac{1}{2} \middle| -\frac{9}{4}\right)$

ککرۍ ټکی بڼه:

$$f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}$$



ت- د تابع مساواتو شمیرنه:

$$P_1(-2|4): f(-2) = 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = 4$$

$$P_2(1|4): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = 4$$

$$P_2(3|-6): f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = -6$$

a_0	a_1	a_2	
1	−2	4	4
1	1	1	4 II − I
1	3	9	−6 III − I
1	−2	4	4
0	3	−3	0 | : 3
0	5	5	−10 | : (−5)
1	−2	4	4

$$-2a_2 = 2 \,|\, : (-2)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = -1}$$

$$a_1 - a_2 = 0 \Leftrightarrow a_1 - 1 \cdot (-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow a_1 + 1 = 0 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = -1}$$

$$a_0 - 2a_1 + 4a_2 = 4 \Leftrightarrow a_0 - 2 \cdot (-1) + 4 \cdot (-1) = 4$$

$$\Leftrightarrow a_0 + 2 - 4 = 4 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 6}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

0	1	−1	0
0	−1	−1	2III+II
1	−2	4	4
0	1	−1	0
0	0	−2	2

$f(x) = -x^2 - x + 6$

$P_1(-2|4): f(-2) = -(-2)^2 - 1\cdot(-2) + 6 = 4$

$P_2(1|4): f(1) = -1^2 - 1\cdot 1 + 6 = -1 - 1 + 6 = 4$

$P_3(3|-6): f(3) = -3^2 - 1\cdot 3 + 6 = -6$

$f(x) = -x^2 - x + 6 \qquad f(0) = 6 \Rightarrow P_y(0|6)$

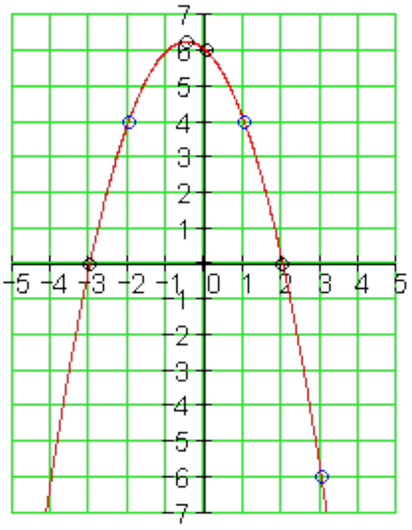
د محور غوښتکو شمیرنه:

$f(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 - x + 6 = 0$

دمربع مساوات نورمال بنه $f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + x - 6 = 0$

$$p = 1; q = -6 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{1}{4} + 6 = \frac{25}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{ll} x_1 = -\frac{1}{2} + \frac{5}{2} = 2 & \Rightarrow P_{x1}(2|0) \\ x_2 = -\frac{1}{2} - \frac{5}{2} = -3 & \Rightarrow P_{x2}(-3|0) \end{array} \right.$$



ککری ټکی ککری ټکی بنه

$f(x) = -x^2 - x + 6$

$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-3+2}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$= -\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \left(-\frac{1}{2}\right) + 6 = \frac{25}{4}$$

ککری ټکی: $P_{sp}\left(-\frac{1}{2} \middle| \frac{25}{4}\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

	ککرۍ ټکی بنه: $f(x) = -\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{25}{4}$

ټ- د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1(-1|0): f(-1) = 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = 0$$
$$P_2(1|6): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = 6$$
$$P_2(3|4): f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = 4$$

a_0	a_1	a_2	
1	−1	1	0
1	1	1	6 II − I
1	3	9	4 III − I
1	−1	1	0
0	2	0	6
0	4	8	4

$$2a_1 = 6 \,|: 2$$
$$\Leftrightarrow \boxed{a_1 = 3}$$
$$4a_1 + 8a_2 = 4 \Leftrightarrow 4 \cdot 3 + 8a_2 = 4$$
$$\Leftrightarrow 8a_2 + 12 = 4 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = -1}$$
$$a_0 - a_1 + a_2 = 0 \Leftrightarrow a_0 - 1 \cdot 3 + 1 \cdot (-1) = 0$$
$$\Leftrightarrow a_0 - 3 - 1 = 0 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 4}$$
$$\underline{\underline{f(x) = -x^2 + 3x + 4}}$$

$$P_1(-1|0): f(-1) = -(-1)^2 + 3 \cdot (-1) + 4 = -1 - 3 + 4 = 0$$
$$P_2(1|6): f(1) = -1^2 + 3 \cdot 1 + 4 = -1 + 3 + 4 = 6$$
$$P_3(3|4): f(2) = -3^2 + 3 \cdot 3 + 4 = -9 + 9 + 4 = 4$$

د محور غوښتکو شمیرنه:

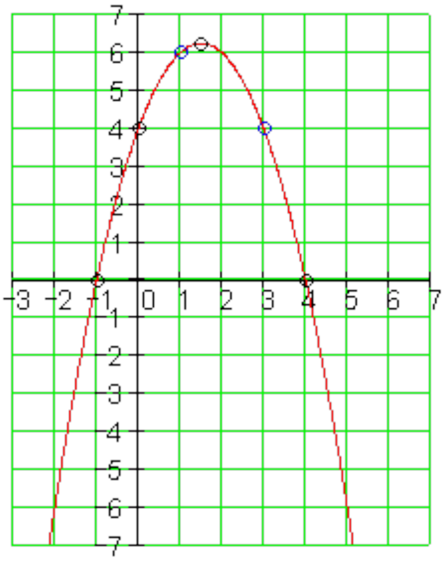
$$f(x) = -x^2 + 3x + 4 \qquad f(0) = 4 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|4)}}$$
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 3x + 4 = 0$$

د مربع مساوات نورمال بنه $f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 = 0$

$$p = -3; q = -4 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{9}{4} + 4 = \frac{25}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{ll} x_1 = \frac{3}{2} + \frac{5}{2} = 4 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}(4\,|\,0)}} \\ x_2 = \frac{3}{2} - \frac{5}{2} = -1 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x2}(-1\,|\,0)}} \end{array} \right.$$



ککری ټکی ککری ټکی بنه

$$f(x) = -x^2 + 3x + 4$$

$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-1+4}{2} = \frac{3}{2}$$

$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f\left(\frac{3}{2}\right)$$

$$= -\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 3 \cdot \frac{3}{2} + 4 = \frac{25}{4}$$

ککری ټکی: $\underline{\underline{P_{sp}\left(\frac{3}{2}\,|\,\frac{25}{4}\right)}}$

ککری ټکی بنه:

$$\underline{\underline{f(x) = -\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{25}{4}}}$$

ث- د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1(-4\,|\,-2) : f(-4) = 16a_2 - 4a_1 + 1a_0 = -2$$

$$P_2(-2\,|\,-4) : f(-2) = 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = -4$$

$$P_2(2\,|\,4) : f(2) = 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 4$$

a_0	a_1	a_2	
1	−4	16	−2
1	−2	4	−4 II − I
1	2	4	4 III − I
1	−4	16	−2

$$-4a_2 = -2 \,|\, :(-4)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{1}{2}}$$

$$a_1 - 6a_2 = -1 \Leftrightarrow a_1 - 6 \cdot \frac{1}{2} = -1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

0	2	−12	−2 | : 2
0	6	−12	6 | : (−6)
1	−4	16	−2
0	1	−6	−1
0	−1	2	−1 III + II
1	−4	16	−2
0	1	−6	−1
0	0	−4	−2

$$\Leftrightarrow a_1 - 3 = -1 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 2}$$

$$a_0 - 4a_1 + 16a_2 = -2 \Leftrightarrow a_0 - 4\cdot 2 + 16\cdot\frac{1}{2} = -2$$

$$\Leftrightarrow a_0 - 8 + 8 = -2 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -2}$$

$$\underline{\underline{f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 2}}$$

$$P_1(-4\,|\,-2): f(-4) = \frac{1}{2}\cdot(-4)^2 + 2\cdot(-4) - 2 = 8 - 8 - 2 = -2$$

$$P_2(-2\,|\,-4): f(-2) = \frac{1}{2}\cdot(-2)^2 + 2\cdot(-2) - 2 = 2 - 4 - 2 = -4$$

$$P_3(2\,|\,4): f(2) = \frac{1}{2}\cdot 2^2 + 2\cdot 2 - 2 = 2 + 4 - 2 = 4$$

د محور غوښتکو شمیرنه:

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 2 \qquad f(0) = -2 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0\,|\,-2)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 + 2x - 2 = 0$$

د مربع مساوات نورمال بنه $f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 4 = 0$

$$p = 4;\, q = -4 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 4 + 4 = 8 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{8} = 2\cdot\sqrt{2}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \;\left|\; \begin{array}{ll} x_1 = -2 + 2\cdot\sqrt{2} \approx 0{,}83 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}\left(-2 + 2\cdot\sqrt{2} \approx 0{,}83\,|\,0\right)}} \\ x_2 = -2 - 2\cdot\sqrt{2} \approx -4{,}83 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x2}\left(-2 - 2\cdot\sqrt{2} \approx -4{,}83\,|\,0\right)}} \end{array}\right.$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ککری ټکی ککری ټکی بنه

$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 2$

$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2}$

$= \frac{-2+2\cdot\sqrt{2}-2-2\cdot\sqrt{2}}{2} = -2$

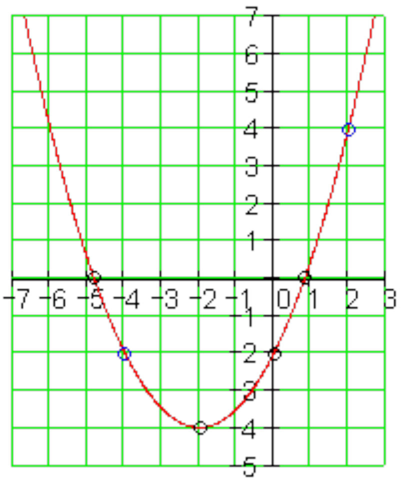
$y_{sp} = f(x_{sp}) = f(-2)$

$= \frac{1}{2}(-2)^2 + 2\cdot(-2) - 2 = -4$

ککری ټکی : $P_{sp}(-2|-4)$

ککری ټکی بنه:

$f(x) = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 4$



خلورم:

الف- د تابع مساواتو شمیرنه

$P_1(-4|2): f(-4) = 16a_2 - 4a_1 + 1a_0 = 2$

$P_2\left(1|-\frac{1}{2}\right): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = -\frac{1}{2}$

$P_2(2|-4): f(2) = 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = -4$

a_0	a_1	a_2	
1	-4	16	$2 \mid \cdot 2$
1	1	1	$-\frac{1}{2} \mid \cdot(-2)$
1	2	4	$-4 \mid \cdot(-2)$
2	-8	32	4
-2	-2	-2	$1 II + I$

$-2a_2 = 1 | : (-2)$

$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = -\frac{1}{2}}$

$2a_1 - 6a_2 = -1 \Leftrightarrow 2a_1 - 6\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) = -1$

$\Leftrightarrow 2a_1 + 3 = -1 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = -2}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$2a_0 - 8a_1 + 32a_2 = 4$$
$$\Leftrightarrow 2a_0 - 8\cdot(-2) + 32\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) = 4$$
$$\Leftrightarrow 2a_0 + 16 - 16 = 4 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 2}$$
$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 2$$
$$P_1(-4\,|\,2): f(-4) = -\frac{1}{2}\cdot(-4)^2 - 2\cdot(-4) + 2 = 2$$
$$P_2\left(1\,|\,-\frac{1}{2}\right): f(1) = -\frac{1}{2}\cdot 1^2 - 2\cdot 1 + 2 = -\frac{1}{2}$$
$$P_3(2\,|\,-4): f(2) = -\frac{1}{2}\cdot 2^2 - 2\cdot 2 + 2 = -4$$

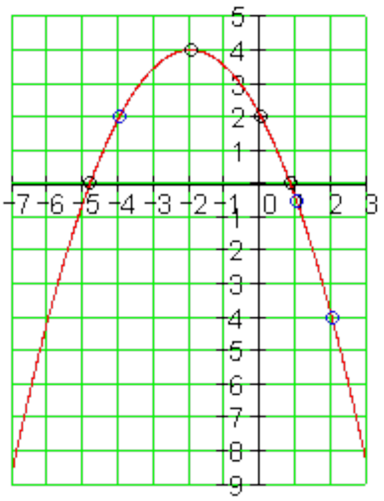
−2	−4	−8	8 III + I
12	−8	32	4
0	−10	30	5 | : (−5)
0	−12	24	12 | : 6
2	−8	32	4
0	2	−6	−1
0	−2	4	2 | III + II
2	−8	32	4
0	2	−6	−1
0	0	−2	1

د محور غوښتکو شمیرنه:

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 2 \qquad f(0) = 2 \Rightarrow P_y(0\,|\,2)$$
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 2 = 0$$
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 4 = 0 \quad \text{Normalform der quadratischen Gleichung}$$
$$p = 4;\ q = -4 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 4 + 4 = 8 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{8} = 2\cdot\sqrt{2}$$
$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \;\Bigg|\; \begin{array}{ll} x_1 = -2 + 2\cdot\sqrt{2} \approx 0{,}83 & \Rightarrow P_{x1}\left(-2 + 2\cdot\sqrt{2} \approx 0{,}83\,|\,0\right) \\ x_2 = -2 - 2\cdot\sqrt{2} \approx -4{,}83 & \Rightarrow P_{x2}\left(-2 - 2\cdot\sqrt{2} \approx -4{,}83\,|\,0\right) \end{array}$$

(پورته الماني: د مربع مساوات نورمال بڼه)

(c) ketabton.com: The Digital Library



ککری ټکی او دککری ټکی بڼه

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 2$$

$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$= \frac{-2+2\cdot\sqrt{2}-2-2\cdot\sqrt{2}}{2} = -2$$

$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f(-2)$$

$$= -\frac{1}{2}(-2)^2 - 2\cdot(-2) + 2 = 4$$

ککری ټکی : $P_{sp}(-2|4)$

ککری ټکی بڼه:

$$f(x) = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 4$$

ب – د تابع مساواتو شمیرنه

$\cdot 1) : f(-4) = 16a_2 - 4a_1 + 1a_0 = -1$

$\cdot 4) : f(-2) = 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = -4$

$: f(2) = 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 8$

a_2	
16	−1
4	−4 II − I
4	8 III − I
16	−1
−12	−3
−12	9 | : (−3)
16	−1

$-8a_2 = -6 \,|\, : (-8)$

$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{3}{4}}$

$2a_1 - 12a_2 = -3 \Leftrightarrow 2a_1 - 12\cdot\frac{3}{4} = -3$

$\Leftrightarrow 2a_1 - 9 = -3 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 3}$

$a_0 - 4a_1 + 16a_2 = -1 \Leftrightarrow a_0 - 4\cdot 3 + 16\cdot\frac{3}{4} = -1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

−12	−3
4	−3 III +II
16	−1
−12	−3
−8	−6

$\Leftrightarrow a_0 - 12 + 12 = -1 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -1}$

$$f(x) = \frac{3}{4}x^2 + 3x - 1$$

$$\cdot 1): f(-4) = \frac{3}{4}\cdot(-4)^2 + 3\cdot(-4) - 1 = 12 - 12 - 1 = -1$$

$$\cdot 4): f(-2) = \frac{3}{4}\cdot(-2)^2 + 3\cdot(-2) - 1 = 3 - 6 - 1 = -4$$

$$: f(2) = \frac{3}{4}\cdot 2^2 + 3\cdot 2 - 1 = 3 + 6 - 1 = 3 + 6 - 1 = 8$$

د محور غوڅټکو شميرنه:

$$f(x) = \frac{3}{4}x^2 + 3x - 1 \qquad f(0) = -1 \Rightarrow P_y(0|-1)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{4}x^2 + 3x - 1 = 0$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x - \frac{4}{3} = 0$$ Normalform der quadratischen Gleichung

$$p = 4;\, q = -\frac{4}{3} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 4 + \frac{4}{3} = \frac{16}{3} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{16}{3}} = \frac{4}{3}\cdot\sqrt{3}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left|\begin{array}{ll} x_1 = -2 + \frac{4}{3}\cdot\sqrt{3} \approx 0{,}31 & \Rightarrow P_{x1}\left(-2 + \frac{4}{3}\cdot\sqrt{3} \approx 0{,}31 | 0\right) \\ x_2 = -2 - \frac{4}{3}\cdot\sqrt{3} \approx -4{,}31 & \Rightarrow P_{x2}\left(-2 - \frac{4}{3}\cdot\sqrt{3} \approx -4{,}31 | 0\right) \end{array}\right.$$

(پورته الماني: د مربع مساوات نورمال بڼه)

(c) ketabton.com: The Digital Library

ککری ټکی اوککری ټکی بڼه

$$f(x) = \frac{3}{4}x^2 + 3x - 1$$

$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$= \frac{-2 + \frac{4}{3}\cdot\sqrt{3} - 2 - \frac{4}{3}\cdot\sqrt{3}}{2} = -2$$

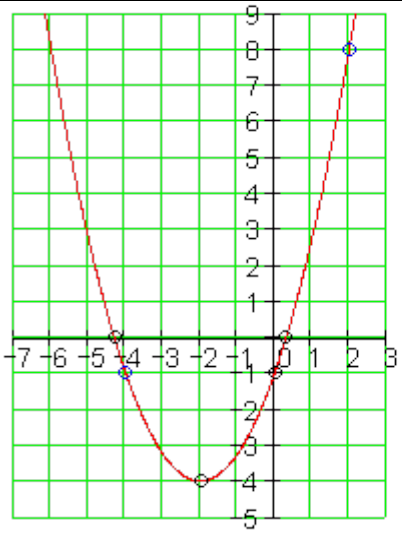
$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f(-2)$$

$$= \frac{3}{4}\cdot(-2)^2 + 3\cdot(-2) - 1 = -4$$

ککری ټکی : $P_{sp}(-2 \mid -4)$

ککری ټکی بڼه :

$$f(x) = \frac{3}{2}(x+2)^2 - 4$$



پ - د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1\left(-3 \mid \frac{5}{4}\right) : f(-3) = 9a_2 - 3a_1 + 1a_0 = \frac{5}{4}$$

$$P_2\left(0 \mid -\frac{1}{4}\right) : f(0) = 0a_2 + 0a_1 + 1a_0 = -\frac{1}{4} \Rightarrow \boxed{a_0 = -\frac{1}{4}}$$

$$P_2\left(3 \mid \frac{41}{4}\right) : f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = \frac{41}{4}$$

a_0	a_1	a_2	
1	−3	9	$\frac{5}{4} \mid \cdot 4$
1	0	0	$-\frac{1}{4}$

$$-24a_1 = -36 \mid :(-24)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_1 = \frac{3}{2}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

1	3	9	$\frac{41}{4}$ | $\cdot(-4)$
4	−12	36	5
1	0	0	$-\frac{1}{4}$
−4	−12	−36	−41 | III+II
4	−12	36	5
1	0	0	$-\frac{1}{4}$
0	−24	0	−36

$$4a_0-12a_1+36a_2=5$$
$$\Leftrightarrow 4\cdot\left(-\frac{1}{4}\right)-12\cdot\frac{3}{2}+36a_2=5$$
$$\Leftrightarrow 36a_2-1-18=5\Leftrightarrow \boxed{a_2=\frac{2}{3}}$$
$$f(x)=\frac{2}{3}x^2+\frac{3}{2}x-\frac{1}{4}$$

$$P_1\left(-3\,|\,\frac{5}{4}\right): f(-3)=\frac{2}{3}\cdot(-3)^2+\frac{3}{2}\cdot(-3)-\frac{1}{4}=6-\frac{9}{2}-\frac{1}{4}=\frac{24}{4}-\frac{18}{4}-\frac{1}{4}=\frac{5}{4}$$
$$P_2\left(0\,|\,-\frac{1}{4}\right): f(0)=\frac{2}{3}\cdot0^2+\frac{3}{2}\cdot0-\frac{1}{4}=-\frac{1}{4}$$
$$P_3\left(3\,|\,\frac{41}{4}\right): f(3)=\frac{2}{3}\cdot3^2+\frac{3}{2}\cdot3-\frac{1}{4}=6+\frac{9}{2}-\frac{1}{4}=\frac{24}{4}+\frac{18}{4}-\frac{1}{4}=\frac{41}{4}$$

د محور غوښتکو شمیرنه:

$$f(x)=\frac{2}{3}x^2+\frac{3}{2}x-\frac{1}{4}\qquad f(0)=-\frac{1}{4}\Rightarrow P_y\left(0\,|\,-\frac{1}{4}\right)$$

$$f(x)=0\Leftrightarrow x^2+\frac{9}{4}x-\frac{3}{8}=0\qquad f(x)=0\Leftrightarrow\frac{2}{3}x^2+\frac{3}{2}x-\frac{1}{4}=0$$

د مربع مساوات نورمال بنه

$$p=\frac{9}{4};\,q=-\frac{3}{8}\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{81}{64}+\frac{3}{8}=\frac{105}{64}\Rightarrow\sqrt{D}=\sqrt{\frac{105}{64}}=\frac{1}{8}\cdot\sqrt{105}$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}$$
$$x_1=-\frac{9}{8}+\frac{1}{8}\cdot\sqrt{105}\approx0{,}16\qquad\Rightarrow P_{x1}\left(-\frac{9}{8}+\frac{1}{8}\cdot\sqrt{105}\approx0{,}16\,|\,0\right)$$
$$x_2=-\frac{9}{8}-\frac{1}{8}\cdot\sqrt{105}\approx-2{,}41\qquad\Rightarrow P_{x2}\left(-\frac{9}{8}-\frac{1}{8}\cdot\sqrt{105}\approx-2{,}41\,|\,0\right)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ککری ټکی او د ککری ټکی بنه

$$f(x)=\frac{2}{3}x^2+\frac{3}{2}x-\frac{1}{4}$$

$$x_{sp}=\frac{x_1+x_2}{2}$$

$$=\frac{-\frac{9}{8}+\frac{1}{8}\cdot\sqrt{105}-\frac{9}{8}-\frac{1}{8}\cdot\sqrt{105}}{2}=-\frac{9}{8}$$

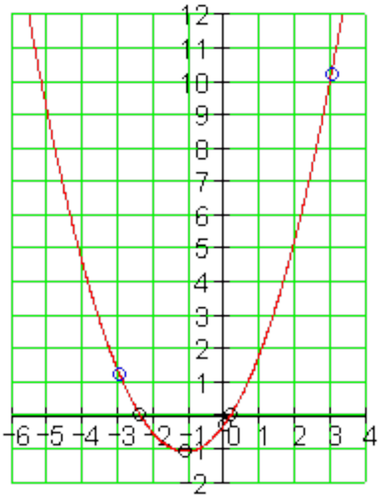
$$y_{sp}=f(x_{sp})=f\left(-\frac{9}{8}\right)$$

$$=\frac{2}{3}\cdot\left(-\frac{9}{8}\right)^2+\frac{3}{2}\cdot\left(-\frac{9}{8}\right)-\frac{1}{4}=-\frac{35}{32}$$

ککری ټکی: $P_{sp}\left(-\frac{9}{8}\,\middle|\,-\frac{35}{32}\right)$

ککری ټکی بنه:

$$f(x)=\frac{2}{3}\left(x+\frac{9}{8}\right)^2-\frac{35}{32}$$



ت – د تابع مساواتو شمیرنه:

$$P_1(-2\,|\,2):\ f(-2)=4a_2-2a_1+1a_0=2$$

$$P_2\left(-1\,\middle|\,\frac{5}{2}\right):\ f(-1)=1a_2-1a_1+1a_0=\frac{5}{2}$$

$$P_2\left(1\,\middle|\,\frac{1}{2}\right):\ f(1)=1a_2+1a_1+1a_0=\frac{1}{2}$$

a_0	a_1	a_2	
1	−2	4	$2\,|\cdot 2$
1	−1	1	$\frac{5}{2}\,|\cdot(-2)$
1	1	1	$\frac{1}{2}\,|\cdot(-2)$
2	−4	8	4

$$-12a_2=6\,|:(-12)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_2=-\frac{1}{2}}$$

$$6a_1-18a_2=3\Leftrightarrow 6a_1-18\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)=3$$

$$\Leftrightarrow 6a_1+9=3\Leftrightarrow \boxed{a_1=-1}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

-2	2	-2	-5 II + I
-2	-2	-2	-1 III + I
2	-4	8	4
0	-2	6	$-1 \mid \cdot(-3)$
0	-6	6	3
2	-4	8	4
0	6	-18	3
0	-6	6	$3 \mid$ III + II
2	-4	8	4
0	6	-18	3
0	0	-12	6

$$2a_0 - 4a_1 + 8a_2 = 4 \Leftrightarrow 2a_0 - 4\cdot(-1) + 8\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) = 4$$

$$\Leftrightarrow 2a_0 + 4 - 4 = 4 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 2}$$

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - x + 2$$

$$P_1(-2 \mid 2): f(-2) = -\frac{1}{2}\cdot(-2)^2 - 1\cdot(-2) + 2 = 2$$

$$P_2\left(-1 \mid \frac{5}{2}\right): f(-1) = -\frac{1}{2}\cdot(-1)^2 - 1\cdot(-1) + 2 = \frac{5}{2}$$

$$P_3\left(1 \mid \frac{1}{2}\right): f(1) = -\frac{1}{2}\cdot 1^2 - 1\cdot 1 + 2 = \frac{1}{2}$$

د محور غوځتکو شمیرنه:

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - x + 2 \qquad f(0) = 2 \Rightarrow P_y(0 \mid 2)$$

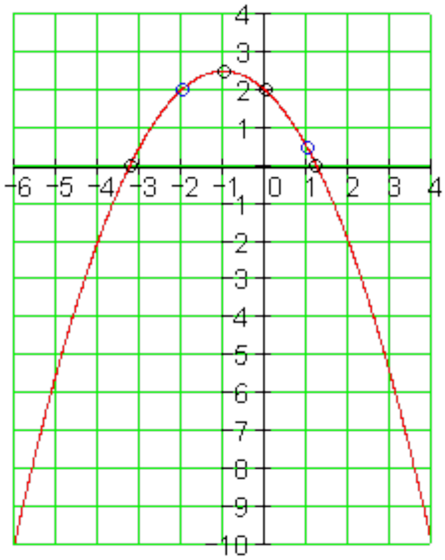
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2 - x + 2 = 0$$

د مربع مساوات نورمال بڼه $f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 4 = 0$

$$p = 2;\ q = -4 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 + 4 = 5 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{5}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{ll} x_1 = -1 + \sqrt{5} \approx 1,24 & \Rightarrow P_{x1}\left(-1 + \sqrt{5} \approx 1,24 \mid 0\right) \\ x_2 = -1 - \sqrt{5} \approx -3,24 & \Rightarrow P_{x2}\left(-1 - \sqrt{5} \approx -3,24 \mid 0\right) \end{array} \right.$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



ککرۍ ټکی ا و د ککرۍ ټکی بڼه

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - x + 2$$

$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$= \frac{-1+\sqrt{5} - 1 - \sqrt{5}}{2} = -1$$

$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f(-1)$$

$$= -\frac{1}{2}\cdot(-1)^2 - (-1) + 2 = \frac{5}{2}$$

ککرۍ ټکی : $P_{sp}\left(-1 \middle| \frac{5}{2}\right)$

ککرۍ ټکی بڼه:

$$f(x) = -\frac{1}{2}(x+1)^2 + \frac{5}{2}$$

ت- د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1\left(-1 \middle| -\frac{1}{2}\right): f(-1) = 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = -\frac{1}{2}$$

$$P_2(2|2): f(2) = 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 2$$

$$P_2\left(3 \middle| -\frac{1}{2}\right): f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = -\frac{1}{2}$$

a_0	a_1	a_2	
1	−1	1	$-\frac{1}{2} \mid \cdot 2$

$$-24a_2 = 20 \mid : (-24)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = -\frac{5}{6}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

1	2	4	$2 \mid \cdot(-2)$
1	3	9	$-\frac{1}{2} \mid \cdot(-2)$
2	-2	2	-1
-2	-4	-8	$-4 \mid \text{II}+\text{I}$
-2	-6	-18	$1 \mid \text{III}+\text{I}$
2	-2	2	1
0	-6	-6	$-5 \mid \cdot(-4)$
0	-8	-16	$0 \mid \cdot 3$
2	-2	2	-1
0	24	24	20
0	-24	-48	$0 \mid \text{III}+\text{II}$
2	-2	2	-1
0	24	24	20
0	0	-24	20

$$24a_1 + 24a_2 = 20 \Leftrightarrow 24a_1 + 24\cdot\left(-\frac{5}{6}\right) = 20$$

$$\Leftrightarrow 24a_1 - 20 = 20 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = \frac{5}{3}}$$

$$2a_0 - 2a_1 + 2a_2 = -1$$

$$\Leftrightarrow 2a_0 - 2\cdot\left(\frac{5}{3}\right) + 2\cdot\left(-\frac{5}{6}\right) = -1$$

$$\Leftrightarrow 2a_0 - \frac{10}{3} - \frac{5}{3} = -1 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 2}$$

$$\underline{\underline{f(x) = -\frac{5}{6}x^2 + \frac{5}{3}x + 2}}$$

$$P_1\left(-1 \mid -\frac{1}{2}\right): f(-1) = -\frac{5}{6}\cdot(-1)^2 + \frac{5}{3}\cdot(-1) + 2 = -\frac{1}{2}$$

$$P_2(2 \mid 2): f(2) = -\frac{5}{6}\cdot 2^2 + \frac{5}{3}\cdot 2 + 2 = 2$$

$$P_3\left(3 \mid \frac{1}{2}\right): f(3) = -\frac{5}{6}\cdot 3^2 + \frac{5}{3}\cdot 3 + 2 = -\frac{1}{2}$$

$$f(x) = -\frac{5}{6}x^2 + \frac{5}{3}x + 2 \qquad f(0) = 2 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0 \mid 2)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{5}{6}x^2 + \frac{5}{3}x + 2 = 0$$

د محور غوڅټکو شمیرنه:

$$\Rightarrow x^2 - 2x - \frac{12}{5} = 0$$

د مربع مساوات نورمال بڼه

$$p = -2;\ q = -\frac{12}{5} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 + \frac{12}{5} = \frac{17}{5} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{17}{5}}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{ll} x_1 = 1 + \sqrt{\frac{17}{5}} \approx 2{,}84 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}\left(1 + \sqrt{\frac{17}{5}} \approx 2{,}84 \mid 0\right)}} \\ x_2 = 1 - \sqrt{\frac{17}{5}} \approx -0{,}84 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x2}\left(1 - \sqrt{\frac{17}{5}} \approx -0{,}84 \mid 0\right)}} \end{array} \right.$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ککرۍ ټکی او ککرۍ ټکی بڼه

$$f(x) = -\frac{5}{6}x^2 + \frac{5}{3}x + 2$$

$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$= \frac{1+\sqrt{\frac{17}{5}} + 1 - \sqrt{\frac{17}{5}}}{2} = 1$$

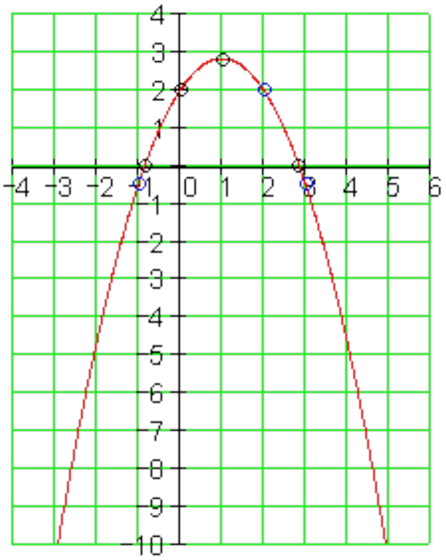
$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f(1)$$

$$= -\frac{5}{6}\cdot 1^2 + \frac{5}{3}\cdot 1 + 2 = \frac{17}{6}$$

ککرۍ ټکی: $P_{sp}\left(1 \middle| \frac{17}{6}\right)$

ککرۍ ټکی بڼه:

$$f(x) = -\frac{5}{6}(x-1)^2 + \frac{17}{6}$$



ث- د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1(-2|-1): f(-2) = 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = -1$$

$$P_2\left(-1\middle| -\frac{7}{3}\right): f(-1) = 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = -\frac{7}{3}$$

$$P_2(1|-3): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = -3$$

a_0	a_1	a_2	
1	−2	4	$-1 \mid \cdot 3$
1	−1	1	$-\frac{7}{3} \mid \cdot(-3)$
1	1	1	$-3 \mid \cdot(-3)$
3	−6	12	−3

$$-18a_2 = -6 \mid : (-18)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{1}{3}}$$

$$9a_1 - 27a_2 = -12 \Leftrightarrow 9a_1 - 27\cdot\frac{1}{3} = -12$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

−3	3	−3	7 II+I
−3	−3	−3	9 III+I
3	−6	12	−3
0	−3	9	4 | ·(−3)
0	−9	9	6
3	−6	12	−3
0	9	−27	−12
0	−9	9	6 | III+II
3	−6	12	−3
0	9	−27	−12
0	0	−18	−6

$$\Leftrightarrow 9a_1 - 9 = -12 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = -\frac{1}{3}}$$

$$3a_0 - 6a_1 + 12a_2 = -3$$

$$\Leftrightarrow 3a_0 - 6\cdot\left(-\frac{1}{3}\right) + 12\cdot\frac{1}{3} = -3$$

$$\Leftrightarrow 3a_0 + 2 + 4 = -3 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -3}$$

$$\underline{\underline{f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{3}x - 3}}$$

$P_1(-2|-1)$:

$$f(-2) = \frac{1}{3}\cdot(-2)^2 - \frac{1}{3}(-2) - 3 = -\frac{4}{3} + \frac{2}{3} - 3 = -1$$

$P_2\left(-1|-\frac{7}{3}\right)$:

$$f(-1) = \frac{1}{3}\cdot(-1)^2 - \frac{1}{3}(-1) - 3 = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - 3 = -\frac{7}{3}$$

$P_3(1|-3)$:

$$f(1) = \frac{1}{3}\cdot 1^2 - \frac{1}{3}\cdot 1 - 3 = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} - 3 = -3$$

د محور غوځتکو شمیرنه:

$$f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{3}x - 3 \qquad f(0) = -3 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|-3)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{3}x - 3 = 0$$

د مربع مساوات نورمال بڼه $f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 9 = 0$

$$p = -1; q = -9 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{1}{4} + 9 = \frac{37}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{37}{4}} = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{37}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \begin{array}{l} x_1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cdot\sqrt{37} \approx 3,54 \quad \Rightarrow P_{x1}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cdot\sqrt{37} \approx 3,54 \,|\, 0\right) \\ x_2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cdot\sqrt{37} \approx -2,54 \quad \Rightarrow P_{x2}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cdot\sqrt{37} \approx -2,54 \,|\, 0\right) \end{array}$$

ککرۍ ټکی او د ککرۍ ټکی بڼه

$$f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{3}x - 3$$

$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cdot\sqrt{37} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cdot\sqrt{37}}{2} = \frac{1}{2}$$

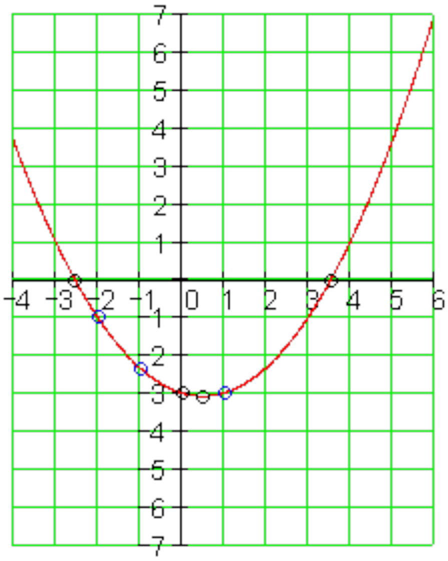
$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2} - 3 = -\frac{37}{12}$$

ککرۍ ټکی: $P_{sp}\left(\frac{1}{2} \,\middle|\, -\frac{37}{12}\right)$

ککرۍ ټکی بڼه:

$$f(x) = \frac{1}{3}\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{37}{12}$$



الف- د تابع مساواتو شميرنه:

$$P_1\left(-2 \,\middle|\, \frac{1}{2}\right): f(-2) = 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = \frac{1}{2}$$

$$P_2(1 \,|\, 4): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = 4$$

$$P_2\left(2 \,\middle|\, -\frac{5}{2}\right): f(2) = 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = -\frac{5}{2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

---

a_0	a_1	a_2	
1	−2	4	$\frac{1}{2} \mid \cdot 2$
1	1	1	$4 \mid \cdot (-2)$
1	2	4	$-\frac{5}{2} \mid \cdot (-2)$
2	−4	8	1
−2	−2	−2	$-8\ II + I$
−2	−4	−8	$5\ III + I$
2	−4	8	1
0	−6	6	−7
0	−8	0	6

$$-8a_1 = 6 \mid : (-8)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_1 = -\frac{3}{4}}$$

$$-6a_1 + 6a_2 = -7 \Leftrightarrow -6 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) + 6a_2 = -7$$

$$\Leftrightarrow 6a_2 + \frac{9}{2} = -7 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = -\frac{23}{12}}$$

$$2a_0 - 4a_1 + 8a_2 = 1$$

$$\Leftrightarrow 2a_0 - 4 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) + 8 \cdot \left(-\frac{23}{12}\right) = 1$$

$$\Leftrightarrow 2a_0 + 3 - \frac{46}{3} = 1 \Leftrightarrow a_0 = \frac{20}{3}$$

$$\underline{\underline{f(x) = -\frac{23}{12}x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{20}{3}}}$$

$$P_1\left(-2 \mid \frac{1}{2}\right) : f(-2) = -\frac{23}{12} \cdot (-2)^2 - \frac{3}{4} \cdot (-2) + \frac{20}{3} = -\frac{23}{3} + \frac{3}{2} + \frac{20}{3} = \frac{1}{2}$$

$$P_2(1 \mid 4) : f(1) = -\frac{23}{12} \cdot 1^2 - \frac{3}{4} \cdot 1 + \frac{20}{3} = -\frac{23}{12} - \frac{3}{4} + \frac{20}{3} = -\frac{23}{12} - \frac{9}{12} + \frac{80}{12} = \frac{48}{12} = 4$$

$$P_3\left(2 \mid -\frac{5}{2}\right) : f(2) = -\frac{23}{12} \cdot 2^2 - \frac{3}{4} \cdot 2 + \frac{20}{3} = -\frac{23}{3} - \frac{3}{2} + \frac{20}{3} = -1 - \frac{3}{2} = -\frac{5}{2}$$

د محور غوځتکو شميرنه:

$$f(x) = -\frac{23}{12}x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{20}{3} \qquad f(0) = \frac{20}{3} \Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0 \mid \frac{20}{3}\right)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{23}{12}x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{20}{3} = 0$$

د مربع مساوات نورمال بڼه

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + \frac{9}{23}x - \frac{80}{23} = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$p=\frac{9}{23};\ q=-\frac{80}{23}\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{81}{2116}+\frac{80}{23}=\frac{7441}{2116}$$

$$\Rightarrow\sqrt{D}=\sqrt{\frac{7441}{2116}}=\frac{1}{46}\cdot\sqrt{7441}$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\ \left|\ \begin{array}{l} x_1=-\frac{9}{46}+\frac{1}{46}\cdot\sqrt{7441}\approx 1{,}68\\ x_2=-\frac{9}{46}-\frac{1}{46}\cdot\sqrt{7441}\approx -2{,}07\end{array}\right.$$

$$\underline{\underline{P_{x1}\left(-\frac{9}{46}+\frac{1}{46}\cdot\sqrt{7441}\approx 1{,}68\,|\,0\right)}}$$

$$\underline{\underline{P_{x2}\left(-\frac{9}{46}-\frac{1}{46}\cdot\sqrt{7441}\approx -2{,}07\,|\,0\right)}}$$

ککری ټکی او د ککری ټکی بڼه

$$f(x)=-\frac{23}{12}x^2-\frac{3}{4}x+\frac{20}{3}$$

$$x_{sp}=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{-\frac{9}{46}+\frac{1}{46}\cdot\sqrt{7441}-\frac{9}{46}-\frac{1}{46}\cdot\sqrt{7441}}{2}=-\frac{9}{46}$$

$$y_{sp}=f(x_{sp})=f\left(-\frac{9}{46}\right)=-\frac{23}{12}\cdot\left(-\frac{9}{46}\right)^2-\frac{3}{4}\cdot\left(-\frac{9}{46}\right)+\frac{20}{3}=\frac{7441}{1104}$$

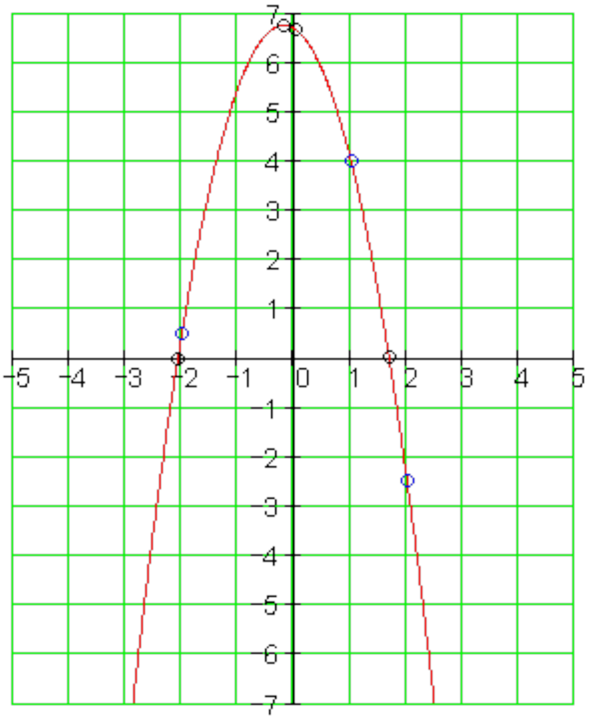
ککری ټکی : $\underline{\underline{P_{sp}\left(-\frac{9}{46}\ \middle|\ \frac{7441}{1104}\right)}}$

ککری ټکی بڼه:

$$\underline{\underline{f(x)=-\frac{23}{12}\left(x+\frac{9}{46}\right)^2+\frac{7441}{1104}}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ګراف:



ب- د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1\left(-\frac{3}{2}\,\middle|\,\frac{19}{4}\right): f\left(-\frac{3}{2}\right)=\frac{9}{4}a_2-\frac{3}{2}a_1+1a_0=\frac{19}{4}$$

$$P_2\,(1|\,1): f(1)=1a_2+1a_1+1a_0=1$$

$$P_2\left(\frac{3}{2}\,\middle|\,-\frac{5}{4}\right): f\left(\frac{3}{2}\right)=\frac{9}{4}a_2+\frac{3}{2}a_1+1a_0=-\frac{5}{4}$$

a_0	a_1	a_2	
1	$-\frac{3}{2}$	$\frac{9}{4}$	$\frac{19}{4}\,\|\cdot 4$
1	1	1	$1\,\|\cdot(-4)$
1	$\frac{3}{2}$	$\frac{9}{4}$	$-\frac{5}{4}\,\|\cdot(-4)$

$$-12a_1=24\,|:(-12)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_1=-2}$$

$$-10a_1+5a_2=15 \Leftrightarrow -10\cdot(-2)+5a_2=15$$

$$\Leftrightarrow 5a_2+20=15 \Leftrightarrow \boxed{a_2=-1}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

4	−6	9	19
−4	−4	−4	−4 II + I
−4	−6	−9	5 III + I
4	−6	9	19
0	−10	5	15
0	−12	0	24

$$4a_0 - 6a_1 + 9a_2 = 19$$
$$\Leftrightarrow 4a_0 - 6\cdot(-2) + 9\cdot(-1) = 19$$
$$\Leftrightarrow 4a_0 + 12 - 9 = 19 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 4}$$
$$\underline{\underline{f(x) = -x^2 - 2x + 4}}$$

$$P_1\left(-\frac{3}{2}\,|\,\frac{19}{4}\right): f(-2) = -\left(-\frac{3}{2}\right)^2 - 2\cdot\left(-\frac{3}{2}\right) + 4 = -\frac{9}{4} + \frac{6}{2} - 4 = -\frac{9}{4} + \frac{12}{4} + \frac{16}{4} = \frac{19}{4}$$

$$P_2(1|1): f(1) = -1^2 - 2\cdot 1 + 4 = -1 - 2 + 4 = 1$$

$$P_3\left(\frac{3}{2}\,|\,-\frac{5}{4}\right): f\left(\frac{3}{2}\right) = -\left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2\cdot\frac{3}{2} + 4 = -\frac{9}{4} - 3 + 4 = -\frac{9}{4} + 1 = -\frac{9}{4} + \frac{4}{4} = -\frac{5}{4}$$

د محور غوځېکو شميرنه:

$$f(x) = -x^2 - 2x + 4 \qquad f(0) = 4 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0\,|\,4)}}$$
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 - 2x + 4 = 0$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 4 = 0$$

د مربع مساوات نورمال بڼه

$$p = 2;\, q = -4 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 + 4 = 5 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{5}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \;\left|\; \begin{array}{ll} x_1 = -1 + \sqrt{5} \approx 1,24 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}\left(-1 + \sqrt{5} \approx 1,24\,|\,0\right)}} \\ x_2 = -1 - \sqrt{5} \approx -3,24 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x2}\left(-1 - \sqrt{5} \approx -3,24\,|\,0\right)}} \end{array}\right.$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

کګری ټکی او د کګری ټکی بنه

$f(x) = -x^2 - 2x + 4$

$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2}$

$= \frac{-1+\sqrt{5}-1+\sqrt{5}}{2} = -1$

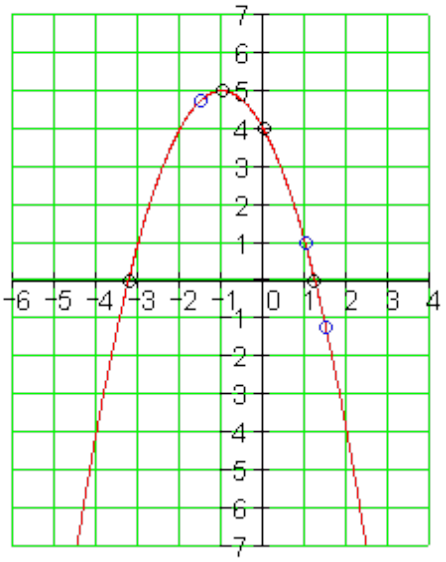
$y_{sp} = f(x_{sp}) = f(-1)$

$= -(-1)^2 - 2\cdot(-1) + 4 = 5$

کګری ټکی : $\therefore P_{sp}(-1|5)$

کګری ټکی بنه:

$f(x) = -(x+1)^2 + 5$



پ- د تابع مساواتو شمیرنه

$P_1(-1|2): f(-1) = 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = 2$

$P_2\left(\frac{3}{2}|\frac{13}{4}\right): f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{9}{4}a_2 + \frac{3}{2}a_1 + 1a_0 = \frac{13}{4}$

$P_2(2|2): f(2) = 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 2$

a_0	a_1	a_2	
1	-1	1	$2 \mid \cdot 4$
1	$\frac{3}{2}$	$\frac{9}{4}$	$\frac{13}{4} \mid \cdot(-4)$
1	2	4	$2 \mid \cdot(-4)$
4	-4	4	8
-4	-6	-9	-13 II+I
-4	-8	-16	-8 III+I

$-a_2 = 1 \mid :(-1)$

$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = -1}$

$2a_1 + a_2 = 1 \Leftrightarrow 2a_1 + (-1) = 1$

$\Leftrightarrow 2a_1 - 1 = 1 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 1}$

$4a_0 - 4a_1 + 4a_2 = 8 \Leftrightarrow 4a_0 - 4\cdot 1 + 4\cdot(-1) = 8$

(c) ketabton.com: The Digital Library

4	−4	4	8
0	−10	−5	−5 | : (−5)
0	−12	−12	0 | : 6
4	−4	4	8
0	2	1	1
0	−2	−2	0 | III + II
4	−4	4	8
0	2	1	1
0	0	−1	1

$\Leftrightarrow 4a_0 - 4 - 4 = 8 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 4}$

$f(x) = -x^2 + x + 4$

$P_1(-1|\,2): f(-1) = -(-1)^2 + (-1) + 4 = -1 - 1 + 4 = 2$

$P_2\left(\frac{3}{2}\,|\,\frac{13}{4}\right): f\left(\frac{3}{2}\right) = -\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \frac{3}{2} + 4$

$= -\frac{9}{4} + \frac{3}{2} + 4 = -\frac{9}{4} + \frac{6}{4} + \frac{16}{4} = \frac{13}{4}$

$P_3(2\,|\,2): f(2) = -2^2 + 2 + 4 = -4 + 2 + 4 = 2$

د محور غوښتکو شميرنه:

$f(x) = -x^2 + x + 4 \qquad f(0) = 4 \Rightarrow P_y(0\,|\,4)$

$f(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 + x + 4 = 0$

د مربع مساوات نورمال بڼه $f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 4 = 0$

$p = -1;\, q = -4 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{1}{4} + 4 = \frac{17}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{17}$

$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$

$x_1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{17} \approx 2{,}56 \quad \Rightarrow P_{x1}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{17} \approx 2{,}56\,|\,0\right)$

$x_2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{17} \approx -1{,}56 \quad \Rightarrow P_{x2}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{17} \approx -1{,}56\,|\,0\right)$

	ککرۍ ټکی او دککرۍ ټکی بڼه $f(x) = -x^2 + x + 4$ $x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$= \frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{17}+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{17}}{2} = \frac{1}{2}$$

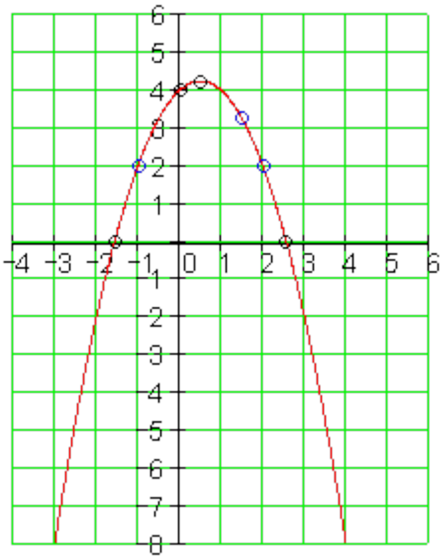
$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= -\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} + 4 = \frac{17}{4}$$

ککرۍ ټکی: $P_{sp}\left(\frac{1}{2} \,\middle|\, \frac{17}{4}\right)$

ککرۍ ټکی بڼه:

$$f(x) = -\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{17}{4}$$



ت - د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1(-3\,|\,2): f(-3) = 9a_2 - 3a_1 + 1a_0 = 2$$

$$P_2(1\,|\,-3): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = -3$$

$$P_2(3\,|\,4): f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = 4$$

$$6a_1 = 2 \,|\, :6$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_1 = \frac{1}{3}}$$

a_0	a_1	a_2	
1	−3	9	2
1	1	1	−3 II−I
1	3	9	4 III−I
1	−3	9	2
0	4	−8	−5
0	6	0	2

$$4a_1 - 8a_2 = -5 \Leftrightarrow 4\cdot\frac{1}{3} - 8a_2 = -5$$

$$\Leftrightarrow -8a_2 + \frac{4}{3} = -5 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{19}{24}}$$

$$a_0 - 3a_1 + 9a_2 = 2 \Leftrightarrow a_0 - 3\cdot\frac{1}{3} + 9\cdot\frac{19}{24} = 2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

0 0 0 | 2

$$\Leftrightarrow a_0 - 1 + \frac{57}{8} = 2 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -\frac{33}{8}}$$

$$\underline{\underline{f(x) = \frac{19}{24}x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{33}{8}}}$$

$$P_1(-3\,|\,2): f(-3) = \frac{19}{24}\cdot(-3)^2 + \frac{1}{3}\cdot(-3) - \frac{33}{8} = \frac{57}{8} - 1 - \frac{33}{8} = \frac{24}{8} - 1 = 3 - 1 = 2$$

$$P_2(1\,|\,-3): f(1) = \frac{19}{24}\cdot 1^2 + \frac{1}{3}\cdot 1 - \frac{33}{8} = \frac{19}{24} + \frac{1}{3} - \frac{33}{8} = \frac{19}{24} + \frac{8}{24} - \frac{99}{24} = -\frac{72}{24} = -3$$

$$P_3(3\,|\,4): f(3) = \frac{19}{24}\cdot 3^2 + \frac{1}{3}\cdot 3 - \frac{33}{8} = \frac{57}{8} + 1 - \frac{33}{8} = \frac{24}{8} + 1 = 3 + 1 = 4$$

د محور غوځېکو شمیرنه:

$$f(x) = \frac{19}{24}x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{33}{8} \qquad f(0) = -\frac{33}{8} \Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0\,\middle|\,-\frac{33}{8}\right)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{19}{24}x^2 + \frac{8}{19}x - \frac{99}{19} = 0$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 4 = 0$$

د مربع مساوات نورمال بنه

$$p = \frac{8}{19}; q = -\frac{99}{19} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{16}{361} + \frac{99}{19} = \frac{1897}{361} \Rightarrow \sqrt{D} = \frac{1}{19}\cdot\sqrt{1897}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \;\left|\; \begin{array}{l} x_1 = -\frac{4}{19} + \frac{1}{19}\sqrt{1897} \approx 2{,}08 \\ x_2 = -\frac{4}{19} - \frac{1}{19}\sqrt{1897} \approx -2{,}5 \end{array}\right.$$

$$\underline{\underline{P_{x1}\left(-\frac{4}{19} + \frac{1}{19}\sqrt{1897} \approx 2{,}08\,|\,0\right)}}; \underline{\underline{P_{x2}\left(-\frac{4}{19} - \frac{1}{19}\sqrt{1897} \approx -2{,}5\,|\,0\right)}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ککرۍ ټکی او د ککرۍ ټکی بڼه

$$f(x)=\frac{19}{24}x^2+\frac{1}{3}x-\frac{33}{8}$$

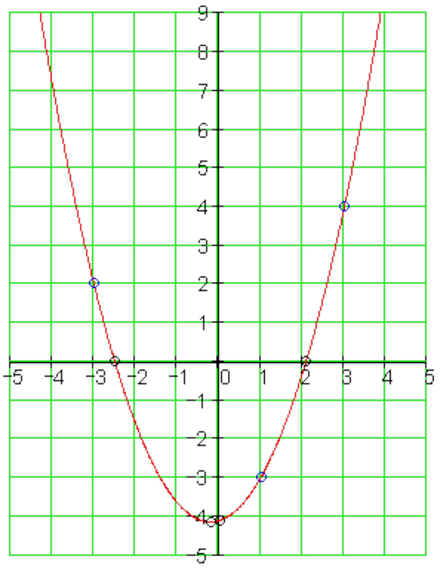
$$x_{sp}=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{-\frac{4}{19}+\frac{1}{19}\sqrt{1897}-\frac{4}{19}+\frac{1}{19}\sqrt{1897}}{2}=-\frac{4}{19}$$

$$y_{sp}=f(x_{sp})=f\left(-\frac{4}{19}\right)=\frac{19}{24}\left(-\frac{4}{19}\right)^2+\frac{1}{3}\cdot\left(-\frac{4}{19}\right)-\frac{33}{8}=-\frac{1897}{456}$$

ککرۍ ټکی بڼه — ککرۍ ټکی

$$f(x)=\frac{19}{24}\left(x+\frac{4}{19}\right)^2-\frac{1897}{456}$$

$$P_{sp}\left(-\frac{4}{19}\,\middle|\,-\frac{1897}{456}\right)$$



ګراف :

ټ ــ د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1(-2\,|\,-2): f(-2)=4a_2-2a_1+1a_0=-2$$

$$P_2(-1\,|\,2): f(-1)=1a_2-1a_1+1a_0=2$$

$$P_2(3\,|\,1): f(3)=9a_2+3a_1+1a_0=1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

a_0	a_1	a_2	
1	−2	4	−2
1	−1	1	2 II − I
1	3	9	1 III − I
1	−2	4	−2
0	1	−3	4 | · 5
0	5	5	3
1	−2	4	−2
0	5	−15	20
0	5	5	3 III − II
1	−2	4	−2
0	5	−15	20
0	0	20	−17

$$20a_2 = -17 \,|\, : 20$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = -\frac{17}{20}}$$

$$5a_1 - 15a_2 = 20 \Leftrightarrow 5a_1 - 15 \cdot \left(-\frac{17}{20}\right) = 20$$

$$\Leftrightarrow 5a_1 + \frac{51}{4} = 20 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = \frac{29}{20}}$$

$$a_0 - 2a_1 + 4a_2 = -2 \Leftrightarrow a_0 - 2 \cdot \frac{29}{20} + 4 \cdot \left(-\frac{17}{20}\right) = -2$$

$$\Leftrightarrow a_0 - \frac{29}{10} - \frac{34}{10} = -2 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = \frac{43}{10}}$$

$$f(x) = -\frac{17}{20}x^2 + \frac{29}{20}x + \frac{43}{10}$$

$P_1(-2\,|\,-2)$:

$$f(-2) = -\frac{17}{20} \cdot (-2)^2 + \frac{29}{20} \cdot (-2) + \frac{43}{10} = -\frac{34}{10} - \frac{29}{10} + \frac{43}{10} = -\frac{20}{10} = -2$$

$P_2(-1\,|\,2)$:

$$f(-1) = -\frac{17}{20} \cdot (-1)^2 + \frac{29}{20} \cdot (-1) + \frac{43}{10} = -\frac{17}{20} - \frac{29}{20} + \frac{43}{10} = -\frac{46}{20} + \frac{86}{20} = \frac{40}{20} = 2$$

$P_3(3\,|\,1)$:

$$f(3) = -\frac{17}{20} \cdot 3^2 + \frac{29}{20} \cdot 3 + \frac{43}{10} = -\frac{153}{20} + \frac{87}{20} + \frac{43}{10} = -\frac{66}{20} + \frac{86}{20} = \frac{20}{20} = 1$$

د محور غوځېکو شمیرنه:

$$f(x) = -\frac{17}{20}x^2 + \frac{29}{20}x + \frac{43}{10} \qquad f(0) = \frac{43}{10} \Rightarrow P_y\left(0\,|\,\frac{43}{10}\right)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{17}{20}x^2 + \frac{29}{20}x + \frac{43}{10} = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=0 \Leftrightarrow x^2-\frac{29}{17}x-\frac{86}{17}=0$$

د مربع مساوات نورمال بڼه

$$p=-\frac{29}{17};\ q=-\frac{86}{17} \Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{841}{1156}+\frac{86}{17}=\frac{6689}{1156} \Rightarrow \sqrt{D}=\frac{1}{34}\cdot\sqrt{6689}$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\quad \left| \begin{array}{l} x_1=\frac{29}{34}+\frac{1}{34}\cdot\sqrt{6689}\approx 3,26 \\ x_2=\frac{29}{34}-\frac{1}{34}\cdot\sqrt{6689}\approx -1,55 \end{array} \right.$$

$$\underline{\underline{P_{x1}\left(\frac{29}{34}+\frac{1}{34}\cdot\sqrt{6689}\approx 3,26 \mid 0\right)}};\ \underline{\underline{P_{x2}\left(\frac{29}{34}-\frac{1}{34}\cdot\sqrt{6689}\approx -1,55 \mid 0\right)}}$$

ککری ټکی او د ککری ټکی بڼه

$$f(x)=-\frac{17}{20}x^2+\frac{29}{20}x+\frac{43}{10}$$

$$x_{sp}=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{\frac{29}{34}+\frac{1}{34}\cdot\sqrt{6689}+\frac{29}{34}+\frac{1}{34}\cdot\sqrt{6689}}{2}=\frac{29}{34}$$

$$y_{sp}=f(x_{sp})=f\left(\frac{29}{34}\right)=-\frac{17}{20}\cdot\left(\frac{29}{34}\right)^2+\frac{29}{20}\cdot\frac{29}{34}+\frac{43}{10}=\frac{6689}{1360}$$

ککری ټکی بڼه

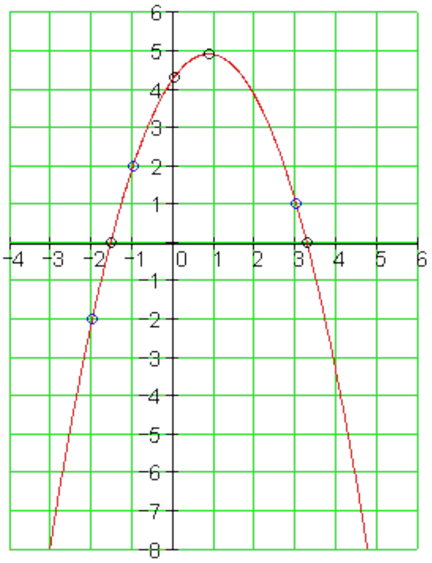
$$\underline{\underline{f(x)=-\frac{17}{20}\left(x-\frac{29}{34}\right)^2+\frac{6689}{1360}}}$$

ککری ټکی

$$\underline{\underline{P_{sp}\left(\frac{29}{34} \mid \frac{6689}{1360}\right)}}$$

گراف

(c) ketabton.com: The Digital Library



ث - د تابع مساواتو شمیرنه

$P_1(-1|3): f(-1) = 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = 3$

$P_2(1|1): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = 1$

$P_2(3|4): f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = 4$

a_0	a_1	a_2	
1	−1	1	3
1	1	1	1 II − I
1	3	9	4 III − I
1	−1	1	3
0	2	0	−2
0	4	8	1

$2a_1 = -2 \,|\, : 2$

$\Leftrightarrow \boxed{a_1 = -1}$

$4a_1 + 8a_2 = 1 \Leftrightarrow 4 \cdot (-1) + 8a_2 = 1$

$\Leftrightarrow 8a_2 - 4 = 1 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{5}{8}}$

$a_0 - a_1 + a_2 = 3 \Leftrightarrow a_0 - (-1) + \frac{5}{8} = 3$

$\Leftrightarrow a_0 + 1 + \frac{5}{8} = 3 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = \frac{11}{8}}$

$$\underline{\underline{f(x) = \frac{5}{8}x^2 - x + \frac{11}{8}}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_1(-1|3): f(-1)=\frac{5}{8}\cdot(-1)^2-(-1)+\frac{11}{8}=\frac{5}{8}+1+\frac{11}{8}=\frac{16}{8}+1=2+1=3$$

$$P_2(1|1): f(1)=\frac{5}{8}\cdot 1^2-1+\frac{11}{8}=\frac{5}{8}-1+\frac{11}{8}=\frac{16}{8}-1=2-1=1$$

$$P_3(3|4): f(2)=\frac{5}{8}\cdot 3^2-3+\frac{11}{8}=\frac{45}{8}-3+\frac{11}{8}=\frac{56}{8}-3=7-3=4$$

د محور غوښتکو شمیرنه:

$$f(x)=\frac{5}{8}x^2-x+\frac{11}{8} \qquad f(0)=\frac{11}{8}\Rightarrow P_y\left(0\,|\,\frac{11}{8}\right)$$

$$f(x)=0\Leftrightarrow \frac{5}{8}x^2-x+\frac{11}{8}=0$$

$$f(x)=0\Leftrightarrow x^2-\frac{8}{5}x+\frac{11}{5}=0$$

د مربع مساوات نورمال بڼه

$$p=-\frac{8}{5};q=\frac{11}{5}\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{16}{25}-\frac{11}{5}<0$$

f(x) صفرځای نه لري

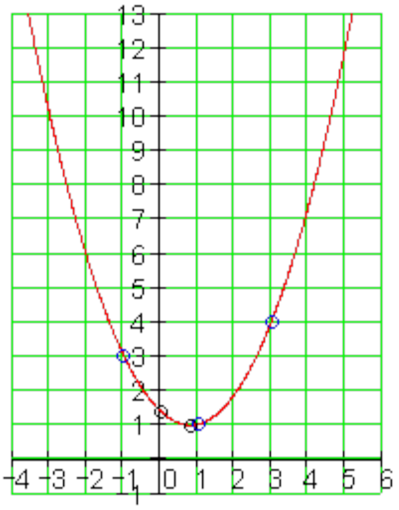
ککرۍ ټکی او د ککرۍ ټکی بڼه

$$f(x)=\frac{5}{8}x^2-x+\frac{11}{8}$$

$$=\frac{5}{8}\left(x^2-\frac{8}{5}x+\frac{11}{5}\right)$$

$$=\frac{5}{8}\left(x^2-\frac{8}{5}x+\frac{11}{5}+\left(\frac{4}{5}\right)^2-\left(\frac{4}{5}\right)^2\right)$$

$$=\frac{5}{8}\left[\left(x-\frac{4}{5}\right)^2+\frac{39}{25}\right]$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

$= \frac{5}{8}\left(x-\frac{4}{5}\right)^2+\frac{39}{40}$ ککری ټکی بڼه: $f(x)=\frac{5}{8}\left(x-\frac{4}{5}\right)^2+\frac{39}{40}$ ککری ټکی: $\underline{\underline{P_{sp}\left(\frac{4}{5}\mid\frac{39}{40}\right)}}$	

پوښتنې

پارابول چې له درې ټکو تېرېږي II

لومړی-

یو پارابول له درې ټکو تېرېږي. د تابع مساوات وشمیری، د محور غوښتکي، ککری ټکی او ککری ټکي بڼه هم. په یوه مناسب پروتولاړ سیستم کې ګراف رسم کړی.

الف- $P_1(-2\mid-3);\ P_2(1\mid-1);\ P_3(3\mid-4)$

ب - $P_1\left(-\frac{1}{2}\mid-2\right);\ P_2\left(2\mid-\frac{1}{2}\right);\ P_3(3\mid2)$

پ - $P_1\left(-3\mid\frac{5}{4}\right);\ P_2\left(1\mid-\frac{1}{4}\right);\ P_3(3\mid9)$

ت – $P_1(-3\mid-4);\ P_2(2\mid-4);\ P_3(3\mid-10)$

ټ - $P_1\left(2\mid3\frac{1}{4}\right);\ P_2\left(1\mid1\frac{1}{4}\right);\ P_3\left(0\mid1\frac{1}{4}\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ث - $P_1(1|0); P_2(-1|0); P_3(2|-3)$

دویم –

یو پارابل له دريې کرښو $f_1(x), f_2(x)$ او $f_3(x)$ په دريې ټکو P_1, P_2 او P_3 کې غوڅیږي، چې د یوه دريګوډي یا مثلث ګوډونه (کونجونه) جوړوي.

$$f_1(x) = x + \frac{7}{2}; f_2(x) = 4x + 5; f_3(x) = -x - \frac{15}{2}$$

وشمېرئ:

الف - ټکي P_1, P_2 او P_3.

ب – د پارابول تابع $f_4(x)$ ، چې له دې دريې ټکو تېريږي.

پ – د پارابول مساواتو د ککرئ ټکي بڼه .

ت - د پارابول مساوات د ککرئ ټکي مساوات .

ټ – ټول محور غوڅټکي.

ث – ټول ګرافونه په یوه مناسب پروت ولاړ سیستم کې وکاږئ.

دريم – یو پارابل له دريې کرښو $f_1(x), f_2(x)$ او $f_3(x)$ په دريې ټکو P_1, P_2 او P_3 کې غوڅیږي، چې د یوه دريګوډي ګوډونه جوړوي.

$$f_1(x) = -x + \frac{7}{2}; f_2(x) = -4x - 5; f_3(x) = x - \frac{15}{2}$$

وشمېرئ:

الف - ټکي P_1, P_2 او P_3.

ب – د پارابول تابع $f_4(x)$ ، چې له دې دريې ټکو تېريږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – د پارابول مساواتو د ککرۍټکي بڼه .

ت - د پارابول مساوات د ککرۍټکي مساوات .

ټ – ټول محور غوښتکي.

ث – ټول ګرافونه په یوه مناسب پروت ولاړ سیستم کې وکاږۍ.

څلورم – یوه فزیکي تجربه لاندې کچ ارزونې ښایي:

اړین وخت په ثانی S	2	4	6
وهل شوې لار په cm	4	5	8

الف - د تابع مساوت وشمېرۍ.
ب – وهل شوې لار د 3 ;0 او 5 ثنیو ترمنځ وشمیرۍ
پ – د کوم وخت وروسته وهل شوې لار 10 cm ده؟
پنځم –
یو پارابول له درې ټکو تېرېږي. د تابع مساوات وشمیرۍ، د محور غوښتکي، ککرۍ ټکی او ککرۍ ټکي بڼه هم. په یوه مناسب پروتولاړ سیستم کې ګراف رسم کړۍ.

$; \left| -1\frac{3}{4}\right); P_2\left(3 \left| -3\frac{3}{4}\right.\right); P_3\left(1 \left| 2\frac{1}{4}\right.\right)$ b) $1 \left| 3\frac{1}{4}\right); P_2\left(-3 \left| -2\frac{3}{4}\right.\right); P_3\left(-5 \left| -\frac{3}{4}\right.\right)$

$P_1(-2 \mid -5); P_2(-5 \mid -2); P_3(0 \mid -17)$

حلونه
پارابول له درې ټکو II

(c) ketabton.com: The Digital Library

نتیجې او ځنې برخې مفصل حلونه الف - د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1(-2|-3): f(-2) = 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = -3$$

$$P_2(1|-1): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = -1$$

$$P_2(3|-4): f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = -4$$

a_0	a_1	a_2	
1	−2	4	−3
1	1	1	−1 II − I
1	3	9	−4 III − I
1	−2	4	−3
0	3	−3	2 | · 5
0	5	5	−1 | · (−3)
1	−2	4	−3
0	15	−15	10
0	−15	−15	3 III + II
1	−2	4	−3
0	15	−15	10
0	0	−30	13

$$-30a_2 = 13 \,|\, : (-13)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = -\frac{13}{30}}$$

$$15a_1 - 15a_2 = 10 \Leftrightarrow 15a_1 - 15\cdot\left(-\frac{13}{30}\right) = 10$$

$$\Leftrightarrow 15a_1 + \frac{13}{2} = 10 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = \frac{7}{30}}$$

$$a_0 - 2a_1 + 4a_2 = -3 \Leftrightarrow a_0 - 2\cdot\frac{7}{30} + 4\cdot\left(-\frac{13}{30}\right) = -3$$

$$\Leftrightarrow a_0 - \frac{7}{15} - \frac{26}{15} = -3 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -\frac{4}{5}}$$

$$f(x) = -\frac{13}{30}x^2 + \frac{7}{30}x - \frac{4}{5}$$

$$P_1(-2|-3): f(-2) = -\frac{13}{30}\cdot(-2)^2 + \frac{7}{30}\cdot(-2) - \frac{4}{5} = -\frac{26}{15} - \frac{7}{15} - \frac{4}{5} = -\frac{33}{15} - \frac{12}{15} = -\frac{45}{15} = -3$$

$$P_2(1|-1): f(-1) = -\frac{13}{30}\cdot 1^2 + \frac{7}{30}\cdot 1 - \frac{4}{5} = -\frac{13}{30} + \frac{7}{30} - \frac{4}{5} = -\frac{6}{30} - \frac{24}{30} = -\frac{30}{30} = -1$$

$$P_3(3|-4): f(3) = -\frac{13}{30}\cdot 3^2 + \frac{7}{30}\cdot 3 - \frac{4}{5} = -\frac{39}{10} + \frac{7}{10} - \frac{4}{5} = -\frac{32}{10} - \frac{8}{10} = -\frac{40}{10} = -4$$

د محور غوڅېکو شمیرنه

ککرۍ ټکی او ککرۍ ټکی بڼه

$$f(x) = -\frac{13}{30}x^2 + \frac{7}{30}x - \frac{4}{5} = -\frac{13}{30}\left(x^2 - \frac{7}{13}x + \frac{24}{13}\right)$$

$$= -\frac{13}{30}\left(x^2 - \frac{7}{13}x + \left(\frac{7}{26}\right)^2 - \left(\frac{7}{26}\right)^2 + \frac{24}{13}\right) = -\frac{13}{30}\left[\left(x - \frac{7}{26}\right)^2 + \frac{1199}{676}\right]$$

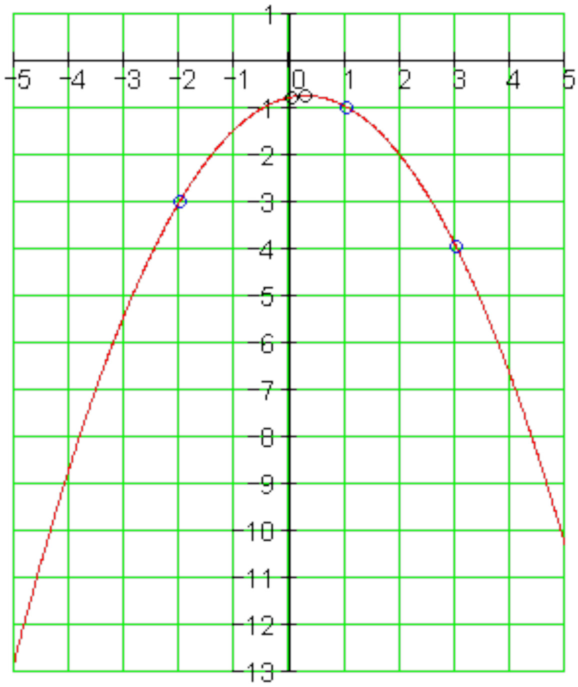
$$= -\frac{13}{30}\left(x - \frac{7}{26}\right)^2 - \frac{1199}{1560}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ککرۍ ټکی بنه: $f(x) = -\frac{13}{30}\left(x - \frac{7}{26}\right)^2 - \frac{1199}{1560}$

ککرۍ ټکی : $P_{sp}\left(\frac{7}{26} \mid -\frac{1199}{1560}\right)$

ګراف-



ب - د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1\left(-\frac{1}{2} \mid -2\right) : f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}a_2 - \frac{1}{2}a_1 + 1a_0 = -2$$

$$P_2\left(2 \mid -\frac{1}{2}\right) : f(2) = 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = -\frac{1}{2}$$

$$P_2(3 \mid 2) : f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = 2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

a_0	a_1	a_2	
1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$-2 \mid \cdot 4$
1	2	4	$-\frac{1}{2} \mid \cdot (-4)$
1	3	9	$2 \mid \cdot (-4)$
4	−2	1	−8
−4	−8	−16	2 II + I
−4	−12	−36	−8 III + I
4	−2	1	−8
0	−10	−15	$-6 \mid \cdot (-14)$
0	−14	−35	$-16 \mid \cdot 10$
4	−2	1	−8
0	140	210	84
0	−140	−350	−160 | III + II
4	−2	1	−8
0	140	210	84
0	0	−140	−76

$$-140a_2 = -76 \mid : (-140)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{19}{35}}$$

$$-10a_1 - 15a_2 = -6 \Leftrightarrow -10a_1 - 15 \cdot \frac{19}{35} = -6$$

$$\Leftrightarrow -10a_1 - \frac{57}{7} = -6 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = -\frac{3}{14}}$$

$$4a_0 - 2a_1 + a_2 = -8 \Leftrightarrow 4a_0 - 2 \cdot \left(-\frac{3}{14}\right) + \frac{19}{35} = -8$$

$$\Leftrightarrow 4a_0 + \frac{3}{7} + \frac{19}{35} = -8 \Leftrightarrow 4a_0 + \frac{15}{35} + \frac{19}{35} = -8$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_0 = -\frac{157}{70}}$$

$$f(x) = \frac{19}{35}x^2 - \frac{3}{14}x - \frac{157}{70}$$

$$P_1\left(-\frac{1}{2} \mid -2\right) : f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{19}{35} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{3}{14} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) - \frac{157}{70}$$

$$= \frac{19}{140} + \frac{3}{28} - \frac{157}{70} = \frac{19}{140} + \frac{15}{140} - \frac{314}{140} = -\frac{280}{140} = -2$$

$$P_2\left(2 \mid -\frac{1}{2}\right) : f(2) = \frac{19}{35} \cdot 2^2 - \frac{3}{14} \cdot 2 - \frac{157}{70} = \frac{76}{35} - \frac{3}{7} - \frac{157}{70} = \frac{152}{70} - \frac{30}{70} - \frac{157}{70} = -\frac{35}{70} = -\frac{1}{2}$$

$$P_3(3 \mid 2) : f(3) = \frac{19}{35} \cdot 3^2 - \frac{3}{14} \cdot 3 - \frac{157}{70} = \frac{171}{35} - \frac{9}{14} - \frac{157}{70} = \frac{342}{70} - \frac{45}{70} - \frac{157}{70} = \frac{140}{70} = 2$$

د محورغوښتکو شميرنه :

$$f(x) = \frac{19}{35}x^2 - \frac{3}{14}x - \frac{157}{70} \qquad f(0) = -\frac{157}{70} \Rightarrow P_y\left(0 \mid -\frac{157}{70}\right)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{19}{35}x^2 - \frac{3}{14}x - \frac{157}{70} = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - \frac{15}{38}x - \frac{157}{38} = 0$$

د مربع مساوات نورمال بڼه

$$p = -\frac{15}{38}; q = -\frac{157}{38} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{225}{5776} + \frac{157}{38} = \frac{24089}{5776} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{24089}{5776}} = \frac{1}{76} \cdot \sqrt{}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{ll} x_1 = \frac{15}{76} + \frac{1}{76} \cdot \sqrt{24089} \approx 2,24 & \Rightarrow P_{x1}\left(\frac{15}{76} + \frac{1}{76} \cdot \sqrt{24089} \approx 2,24 \mid \right. \\ x_2 = \frac{15}{76} - \frac{1}{76} \cdot \sqrt{24089} \approx -1,84 & \Rightarrow P_{x2}\left(\frac{15}{76} - \frac{1}{76} \cdot \sqrt{24089} \approx -1,84 \mid \right. \end{array} \right.$$

ککرۍ ټکی او ککرۍ ټکی بڼه

$$f(x) = \frac{19}{35}x^2 - \frac{3}{14}x - \frac{157}{70}$$

$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{\frac{15}{76} + \frac{1}{76} \cdot \sqrt{24089} + \frac{15}{76} + \frac{1}{76} \cdot \sqrt{24089}}{2} = \frac{15}{76}$$

$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f\left(\frac{15}{76}\right) = \frac{19}{35} \cdot \left(\frac{15}{76}\right)^2 - \frac{3}{14} \cdot \left(\frac{15}{76}\right) - \frac{157}{70} = -\frac{24089}{10640}$$

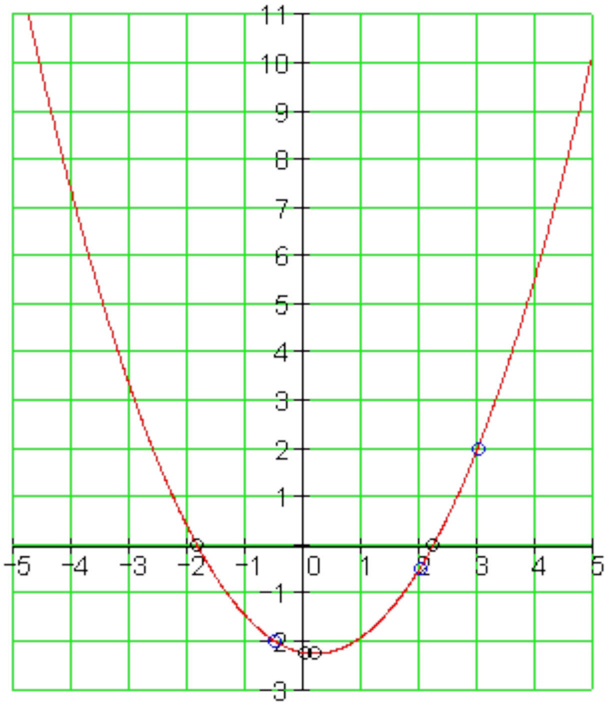
ککرۍ ټکی: $P_{sp}\left(\frac{15}{76} \mid -\frac{24089}{10640}\right)$

ککرۍ ټکي بڼه:

$$f(x) = \frac{19}{35}\left(x - \frac{15}{76}\right)^2 - \frac{24089}{10640}$$

ګراف :

(c) ketabton.com: The Digital Library



پ- د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1\left(-3 \mid \frac{5}{4}\right): f(-3) = 9a_2 - 3a_1 + 1a_0 = \frac{5}{4}$$

$$P_2\left(1 \mid -\frac{1}{4}\right): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = -\frac{1}{4}$$

$$P_2(3 \mid 9): f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = 9$$

a_0	a_1	a_2	
1	−3	9	$\frac{5}{4} \mid \cdot 4$
1	1	1	$-\frac{1}{4} \mid \cdot (-4)$
1	3	9	$9 \mid \cdot (-4)$
4	−12	36	5

$$-24a_1 = -31 \mid : (-24)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_1 = \frac{31}{24}}$$

$$-16a_1 + 32a_2 = 6 \Leftrightarrow -16 \cdot \frac{31}{24} + 32a_2 = 6$$

$$\Leftrightarrow 32a_2 - \frac{62}{3} = 6 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{5}{6}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

-4	-4	-4	$1 II + I$
-4	-12	-36	$-36 III + I$
4	-12	36	5
0	-16	32	6
0	-24	0	-31

$$4a_0 - 12a_1 + 36a_2 = 5 \Leftrightarrow 4a_0 - 12\cdot\frac{31}{24} + 36\cdot\frac{5}{6} = 5$$

$$\Leftrightarrow 4a_0 - \frac{31}{2} + 30 = 5 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -\frac{19}{8}}$$

$$f(x) = \frac{5}{6}x^2 + \frac{31}{24}x - \frac{19}{8}$$

$$P_1\left(-3 \mid \frac{5}{4}\right): f(-3) = \frac{5}{6}\cdot(-3)^2 + \frac{31}{24}\cdot(-3) - \frac{19}{8} = \frac{15}{2} - \frac{31}{8} - \frac{19}{8} = \frac{60}{8} - \frac{50}{8} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$$

$$P_2\left(1 \mid -\frac{1}{4}\right): f(1) = \frac{5}{6}\cdot 1^2 + \frac{31}{24}\cdot 1 - \frac{19}{8} = \frac{5}{6} + \frac{31}{24} - \frac{19}{8} = \frac{20}{24} + \frac{31}{24} - \frac{57}{24} = -\frac{6}{24} = -\frac{1}{4}$$

$$P_3(3 \mid 9): f(3) = \frac{5}{6}\cdot 3^2 + \frac{31}{24}\cdot 3 - \frac{19}{8} = \frac{15}{2} + \frac{31}{8} - \frac{19}{8} = \frac{60}{8} + \frac{31}{8} - \frac{19}{8} = \frac{72}{8} = 9$$

د محورغوځتکو شمیرنه :

$$f(x) = \frac{5}{6}x^2 + \frac{31}{24}x - \frac{19}{8} \qquad f(0) = -\frac{19}{8} \Rightarrow P_y\left(0 \mid -\frac{19}{8}\right)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{5}{6}x^2 + \frac{31}{24}x - \frac{19}{8} = 0$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + \frac{31}{20}x - \frac{57}{20} = 0$$

د مربع مساوات نورمال بنه

$$p = \frac{31}{20}; q = -\frac{57}{20} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{961}{1600} + \frac{57}{20} = \frac{5521}{1600} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{5521}{1600}} = \frac{1}{40}\cdot\sqrt{5521}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$$

$$x_1 = -\frac{31}{40} + \frac{1}{40}\cdot\sqrt{5521} \approx 1{,}08 \qquad \Rightarrow P_{x1}\left(-\frac{31}{40} + \frac{1}{40}\cdot\sqrt{5521} \approx 1{,}08 \mid 0\right)$$

$$x_2 = -\frac{31}{40} - \frac{1}{40}\cdot\sqrt{5521} \approx -2{,}63 \qquad \Rightarrow P_{x2}\left(-\frac{31}{40} - \frac{1}{40}\cdot\sqrt{5521} \approx -2{,}63 \mid 0\right)$$

ککرۍ ټکی او ککرۍ ټکی بنه:

$$f(x) = \frac{5}{6}x^2 + \frac{31}{24}x - \frac{19}{8}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

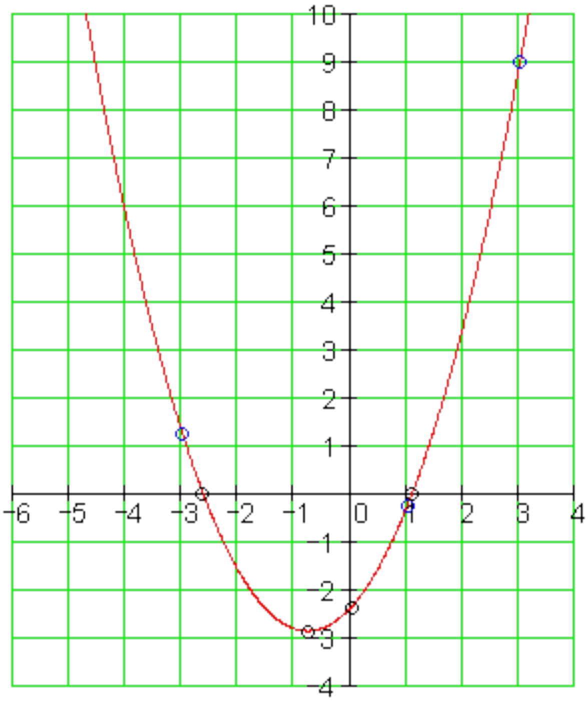
$$x_{sp}=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{-\frac{31}{40}+\frac{1}{40}\cdot\sqrt{5521}-\frac{31}{40}+\frac{1}{40}\cdot\sqrt{5521}}{2}=-\frac{31}{40}$$

$$y_{sp}=f(x_{sp})=f\left(-\frac{31}{40}\right)=\frac{5}{6}\cdot\left(-\frac{31}{40}\right)^2+\frac{31}{24}\cdot\left(-\frac{31}{40}\right)-\frac{19}{8}=-\frac{5521}{1920}$$

ککرۍ ټکی: $P_{sp}\left(-\frac{31}{40}\,\middle|\,-\frac{5521}{1920}\right)$

ککرۍ ټکی بڼه: $f(x)=\frac{19}{35}\left(x+\frac{31}{40}\right)^2-\frac{5521}{1920}$

ګراف :



(c) ketabton.com: The Digital Library

ت –

تابع:

$$y = f(x) = -x^2 - x + 2$$

ککرۍ بڼه یا د رأس بڼه:

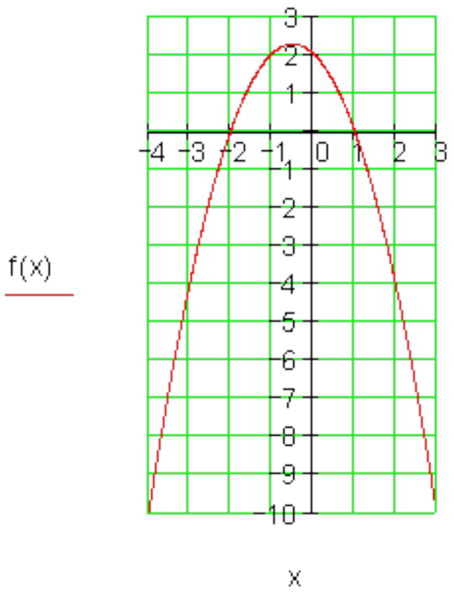
$$y = f(x) = -\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}$$

ککرۍ: $S\left(-\frac{1}{2} \middle| 2\frac{1}{4}\right)$

صفرځایونه:

$$P_{x_1}(1|0); P_{x_2}(-2|0)$$

د y برخه: $P_y(0|2)$



ټ –

تابع:

$$y = f(x) = x^2 - x + 1\frac{1}{4}$$

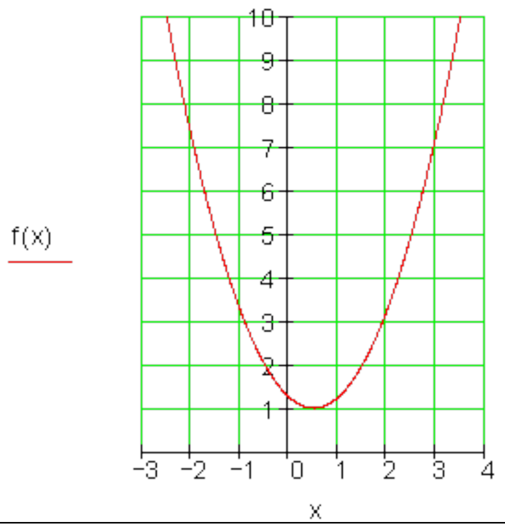
ککرۍ بڼه یا د رأس بڼه:

$$y = f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 1$$

ککرۍ $S\left(\frac{1}{2} \middle| 1\right)$

صفرځایونه: شتون نه لري

د y برخه: $P_y\left(0 \middle| 1\frac{1}{4}\right)$



(c) ketabton.com: The Digital Library

ث –

تابع:

$y = f(x) = -x^2 + 1$

ګکربنه یا د رأس بنه:

$y = f(x) = -(x+0)^2 + 1$

ګکرۍ:

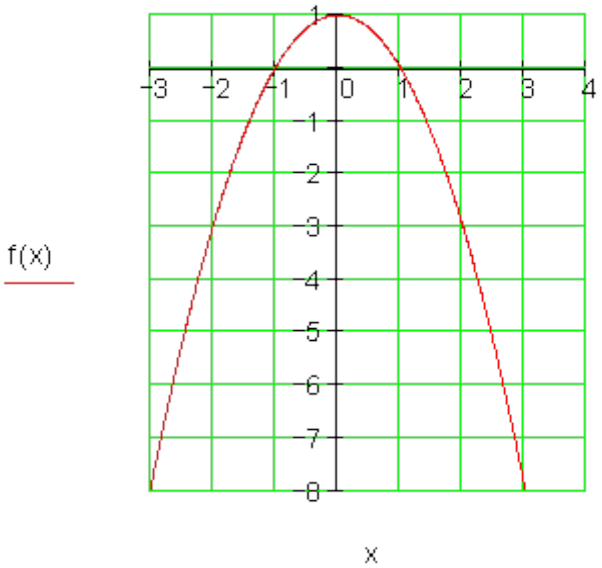
$S(0 \mid 1)$

صفرځایونه:

$P_{x1}(1 \mid 0); P_{x2}(-1 \mid 0)$

د برخه:

$P_y(0 \mid 1) = S$



دویم:

الف- $P_1\left(-\frac{1}{2} \mid 3\right); P_2\left(-5\frac{1}{2} \mid -2\right); P_3\left(-2\frac{1}{2} \mid -5\right)$

ب - $f_4(x) = x^2 + 7x + 6\frac{1}{4}$ پ - $f_4(x) = \left(x + \frac{7}{2}\right)^2 - 6$ ت - $S\left(-\frac{7}{2} \mid -6\right)$

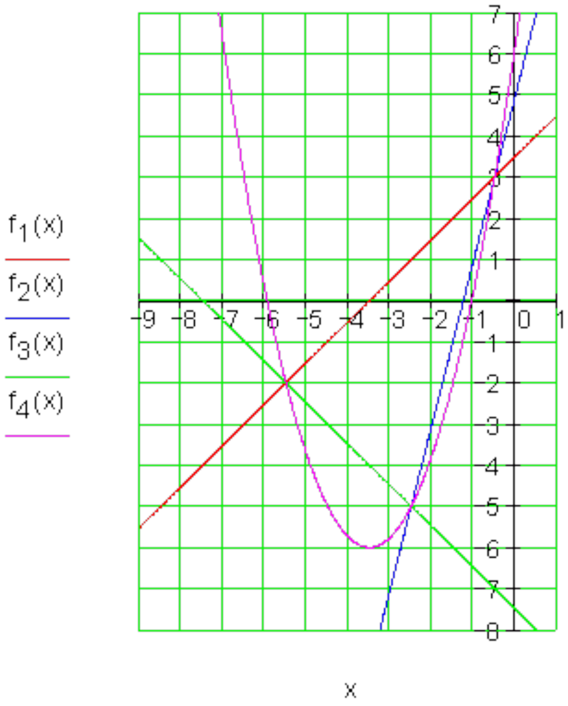
ټ –

$P_{x1}\left(-3\frac{1}{2} \mid 0\right); P_{x2}\left(-\frac{5}{4} \mid 0\right); P_{x3}\left(-7\frac{1}{2} \mid 0\right); P_{x4}\left(-3,5-\sqrt{6} \mid 0\right); P_{x5}\left(-3,5+\sqrt{6} \mid 0\right)$

$P_{y1}\left(0 \mid 3\frac{1}{2}\right); P_{y2}(0 \mid 5); P_{y3}\left(0 \mid -7\frac{1}{2}\right); P_{y4}\left(0 \mid 6\frac{1}{4}\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ث -



دريم:

الف- $P_1\left(\frac{1}{3}|3\right); P_2\left(5\frac{1}{2}|-2\right); P_3\left(2\frac{1}{2}|-5\right)$

ب - $f_4(x)=x^2-7x+6\frac{1}{4}$

پ - $f_4(x)=\left(x-\frac{7}{2}\right)^2-6$

ت - $S\left(\frac{7}{2}|-6\right)$

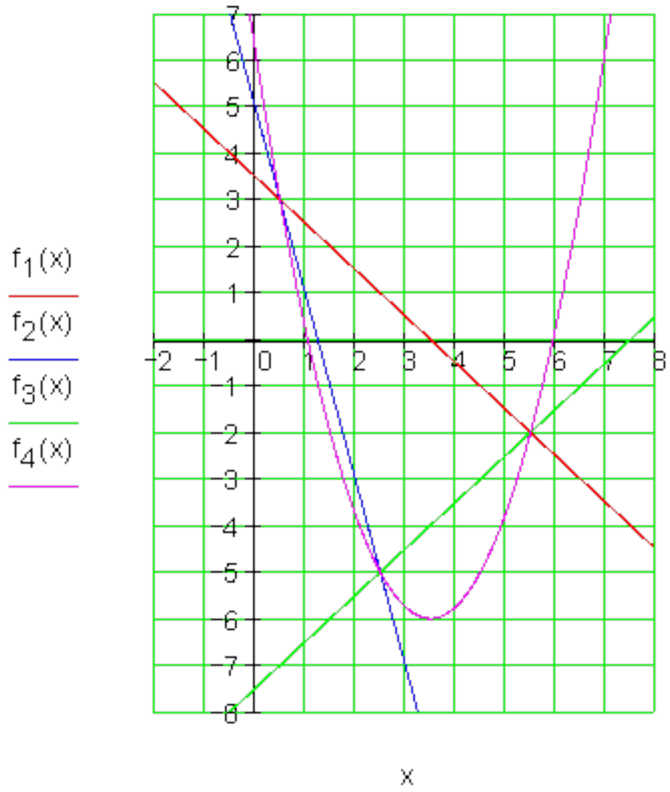
ټ –

$P_{x_1}\left(3\frac{1}{2}|0\right); P_{x_2}\left(\frac{5}{4}|0\right); P_{x_3}\left(7\frac{1}{2}|0\right); P_{x_4}\left(3,5-\sqrt{6}|0\right); P_{x_5}\left(3,5+\sqrt{6}|0\right)$

$P_{y_1}\left(0|3\frac{1}{2}\right); P_{y_2}(0|5); P_{y_3}\left(0|-7\frac{1}{2}\right); P_{y_4}\left(0|6\frac{1}{4}\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ث ـ



خلورم:تابعمساوات: $s(t) = a_2t^2 + a_1t + a_0$

د کچوني ټکی: $P_1(2|4); P_2(4|5); P_3(6|8)$

الف- مساواتسیستم ولیکی:

$$P_1(2|4): 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 4$$
$$P_2(4|5): 16a_2 + 4a_1 + 1a_0 = 5$$
$$P_3(6|8): 36a_2 + 6a_1 + 1a_0 = 8$$

د ګاوس-الګوریتم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a_0 = 5 \qquad a_1 = -1 \qquad a_2 = \frac{1}{4}$

a_0	a_1	a_2	
1	2	4	4
1	4	16	5
1	6	36	8

$s(t) = \frac{1}{4}t^2 - t + 5$

ب-

$s(5) = \frac{25}{4} = 6{,}25 \qquad s(3) = \frac{17}{4} = 4{,}25 \qquad s(0) = 5$

وخت t = 0 کې پيل لار يا s =5 cm ده.

د t وروسته وهل شوې لار 3= s دی s = 4,25cm

وهل شوې لار وروسته لهt = 5 s دی s = 6,25cm

پ- اېښونه: $s(t) = 10 \Leftrightarrow \frac{1}{4}t^2 - t + 5 = 10$

د مربع مساوات حل : $t_1 = 2 + 2\cdot\sqrt{6} \approx 6{,}899$

$t_2 = 2 - 2\cdot\sqrt{6} \approx -2{,}899$ د حل په حيث يې نه لرو

د t = 6,899وروسته s وهل شوې لار 10 cm ده.

تابع : $y = f(x) = x^2 - 7x + 8\frac{1}{4}$

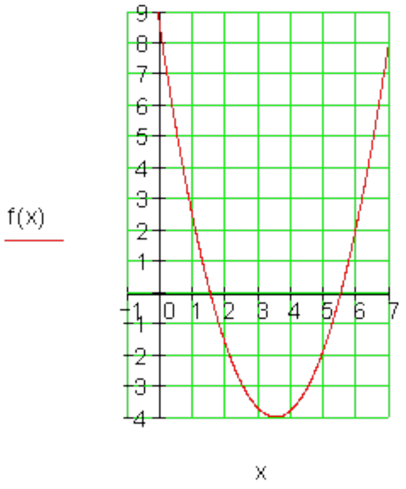
ککرۍ بڼه $y = f(x) = \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - 4$

ککرۍ $S\left(3\frac{1}{2}\middle|-4\right)$

صفرځايونه: $P_{x1}\left(1\frac{1}{2}\middle|0\right); P_{x2}\left(5\frac{1}{2}\middle|0\right)$

د y غوڅی. $P_y\left(0\middle|8\frac{1}{4}\right)$

پنځم: الف-



(c) ketabton.com: The Digital Library

ب –

تابع : $y = f(x) = x^2 + 7x + 9\frac{1}{4}$

$y = f(x) = \left(x + \frac{7}{2}\right)^2 - 3$

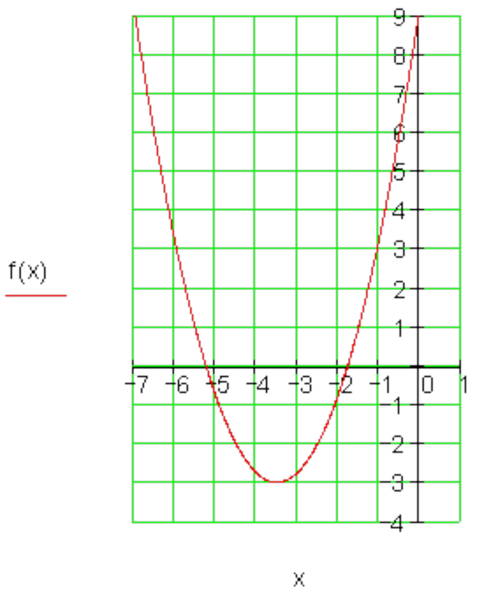
ککرۍ بڼه

ککرۍ $S\left(-3\frac{1}{2} \middle| -3\right)$

$P_{x_1}\left(-3\frac{1}{2} - \sqrt{3} \middle| 0\right)$

صفرځایونه: $P_{x_2}\left(-3\frac{1}{2} + \sqrt{3} \middle| 0\right)$

د y غوڅۍ. $P_y\left(0 \middle| 9\frac{1}{4}\right)$



تابع : $y = f(x) = -x^2 - 8x - 17$

ککرۍ بڼه :

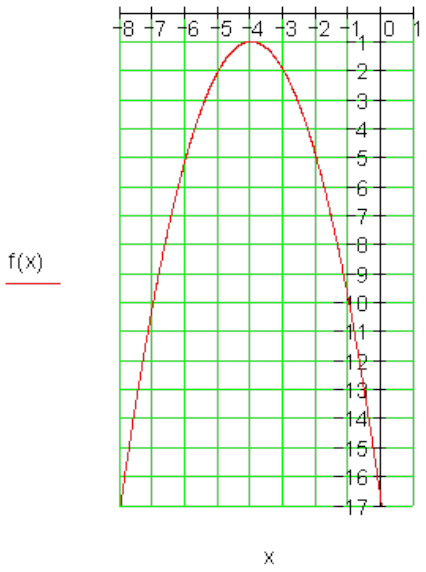
$y = f(x) = -(x+4)^2 - 1$

ککرۍ: $S(-4 \mid -1)$

صفرځایونه: نه شته

د y غوڅۍ.

$P_y(0 \mid -17)$



پ –

(c) ketabton.com: The Digital Library

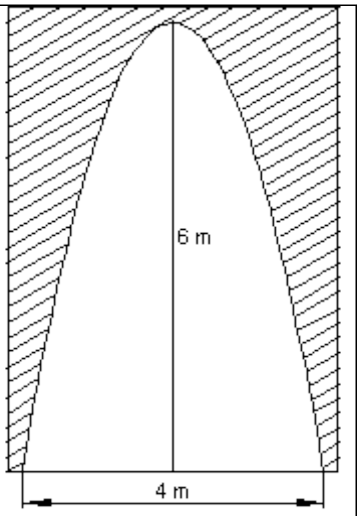
پوښتنې

د مربع مساوات تکست او د اسعمال بېلګې برخه

لومړی –

یوه د ننوتلو دروازه د پارابول بڼه لري هغه 6 m جګه او4 m سروره ده یو موټر 3 m سرور دی او 2,20 m جګ کېدی شي دا موټر په دروازه ننوځي؟

پام اړونه: لومړی د پارابول د لیندۍ فرمول وشمېری.



دویم –

یو غشیویشتونکی غشی نیغولاړ پورته لور ته ولي. د غشي جګوالی h د وخت t په واکوالي کې داسې لیکل کیږي:

$$h(t) = -4t^2 + 15t + 2$$

h په متر اوt په ثانیو

الف – مساوات$h(t) = 0$ حل کړئ او د حل معنا روښانه کړئ.

ب- د$h(t)$ ګراف وکاږئ.

پ- غشی له کوم وخت وروسته بیرته وېشتلجګوالي (h = 0) ته رسیږي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت –خورا لوی جګوال پیدا کړی، چې غشی ورته سیږي.

دریم – یو د تابع مساوات $f(x)=0,1.x^2$ سره پارابول جوړیږي.

له دې سره یو نوی پارابول منځ ته راځي.

اړونده تابعترم ورکړی، که دا دا لاندې ځیرونه یا تابع (ژباړونکی:په متن Abbildung د mapping په معنا دی، نو له دې امله زه ورته ځیرونه لیکم) وي:

الف – د x محور باندې هندارونه.

ب- د y محور باندې هندارونه.

پ – د مثبتx محور په لور په 3 واحده راکښنه.

ت – د کمیز یا منفي y محور په لور په 2 واحده راکښنه.

ټ – د4 ضریب سره د y په لور غزونه.

څلورم – د یوه فابریکوال ګټه د منځ ته راوړې ډېرۍ یا سټ په واک کې یو 2.درجه ټول راشنل یا هوښیار تابع دی.

په 50 ME (ډېرۍ یوون یا سټواحد) تولید سره ګټه صفر دی، د 150 ME لپاره ګټه ماکسیمال ده.

دا 60000 € ده.

د ګټه ترم د ګټې تابع وټاکی.

پنځم – یوه پارابول ډوله کوږ(منحني ډوله) پول یوه د غزیدا اوږدوالی 223 متره لري. یو ګرځنده غواړي د پول جګوال پیداکړي. دی د 1,2 متره واټن د پله تر پښنه ټکي یا پیلټکي(د پښو پلونو(قدمونو) باندې کچ شوی) د پول کږه یا منحني2,0 متره جګ دی(د بدن د لویوالي کچې سره پرتله شوی).

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف – د پول کرښه څومره خورالوی جګوالی لري؟

ب ـ دا پیدا شوی جګوالی په څو په سلو کې تغیر خوري، که ګرځنده د پښوپل اندازه کوني سره10 سانتي متره کم یا لږ اندازه کړی وي؟

ځوابونه

د مربع مساوات تکست او د اسعمال بېلګې برخه۱

نتیجې او ځنې مفصل ځوابونه.

مفصل ځوابونه:

لومړی-د کواوردینات سرچینه یا پیل د پولکرښې یا منحني په کښته کیڼ ګوډ ایښول کیږي.

$$S(2|6) \Rightarrow f(x) = a_2\,(x-2)^2 + 6$$

$$f(0) = 0 \Leftrightarrow 4a_2 = -6 \Rightarrow a_2 = -\frac{3}{2} = -1{,}5$$

$$f(x) = -\frac{3}{2}(x-2)^2 + 6 = \underline{\underline{-\frac{3}{2}x^2 + 6x}}$$

دا موټر 3 m سور ري. دا د پول د لاندې په منځ کې تیریږي، نو دا واټن د کیڼ لاندې ګوډ سره تر اوسه0,5 m دی. د پول د کرښې یا منحني جګوال په دې ورشو کې پروت دی.

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{4} + 6\cdot\frac{1}{2} = \frac{21}{8} = 2{,}625$$

موټر مګر فقط 2,2 m جګ دی. دا د پله لاندې ځاییږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم - مفصل ځوابونه

الف -

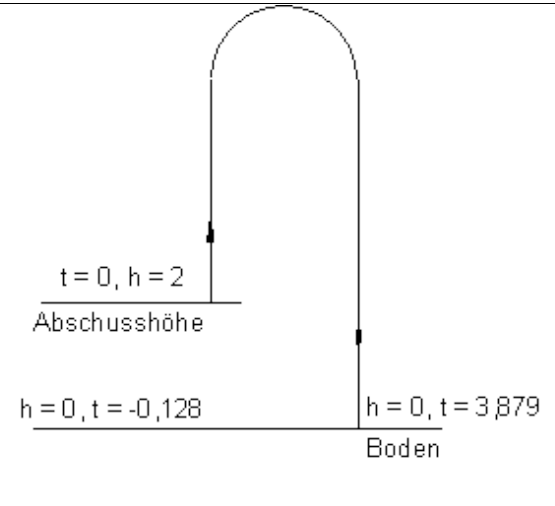
$$h(t) = -4t^2 + 15t + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow t^2 - \frac{15}{4}t - \frac{1}{2} = 0$$

$$\Rightarrow p = -\frac{15}{4}; q = -\frac{1}{2} \Rightarrow D = \frac{257}{64}$$

$$t_1 = \frac{15}{8} + \sqrt{\frac{257}{64}} \approx 3{,}879$$

$$t_2 = \frac{15}{8} - \sqrt{\frac{257}{64}} \approx -0{,}129$$

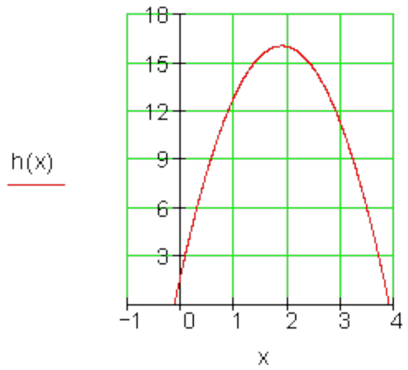


د دواړو ځوابونو غوره والی:

په t = 0 وخت کې غشی له یوه h = 2 m جګوالي څخه ویشتل کیږي.

له t = 3,879 s وخت وروسته غشی په ځمکه لویږي h = 0 .
که سړي دا غشی له ځمکې له سر h = 0 څخه ویشتلی وی، نو ده به د لومړي 2 m لپاره 0,128 s وخت اړتیا لرلی.

ب –



(c) ketabton.com: The Digital Library

پ –

اینبوونه: h(t)= 2

$$\Leftrightarrow -4t^2+15t+2=2$$
$$\Leftrightarrow -4t^2+15t=0$$
$$\Leftrightarrow t(-4t+15)=0$$
$$\Rightarrow t_1=0\,;\,t_2=\frac{15}{4}=\underline{\underline{3,75}}$$

له t = 3,75 s وخت وروسته غشی د 2 m متره وېشتلجګوالي څخه بیرته په ځمکه پروت دی

خورا لویجګوالی په ککرۍ ټکي یا رأس کې.

ت - $t_s=\frac{t_1+t_2}{2}=\frac{15}{8}=1,875$ $h(t_s)=h\left(\frac{15}{8}\right)=\frac{257}{16}\approx 16,063$

له 1,875 s څخه وروسته خورا لوی جګوالي16,063 m ته رسیږي.

دریم - نتیجې

الف – $f(x)=0,1.x^2$ د x په محور هندارونه یا انعکاس. له د لاس ته راځي

$g(x)=-0,1.x^2$

ب –$f(x)=o,1.x^2$ د y په محور هندارونه یا انعکاس له دې لاس ته راځي

$$\Rightarrow g(x)=0,1\cdot x^2$$

له دې امله چې محور سیومتریک دی.

پ - $(x)=o,1.x^2$ په 3Eh د اوړدوالي یونونو یا واحدونو په مثبت x راکښنه .له دې لاس ته راځي: $\Rightarrow \underline{\underline{g(x)=-0,1\cdot(x-3)^2}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت - $(x)=o,1.x^2$ په 2Eh د اوږدوالي یونونو یا واحدونو په کمیز یا منفي y . له دې لاس ته راځي: $\Rightarrow g(x) = -0{,}1 \cdot x^2 - 2$

ټ – $(x)=o,1.x^2$ په y په 4 ضریب غزونه. له دې لاس ته راځي

$$\Rightarrow g(x) = 4 \cdot f(x) = \underline{\underline{0{,}4 \cdot x^2}}$$

څلورم - (لاندې الماني:)

ماکسیموم د$S(150|60000)$ سره په ککرۍ ټکي پروت دی

(ککرۍ ټکیینه) $\Rightarrow G(x) = a_2(x-150)^2 + 60000$

$$G(50) = 0 \Leftrightarrow a_2(-100)^2 + 60000 = 0 \Rightarrow a_2 = -6$$
$$G(x) = -6(x-150)^2 + 60000 = \underline{\underline{-6x^2 + 1800x - 75000}}$$

پنځم –

الف - د پله د کږې یا منحني ټول اوږدوالی $s = 223\ m$ دی.

د y محور پول په دوه برابرو نیمو وېشي، داسې چې ښی پینه ټکی یا د ځمکې د سر ټکی په

$v = 111,5\ m$ پروت دی.

په لومړي حالت کې د پینه – یا ځمکي ټکي څخه واټن $1,2\ m$ دی، دا نو په

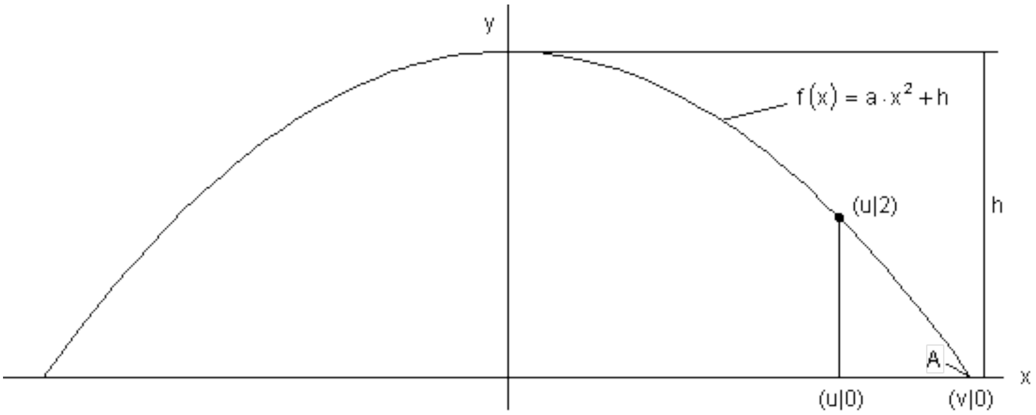
$u = 111,5\ m - 1,2\ m = 110,3\ m$

کې پروت دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

هلته د پول کږه 2 m جګوالی لري.

داچې د ځمکې سر ټکي په دویم حالت کې لویدنه فقط1,1 m باید وي، نو موخه ور دی، چې شمیرنه د متحولې یا اووښتوني u اوv سره په ټولیزه توګه مخ ته بوځو. دا ټیک یا روښانه ارزښت وروسته کیښوول کیږي.



د پارابول تابعمساوات

$$f(x) = a \cdot x^2 + h$$
$$f(u) = 2 \Leftrightarrow a \cdot u^2 + h = 2 \quad (1)$$
$$f(v) = 0 \Leftrightarrow a \cdot v^2 + h = 0 \quad (2)$$

له (1) لاس ته راځي: $a \cdot u^2 + h = 2 \Leftrightarrow h = 2 - a \cdot u^2 \quad (3)$

ارزښت په(2) کې ځای په ځای کړئ

$a \cdot v^2 + 2 - a \cdot u^2 = 0$ د a پسې حل کړئ

$a \cdot v^2 - a \cdot u^2 = -2 \Leftrightarrow a \cdot u^2 - a \cdot v^2 = 2$ ضریبa له نوکانو وباسئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$a \cdot \left(u^2 - v^2\right) = 2 \Leftrightarrow a = \frac{2}{\left(u^2 - v^2\right)}$$

په (3) کې کېږدئ

$$h = 2 - \frac{2}{\left(u^2 - v^2\right)} \cdot u^2 = \frac{2v^2}{v^2 - u^2}$$

Fall=حالت:

$$\text{Fall}: u = 110{,}3 \quad v = 111{,}5$$

$$h_I = \frac{2 \cdot 111{,}5^2}{\left(111{,}5^2 - 110{,}3^2\right)} \approx 93{,}419$$

ب –

Fall= حالت:

$$\text{Fall}: u = 110{,}4 \quad v = 111{,}5$$

$$h_{II} = \frac{2 \cdot 111{,}5^2}{\left(111{,}5^2 - 110{,}4^2\right)} \approx 101{,}886$$

کم زیاتیدنه په% نسبت و hi ته

$$h_{II} - h_I = 101{,}886 - 93{,}419 = 8{,}467 \Rightarrow p = \frac{8{,}467}{93{,}419} \cdot 100 \approx 9{,}06\%$$

د پله کږه یا منحني په لومړي حالت کې څه ناڅه $h_I = 93{,}419$ m جګوالی لري

په دویم حالت کې جګوالی څه نا څه $h_{II} = 101{,}886$ m دی.

د په سلو کې توپیر نسبت و h_I ته څه ناڅه 9,06% دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

د مربع مساوات متني يا تکست او د استعمال بېلګې

برخهII

لومړی: د یوه پارامتر تابعمساوات داسي ورکړل شوي دي: $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1$ ::

الف- د ککری ټکي بنه وشمیرئ.

ب- د محورغوځېدکي وشمیرئ.

پ پارابول دې داسې راکښل شي، چې هغه ټکی چې دy محور باندې د پارابول پروت ټکی له ټکي (1- | 3-) Pتیر شي.

د راکښل شوې پارابل تابعمساوات g(x) څنګه دی؟

ت- دواړه پارابولونه چیرته غوځوي؟

ټ-دواړه پارابولونه په یوه مناسب کواوردیناتسیتم کې وکاږئ.

دویم: د یوې حجرې(کوټه ګی) کلتور په یوه بیالوژیکي معاینه کونه یا کتنه لاندې کچ ارزښتونه لاس ته راځي:

اړين وخت په	0	2	4	6	8
د حجرې تجزيې تعداد	0	2	8	18	32

الف- تابعمساوات وشمیرئ

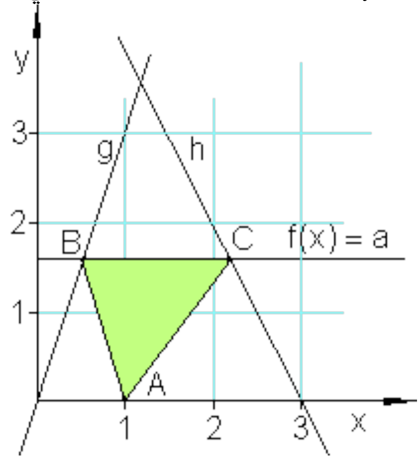
ب-ګراف يې په وه متاسب پروتولاړسیستم کې وکاږئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

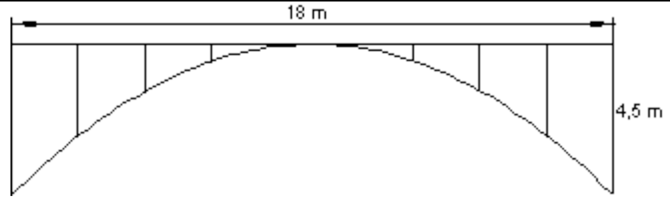
پ-له کو وخت وروسته 200 حجرې وېشني صورت میندلی؟

ت- څومره وخت پهبر کې نیسي، تر هغي چې1800 وېشنو صورت نیولی وي؟

وx محور ته غبرګه کرښه د $0 < a < 3$ لپاره د تابع مساوواتa = $f(x)$ سره کرښه g په ټکي B او کرښه h په ټکي C کې غوڅوي.
دA کواوردیناتونه $A(1 | 0)$ دي.
ټکی A, B اوC د یوه درېګوډي یا مثلث د ګوډونو (زاویو یا کونجونو) ټکي دي.
a څنګه وټاکل شي، چې د مثلث سطحه خورا لوی ارزښت ولري؟
د دواړو کرښو د کواوردینات ټکي کیدی شي ولوستل شي.



څلورم: په څرګنده توګه د یوه ګرندي موټر د تیلو لګښت د موټر د چټکتیا یا سرعت په واک کې دی. د کچرني له لارې تابعییزی - یا فنکشنالي اړیکي پیداکیږي.
باور لري: $K(v) = 0{,}002\ v^2 - 0{,}18\ v + 8{,}55$ د$v > 40$ لپاره.
دلته په دې معنا دي: $K(v)$ د تیلو لګښت په Liter/100 km اوv چټکتیا په km/h .
الف- په کومه چټکتیا سره په سل کیلو متره ټیک اوه لیتره تیل لګیږي یا مصرفیږي.
ب- په کومه چټیا د تیلو لګښت خورا لږ دی؟
پنځم:

	د یوه 18 m اوږده پول لپاره په 2 m واټن تکیه متې یا- پینې په کار دي. د ټولو متو یا پینو اوږدوالی وشمیری.

(c) ketabton.com: The Digital Library

حلونه

د مربع مساوات تکست او د اسعمال بېلګي برخه II

مفصل حلونه

لومړی:

الف-

$$f(x)=-\frac{1}{2}x^2+2x+1 \Leftrightarrow f(x)=-\frac{1}{2}\left(x^2-4x-2\right)$$

$$\Leftrightarrow f(x)=-\frac{1}{2}\left(x^2-4x+2^2-2^2-2\right) \Leftrightarrow f(x)=-\frac{1}{2}\left[(x-2)^2-4-2\right]$$

$$\Leftrightarrow f(x)=-\frac{1}{2}\left[(x-2)^2-6\right] \Leftrightarrow f(x)=-\frac{1}{2}(x-2)^2+3 \Rightarrow S(2\,|\,3)$$

ب-

$$f(x)=-\frac{1}{2}x^2+2x+1 \Rightarrow f(0)=1 \Rightarrow P_y(0\,|\,1)$$

$$f(x)=0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2+2x+1=0\,|\cdot(-2)$$

$$\Leftrightarrow x^2-4x-2=0$$

$$\Rightarrow p=-4\,;\,q=-2$$

$$\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=(-2)^2+2=4+2=6$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \quad \begin{vmatrix} x_1=2+\sqrt{6} \\ x_2=2-\sqrt{6} \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow P_{x_1}\left(2+\sqrt{6}\approx 4,45\,|\,0\right)$$

$$P_{x_2}\left(2-\sqrt{6}\approx -0,45\,|\,0\right)$$

پ-د پارابول ټکی، چي د محور باندي پروت دی، (1 | 0)Pyدی. دا دي ټکي - | 3-) P
(1 ته راکښل شي.

$$P_y(0\,|\,1) \underset{\text{Verschiebung}}{\rightleftarrows} P(-3\,|\,-1)$$

0->-3 په دري يونه يا واحده کين لور ته راکښل شوی

(c) ketabton.com: The Digital Library

1->1 په دوه واحده کښته لور ته راکښل شوی.
که د پارابول یو ټکی دا رکښنه ولري، نو بیا د پارابول هر ټکی دا راکښنه لري، هم ککری ټکی. د پارابول ککری ټکی د تابع مساوات f(x) سره په درې واحده کیڼ لور ته او په دوه واحده کښته لور ته راکښل کیږي، داسي چي له دې دراکښل شوي پارابول ککری ټکی کیږي.
د پارابول ټکی، چي د y محور باندي پروت دی، Py(0 | 1) دی.
دا دې ټکي (1- | 3-) P ته راکښل شي.

$$S(2|3) \underset{\text{3 EH nach links und 2 EH nach unten}}{\rightleftarrows} S(-1|1)$$

د پورته الماني پېنتو: په درې واحده کیڼ او په دوه واحده لاندې لور ته.

$$\Rightarrow g(x) = -\frac{1}{2}(x+1)^2 + 1$$

$$\Leftrightarrow g(x) = -\frac{1}{2}(x^2+2x+1)+1 = -\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{1}{2}$$

ت-

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1 = -\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{1}{2} \;\Big|\; +\frac{1}{2}x^2$$

$$\Leftrightarrow 2x + 1 = -x + \frac{1}{2} \;|\; +x$$

$$\Leftrightarrow 3x + 1 = \frac{1}{2} \;|\; -1$$

$$\Leftrightarrow 3x = -\frac{1}{2} \;|\; :3$$

$$\Leftrightarrow x = x_S = -\frac{1}{6}$$

$$y_s = f(x_S) = f\left(-\frac{1}{6}\right)$$

$$\Leftrightarrow y_S = -\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{6}\right)^2 + 2\cdot\left(-\frac{1}{6}\right) + 1$$

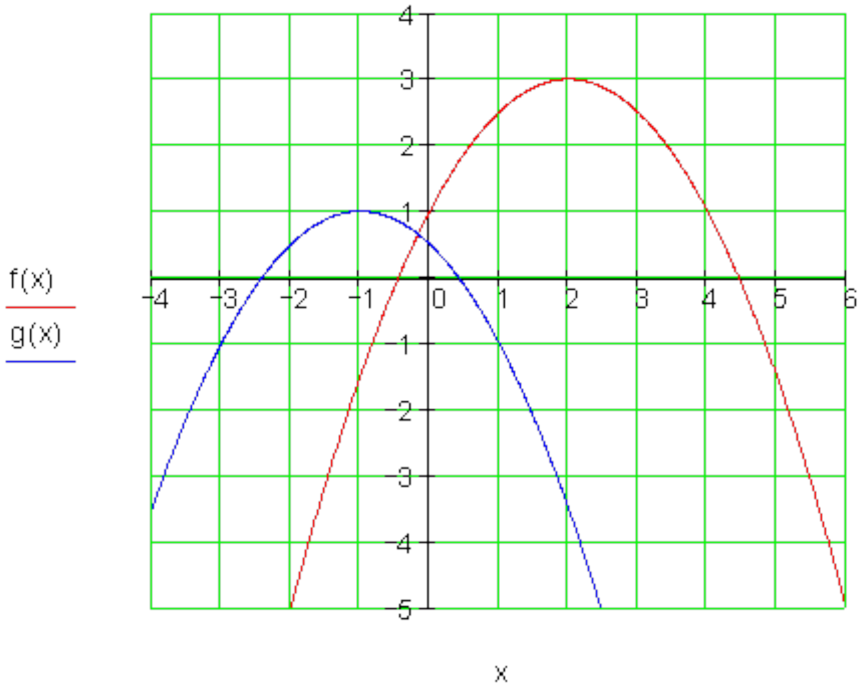
$$\Leftrightarrow y_S = -\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{36} - \frac{2}{6} + 1$$

$$\Leftrightarrow y_S = -\frac{1}{72} - \frac{24}{72} + \frac{72}{72} = \frac{47}{72}$$

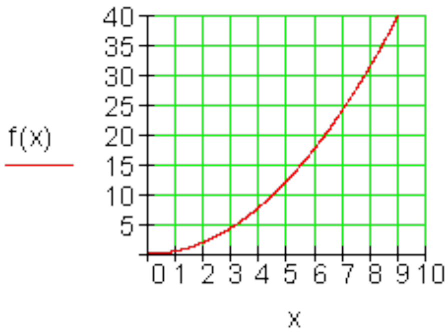
دپارابول غوښتکی: $S\left(-\frac{1}{6} \approx -0{,}17 \;\middle|\; \frac{47}{72} \approx 0{,}65\right)$

ث-

(c) ketabton.com: The Digital Library



دویم:



وخت په	0	2	4	6	8
د حجري وېشنه	0	2	8	18	32

د تابع مساوات: $f(x) = \frac{1}{2}x^2$

د تابع مساوات د ازماېښت له لارې پداکیدی شي.

$f(x) = 1800 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 = 1800 \,|\cdot 2$

$\Leftrightarrow x^2 = 3600$

$\Leftrightarrow x = 60$

$\Rightarrow$ 1800 Teilungen nach 60 h

$f(x) = 200 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 = 200 \,|\cdot 2$

$\Leftrightarrow x^2 = 400$

$\Leftrightarrow x = 20$

$\Rightarrow$ 200 Teilungen nach 20 h

د الماني پښتو: د پسي وېشنه. مخامخ هم

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم:

$$g(x) = 3x\,;\ h(x) = -2x + a_0$$

$$P(3\,|\,0): h(3) = -2\cdot 3 + a_0 = 0 \Leftrightarrow a_0 = 6 \Rightarrow h(x) = -2x + 6$$

د مثلث یا دریګوډي سطحه: $A = \frac{g\cdot h}{2} = \frac{\overline{BC}\cdot a}{2}$

د ټکوB اوC د x کواوردیناتو ټکي ټاکل کیږي.

B : د g(x) غوځی دf(x) سره: $g(x) = f(x) \Leftrightarrow 3x = a \Leftrightarrow x = \frac{a}{3} \Rightarrow B\left(\frac{a}{3}\,\middle|\,a\right)$

C : د h(x)غوځی دf(x) سره :

$$: h(x) = f(x) \Leftrightarrow -2x + 6 = a \Leftrightarrow x = 3 - \frac{5a}{6} \Rightarrow C\left(3 - \frac{a}{2}\,\middle|\,a\right)$$

واټن BC: $3 - \frac{a}{2} - \frac{a}{3} = 3 - \frac{5a}{6}$

سطحه: $A = \frac{\overline{BC}\cdot a}{2} = \frac{\left(3 - \frac{5a}{6}\right)\cdot a}{2} = -\frac{5}{12}a^2 + \frac{3}{2}a = A(a)$

پارابول کښته لور ته واز دی.

صفرځایونه: $a\left(-\frac{5}{12}a + \frac{3}{2}\right) = 0 \Rightarrow a_1 = 0\,;\ a_2 = \frac{18}{5}$

لومړی: ککری ټکي کواوردینات: $\frac{a_1 + a_2}{2} = \frac{0 + \frac{18}{5}}{2} = \frac{9}{5} = 1{,}8$

دویمه د ککری ټکي کواوردینات: $A\left(\frac{9}{5}\right) = \frac{27}{20} = 1{,}35$

د a=18 لپاره د دریګوډي یامثلث سطحه خورالویه (maxiaml) او په رښتیا 1,35FE د سطحي یونونه یا واحدونه ده.

څلورم:

الف- د المانیپښتو: ،، د ... لپاره،،

$$K(v) = 0{,}002v^2 - 0{,}18v + 8{,}55 \text{ für } v > 40$$

$$K(v) = 7 \Leftrightarrow 0{,}002v^2 - 0{,}18v + 8{,}55 = 7 \Leftrightarrow v^2 - 90v + 775 = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$p = -90 ; q = 775 \Rightarrow D = 1250$$

$$v_1 = 45 + \sqrt{1250} \approx 80,36$$

$v_2 = 45 - \sqrt{1250} \approx 9,6$ د $v > 40$ له امله په پوښتنه کې نه راځي .

د یوې چټکتیا 80,36 km/hi سره د لګښت 7 Liter/100 km. دی.

ب –

ککرۍ ټکی خورا لوی یا ماکسیمال دی.

$$v_s = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{45 + \sqrt{1250} + 45 - \sqrt{1250}}{2} = \underline{\underline{45}}$$

$$K(45) = 0,02 \cdot 45^2 - 0,18 \cdot 45 + 8,55 = \underline{\underline{4,5}}$$

د یوې چټکتیا 45 km/h سره دا لګښت خورا لږ او 4,5 Liter/ 100 km دی.د کواوردینات سرچینه د پول کږې یا منحني په ککره کې پرته ده.

$f(x) = a_2x^2$ د P(9|-4,5) سره لاس ته راځي:

$$f(9) = 81a_2 = -4,5 \Rightarrow a_2 = -\frac{1}{18}$$ او $$\underline{\underline{f(x) = -\frac{1}{18}x^2}}$$

د مېږو یا ستنو واټن له ککرۍ ټکي دي: $\pm 1 ; \pm 3 ; \pm 5 ; \pm 7 ; \pm 9$

$$f(1) = f(-1) = -0,056 ; f(3) = f(-3) = -0,5 ; f(5) = f(-5) = -1,389$$

$$f(7) = f(-7) = -2,722 ; f(9) = f(-9) = -4,5$$

د مېږو اوږدوالی د هر ۲ مېږو لپاره:

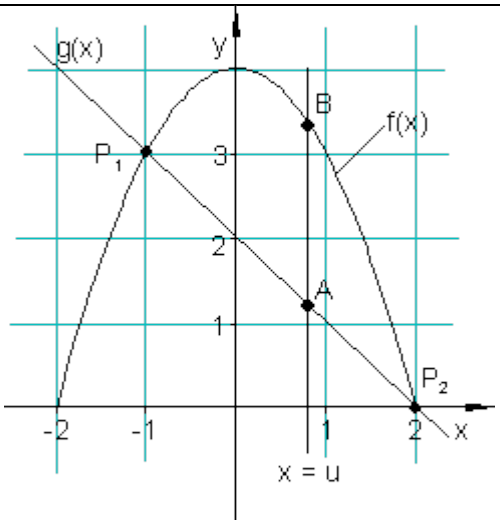
0,056m; 0,5 m ; 1,389m ; 2,722m ; 4,5m

پوښتنې

د مربع مساوات تکست او د اسعمال بیلګې برخهIII

لومړی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

	ترڅنګ جدول ته داتا: پارابول: $f(x)= -x^2 + 4$ y محور ته غبرګ: x=u د $(-1 \le u \le 2)$ سره کرښه g له: $P_1(-1\|3); P_2(2\|0)$ د u = 1 لپاره د A او B واټن وشمیرئ u ځنګه وټاکو، چې د A او B ترمنځ واټن خورا لوی شي؟

دویم: د یوه مال د تولید سره د ورځې ټول ارزښتونه د تولید شوې ډېرئ x په واکوالي یا تابعیت کې په لاندې ډول کره شوې:

$$K(x) = 0{,}125x^2 + 1{,}5x + 200\,;\ 0 \le x \le 90$$

فابریکه په هره دانه د خرڅلاو یو ثابت قیمت د € 14 پلان کړی.

الف- د ټول لګښت کره ړکاړی او د خرڅلاو کرښه. $E(x) = 14x$

ب-شمیرنیز او ګرافیکي وټاکئ، چې د کوم نرخ لپاره د تولید او خرڅلاو لګښت مساوي دی.

(د ګټې ځای په ځایوالی او د ګټې پوبې).$G(x) = E(x)$

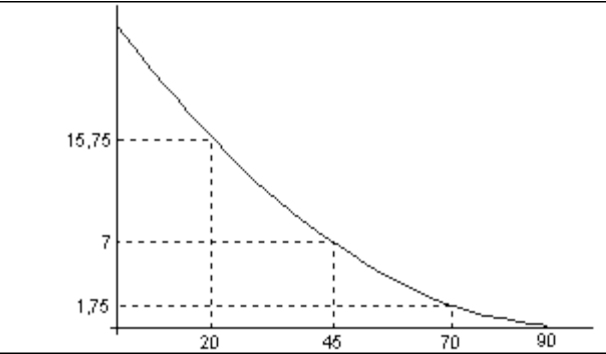
(c) ketabton.com: The Digital Library

پ-د کوم تولید دانو تعداد لپاره ګټه خورا لویه ده؟ $G(x) = E(x) - K(x)$

په پورته کې: ګټه $G(x)$ ، خرڅلاو $E(x)$ ، ټول لګښت $K(x)$

دریم: ښېره د ټوپ مایله(د واورو د ټوپ لپاره، چې مایله جوړېږي Sprungschanze) ښايي. کچاندازه په m له ځیرې راونیسئ

الف- د منډې نخښې(کرږې) تابع مساوات پیدا کړئ
ب- د منډېځای د خورا ټیټ او خورا جګ ټکي کمښت یا فرق وټاکئ.



څلورم:

v	30	40	80
BV	6,25	6,2	7,0

V چټکتیا او په V چټکتیا د تیلو لګښتB

په یوه ازماېښت کرښه(سرک یا لار) کچیږي، چې یوه لارې په برابره پاتې چټکتیا لږوي یا مصرفوي. د تیلو لګښت BV (بنزین لګښت Benzinverbrauch BV) په Liter / 100 km) په واک کې یا تابع دی.

الف- د بنزین لګښت(BV(v (دا په دې معنا، چې د بنزین لګښت د چټکتیا یا سرعت په واک کې یا تابع دی) لپاره تابع ترم وټاکئ.
ب- که منځنۍ چټکتیا 120 km / h وي، نو څومره تیل به ولږېږي؟
پ- په کومه چټکتیا لګښت ټیک 8 Liter / 100 km دی.
ت- په کومه چټکتیا لګښت خورا لږ دی؟

حلونه

د مربع مساوات تکست او د اسعمال بېلګې برخه **III**

(c) ketabton.com: The Digital Library

مفصل حلونه

لومړی:

$f(x)=-x^2+4;g(x)=-x+2$

د ټکو A او B کواوردیناتونه: $A(u|g(u);B(u|f(u))$

د ټکو A او B ترمنځ واټن:

$A(u)=f(u)-g(u)=-u^2+4-(-u+2)=-u^2+u+2$

د $u=1$ لپاره باور لري: $A(1)=-1^2+1+2=2$

خورا لوی واټن د $A(u)$ د ککری ټکي له لارې ټاکل کیږي

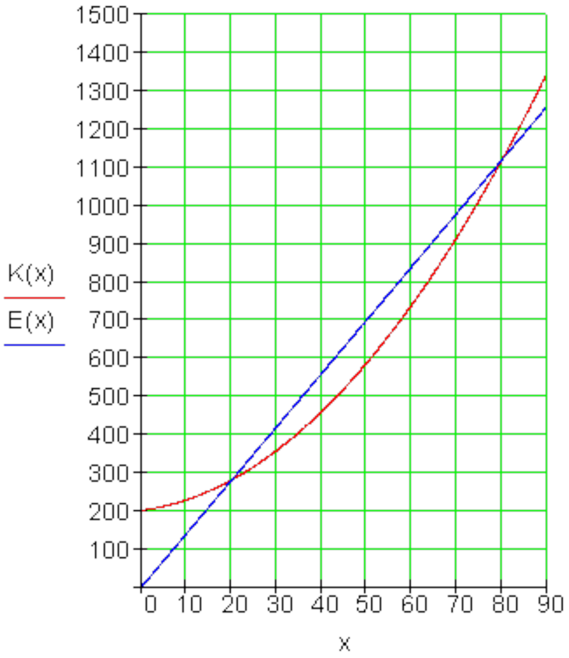
$$A(u)=-u^2+u+2=-\left[u^2-u-2\right]=-\left[u^2-u+\left(\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2-2\right]$$

$$=-\left[\left(u-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{9}{4}\right]=-\left(u-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{9}{4}\Rightarrow S\left(\frac{1}{2}=0,5\;\middle|\;\frac{9}{4}=2,25\right)$$

د $u=0$ لپاره خورا لوی واټن 2,25LE (د اوږدوالي یوونونه یا واحد..) دی.

دویم:

الف- $K(x)=0,125x^2+1,5x+200;\ 0\le x\le 90;\ E(x)=14x$



(c) ketabton.com: The Digital Library

ب –
د ګټې ځای په ځایوالیNS له ګراف ښخه ولولئ:(NS(20|280
د ګټې پوله له ګرافیک ښخه ولولئ:(NS(80|1120
شمیرنیز ځواب:

$$K(x) = E(x) \Leftrightarrow x^2 - 100x + 1600 = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = 80 ; E(80) = 1120 \Rightarrow NG(80 \mid 1120)$$

$$x_2 = 20 ; E(20) = 1120 \Rightarrow NS(20 \mid 280)$$

پ – ګټه:

$$G(x) = E(x) - K(x) = -\frac{1}{8}x^2 + \frac{25}{2}x - 200$$

G(x) یو کښته لور ته واز پارابول دی.

$$G(x) = -\frac{1}{8}x^2 + \frac{25}{2}x - 200 = -\frac{1}{8}\left[x^2 - 100x + 1600\right] = -0{,}125(x-50)^2 + 112{,}5$$

د یوه x=50 دانوتعداد لپاره ګټه خورا لویه یا ماکسیمال(112,50€) ده.
دریم: الف –

$$P_1(20 \mid 15{,}75): \quad f(20) = 400a_2 + 20a_1 + 1a_0 = 15{,}75$$

$$P_2(45 \mid 7): \quad f(45) = 2025a_2 + 45a_1 + 1a_0 = 7$$

$$P_3(70 \mid 1{,}75): \quad f(70) = 4900a_2 + 70a_1 + 1a_0 = 1{,}75$$

a_0	a_1	a_2	
1	20	400	15,75
1	45	2025	7 II − I
1	70	4900	1,75 III − I
1	20	400	15,75
0	25	1625	−8,75
0	50	4500	−14 III − 2 · I
1	20	400	15,75
0	25	1625	−8,75
0	0	1250	3,5

$$1250a_2 = 3{,}5 \Rightarrow a_2 = \underline{0{,}0028}$$

$$25a_1 + 1625 \cdot 0{,}0028 = -8{,}75$$

$$\Rightarrow a_1 = \underline{-0{,}532}$$

$$a_0 + 20 \cdot (-0{,}532) + 400 \cdot 0{,}0028 = 15{,}75$$

$$\Rightarrow a_0 = \underline{25{,}27}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f(x) = 0{,}0028x^2 - 0{,}532x + 25{,}27}}$$

ب – د جګوالي توپیر:

$$f(0) - f(90) = 25{,}27 - 0{,}07 = \underline{\underline{25{,}2}}$$

د منډې ځای د خوراجګ او خورا ټیټ ټکي کمښت یا فرق 25,2 m دی.
څلورم: الف-

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$BV(v) = a_2x^2 + a_1x + a_0 \quad P_1(30|6,25); P_2(40|6,2); P_3(80|7)$$
$$BV(30) = 900a_2 + 30a_1 + 1a_0 = 6,25$$
$$BV(40) = 1600a_2 + 40a_1 + 1a_0 = 6,2$$
$$BV(80) = 6400a_2 + 80a_1 + 1a_0 = 7$$

a_0	a_1	a_2	
1	30	900	6,25
1	40	1600	6,2 II − I
1	80	6400	7 III − I
1	30	900	6,25
0	10	700	−0,05
0	50	5500	0,75 III − 5 · II
1	30	900	6,25
0	10	700	−0,05
0	0	2000	1

$$2000a_2 = 1 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = 0,0005}$$
$$10a_1 + 700 \cdot 0,0005 = -0,05$$
$$\Leftrightarrow \boxed{a_1 = -0,04}$$
$$a_0 + 30(-0,04) + 900 \cdot 0,0005 = 6,25$$
$$\Leftrightarrow \boxed{a_0 = 7}$$

$$\underline{\underline{BV(v) = 0,0005v^2 - 0,04v + 7}}$$

ب-

$$v = 120 : \Rightarrow BV(120) = 0,005 \cdot 120^2 - 0,04 \cdot 120 + 7 = 9,4$$

د 120 km/h چټکتیا سره لګښت 9,4 Liter/100 دی.

پ-

اینوونه: $BV(v) = 0,0005v^2 - 0,04v + 7 = 8$

$$\Leftrightarrow 0,0005v^2 - 0,04v - 1 = 0 \Leftrightarrow v^2 - 80v - 2000 = 0$$
$$\Rightarrow v_1 = 100 ; v_2 = -20$$

د v = 100 km/h چټکتیا سره د تیلو لګښت 8 Liter/100 km دی.

ت-خورا لږ لګښت په غوځتکي کې دی.

$$x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{100 - 20}{2} = 40$$

د ککرۍ x کواوردینات:

$$BV(40) = 6,2$$

د 40 km/h چټکتیا سره د تیلو لګښت 6,2 Liter/100 km دی. دا هغه خورا لږ لګښت دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.11-اقتصادي توابع يا بلواک (لګښتشميرنه)
اقتصادي توابع

د يوه تيوپيکي يا نمونه ييزې بيلګې په مرسته به اقتصادي ستونځې د کرښيزو او مربعيزو يا څلورئ يزو توابعو سره حل شي.

لګښتتابع: $K(x)=0,2x+1,6$ کرښه.

خرڅلاوتابع: $E(x)=-0,2x^2+2x$ پارابول، پورته لور ته واز.

ګټه تابع دئ: $G(x) = E(x) - K(x)$ خرڅلاو تابع – لګښتتابع

ګټه تابع: $G(x)= -0,2x^2+1,8x-1,6$

ماکسيما يا خورا زيات خرڅلاو:

د خورا جګ خرڅلاو ډېرئ يا ستړ او دا ماکسيمال خرڅلاو لاس ته راوړل کيږي، که خرڅلاو تابع**E(x)** ترم ککرئ ټکي بڼې ته لاړ شي چې له هغې ککرئ ټکی لوستل کيږي.	$E(x) = -0,2x^2 + 2x$ $= -0,2\left[x^2 + 10x\right]$ $= -0,2\left[\left(x^2 - 10x + 25\right) - 25\right]$ $= -0,2\left[\left(x-5\right)^2 - 25\right]$ $= -0,2\left(x-5\right)^2 + 5$ (Scheitelpunktform) ککرئ ټکي بڼه

د توليد-يامنځته راوړنې ډېرئ5 ME (د ډېرئ يوون يا واحد) سره د 5 GE(ګټه تابع) سره خرڅلاو ماکسيمال دئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د خرڅلاو درېدنه يا ځای په ځاپياتي کيدنه او د خرڅلاو پوله:

$E(x)=0$ $\Leftrightarrow -0{,}2(x-5)^2+5=0$ $\Leftrightarrow (x-5)^2-25=0$ $\Leftrightarrow (x-5)^2=25$ $\Leftrightarrow \lvert x-5\rvert=5$ $\Leftrightarrow x=0$ يا $x=10$	د يوې فابريکي د خرڅلاو درېدنه يا ځای په ځاپياتي کيدنه او د خرڅلاو پوله هغه ځايونه دي، چې په هغو کې خرڅلاو صفر وي. يعني مساوات $E(x)=0$ حل کيږي.

د خرڅلاو درېدنه يا ځای په ځای پاتي کيدنه په 0 ME (دېرئ واحد) کې ده او د خرڅلاو پوله په 10 ME (دېرئ واحد) کې ده.

د ګټي درېدنه او د ګټي پوله:

$G(x)=0 \Leftrightarrow -0{,}2x^2+1{,}8x-1{,}6=0 \Leftrightarrow x^2-9x+8=0$ $p=-9\,;\,q=8 \Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{81}{4}-\frac{32}{4}=\frac{49}{4}$ $\Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{\frac{49}{4}}=\frac{7}{2}$ $\Rightarrow x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}$ | $x_1=\frac{9}{2}+\frac{7}{2}=8$; $x_1=\frac{9}{2}-\frac{7}{2}=1$	د يوې فابريکي د ګټي درېدنه او د ګټي پوله هغه ځايونه دي، چې په هغو کې ګټه صفر دی. نو مساوات$G(x)=0$ حل کيږي.

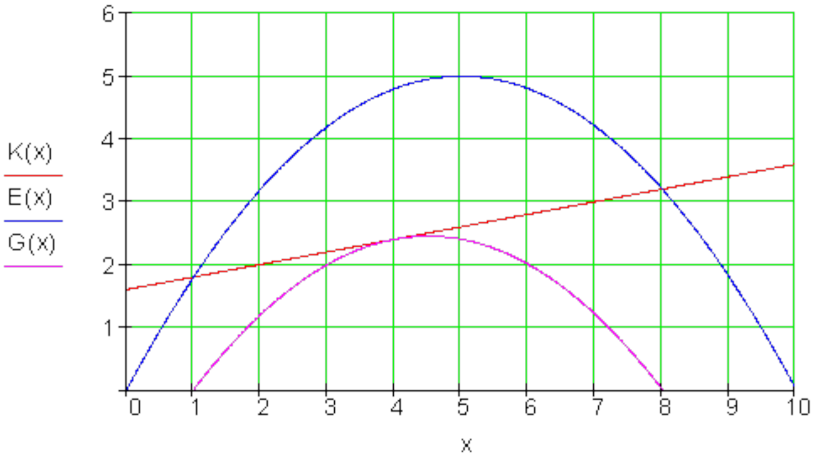
(c) ketabton.com: The Digital Library

د ګټي درېدنه په 1 ME (ډېرى يوون) کي او د ګټي پوله په 8 ME کي.

دګټي ماکسيموم: د منځ ته راوړې ډېرى خورا لويه ګټه لاس ته راړل کيږي، چي د ګټي تابع ترم په ککرى ټکي بنې ته يووړل شي چي له هغي ککرى ټکى لوستل کيږي.	$G(x) = -0,2x^2 + 1,8x - 1,6$ $= -\frac{1}{5}x^2 + \frac{9}{5}x - \frac{8}{5}$ $x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{8+1}{2} = \frac{9}{2}$ $y_s = G(x_s) = G\left(\frac{9}{2}\right)$ $= -\frac{1}{5}\left(\frac{9}{2}\right)^2 + \frac{9}{5}\cdot\frac{9}{2} - \frac{8}{5} = \frac{49}{20}$ $= -\frac{1}{5}\left(x - \frac{9}{2}\right)^2 + \frac{49}{20}$ (Scheitelpunktform) ککرى ټکي بڼه

د 4,5 ME (ډېرى واحد) ډېرى توليد سره ګټه د 2,45 GE (د ګټط يوونو يا واحد)سره خورا لويه ياماکسيما ده.

ګراف:



(c) ketabton.com: The Digital Library

د نتيجو ټولګه:

د5 ME (ډېرې واحد) لرلو ډېرې سره د 5 GE سره خرخلاو خورا لوی دی.

د خرڅلاو درېدنه په 1 ME کې پرته ده او خرڅلاو په 10 ME کې.

د ګټې درېدنه په 1 ME کې پرته ده او د ګټې پوله په 8 ME کې.

د 4,5 ME ډېرې لرلو سره ګټه د 2,45 GE سره خورالويه ده.

ټولګه:

تابعمساوات

د تابع مساوات دا بنه لري: $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$

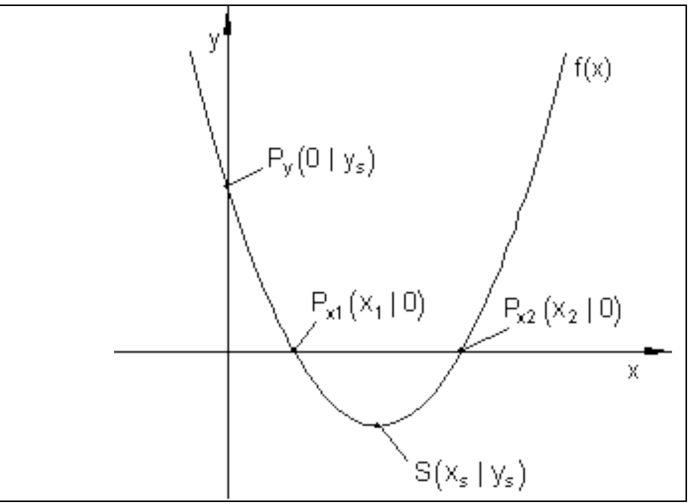
داسې تابع مربع تابع يا څلوری بلواک بلل کيږي او يا هم د دويمې درجې ټول هوښيار تابع. ګرافونه يې پارابولونه بلل کيږي.

ککرۍ ټکي ککرې ټکي بڼه

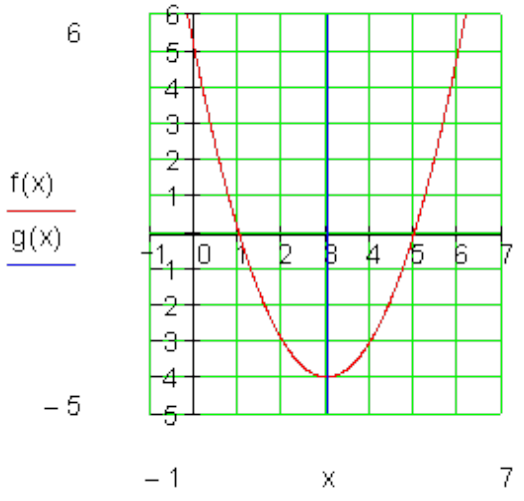
په ټوليزه توګه باور لري:

$f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ د يوه پارابول تابعمساوات يا برابرون دی، چې ککرۍ ټکی $S(x_s | y_s)$ لري،داسې چې $f(x) = a_2(x - x_s)^2 + y_s$ د تابعمساوات ککرۍ ټکی دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

	**محور غوښتکي:** $P_y(0 \mid y_s) \Rightarrow y_s = f(0)$ $P_{x_i}(x_i \mid 0) \Rightarrow f(x_i) = 0$

د سیومتري ښیرنه په ښیره شوي پارابول کې جې د محورونو سیومتریک دي ، د y

	په ښیره شوي پارابول کې جې د محورونو سیومتریک دي ، د y محور سره غبرګ د ککرۍ ټکي له لارې تیریږي. دا د ټول غبرګو لپاره باور لري. د سیمتری محور مساوات چې د ککرۍ ټکي ښخه تیریږي $S(x_s \mid y_s)$ دي $x = x_s$ دلته $x = 3$. صفرځایونه هم سیمتري محور ته سیمتریک دي. دا په دې معنا چې د ښرګند صرځایونو ښخه د x ارزښتونه شمیرل کیدی شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

له صفر ځايو څخه د ککرۍ ټکي شميرنه

صفرځايونه $x_1; x_2$ څرګند دي: له دط لاس ته راځي

$$\Rightarrow x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} \Rightarrow S(x_s \mid f(x_s))$$

د **p-q** - فرمول، ديسکريمينانتونه او د حلونو ډېرۍ يا سټ

د مربع مساوات نورمال بڼه: $f(x) = x^2+px+q$

p-q- فرمول: $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ ديسکريمينانت: $D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$

د D ديسکريمينانته د مربع مساوات د حلونو تعداد په ګوته کوي.

$$x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{D} \quad \vee \quad x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{D}$$

دوه د حلونو توکي	$D > 0 \Rightarrow L = \{x_1 ; x_2\}$
يو د حل توکی(ډبل حل)	$D = 0 \Rightarrow L = \{x\}$
کوم حل توکی نه شته	$D < 0 \Rightarrow L = \{\ \}$

د ويتا جمله **Der Satz von Vieta**

که x1 او x2 د مربع مساوات x^2+px+q حلونه وي، نو ويتا د ريښي جمله باور لري:

$x1+x2=-p$ او $x1.x2=q$

صفرځايونه او کرښيز ضريبونه

x1 او x2 د مربع تابع صفرځايونه د لاندې تابع مساوات سره:

$$f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$$

نو کيدی شي چې سړی د تابع مساوات د کرښيزو صريبونو په ډول وليکي:

$$f(x) = a_2 \underbrace{(x - x_1)}_{\text{Linearfaktor}} \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Linearfaktor}}$$

کرښيز ضريب

(c) ketabton.com: The Digital Library

د صفرضرب جمله

ضرب ټیک هلته صفر دی، که د صریبونو څخه یو یې صفر وي.

$(x+a)(x+b)=0 \Leftrightarrow x_1=-a$ او $x_2=-b$

بیلګه:

$(x-2)(x+1)=0 \Leftrightarrow x1=0;$ له دې لاس ته راځي او پهڅېټ یا برعکس $x1=2$ او $x2=-1$

$x(x+3)=0$ له دې لاس ته راځي او په څټ $x1=0$ او $x2=-3$

د کربښې او پارابول غوڅېدکی

اینښوونه: د تابع مساواتو برابراینښوونه $(x)=g(x)$ له دې لاس ته مربع مساوات راځي که:

$D>0: \Rightarrow$	پارابول او کربښهپه دوه ټکو کې سره غوځوي
$D=0: \Rightarrow$	پارابول او کربښهسره په یوه ټکي کې لمسوي.
$D<0: \Rightarrow$	پارابول او کربښه سره ګډ ټکي نه لري.

$f(x)-g(x)\Rightarrow$

له دې لاسته راځي کربښیز مساوات له دې لاس ته راځي پارابولونه یو غوڅېدکی لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.12-توان- یا پوتنځ توابع

توان توابع

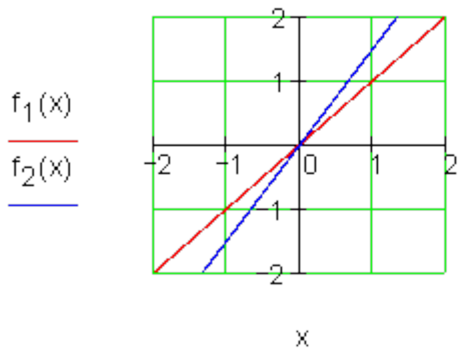
تعریف:

یوه تابع د تابع مساوات $f(x) = a_n x^n \quad ; n \in \mathbb{N} \quad ; a_n \in \mathbb{R}$ سره پوتنځ تابع بلل کیږي.

د n اکپوننت یا جګعدد د پوتنځ تابع درجه ټاکي او ضریب an د ګراف بڼه یا فورم او هغه د بڼي ضریب بلل کیږي.

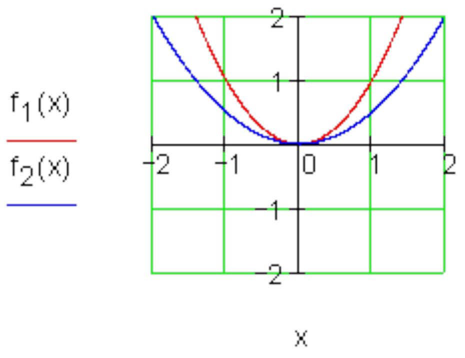
بیلګي:

$f_1(x) := x \qquad f_2(x) := \frac{3}{2} \cdot x$



د لومړی دزجي توان تابع(کرښه)

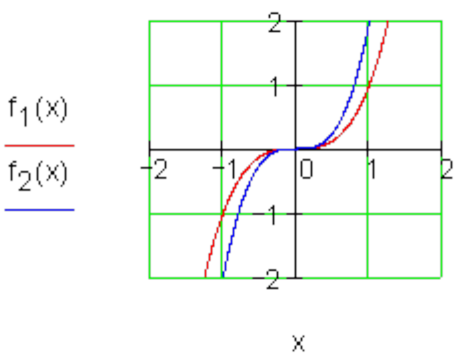
$f_1(x) := x^2 \qquad f_2(x) := \frac{1}{2} \cdot x^2$



د دویمي درجي توان تابع (پارابول)

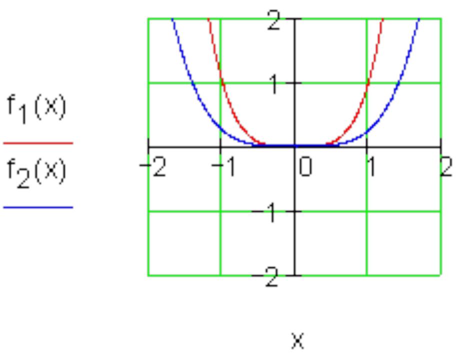
(c) ketabton.com: The Digital Library

$f_1(x) := x^3$ $f_2(x) := 2 \cdot x^3$

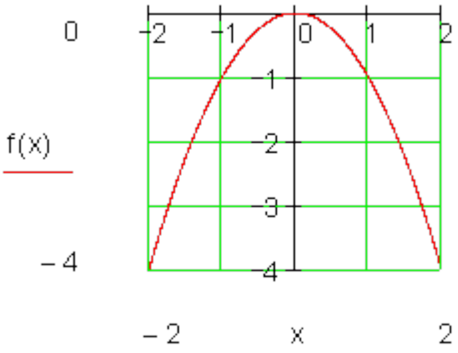


د دريمي درجې توانتابع

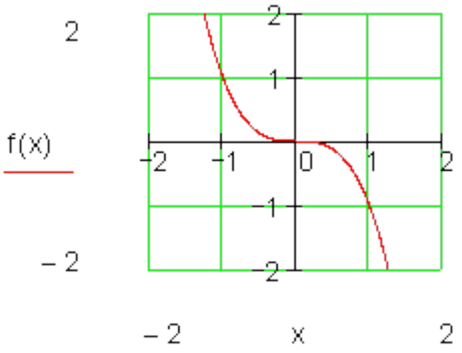
$f_1(x) := x^4$ $f_2(x) := \frac{1}{4} \cdot x^4$



د خلورمي درجې توانتابع



تابع مساوات وليکی



تابع مساوات وليکی

لاندې پوښتنې ځواب کړی:

ب – د n درجه او د a_n مخنخښه د ګراف په تلنه کومه اغيزه لري؟

پ – د پوتنځ تابع n درجه د ګراف په سيومتري کومه اغيزه لري؟

ت – د پوتنځ تابع د n په واکولې او د a_n مخنخښي له امله کوم ارزښتست(ارزښتډيرى) لري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټ - د a_n مطلق ارزښت د ګراف په تلنه کوم اِیز لري؟

ځوابونه لړ وروسته راځي.

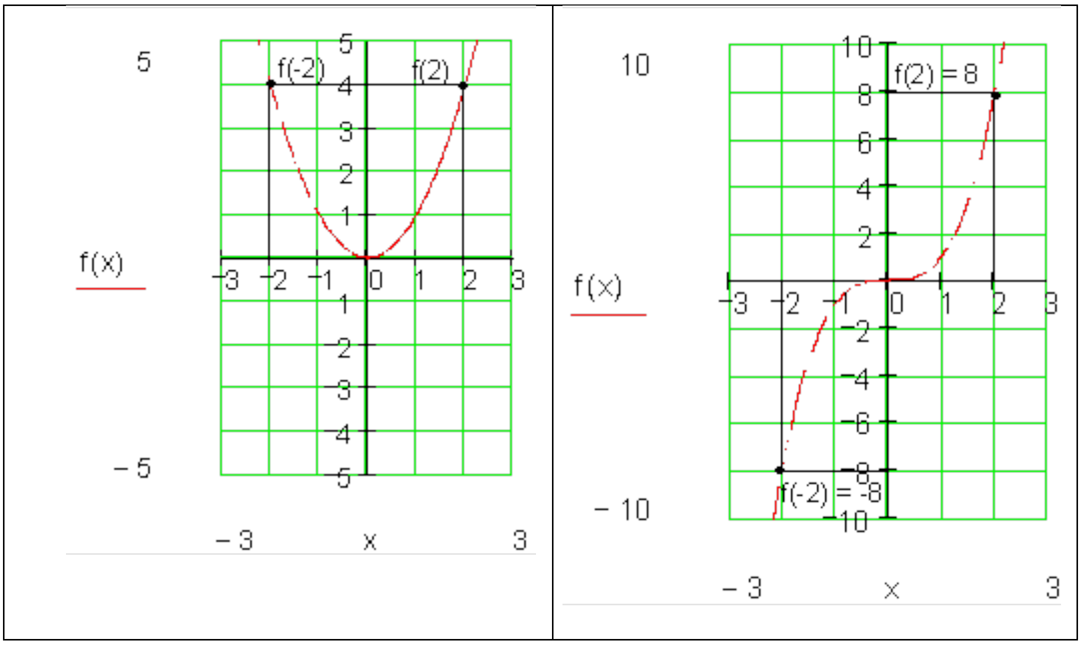
سیومتري

په سیومتري څنګه قضاوت کیدی شي، که څوک فقط د یوه توان(پوتنځ) تابع تابع مساوات پیژني؟

د دې لپاره د لاندې توابعو ګرافونه کاږو:

$f(x)=x^2$ او $f(x) = x^3$

او تابع د $x=-2$ او $x=2$ په ځایونو کې تر څیرنې لاندې نیسو.



(c) ketabton.com: The Digital Library

ګومان مو نږدې دی چې لاندې باور لري:

دx د جوړه جګعدد سره د تابع ارزښتونه برابر دي. دا په دې معنا چې :

محورسیمتریک، نو $f(-x) = f(x)$

د x ناجوړه(طاقو) جګعددونو لپاره د تابع ارزښت برابر مطلق قیمت لري، مګر متضادې مخنخښې لري.

دا په دې معنا جې:

ټکی سیومتریک، نو $f(-x) = -f(x)$

دا اړیکې د ټولو تانتوابعو لپاره باور لري (بې له ښوونې).

د یوه توان - یا طاقت تابع محورسیومتریک دی، که د ټولو $x \in D$ لپاره باور ولري: f(-x)=f(x)

د یوه توانتابع ګراف ټکی سیمتریک دی،که د ټولو $x \in D$ لپاره باور ولري =f(-x) - f(x)

ټولګه:

د $a_n > 0$ لپاره باور لري:

ټول تواان توابع د جوړه جګعدد سره محور سیومتریک دي. دا له II د I. څلورمې ته ځغلي(خوزي).

ټول توانتوابع د ناجوړه(طاق) جګعدد سره ټکیسیومتریک دي. دوی له III.و I. څلورمې(ربع) ته ځغلې(خوزي).

د ټولو 0 > لپاره باور لري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټول توااِن توابع د جوړه جګعدد سره محور سیومتریک دي. دا له III د IV. څلورمې ته ځغلي(خوزي).

ټول توانتوابع د ناجوړه(طاق) جګعدد سره ټکیسیومتریک دي. دوی له .IIو IV. څلورمې(ربع) ته ځغلي(خوزي).

پوښتو ته ځوابونه:

و الف ته : ټول ګرافونه له ټکي (0 | 0) تیریږي.

و ب ته : n جوړه او $an > 0$: ګراف له II و I ته ځغلي.

: n نا جوړه او $an < 0$: ګراف له III و IV ته ځغلي.

n جوړه او $an > 0$: ګراف له III و I ته ځغلي.

: n نا جوړه او $an < 0$: ګراف له II وIV ته ځغلي.

و پ ته - n جوړه: ګراف محور ته سیمتریک دی.

n ناجوړه: ګراف د کواوردینات بیل یاسچېنې ته سیومتریک دی(ټکی سیمتریک).

و ت ته: n جوړه او $a_n > 0$: $f(x) \geq 0$ فقط مثبت تابع ارزښتونه شتون لري د صفر سره.

n جوړه او $a_n < 0$: $f(x) \leq 0$ فقط منفي تابع ارزښتونه شتون لري د صفر سره.

د n ناجوړه او $a_n > 0$: ارزښتډېری $W = IR$

n ناجوړه او $a_n < 0$: ارزښت ډېری$W = IR$.

و ټ ته : ضریبan د همغه د ګراف بڼه ټاکي(غزېدلی یا کیکاګل شوی)له دې امله دا د بڼې صریب هم بلل کیږي. د مخنخښې تغیر د x محور باندې د هنداروني یا منعکسوني اغیزه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرینونه:

د توان تابع خویونه.

د لاندې توانتوابعو درجه وټاکی، په سیمتریکي حالت، د ګراف په تلنه او او ارزښت دېری یې یوه وینا وکړی د د هر ګراف یې په پروت ولاړسیستم (کواوردینات سیستم) کې رسم کړی.

لومړی - $f(x) = -\frac{1}{2}x^2$ دویم - $f(x) = \frac{1}{4}x$

دریم - $f(x) = -\frac{1}{10}x^4$ څلورم - $f(x) = \frac{1}{5}x^3$

پنځم - $f(x) = -\frac{1}{10}x^5$ شپږم - $f(x) = -\frac{1}{2}x$

اوم - $f(x) = -\frac{1}{10}x^3$ اتم - $f(x) = 2x^2$

نهم - $f(x) = \frac{1}{5}x^4$ لسم - $f(x) = -\frac{2}{5}x^4$

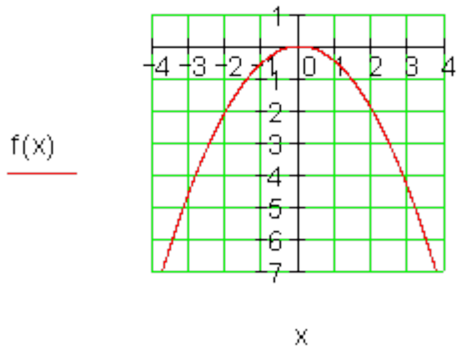
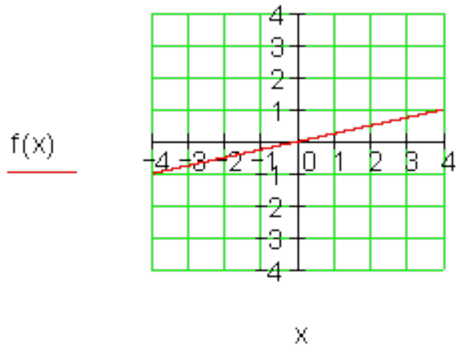
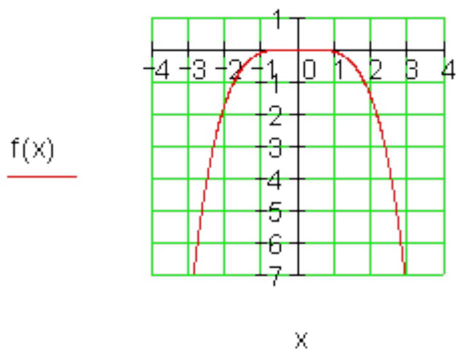
ځوابونه :

د ټول هوښیار یا راشنل اعدادو توابع **I (د توان توابع)**

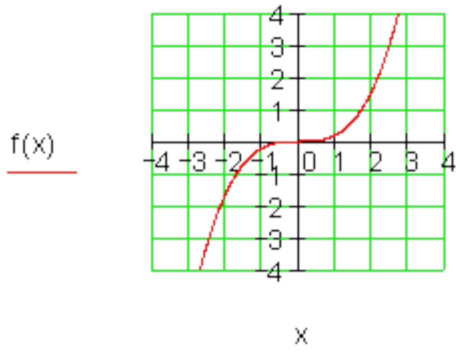
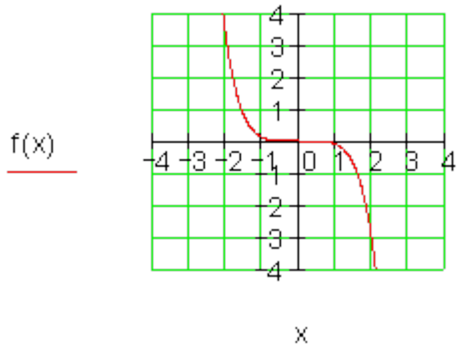
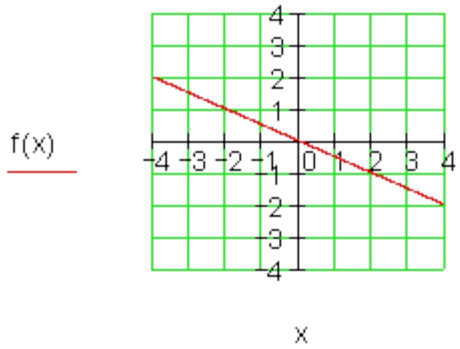
نتیجې:

لومړی:

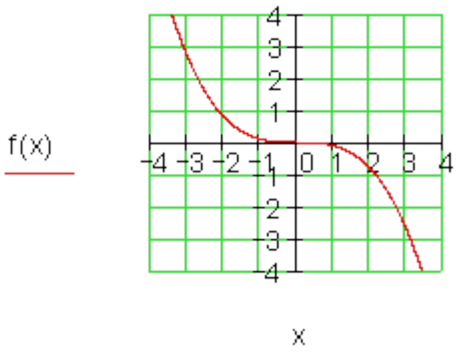
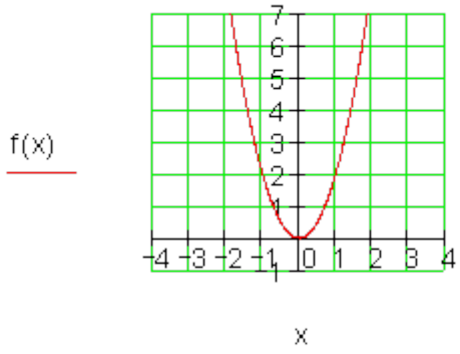
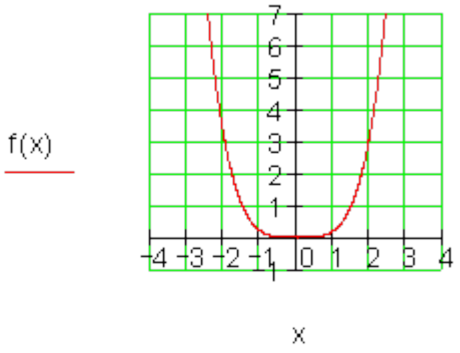
(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) = -\frac{1}{2}x^2$ درجه=۲ تکی سیومتریک تلنه له III و IV ته ارزښتپرس(سټ): $\mathbb{R}^-$	
$f(x) = \frac{1}{4}x$ درجه=1 تکی سیمتریک تلنه له III و I ته ارزښتپرس(سټ):R	دویم: 
$f(x) = -\frac{1}{10}x^4$ درجه=۴ تکی سیمتریک تلنه له III وIV ته ارزښتپرس(سټ): $\mathbb{R}^-$	دریم: 

(c) ketabton.com: The Digital Library

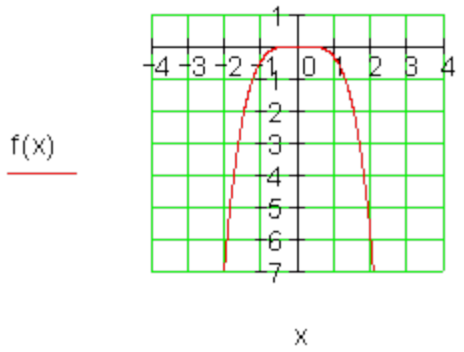
ځلورم: 	$f(x)=\frac{1}{5}x^3$ درجه=۳ تکی سیمتریک تلنه له III و I ته ارزښتډپرس(سټ):R
پنځم: 	$f(x)=-\frac{1}{10}x^5$ درجه=۵ تکی سیومتریک تلنه له II و IV ته ارزښتډپئس(سټ):R
شپږم: 	$f(x)=-\frac{1}{2}x$ درجه= ۱ تکی سیومتریک تلنه له II و IV ته ارزښتډپرئ(سټ):R

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوم: 	$f(x) = -\frac{1}{10}x^3$ درجه= ۳ تکی سیمتریک تلنه له II و IV ته ارزښتډېرس(سټ): R
اتم: 	$f(x) = 2x^2$ درجه=۲ تکی سیمتریک تلنه له II و I ته ارزښتډېرس(سټ): $\mathbb{R}^+$
نهم: 	$f(x) = \frac{1}{5}x^4$ درجه=۴ تکی سیومتریک تلنه له II و I ته ارزښتډېرس(سټ): $\mathbb{R}^+$

لسم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

	$f(x) = -\frac{2}{5}x^4$ درجه=۴ تکی سیومتریک تلنه له III و IV ته ارزښتدپرس(سټ): $\mathbb{R}^-$

n -مه درجه ټولنسبتي یا راشنل اعداد

یو تابع $f(x)$ د

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \ldots + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

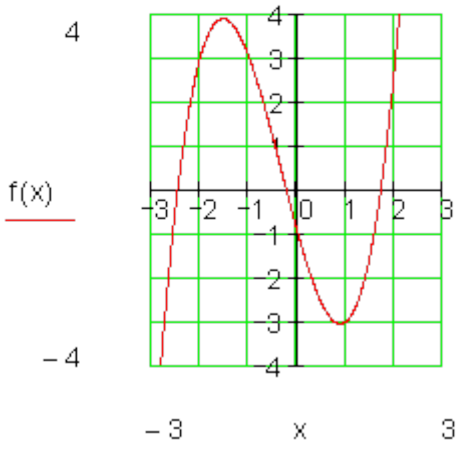
سره n -مه درجه ټول راشنل تابع بلل کیږي.

عددونه $a_n ; a_{n-1} ; a_{n-2} ; \ldots a_2 ; a_1 ; a_0$ ضریبونه بلل کیږي.

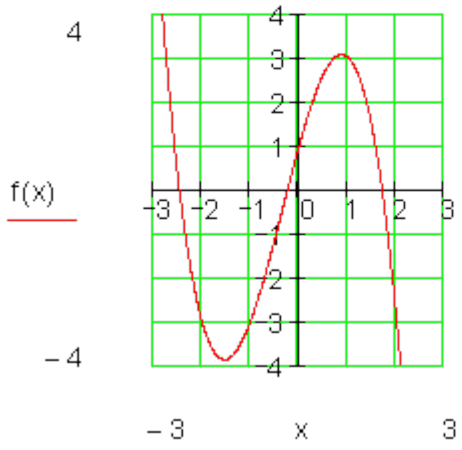
ټول راشنل یا هوښیار توابع د توان توابعو یوځای اینوولو له لارې لاس ته راځي.

بیلګي:

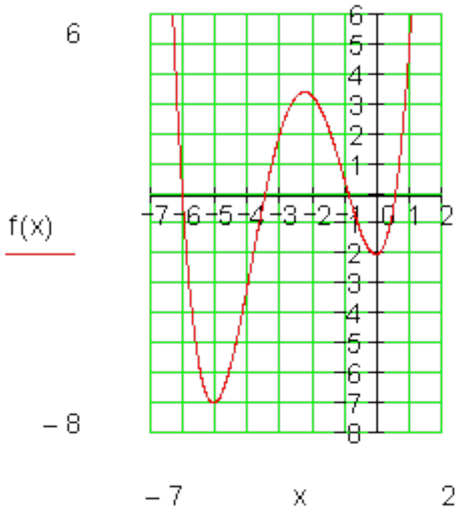
(c) ketabton.com: The Digital Library



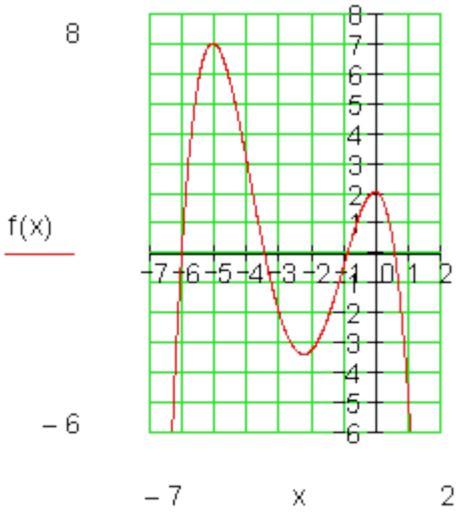
$f(x) = x^3 + x^2 - 4x - 1$



$f(x) = -x^3 - x^2 + 4x + 1$



$f(x) = 0,2x^4 + 2x^3 + 5x^2 + x - 2$



$f(x) = -0,2x^4 - 2x^3 - 5x^2 - x + 2$

د ګراف تلنه

جمله:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ټول راشنل تابع ګراف تلنه د خورا جګ توان زیاته وونې (د جمعې غږي) سره تاکل کیږي.

	n جوړه	n ناجوړه(طاق)
$a_n>0$	تلنه له II و I ته.	تلنه له III و I ته.
$a_n<0$	تلنه له III و IV ته.	تلنه له II و IV ته.

بیلګه: د الماي پینتو: ناجوړه(طاق) جوړه (جفت) ناجوړه

$f(x) = 4x^3 + 2x^2 - 7 \qquad n = 3\,(\text{ungerade}) \wedge a_n = 4 > 0 \Rightarrow \underline{\underline{III - I}}$

$f(x) = -2x^4 + 3x^2 - 4x + 7 \qquad n = 4\,(\text{gerade}) \wedge a_n = -2 < 0 \Rightarrow \underline{\underline{III - IV}}$

$f(x) = -5x^5 + 2x^4 + 9 \qquad n = 5\,(\text{ungerade}) \wedge a_n = -5 < 0 \Rightarrow \underline{\underline{II - IV}}$

سیومتري

ګومان مو نږدې دی، هغه توابع، چې فقط د جوړه جګعددونو توانونو څخه یوځای شوي وي، محور سیومتریک دي او توابع چې فقط د ناجوړه(طاقو) جګعددونو توانونو څخه یوځای شوي وي، ټکی سیومتریک دي.

جمله

د یوه ټولراشنل تابع ګراف تیک هلته محورسیومتریک دی، که تابع مساوات فقط جوړه جګعددونه ولري.

د یوه ټولراشنل تابع ګراف تیک هلته ټکیسیومتریک دی، که تابع مساوات فقط ناجوړه (طاق) جګعددونه ولري.

بیلګه:

$f(x) = 2x^4 + 3x^2 + 1$

$f(-x) = 2(-x)^4 + 3(-x)^2 + 1 = 2x^4 + 3x^2 + 1 = f(x) \Rightarrow$

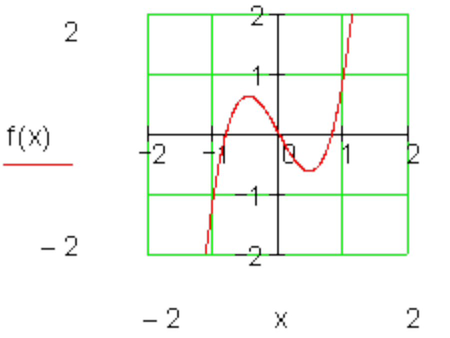
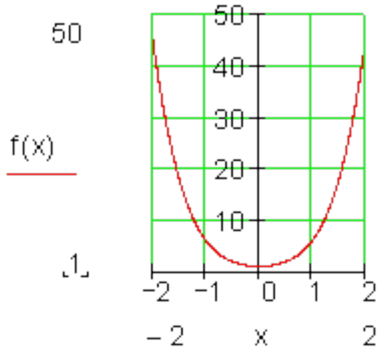
(c) ketabton.com: The Digital Library

محورسیومتریک

$$f(x) = 3x^3 - 2x$$

$$f(-x) = 3(-x)^3 - 2(-x) = -3x^3 + 2x = -\left(3x^3 - 2x\right) = -f(x) \Rightarrow$$

تکی سیومتریک

 $f(x) = 3x^3 - 2x$ سرچینی ته سیومتریک دی (تکی سیومتري)	 $f(x) = 2x^4 + 3x^2 + 1$ yمحور ته سیومتریک دی (محورسیومتریک)

تمرینونه:

د ټول هوښیارو توابعو خوبونه.

د لاندې تاوبعو په سیمتری، تلنه او د صفرځایونو تعداد یا ګنون باندې ویناوې وکړی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی - $f(x) = 2x^2 - 1$ دویم - $f(x) = -3x^3 + 2x^2 - 3x + 1$

ریم - $f(x) = -\frac{1}{2}x^4 + 2x^2 + 2$ څلورم - $f(x) = -x^5 - x^3 + x$

پنځم - $f(x) = x^6 - x^4 + 1$ شپږم - $f(x) = -\frac{1}{2}x^5 + x^2 - 2x$

اوم - $f(x) = \frac{1}{10}x^7 + \frac{1}{8}x^5 - \frac{1}{6}x^3 + x$ اتم - $f(x) = \frac{1}{100}x^{10} - \frac{1}{50}x^6 + \frac{1}{10}x^2$

نهم - $f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + \frac{2}{5}x - 1$ لسم - $f(x) = \frac{3}{4}x^5 - \frac{1}{2}x$ په یوه خوښه ټکي ته سیومتریک

که د یوه ټکي سیومستري تابع ګراف په خوښه راکښل شي، نو سیومتري سرچینې ته ځي، چې موږ یې ټکی سیومتري بولو له منځه ځي. نسبت و موخېټکی ته دا ساتلې پاتې کیږي.

بیلګه:

د $f(x)=0,5x^3-1,5x$ تابع ګراف ټکی سیومتریک دی، یعني سرچینې ته سیومتریک.

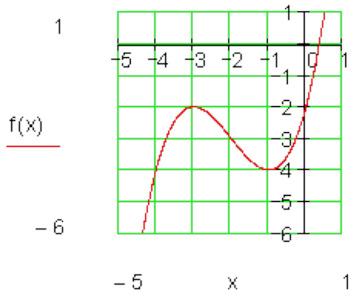
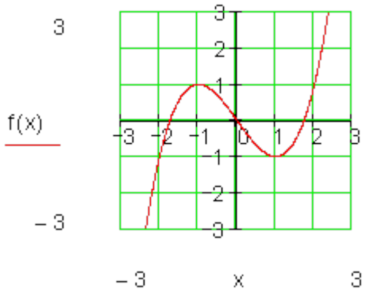
دا ګراف دې په ۲ واحدونو یا یوونونو کیڼ لور ته او په ۳ یوونونو یا واحدونو کښته لور ته راکښل شي.

د راکښلشوي ګراف تابع مساوات دي:

$$g(x) = 0,5(x+2)^3 - 1,5(x+2) - 3 = 0,5x^3 + 3x^2 + 4,5x - 2$$

$g(x)$ و ټکی $P_0(-2|-3)$ ته سیومتریک دی.

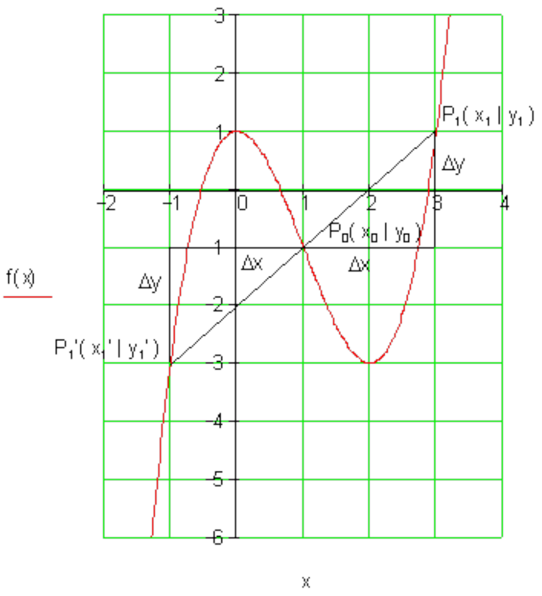
(c) ketabton.com: The Digital Library

 $f(x) = 0,5x^3 + 3x^2 + 4,5x - 2$	 $f(x) = 0,5x^3 - 1,5x$

کواوردیناتسیستم د ګراف په بڼه کوم رول نه لوبوي. تنها تابع مساواتوتغیر خوړلی.

د حالت بیلګه: باید وازمایل شي، چې ایا د دریمي درجې د یوه تول هوښیار تابع ګراف یوه ټاکلي ټکی ته ټکی سیومتریک دی.

ترمخ راوړنه.
چمتووالی:

	د ټکو کواوردینات لپاره باور لري: $x_1 = x_0 + \Delta x$ $y_1 = y_0 + \Delta y$ $x_1' = x_0' - \Delta x$ $y_1' = y_0' - \Delta y$ $\Delta x = x_1 - x_0$ $\Delta y = y_1 - y_0$ د هنداره-یا منعکس شوي ټکو کواوردیناتونه: $x_1' = x_0 - (x_1 - x_0) = \underline{\underline{2x_0 - x_1}}$ $y_1' = y_0 - (y_1 - y_0) = \underline{\underline{2y_0 - y_1}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

	د دې قاعدې يا لار سره تل کېدی شي په P_0 و P_1 ته يوه هندارونه يا انعکاسونه کې اړونده هندارونه P_1' وټاکل شي.

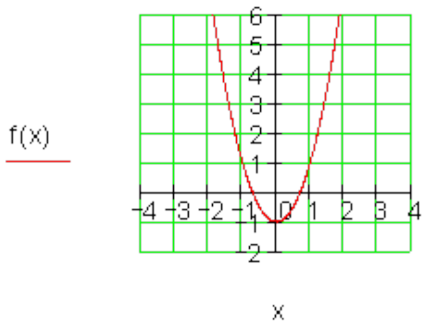
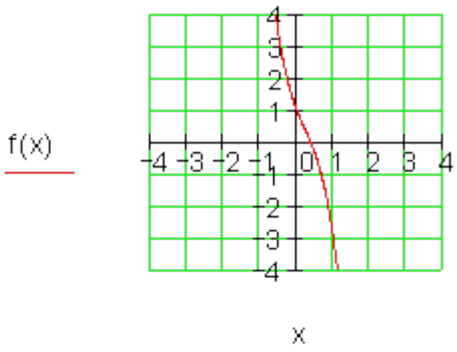
بيلګه:

که هنداورنه په ګراف نه وي پرته ، نو ګراف و P_0 ته تکی سيومتريک نه دی.

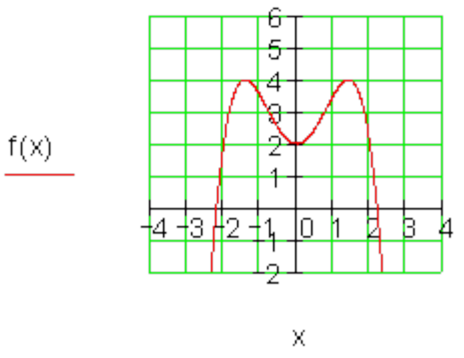
څوابونه:

د تولراسلتوابعو II (سيمتري، تلنه)

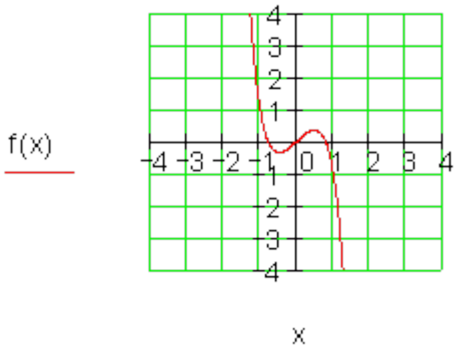
نتيجې:

	لومړی: $f(x)=2x^2-1$ محورسيومتريک تلنه: له او II ته دوه صفرځايونه
	دويم: $f(x)=-3x^3+2x^2-3x+1$ نا سيومتريک تلنه له II و IV ته لږ ترلږه يو صفرځای.

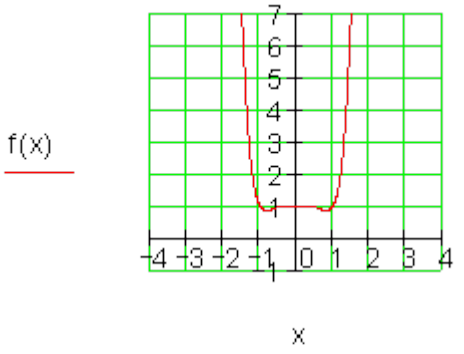
(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم: $f(x)=-\frac{1}{2}x^4+2x^2+2$ محور سیمتري تلنه له III و IV ته زيات له زياته څلور صفرځايونه	

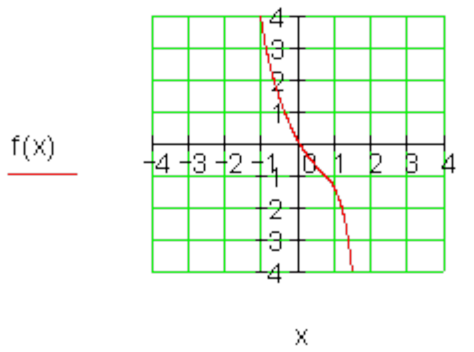
څلورم:

$f(x)=-x^5-x^3+x$ تکی سیومتري تلنه له II و IV ته لږترلږه يو صفرځای	

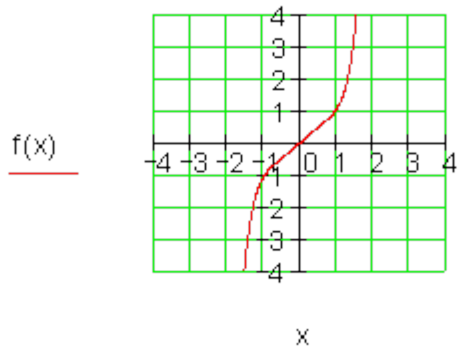
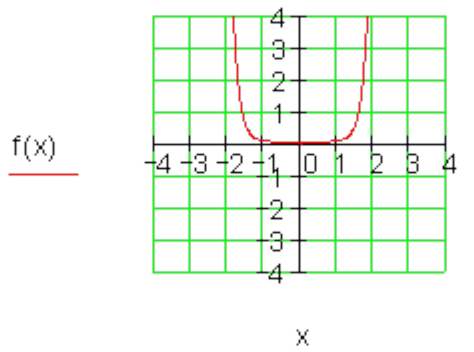
پنځم:

$f(x)=x^6-x^4+1$ محور سیمتري تلنه له II و I ته زيات له زياته شپږ صفرځايونه	

(c) ketabton.com: The Digital Library

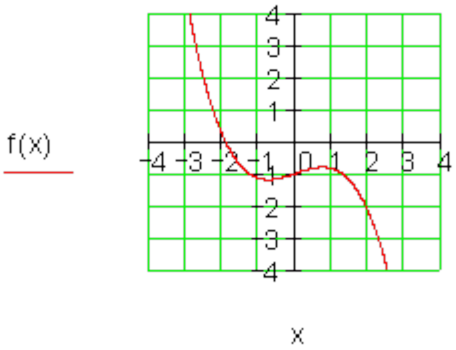
شپږم: $f(x) = -\frac{1}{2}x^5 + x^2 - 2x$ سیمتري نه شته تلنه له II و IV ته لږترلږه یو صفرځای	

اووم:

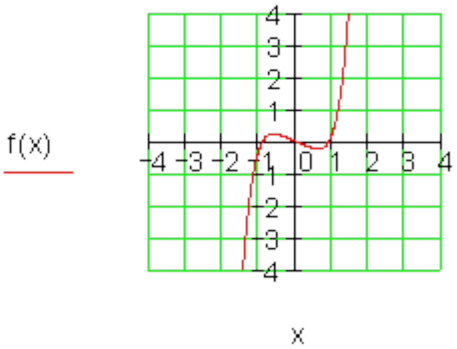
$f(x) = \frac{1}{10}x^7 + \frac{1}{8}x^5 - \frac{1}{6}x^3 + x$ تکی سیومتري تلنه له III و I ته لږترلږهیو صفرځای	
اتم: $f(x) = \frac{1}{100}x^{10} - \frac{1}{50}x^6 + \frac{1}{10}x^2$ محوسیمتري تلنه له II و I ته زیات له زیاته لس صفرځایونه	

(c) ketabton.com: The Digital Library

نهم:

$f(x)=-\frac{1}{4}x^3+\frac{2}{5}x-1$ سیمتري نه شته تلنه له II و IVته لرترلږه یو صفرځای	

لسم:

$f(x)=\frac{3}{4}x^5-\frac{1}{2}x$ تکی سیمتري تلنه له III و I ته لرترلږه یو صفرځای	

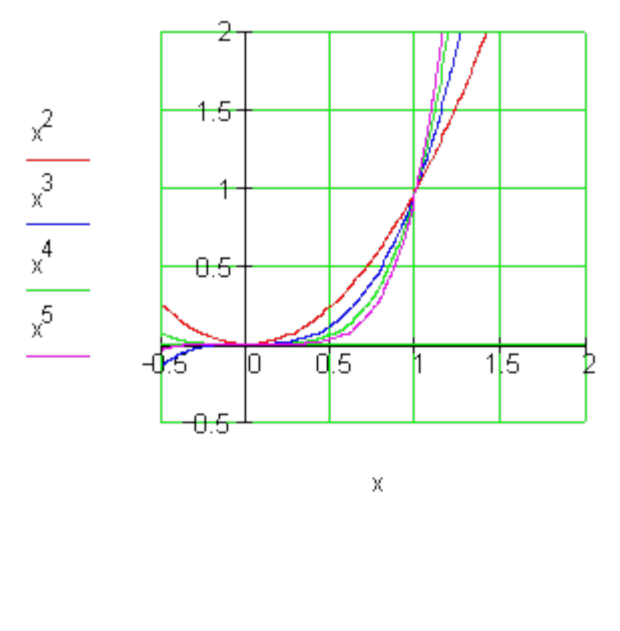
پوښتني

تول نسبتي- یا راشنل توابعI

د توانتوابعو خویونه

لومړی –

(c) ketabton.com: The Digital Library



دا ترڅنګ په 1 . ځلورمه کې ګراف تر ځیرنې لاندې ونیسی

د x ارزښتونو لپاره د 0 او 1 ترمنځ دجګو درجو یو د توان تابع ګراف پروت دی

د یوه توان تابع د ګراف لاندې یا کښته د ټیټې درجې.

د1 < x لپاره دا ټیک په خټ – یا برعکس کېدونکي دي.

د دې حالت لپاره لایل راوړی.

دویم – د دریمې درجې توان تابع کراف دې په دوه واحده کینې لور ته او ترلی په درې واحده پورته لور ته و کښل شي.

د دې راکښل شوې تابع مساوات لپاره دې د تابع مساوات ورکړ شي.

دریم –

د ځلورمې درجې توان تابع ګراف دې په درې واحده ښی لور ته او پسې ترلی دې په دوه ضریبه وغزول شي.

الف – د راکشل شوې ګراف لپاره تابع مساوات ورکړی

ب – وښایی، چې ګراف نه محور – او نه ټکی سیومتریک دی.

ځلورم – په کوم توان تابع $f(x) = x^n$ کې ټکی په ګراف اړه لري؟

د دې توان توابعو مساوات ورکړی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - $P(-3\mid-27)$ ب - $P(-2\mid16)$ پ - $P(0,5\mid0,25)$ ت - $P\left(\frac{1}{3}\mid\frac{1}{27}\right)$

ټ - $P(0,1\mid0,0001)$ ث - $P(-1\mid1)$ ج - $P(-2\mid8)$ چ - $P\left(\frac{3}{4}\mid\frac{81}{256}\right)$

پنځم –

د لاندې توان توابعو سیومتري او د ګراف تلنه وټاکی او د هر یوه ارزښتډیری(ارزشتستې) او درجه ورکړې.

الف - $f(x)=4x^3$ ب - $f(x)=-160x^2$ پ - $f(x)=-1500x$

ت - $f(x)=\sqrt{2}\cdot x^6$ ټ- $f(x)=5$ ث - $f(x)=-25x^5$

شپږم –

لاندې تابع مساوات د پولینوم په بڼه انځور کړی.

هر ځل یې درجه ورکړی.

الف - $f(x)=(x-2)^2-4x^3$ ب- $f(x)=4(x+5)^3+(x-2)(x+2)$

پ- $f(x)=2x^3-(x-1)^2$ ت - $f(x)=(x-4)(x+1)^2$

ټ - $f(x)=\left(x^2-4\right)\left(x^3-x^2+4\right)$ ث - $f(x)=\frac{x-5}{8}(x-2)+\frac{3}{4}x^2$

اوم -

دلیل راړی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د يوه ناجوړه(طاق) درجې ټولراشنل تابع ګراف دx محور لږ ترلږه په يوه ځل غوڅوي.

دا هلته هم باور لري که درجه جوړه يا جفتوي؟

ځوابونه:

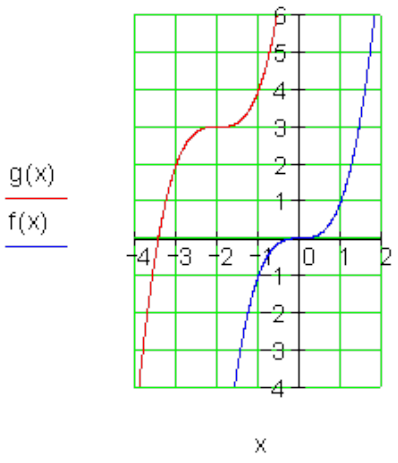
د توان تابع خويونه

نتيجې او ځني مفصل حلونه:

لومړی نتيجه :

که يو عدد چې له ۱ کوچنی وي له خپل ځان سره ضرب شي، نو نتيجه يې تل کوچنی کيږي.

که يو عدد د يوه عدد سره چې له ۱ لوی وي ضرب شي، نو نتيجه يې تل لوييږي

دويم:  	وتون تابع: $f(x)=x^3$ $f_1(x)=(x+2)^3$ په ددرې واحده پورته لورته راکښنه. $g(x)=(x+2)^3+3$ نوی تابع مساوات: $g(x)=x^3+6x^2+12x+11$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم:

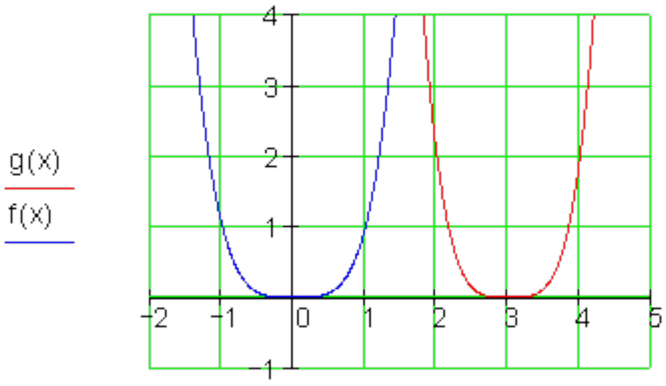
الف - وتونتابع: $f(x) = x^4$

په دريِ واحده ښي لورته راکښنه: $f_1(x) = (x-3)^4$

په ۲ ضريب غزونه: $g(x) = 2(x-3)^4$

نوی تابع مساوات:

$$g(x) = 2x^4 - 24x^3 + 108x^2 - 216x + 162$$



ب – محورسيومتريک: g(-x)=g(x)

$$g(x) = 2x^4 - 24x^3 + 108x^2 - 216x + 162$$

$$g(-x) = 2(-x)^4 - 24(-x)^3 + 108(-x)^2 - 216(-x) + 162$$

$$= 2x^4 + 24x^3 + 108x^2 + 216x + 162$$

$$\Rightarrow g(-x) \neq g(x)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لاس ته راوړنه: ګراف محور سیومتریک نه دی.

ټکی سیومتریک: g(-x)=-g(x) (g(-x) پورته دې وکتل شي).

$$-g(x) = -2x^4 + 24x^3 - 108x^2 + 216x - 162$$

$$\Rightarrow g(-x) \neq -g(x)$$

لاس ته راوړنه: ګراف ټکی سیومتریک نه دی.څلورم:

الف - P(-3|-27) د $f(x)=x^3$ په ګراف پروت دی.، ځکه چې $f(-3)=(-3)^3=-27$

ب – P(-2|16) د $f(x) = x^4$ په ګراف پروت دی،ځکه چې $f(-2) = (-2)^4 = 16$

پ – P(0,5|0,25) د $f(x)=x^2$ په ګراف پروت دی،ځکه چې $f(0,5)=0,25$

ت – $P\left(\frac{1}{3} \middle| \frac{1}{27}\right)$ د $f(x) = x^3$ په ګراف پروت دی،ځکه چې $f\left(\frac{1}{3}\right) = \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}$

ټ – P(0,1|0,0001) د $f(x) = x^4$ په ګراف پروت دی،ځکه چې $f(0,1)=0,0001$

ث – P(-1|1)د $f(x) = x^n$ په ګراف پروت دی، د جوړه n سره

ج – P(-2|8)توان تابع نه شته، چې ګراف یې په دې ټکي کې وځغلي، ځکه چې $(-2)^3 = -8$

چ – $P\left(\frac{3}{4} \middle| \frac{81}{256}\right)$ د $f(x) = x^4$ په ګراف پروت دی،ځکه چې $f\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{81}{256}$

پنځم - نتیجه:

د المانې پښتو: ټکی سیومتریک، محور سیومتریک

الف - $f(x) = 4x^3$ ټکی سیومتریک $W = \mathbb{R}\,;\, n = 3$ $III \rightarrow I$

ب - $f(x) = -160x^2$ محور سیومتریک $W = \mathbb{R}_-\,;\, n = 2$ $II \rightarrow IV$

پ - $f(x) = -1500x$ ټکی سیومتریک $W = \mathbb{R}\,;\, n = 1$ $II \rightarrow I$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت ـ $f(x)=\sqrt{2}\cdot x^6$ محور سیومتریک $W=\mathbb{R}^+;\ n=6$ $II\rightarrow I$

ټ ـ $f(x)=5$ محور سیومتریک $W=\{5\};\ n=0$ $II\rightarrow I$

ث ـ $f(x)=-25x^5$ ټکی سیومتریک $W=\mathbb{R};\ n=5$ $II\rightarrow IV$

شپږم - نتیجي:د الماني پښتو: درجه

الف ـ $f(x)=(x-2)^2-4x^3=-4x^3+x^2-4x+4$

دریمه درجه n=3

ب ـ $f(x)=4(x+5)^3+(x-2)(x+2)=4x^3+61x^2+300x+496$

دریمه درجه n=3

پ ـ $f(x)=2x^3-(x-1)^2=2x^3-x^2+2x-1$ دریمه درجه n=3

ت ـ $f(x)=(x-4)(x+1)^2=x^3-2x^2-7x-4$ دریمه درجه n=3

ټ ـ $f(x)=\left(x^2-4\right)\left(x^3-x^2+4\right)=x^5-x^4-4x^3+16$ پنځمه درجه n=5

ث ـ $f(x)=\frac{x-5}{8}(x-2)+\frac{3}{4}x^2=\frac{7}{8}x^2-\frac{7}{8}x+\frac{5}{4}$ دویمه درجه n=2

اوم – مفصل ځواب:

د یو ناجوړه درجي ټولراشنل تابع ګراف له III و I ته یا له II و IV ته ځغلی(ځي). له دې سره په هرحالت د x محور لږ ترلږه یو ځل غوځیږي(لږ ترلږه یو صفرځای)
د یوه جوړه درجي ټولراسنل تابع د ګراف تلنه له II وI ته یا له III و IV ته ځغلی(ځي). له دې سره په اړیینه توګه د x محور نه غوځیږي (صفرځای نه شته)

پوښتنې

ټول راشنل توابع II

(c) ketabton.com: The Digital Library

سیومتری او تلنه

لومړی – و ښیری، چې ایا f(x) یو ټولراشنل تابع دی. په ورکړشوي حالت کې د تابع ګراف، درجه او د ضریبونو $a_0; a_1; a_2; \ldots a_n$ ارزښتونه ورکړی.

الف - $f(x) = 2$ ب - $f(x) = 4x$ پ - $f(x) = 2^x$ ت - $f(x) = \frac{x^3 - 4x}{8}$

ټ - $f(x) = \sqrt{3}x^4$ ث - $f(x) = \frac{1}{x}$ ج - $f(x) = \sqrt{x}$ چ - $f(x) = \left(x - \sqrt{3}\right)^2$

ح - $f(x) = \left(x + \sqrt{2}\right)\left(x - \sqrt{2}\right)$ خ - $f(x) = 16x^3 - 2x^2 + 5x^2 - 4$

دویم – د لاندې ټولراشنل توابعو څخه کوم یې محور سیومتریک او کوم یې ټکی سیومتریک دي؟

الف - $f(x) = x^4 - 6x^2 + 5$ ب - $f(x) = x^3 + 3x + 1$ پ - $f(x) = (x-2)(x+2)$

ت - $f(x) = x^6 - 6x^2 + \sqrt{3}$ ټ - $f(x) = (x-2)^3(x-1)$ ث - $f(x) = x^4 - \sqrt{5}x^2$

ج - $f(x) = \left(2x^4 + 2x^2 + 5\right)x$ چ - $f(x) = \left(x^2 - 2x + 3\right)(x+1)(x-1)$

ح - $f(x) = 1 - 3x^2 + x^6$

دریم – د c متحوله داسی وټاکی، چې د تابع ګراف ټکی سیومتریک او همداسې محورسیومتریک شي.

الف - $f(x) = x^3 + 4x + c$ ب - $f(x) = (x-c)(x+4)$ پ - $f(x) = x^5 + x^c$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت - $f(x)=x^3\left(x^2-cx\right)$ ټ - $f(x)=c+x^3$ ث - $f(x)=4x^3+x^2+cx^2+5x$

څلورم : د لاندې توابعو د ګراف تلنه معلومه کړئ.

الف - $f(x)=2x^5-6x^3$ ب - $f(x)=-4x^4+3$ پ - $f(x)=2x-5$

ت - $f(x)=-2x^2$ ټ - $f(x)=4x^4-3x^2+4x-5$ ث - $f(x)=-6x+3$

ج - $f(x)=4x^4+3x^3-6x^5$ چ - $f(x)=-2x^5+6x^3$

پنځم - د لاندې توابعو د ګراف تلنه او سیومتري ورکړئ.

الف - $f(x)=\sqrt{3}x^2-\sqrt{5}x^4-2$ ب - $f(x)=x\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(8-\frac{1}{2}x\right)$

پ - $f(x)=5x^6-4x^4+5$ ت - $f(x)=x^5+x^3-2x$

ټ - $f(x)=5$ ث - $f(x)=\left(x^2-25\right)\left(x^2+6x+9\right)$

ج - $f(x)=x^5+4x^4+4x^3$ چ - $f(x)=\left(4x^2-4\right)\left(x^3+8x^2+16x\right)\left(x^3+27\right)$

ح - $f(x)=-3$ خ - $f(x)=-x^5+x^3-2$

شپږم : د لاندې تابعو صفرځیونه وشمېرئ:

الف - $f(x)=(x-4)(x-2)(x+1)$ ب - $f(x)=(x-4)(-x+2)$

پ - $f(x)=x(x+5)^2$ ت - $f(x)=3(x-4)^3(x+2)$

ټ - $f(x)=(2x-4)(x+3)x^3$ ث - $f(x)=x^3-2x^2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځوابونه:

د ټولراشنل توابعوو سیومتري او تلنه

نتیجې

لومړی –

الف - $f(x) = 2 \quad n = 0 \quad a_0 = 2$ ب - $f(x) = 4x \quad n = 1 \quad a_1 = 4$

پ - $f(x) = 2^x$ ټول راشنل تابع نه دی (اکسپوننسل تابع)

ت - $f(x) = \frac{x^3 - 4x}{8} = \frac{1}{8}x^3 - \frac{1}{2}x \quad n = 3 \quad a_3 = \frac{1}{8} \quad a_1 = \frac{1}{2}$

ټ - $f(x) = \sqrt{3}x^4 \quad n = 4 \quad a_4 = \sqrt{3}$

ث – $f(x) = \frac{1}{x}$ ټول راشنل تابع نه دی (مات یا کسري راشنلتابع)

ج – $f(x) = \sqrt{x}$ ټول راشنل تابع نه دی (ریښه تابع)

چ -

$$f(x) = \left(x - \sqrt{3}\right)^2 = x^2 - 2\cdot\sqrt{3}x + 3 \quad n = 2 \quad a_2 = 1 \quad a_1 = -2\cdot\sqrt{3} \quad a_0 = 3$$

ح - $f(x) = \left(x + \sqrt{2}\right)\left(x - \sqrt{2}\right) = x^2 - 2 \quad n = 2 \quad a_2 = 1 \quad a_0 = -2$

خ -

$$f(x) = 16x^3 - 2x^2 + 5x^2 - 4 = 16x^3 + 3x^2 - 4 \quad n = 3 \quad a_3 = 16 \quad a_2 = 3 \quad a_0 = -4$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم : نتیجې:

الف – $f(x) = x^4 - 6x^2 + 5$ محور سیومتریک، n جوړه.

ب – $f(x) = x^3 + 3x + 1$ سیومتري نه شته

پ – $f(x) = (x-2)(x+2) = x^2 - 4$ محور سیموتریک n جوړه.

ت - $f(x) = x^6 - 6x^2 + \sqrt{3}$ محورسیومتیک n جوړه

ټ - $f(x) = (x-2)^3(x-1) = x^4 - 7x^3 + 18x^2 - 20x + 8$ سیومتري نه شته

ث - $f(x) = x^4 - \sqrt{5}x^2$ مورسیومتری n جوړه

ج - $f(x) = (2x^4 + 2x^2 + 5)x = 2x^5 + 2x^3 + 5x$ ټکی سیومتری n ناجوړه یا طاق.

چ - $f(x) = (x^2 - 2x + 3)(x+1)(x-1) = x^4 - 2x^3 + 2x^2 + 2x - 3$ سیومتري نه شته

ح - $f(x) = 1 - 3x^2 + x^6 = x^6 - 3x^2 + 1$ محورسیومتریک nجوړه.

دریم : نتیجې : الف - $f(x) = x^3 + 4x + c$

$c = 0$ $f(x) = x^3 + 4x + c$ د ټکي سیومتري لپاره c=0 . ب - $f(x) = (x-c)(x+4)$

$f(x) = (x-c)(x+4) = x^2 + 4x - cx + 4c$ د محور سیومتری لپاره c=4

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ - $f(x)=x^5+x^c$

$f(x)=x^5+x^c$ c ناجوړه یا طاق د ټکي سیومتري لپاره.

ت - $f(x)=x^3\left(x^2-cx\right)$

$f(x)=x^3\left(x^2-cx\right)=x^5-cx^4$ د ټکي سیومتری پاره c=0 .

ټ – $f(x)=c+x^3$

$f(x)=c+x^3$ د ټکي سیومتری لپاره c= 0

ث - $f(x)=4x^3+x^2+cx^2+5x$

$f(x)=4x^3+x^2+cx^2+5x$ د ټکي سی,متري لپاره c=-1.

څلورم – ښوونه:

الف - $f(x)=2x^5-6x^3$

$f(x)=2x^5-6x^3$ له III و I ته

ب - $f(x)=-4x^4+3$

$f(x)=-4x^4+3$ له III و IV ته

پ - $f(x)=2x-5$

$f(x)=2x-5$ له III وI ته

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت - $f(x)=-2x^2$

$f(x)=-2x^2$ له III و IV ته

ټ - $f(x)=4x^4-3x^2+4x-5$

$f(x)=4x^4-3x^2+4x-5$ له II و I ته

ث - $f(x)=-6x+3$

$f(x)=4x^4-3x^2+4x-5$ له II و I ته

ج - $f(x)=4x^4+3x^3-6x^5$

$f(x)=-6x^5+4x^4+3x^3$ له II و IV ته

چ - $f(x)=-2x^5+6x^3$

$f(x)=-2x^5+6x^3$ له II و IV ته

پنځم - نتیجې: الف - $f(x)=\sqrt{3}x^2-\sqrt{5}x^4-2$

$f(x)=\sqrt{3}x^2-\sqrt{5}x^4-2=-\sqrt{5}x^4+\sqrt{3}x^2-2$ محور سیومتري له III و IV ته

ب - $f(x)=x\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(8-\frac{1}{2}x\right)$

$f(x)=x\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(8-\frac{1}{2}x\right)=-\frac{1}{2}x^3+\frac{31}{4}x^2+4x$ سیومتري نه شته له II و IV ته

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ - $f(x) = 5x^6 - 4x^4 + 5$

$f(x) = 5x^6 - 4x^4 + 5$ محور سیومتري له II و I ته

ت - $f(x) = x^5 + x^3 - 2x$

$f(x) = x^5 + x^3 - 2x$ ټکی سیومتریم له III و I ته

ټ - $f(x) = 5$

$f(x) = 5$ محور سیومتري له II و I ته

ث - $f(x) = (x^2 - 25)(x^2 + 6x + 9)$

$f(x) = (x^2 - 25)(x^2 + 6x + 9) = x^4 + 6x^3 - 16x^2 - 150x - 225$ سیومتري نه شته له II و I ته

ج - $f(x) = x^5 + 4x^4 + 4x^3$

$f(x) = x^5 + 4x^4 + 4x^3$ سیومتري نه شته له III و I ته

چ - $f(x) = (4x^2 - 4)(x^3 + 8x^2 + 16x)(x^3 + 27)$

$f(x) = (4x^2 - 4)(x^3 + 8x^2 + 16x)(x^3 + 27)$
$= 4x^8 + 32x^7 + 60x^6 + 76x^5 + 800x^4 + 1620x^3 - 864x^2 - 1728x$ سیومتري نه شته له II و I ته

ح - $f(x) = -3$ ، $f(x) = -3$ محور سیومتري له III و IV ته

(c) ketabton.com: The Digital Library

خ - $f(x) = -x^5 + x^3 - 2$ ، $f(x) = -x^5 + x^3 - 2$ سيومتري نه شته له II و IV ته

شپږم : نتيجې:

الف - $f(x) = (x-4)(x-2)(x+1)$

$$f(x) = (x-4)(x-2)(x+1) \Rightarrow P_{x_1}(4|0); P_{x_2}(2|0); P_{x_3}(-1|0)$$

ب - $f(x) = (x-4)(-x+2) \Rightarrow P_{x_1}(4|0); P_{x_2}(2|0)$

پ - $f(x) = x(x+5)^2 = x(x+5)(x+5) \Rightarrow P_{x_1}(0|0); P_{x_{2/3}}(-5|0)$

ت - $f(x) = 3(x-4)^3(x+2)$

$$f(x) = 3(x-4)^3(x+2) = (x-4)(x-4)(x-4)(x+2)$$

$$\Rightarrow P_{x_{1/2/3}}(4|0); P_{x_4}(-2|0)$$

ټ - $f(x) = (2x-4)(x+3)x^3$

$$f(x) = (2x-4)(x+3)x^3 \Rightarrow P_{x_1}(2|0); P_{x_2}(-3|0); P_{x_{3/4/5}}(0|0)$$

ث - $f(x) = x^3 - 2x^2$

$$f(x) = x^3 - 2x^2 = x^2(x-2) \Rightarrow P_{x_{1/2}}(0|0); P_{x_3}(2|0)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.15-د ټولراشنل توابعو محور غوځښکي (د محور د تقاطع نقطی)

د ټولراسنل توابعو محور غوځښکي (د محور د تقاطع نقطی)

د y محور سره غوځښکی $P_y(0 \mid y_s)$: $P_y(0 \mid y_s)$ شرط: $y_s = f(0)$

بیلګه : د یا په معنا

$$f(x) = 3x^4 - 2x^2 - 3 \Rightarrow f(0) = 3 \cdot 0^4 - 2 \cdot 0^2 - 3 = 0 - 0 - 3 = -3$$
$$\Rightarrow P_y(0 \mid -3) \text{ oder } P_y(0 \mid f(0))$$

د P_y د y کواوردینات تل د ضریبونو a_0 سره کټمټ ده.

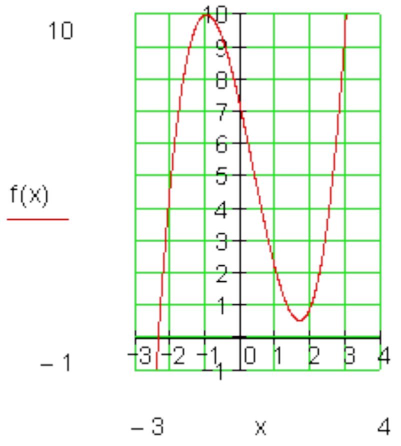
دا تل د تابع مساوات څخه لوستل کېدی شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د x-محور سره غوڅتکی $P_y(x_s|0)$ صفرځای : شرط: $f(x) = 0$

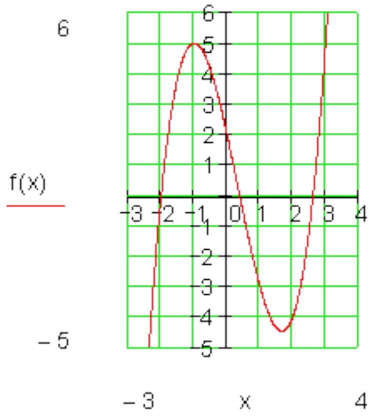
د مربع تابع (د دویمي درجي تولراشنلتابع) خخه بوهیرو، چي دا دوه ، یو ، یا هیڅ صفرځایونه لرودی شي. دا د جگ درجو تول راشنلتابع سره څنګه دی؟

بیلګه:



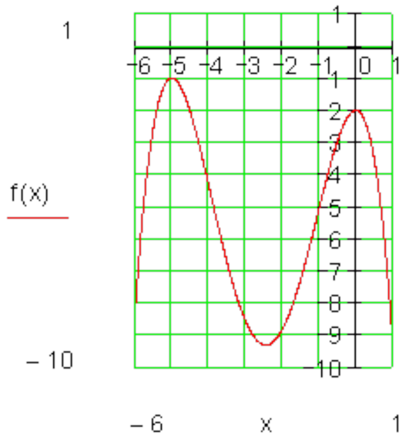
$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 7$

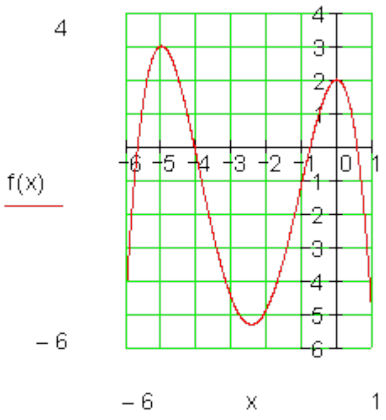
صفرځای نه لري



$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 2$

دري صفرځایونه لري





(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) = -0,2x^4 - 2x^3 - 5x^2 - 0,2x + 2$ څلور صفرځايونه لري.	$f(x) = -0,2x^4 - 2x^3 - 5x^2 - 0,2x - 2$ د صفرځای نه شتون

جمله:

يو د n -مي درجې ټولراشنل تابع زيات له زياته n صفرځايونه لري.

كهn جوړه وي، نو دا لږترلږه يو صفرځای لري.

د صفرځايونو شميرنې لار(تګلار)

د فكتوري كونو يا صربيونو تګلار: $f(x) = 2x^3 - 2x^2 - 4x = 0$

فاكتور x له نوكانو راوتلی شي.

$$\Leftrightarrow x\left(2x^2 - 2x - 4\right) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$$

او په نوكانو كې افاده يا وبينه صفر دی.

$$\Rightarrow 2x^2 - 2x - 4 = 0$$

مربع مساوات دی.

$$2x^2 - 2x - 4 = 0 \mid :2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$$

$$p = -1;\ q = -2 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{1}{4} + 2 = \frac{1}{4} + \frac{8}{4} = \frac{9}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left|\begin{array}{l} x_2 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = \frac{4}{2} = 2 \\ x_3 = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -\frac{2}{2} = -1 \end{array}\right.$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

صفرځایونه :

$$x_1 = 0; x_2 = 2; x_3 = -1$$

د x محور سره غوځېکی

$$P_{x1}(0|0); P_{x2}(2|0); P_{x3}(-1|0)$$

د تابع مساوات:

$$f(x) = \underbrace{2x(x+1)(x-2)}_{\text{Produkt aus Linearfaktoren}} \Leftrightarrow f(x) = 2x^3 - 2x^2 - 4x$$

(پورته) د کربنیز ضریبونو ضرب

د بدلون قانون:

یادونه: په دې معنا چې د یوې اووښتونې یا متحولې لپاره بله متحوله ځا په ځای کوو.

بې مربعیز(بې څلوریز) مساوات $f(x) = x^4 - 13x^2 + 36 = 0$

بدلون: $x^2=z$

$$\Rightarrow f(z) = z^2 - 13z + 36 = 0 \quad p = -13 \quad q = 36$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(\frac{13}{2}\right)^2 - 36 = \frac{169}{4} - \frac{144}{4} = \frac{25}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2}$$

$$z_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \left| \begin{array}{l} z_1 = \frac{13}{2} + \frac{5}{2} = 9 \\ z_2 = \frac{13}{2} - \frac{5}{2} = 4 \end{array} \right.$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بدلون په څټ- یا بیرته ګرځوو:

$$x^2 = z_1 = 9 \,|\, \sqrt{\ } \qquad x^2 = z_2 = 4 \,|\, \sqrt{\ }$$
$$\Rightarrow \ |x| = \sqrt{9} \qquad |x| = \sqrt{4}$$
$$\Rightarrow x_1 = 3 \quad x_2 = -3 \qquad x_3 = 2 \quad x_4 = -2$$

د x محور سره غوڅټکی

$$P_{x1}(3\,|\,0);\ P_{x2}(-3\,|\,0);\ P_{x3}(2\,|\,0);\ P_{x4}(-2\,|\,0)$$

د تابع مساوات:

$$f(x) = \underbrace{(x-3)(x+3)(x-2)(x+2)}_{\text{Produkt aus Linearfaktoren}} \Leftrightarrow f(x) = x^4 - 13x^2 + 36$$

د کرښیز ضریبونو ضرب

پولینوم وېش:

که د یوه پولینوم صفرځای معلوم وي، نو کړی شو د پولینوم وېش له لارې د پولینوم درجه یه یوه کمه کړو. که دا مو مربع مساوات ته لاربنود کړي یا بوځیو نو ساده دی، چې نور صفرځایونه بیدا کړو. لاندې بېلګې دې د پولینوم وېش روښانه کړي.

د بیلګې په توګه د دریمې درجې ټولراشنل تابع صفرځایونه معلوم دي، نو کیدی شي چې د تابع مساوات د کرښیزو صریبونوپه څېر ولیکلی شو:

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)(x - \bar{x}_3)$$

چیرته چې $x_1; x_2; x_3$ صفرځایونه دي.

موږ اوس په څرګنده توکه تابع تر څیړنې لاندې نیسو

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6$$

چیرته چې $x1=2$ یو صفرځای دی، ځکه چې

$$f(2) = 2^3 - 2^2 - 5 \cdot 2 + 6 = 8 - 4 - 10 + 6 = 0$$

له دې سره له دې سره کېدی شي د تابع مساوات د $x1=2$ صفرځآی لاندې (له امله) په پام کې ونیسو او لکه چې لاس ته راځي و لیکو

$$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6 = (\ldots\ldots\ldots)(x-2)$$

د صفرځای ټاکلو لپاره اینووںه : $f(x)= 0 \Leftrightarrow x^3-x^2-5x+6=(\ldots)(x-2)=0$
دا افاده $x^3-x^2-5x+6=(\ldots)(x-2)=0$ څېړو

د نوکانو افادې یا وییني $(\ldots)$ټاکو

دواړه لورې په $(x-2)$وېشو

$$(x^3-x^2-5x+6) :(x-2)=(\ldots)$$

په دې توګه د نوکانو افاده $(\ldots)$لاس ته راځي.

وېش د لیکنیز وېش قانون سره سم مخ ته بیایو

$$\begin{array}{l} \left(x^3 - x^2 - 5x + 6\right) : (x-2) = x^2 + x - 3 \\ \underline{-\left(x^3 - 2x^2\right)} \\ \quad x^2 - 5x \\ \quad \underline{-\left(x^2 - 2x\right)} \\ \qquad -3x + 6 \\ \qquad \underline{-(-3x + 6)} \end{array}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د نوکانو افاده (...) اوسx^2+x-3 بڼه لري

له دې لاس ته راځي د صفرځای ټاکنو لپاره ایښوونه:

$$f(x)=0 \Leftrightarrow x^3-x^2-5x+6=(\ldots)(x-2)=(x^2+x-3)(x-2)=0$$

نو دا مربع مساوات x^2+x-3 اوس حل کوو.

دا د p-q- فرمول سره ځوابوو:

$$p=1;\ q=-3 \Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{1}{4}+3=\frac{13}{4} \Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{\frac{13}{4}}$$

$$x_{2/3}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_2=-\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{13}{4}} \\ x_3=-\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{13}{4}} \end{array} \right.$$

صفرځایونه:

$$x_1=2;\ x_2=-\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{13}{4}};\ x_3=-\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{13}{4}}$$

د x محور سره غوڅېټکي:

$$P_{x1}(2|0);\ P_{x2}\left(-\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{13}{4}}\,|\,0\right);\ P_{x3}\left(-\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{13}{4}}\,|\,0\right)$$

تابع مساوات:

$$f(x)=(x-2)\left(x+\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{13}{4}}\right)\left(x+\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{13}{4}}\right) \Leftrightarrow f(x)=x^3-x^2-5x+6$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د هورنر شيما Horner- Schema

د پولينوم وېشني پر ځاى كيدى شي د تولراشنل تابع درجه د هورنر شيما له لارې هم كمه شي.
مورږ د هورنر شيما څيرو:

مورږ بيرته تابع ترڅيرني لاندې نيسو

$f(x)=x^3-x^2-5x+6$

چيرته چي $x_1=2$يو صفرځاى دى.

د $f(x)=x^3-x^2-5x+6$ لپاره د هورن شيما د $x_1=2$ سره

په دريمه ليكه كي دري عددونه د وېش نتيجو لپاره هم د پاتي پولينوم ضريبونه بللكيږي. $f(x)=\underbrace{(x-2)}_{\text{Linearfaktor}}\underbrace{(1\cdot x^2+1\cdot x-3)}_{\text{Restpolynom}}$ پاتي پولينوم كربنيز ضريب	موخه د ضريب (x-2) له نوكانو وتنه ده. $\begin{array}{cccccc} & & 1 & -1 & -5 & 6 \\ x=2 & \downarrow & & \underline{2} & \underline{2} & \underline{-6} \\ & & 1 & 1 & -3 & 0 \end{array}$

د $f(x)$ د نورو صفرځايونو لپاره د پاتي يا باقي پولينوم صفرځايونه شميرو. دا د اړونده مربع مساوات د حل له لارې كيږي.

نتيجه يي د لاندې پولينوم وېش بيلګي سره وګورى.

بيلګه:

$f(x)=\frac{1}{4}x^3+x^2-x-4$ چيرته چي $x_1=-2$ يو صفرځاى دى.

(c) ketabton.com: The Digital Library

<table>
<tr>
<td>

باقي يا پاتي پولينوم: $\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}x-2$

$$f(x)=(x+2)\left(\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}x-2\right)$$

د مربع مساوت حل $\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}x-2=0$ له دي لاس

ته راځي او معكوس: $x2=2$ او $x3=-4$

</td>
<td>

	$\frac{1}{4}$	1	−1	−4
$x=-2$	↓	$-\frac{1}{2}$	−1	4
	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	−2	0

</td>
</tr>
</table>

بيلګه:

$f(x)=-x^3+7x-6=-x^3+0\cdot x^2+7x-6$ چيرته چي $x_1=1$ يو صفرځاى دى

<table>
<tr>
<td>

باقي پولينوم: $-1.x-1.x+6$

$f(x)=(x-1)(.x^2-x+6)$

د مربعيز مساوات حل:

له دي لاس تره اوپه $.x^2-x+6$

ځنګ يا برعكس $x2=2$ او $x3=-3$

</td>
<td>

	−1	0	7	−6
$x=1$	↓	−1	−1	6
	−1	−1	6	0

</td>
</tr>
</table>

لكه بيلګه چي ښايي، د هورن شيما سره د پاتي پولينوم ټاكنه ساده ده نسبت د پولينوم وېش ته.

دا تولي پورته تلنلارى مو د مربع مساوات حل ته لاربنودوي. كه دا ونه توانيږو، نو د نومريكي تلنلارو ځخه كار اخستل كيږي، چي دا دلته نه څيړل كيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرینونه: د پولینوم وېش...

د لندې ترمونو لپاره د پولینوم وېش وکاروئ:

لومړی - $\left(x^3+2x^2-5x-6\right):(x+1)$ دیم - $\left(2x^3-14x-12\right):(x-3)$

دریم - $\left(3x^3-15x^2-51x+63\right):(x-7)$ څلورم - $\left(\frac{1}{2}x^3-\frac{3}{2}x^2-2x+6\right):(x+2)$

پنځم - $\left(x^3+\frac{11}{2}x^2+5x-4\right):(x+2)$ شپږم - $\left(x^3+\frac{3}{2}x^2-\frac{11}{2}x-3\right):(x-2)$

اوم - $\left(x^3-\frac{5}{4}x^2-\frac{23}{4}x+\frac{3}{2}\right):(x-3)$ اتم - $\left(x^3-\frac{5}{3}x^2-\frac{47}{3}x-5\right):(x+3)$

نهم - $\left(x^3+\frac{3}{2}x^2-\frac{11}{2}x-3\right):(x+3)$ لسم - $\left(3x^3-15x^2-51x+63\right):(x-1)$

ځوابونه

ټولراشنل تابع **III** (پولینوموېش)

نتيجې او مفصل ځوابونه

$$\left(x^3+2x^2-5x-6\right):(x+1)=x^2+x-6$$
$$\left(2x^3-14x-12\right):(x-3)=2x^2+6x+4$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\left(3x^3-15x^2-51x+63\right):(x-7)=3x^2+6x-9$$
$$\left(\frac{1}{2}x^3-\frac{3}{2}x^2-2x+6\right):(x+2)=\frac{1}{2}x^2-\frac{5}{2}x+3$$
$$\left(x^3+\frac{11}{2}x^2+5x-4\right):(x+2)=x^2+\frac{7}{2}x-2$$
$$\left(x^3+\frac{3}{2}x^2-\frac{11}{2}x-3\right):(x-2)=x^2+\frac{7}{2}x+\frac{3}{2}$$
$$\left(x^3-\frac{5}{4}x^2-\frac{23}{4}x+\frac{3}{2}\right):(x-3)=x^2+\frac{7}{4}x-\frac{1}{2}$$
$$\left(x^3-\frac{5}{3}x^2-\frac{47}{3}x+-5\right):(x+3)=x^2-\frac{14}{3}x-\frac{5}{3}$$
$$\left(x^3+\frac{3}{2}x^2-\frac{11}{2}x-3\right):(x+3)=x^2-\frac{3}{2}x-1$$
$$\left(3x^3-15x^2-51x+63\right):(x-1)=3x^2-12x-63$$

مفصل ځوابونه:

لومړی:

$$\left(x^3+2x^2-5x-6\right):(x+1)=x^2+x-6$$
$$\underline{-\left(x^3+x^2\right)}$$
$$x^2-5x$$
$$\underline{-\left(x^2+x\right)}$$
$$-6x-6$$
$$\underline{-(-6x-6)}$$

دويم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\left(2x^3 \qquad -14x-12\right):\left(x-3\right)=2x^2+6x+4$$

$$\underline{-\left(2x^3-6x^2\right)}$$

$$6x^2-14x$$

$$\underline{-\left(6x^2-18x\right)}$$

$$4x-12$$

$$\underline{-\left(4x-12\right)}$$

دریم:

$$\left(3x^3-15x^2-51x+63\right):\left(x-7\right)=3x^2+6x-9$$

$$\underline{-\left(3x^3-21x^2\right)}$$

$$6x^2-51x$$

$$\underline{-\left(6x^2-42x\right)}$$

$$-9x+63$$

$$\underline{-\left(-9x+63\right)}$$

$$\left(\frac{1}{2}x^3-\frac{3}{2}x^2-2x+6\right):\left(x+2\right)=\frac{1}{2}x^2-\frac{5}{2}x+3$$

$$\underline{-\left(\frac{1}{2}x^3+x^2\right)}$$

$$-\frac{5}{2}x^2-2x$$

$$\underline{-\left(-\frac{5}{2}x^2-5x\right)}$$

$$3x+6$$

$$\underline{-\left(3x+6\right)}$$

څلورم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم:

$$\left(x^3+\frac{11}{2}x^2+5x-4\right):(x+2)=x^2+\frac{7}{2}x-2$$

$$\underline{-\left(x^3+2x^2\right)}$$

$$\frac{7}{2}x^2+5x$$

$$\underline{-\left(\frac{7}{2}x^2+7x\right)}$$

$$-2x-4$$

$$\underline{-(-2x-4)}$$

شپږم:

$$\left(x^3+\frac{3}{2}x^2-\frac{11}{2}x-3\right):(x-2)=x^2+\frac{7}{2}x+\frac{3}{2}$$

$$\underline{-\left(x^3-2x^2\right)}$$

$$\frac{7}{2}x^2-\frac{11}{2}x$$

$$\underline{-\left(\frac{7}{2}x^2-\frac{14}{2}x\right)}$$

$$\frac{3}{2}x-3$$

$$\underline{-\left(\frac{3}{2}x-3\right)}$$

اوم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\left(x^3-\frac{5}{4}x^2-\frac{23}{4}x+\frac{3}{2}\right):(x-3)=x^2+\frac{7}{4}x-\frac{1}{2}$$

$$\underline{-\left(x^3-3x^2\right)}$$

$$\frac{7}{4}x^2-\frac{23}{4}x$$

$$\underline{-\left(\frac{7}{4}x^2-\frac{21}{4}x\right)}$$

$$-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$$

$$\underline{-\left(-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}\right)}$$

اتم:

$$\left(x^3-\frac{5}{3}x^2-\frac{47}{3}x+-5\right):(x+3)=x^2-\frac{14}{3}x-\frac{5}{3}$$

$$\underline{-\left(x^3+3x^2\right)}$$

$$-\frac{14}{3}x^2-\frac{47}{3}x$$

$$\underline{-\left(-\frac{14}{3}x^2-\frac{42}{3}x\right)}$$

$$-\frac{5}{3}x-5$$

$$\underline{-\left(-\frac{5}{3}x-5\right)}$$

نهم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\left(x^3+\frac{3}{2}x^2-\frac{11}{2}x-3\right):(x+3)=x^2-\frac{3}{2}x-1$$
$$\underline{-\left(x^3+3x^2\right)}$$
$$-\frac{3}{2}x^2-\frac{11}{2}x$$
$$\underline{-\left(-\frac{3}{2}x^2-\frac{9}{2}x\right)}$$
$$-x-3$$
$$\underline{-(-x-3)}$$

لسم:

$$\left(3x^3-15x^2-51x+63\right):(x-1)=3x^2-12x-63$$
$$\underline{-\left(3x^3-3x^2\right)}$$
$$-12x^2-51x$$
$$\underline{-\left(-12x^2+12x\right)}$$
$$-63x+63$$
$$\underline{-(-63x+63)}$$

تمرینونه: د ټول راشنل توابعو صفرځایونه.

تمرین ټولراشنل تابع **IV**

د صفرځایونو ټاکنه له مختلفو لارو څخه.

د یوه تاسو ته مناسب قانو له مخې د ټولراشنل توابعو صفرځایونه وټاکی. د x محور سره د ګراف غوځېدکي و ټاکي او د تابع مساوات د کرښیزو ضریبونو د ضرب په څیر انځور کړی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اول - $f(x)=\frac{1}{2}x^4-\frac{13}{2}x^2+18$ دويم - $f(x)=x^3-4x^2+x+6$

دريم - $f(x)=\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}x-1$ څلورم - $f(x)=-\frac{3}{2}x^4+\frac{75}{2}x^2-216$

پنځم - $f(x)=-\frac{1}{4}x^3-\frac{1}{2}x^2+\frac{11}{4}x+3$ شپږم - $f(x)=-\frac{3}{4}x^3-\frac{3}{2}x^2+\frac{9}{4}x$

اوم - $f(x)=3x^4-3$ اتم - $f(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{4}{3}x^2+\frac{1}{3}x-2$

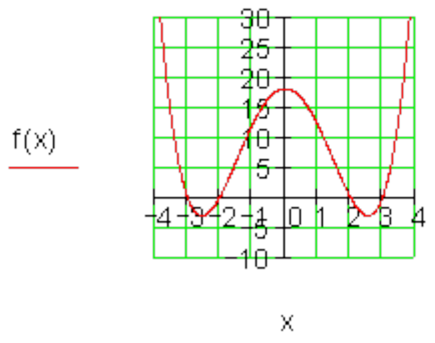
نهم - $f(x)=2x^3-4x^2-16x$ لسم - $f(x)=2x^3+4x^2-26x+20$

نتيجي:

د ټولراشنل توابعو تمرين **IV** ته.

د صفرځايونو ټاکنه له مختلفو لارو څخه.

لومړی:

$f(x)=0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^4-\frac{13}{2}x^2+18=0 \quad x^2=z$ $\frac{1}{2}z^2-\frac{13}{2}x+18=0 \Leftrightarrow z^2-13z+36=0$ $z_1=9\,;\,z_2=4 \Leftrightarrow x_{1/2}=\pm 3\,;\,x_{3/4}=\pm 2$ $P_{x1}(3\mid 0);P_{x2}(-3\mid 0)$ $P_{x3}(2\mid 0);P_{x4}(-2\mid 0)$ $f(x)=\frac{1}{2}(x-3)(x+3)(x-2)(x+2)$	

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=0 \Leftrightarrow x^3-4x^2+x+6=0$$

د اتکل له مخې د صفرځای تاکنه x1=2

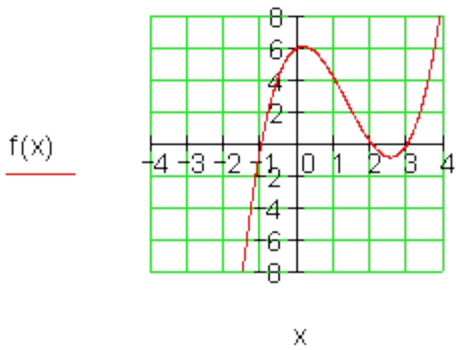
$$\left(x^3-4x^2+x+6\right):(x-2)=x^2-2x-3$$

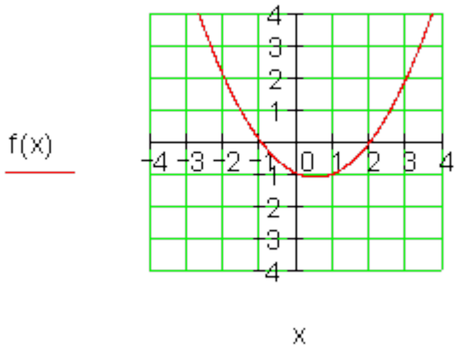
$$p=-2;\ q=-3 \Rightarrow D=4$$

$$x_{2/3}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_2=1+2=3 \\ x_3=1-2=-1 \end{array} \right.$$

$$P_{x1}(2|0);P_{x2}(3|0);P_{x3}(-1|0)$$

$$f(x)=(x-2)(x-3)(x+1)$$





$$f(x)=0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}x-1=0$$

$$x^2-x-2=0$$

$$p=-1;\ q=-2 \Rightarrow D=\frac{9}{4}$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_1=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=2 \\ x_2=\frac{1}{2}-\frac{3}{2}=-1 \end{array} \right.$$

$$P_{x1}(2|0);P_{x2}(-1|0)$$

$$f(x)=\frac{1}{2}(x-2)(x+1)$$

$$f(x)=0 \Leftrightarrow f(x)=-\frac{3}{2}x^4+\frac{75}{2}x^2-216=0$$

$$x^2=z \Rightarrow -\frac{3}{2}z^2+\frac{75}{2}z-216=0$$

$$\Leftrightarrow z^2-25z+144=0$$

$$z_1=16;\ z_2=9 \Leftrightarrow x_{1/2}=\pm 4;\ x_{3/4}=\pm 3$$

$$P_{x1}(4|0);P_{x2}(-4|0)$$

$$P_{x3}(3|0);P_{x4}(-3|0)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

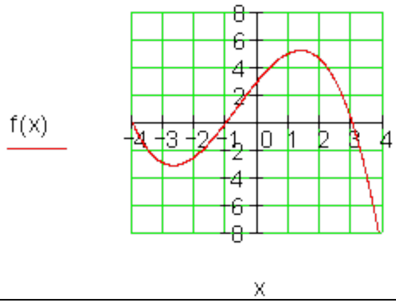
$$f(x) = -\frac{3}{2}(x-4)(x+4)(x-3)(x+3)$$

بنوونه د هورنر- شيما سره

	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{11}{4}$	3	
$x=3$	$\downarrow$	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{15}{4}$	-3	
	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{5}{4}$	-1	0	$=f(3)$

$$-\frac{1}{4}x^2 - \frac{5}{4}x - 1 = 0$$

پاتي - يا باقي پولينوم



$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{4}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{11}{4}x + 3 = 0$$

صفرځاى توكلي نيسو $x1=3$

$$\left(-\frac{1}{4}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{11}{4}x + 3\right) : (x-3)$$

$$= -\frac{1}{4}x^2 - \frac{5}{4}x - 1$$

$$x^2 + 5x + 4 = 0$$

$$p = 5;\ q = 4 \Rightarrow D = \frac{9}{4}$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{aligned} x_2 &= -\frac{5}{2} + \frac{3}{2} = -1 \\ x_3 &= -\frac{5}{2} - \frac{3}{2} = -4 \end{aligned} \right.$$

$$P_{x1}(3|0);\ P_{x2}(-1|0);\ P_{x3}(-4|0)$$

$$f(x) = -\frac{1}{4}(x-3)(x+1)(x+4)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{4}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{9}{4}x = 0$$

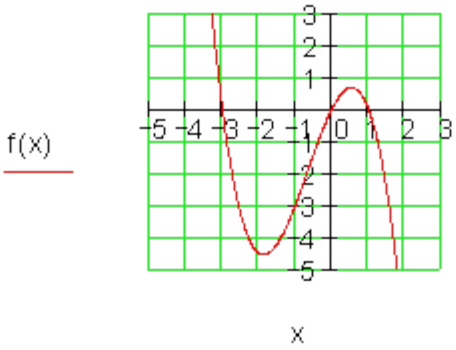
x له نوكانو وباسو

$$x\left(-\frac{3}{4}x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{9}{4}\right) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$$

$$-\frac{3}{4}x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{9}{4} = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$p = 2;\ q = -3 \Rightarrow D = 4$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{aligned} x_2 &= -1 + 2 = 1 \\ x_3 &= -1 - 2 = -3 \end{aligned} \right.$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

$P_{x1}(0|0); P_{x2}(1|0); P_{x3}(-3|0)$

$f(x) = -\frac{3}{4}x(x-1)(x+3)$

$f(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^4 - 3 = 0$

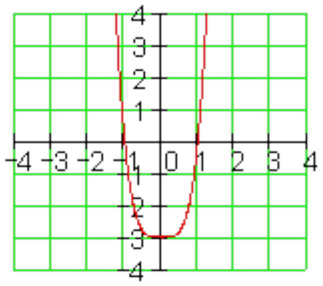
$x^2 = z$

$3z^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow z^2 - 1 = 0$

$z_1 = 1; z_2 = -1 \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm 1$

$P_{x1}(1|0); P_{x2}(-1|0)$

f(x)



x

$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3}x^3 + \frac{4}{3}x^2 + \frac{1}{3}x - 2 = 0$

د صفرځای اتکلونه x1=1

ښوونه د هورنر- شيما سره

	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{1}{3}$	-2
$x = 1$	$\downarrow$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{3}$	2
	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{3}$	2	$0 = f(1)$

$\left(\frac{1}{3}x^3 + \frac{4}{3}x^2 + \frac{1}{3}x - 2\right) : (x-1)$

$= \frac{1}{3}x^2 + \frac{5}{3}x + 2$

پاتې پولينوم $\frac{1}{3}x^2 + \frac{5}{3}x + 2 = 0$

$x^2 + 5x + 6 = 0$

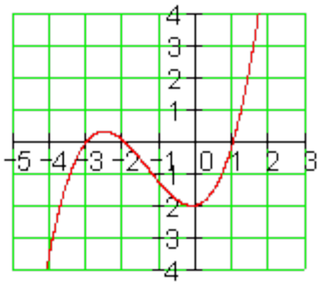
$p = 5; q = 6 \Rightarrow D = \frac{1}{4}$

$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$ $\quad \left| \begin{array}{l} x_2 = -\frac{5}{2} + \frac{1}{2} = -2 \\ x_3 = -\frac{5}{2} - \frac{1}{2} = -3 \end{array} \right.$

$P_{x1}(1|0); P_{x2}(-2|0); P_{x3}(-3|0)$

$f(x) = \frac{1}{3}(x-1)(x+2)(x+3)$

f(x)



x

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 2x^3 - 4x^2 - 16x = 0$$

x له نوکانو وباسو

$$x(2x^2 - 4x - 16) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$$

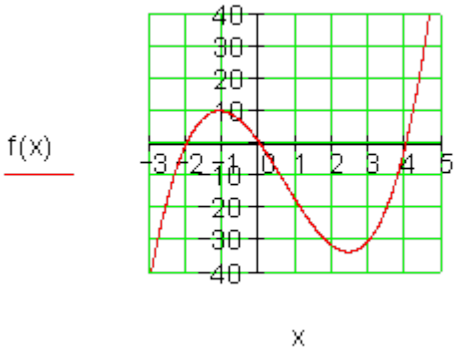
$$2x^2 - 4x - 16 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$p = -2;\ q = -8 \Rightarrow D = 9$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_2 = 1+3 = 4 \\ x_3 = 1-3 = -2 \end{array} \right.$$

$$P_{x1}(0|0);\ P_{x2}(4|0);\ P_{x3}(-2|0)$$

$$f(x) = 2x(x-4)(x+2)$$

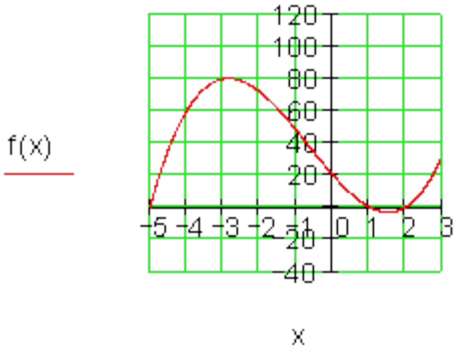


لسم:

بنوونه د هورنر- شیما سره

$$\begin{array}{lccccl} & 2 & 4 & -26 & 20 & \\ x = 1 & \downarrow & \underline{2} & \underline{6} & \underline{-20} & \\ & 2 & 6 & -20 & 0 & = f(1) \end{array}$$

2x²+6x-20 پاتي پولينوم



$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 2x^3 + 4x^2 - 26x + 20 = 0$$

صفرځای د اتکل له مخي x1=1

$$(2x^3 + 4x^2 - 26x + 20) : (x - 1)$$

$$= 2x^2 + 6x - 20$$

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$p = 3;\ q = -10 \Rightarrow D = \frac{49}{4}$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_2 = -\frac{3}{2} + \frac{7}{2} = 2 \\ x_3 = -\frac{3}{2} - \frac{7}{2} = -5 \end{array} \right.$$

$$P_{x1}(1|0);\ P_{x2}(2|0);\ P_{x3}(-5|0)$$

$$f(x) = 2(x-1)(x-2)(x+5)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

د ټول هوښيار يا راشنل توابعو محورغوڅېکي ګرافونه

صفرځايونه وشميرئ او ګرافونه وکاږئ

لومړی: د لاندې توابعو صفرځايونه وشميرئ

الف- $f(x) = x^4 + 2x^3 + x^2$ ب - $f(x) = x^2 - 6x + 9$

پ - $f(x) = \left(x^2 - 25\right)\left(\frac{1}{2}x + 4\right)$ ت - $f(x) = x^6 - x^4$

ټ - $f(x) = 3x\left(\frac{2}{3}x - 2\right)(-2x + 3)$ ث - $f(x) = 3\left(x^2 + 4\right)\left(x^2 - 4x + 10\right)$

دويم: لومړی: د د لاندې توابعو صفرځايونه وشميرئ

الف- $f(x) = x^4 - 6x^2 + 5$ ب - $f(x) = 4x^4 + 6x^2 - \frac{7}{4}$ پ - $f(x) = x^6 - 8x^4 + 20x^2$

دريم: لومړی: د د لاندې توابعو صفرځايونه وشميرئ

الف- $f(x) = 2x^3 + 4x^2 - 2x - 4$ ب - $f(x) = x^3 - 12x + 16$

پ - $f(x) = x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 4x + 4$ ت - $f(x) = 2x^3 - 10x^2 - 4x + 20$

ټ - $f(x) = x^4 - \frac{11}{4}x^2 - \frac{9}{4}x - \frac{1}{2}$ ث - $f(x) = -3x^3 + 3x^2 - 3x + 3$

ج - $f(x) = -5x^3 - 10x^2 - \frac{5}{2}x - 5$ چ - $f(x) = x^4 + 3x^3 + 5x^2 + 9x + 6$

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم: لومړی: د د لاندې توابعو صفرځایونه وشمیرئ

الف- $f(x) = -3x^4 + 15x^2 - 12$ ب - $f(x) = x^4 - x^3 - 2x^2$

پ - $f(x) = -2x^3 + 2x^2 + 16x - 24$ ت - $f(x) = \left(x^2 - 6x + 9\right)(x - 4)$

ټ - $f(x) = x^6 - 3x^4 - 4x^2$ ث - $f(x) = x^4 - 25x^2 - 60x - 36$

پنځم: د لاندې ټولراشنل توبعو ګرافونه په یوه مناسب پروتولاړ یا کواودینات سیتم کې وکاږئ. د دې لپاره یو ارزښت جدول واچوئ او محور غوځېټکي وټاکئ

الف- $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x \quad D_f = \{x \mid -0,5 \le x \le 4,5\}_{\mathbb{R}}$

ب - $f(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x - 2 \quad D_f = \{x \mid -3,5 \le x \le 2,5\}_{\mathbb{R}}$

پ - $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 2 \quad D_f = \{x \mid -0,2 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

ت - $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4 \quad D_f = \{x \mid -3 \le x \le 3,5\}_{\mathbb{R}}$

ټ - $f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 2 \quad D_f = \{x \mid -2,5 \le x \le 3,5\}_{\mathbb{R}}$

ث - ج - $f(x) = \frac{1}{4}x^3 - 3x^2 + 9x \quad D_f = \{x \mid -0,2 \le x \le 8\}_{\mathbb{R}}$

شپږم: د لاندې توابعو صفرځایونه وټاکئ او ګراف یې تر شونې پولې پورې ښه وکاږئ. ارزښتجدول کیږدئ او ځنې ارزښتونه د جبشمیرې سره وشمیرئ. ځنې صفرځایونه اټکل کړئ او که شوني وي، صفرځایونه وشمیرئ.

الف- $f(x) = x^3 - \frac{2}{3}x^2 - \frac{10}{3}x - 1$ ب - $f(x) = 0,01\left(x^3 - x^2 - x + 1\right)$

پ - $f(x) = 0,1x^3 - 0,3x^2 - 9x - 10$ ت - $f(x) = (x - 1,7)\left(x^2 - 3\right)$

ځوابونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ټولراشنل توابعو صفرځايونو شميرنه او د ګراف کښنه

نتيجي او مفصل ځوابونه

نتيجې:

لومړی:

الف-

$$f(x) = x^4 + 2x^3 + x^2 = x^2\left(x^2 + 2x + 1\right) = x^2(x+1)(x+1)$$
$$\Rightarrow P_{x1/2}(0|0);\, P_{x3/4}(-1|0)$$

ب –

$$f(x) = x^2 - 6x + 9 = (x-3)(x-3) \Rightarrow P_{x1/2}(3|0)$$

پ –

$$f(x) = \left(x^2 - 25\right)\left(\frac{1}{2}x + 4\right) = (x-5)(x+5)\left(\frac{1}{2}x + 4\right)$$
$$\Rightarrow P_{x_1}(5|0);\, P_{x_2}(-5|0);\, P_{x_3}(-8|0)$$

ت –

$$f(x) = x^6 - x^4 = x^4\left(x^2 - 1\right) = x^4(x-1)(x+1)$$
$$\Rightarrow P_{x1/2/3/4}(0|0);\, P_{x_5}(1|0);\, P_{x_6}(-1|0)$$

ټ

$$f(x) = 3x\left(\frac{2}{3}x - 2\right)(-2x+3) \Rightarrow P_{x_1}(0|0);\, P_{x_2}(3|0);\, P_{x_3}\left(\frac{3}{2}|0\right)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ث – د الماني پښتو:

$$f(x) = 3\left(x^2 + 4\right)\left(x^2 - 4x + 10\right)$$

$$x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -4 \Rightarrow |$$

حل نه شته

$$x^2 - 4x + 10 = 0 \Rightarrow p = -4\,;\, q = 10$$
$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-2)^2 - 10 = 4 - 10 < 0 \Rightarrow |$$

حل نه شته

$$f(x) = 3\left(x^2 + 4\right)\left(x^2 - 4x + 10\right)$$

صفرځایونه نه لري

دویم: مصفل حلونه:

الف-

$$f(x) = x^4 - 6x^2 + 5 \text{ Substitution } x^2 = z \Rightarrow f(z) = z^2 - 6z + 5$$
$$p = -6\,;\, q = 5 \Rightarrow D = (-3)^2 - 5 = 9 - 5 = 4$$
$$z_{1/2} = 3 \pm 2 \Rightarrow z_1 = 5 \text{ und } z_2 = 1$$
$$z_1 = 5 = x^2 \Rightarrow |x| = 5 \Rightarrow x_{1/2} = \pm\sqrt{5} \quad z_2 = 1 = x^2 \Rightarrow |x| = 1 \Rightarrow x_{3/4} = \pm 1$$
$$\underline{\underline{P_{x_1}\left(\sqrt{5}\,|\,0\right); P_{x_2}\left(-\sqrt{5}\,|\,0\right); P_{x_3}\,(-1|\,0); P_{x_4}\,(1|\,0)}}$$
$$f(x) = \left(x - \sqrt{5}\right)\left(x + \sqrt{5}\right)(x + 1)(x - 1)$$

ب – Keine Lösung حل نه شته

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = 4x^4 + 6x^2 - \frac{7}{4} \text{ Substitution: } x^2 = z \Rightarrow f(z) = 4z^2 + 6z - \frac{7}{4}$$

$$4z^2 + 6z - \frac{7}{4} = 0 \Leftrightarrow z^2 + \frac{3}{2}z - \frac{7}{16} = 0 \Rightarrow p = \frac{3}{2};\ q = -\frac{7}{16}$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \frac{7}{16} = \frac{9}{16} + \frac{7}{16} = \frac{16}{16} = 1 \Rightarrow z_{1/2} = -\frac{3}{4} \pm 1$$

$$\Rightarrow z_1 = \frac{1}{4};\ z_2 = -\frac{7}{4}$$

$$z_1 = \frac{1}{4} = x^2 \Rightarrow |x| = \frac{1}{2} \Rightarrow x_{1/2} = \pm\frac{1}{2}$$

$z_2 = -\frac{7}{4} = x^2 \Rightarrow$ حل نه لري

$$P_{x_1}\left(-\frac{1}{2}\,\middle|\,0\right);\ P_{x_2}\left(\frac{1}{2}\,\middle|\,0\right)$$

پ –

دريم:

الف- په لاندې فرمول کې د الماني متن پښتو: د لومړي صفرځآی له ګومانه ټاکنه، پولينوم وېش. او

$$f(x) = 2x^3 + 4x^2 - 2x - 4 \Rightarrow 2x^3 + 4x^2 - 2x - 4 = 0 \Rightarrow x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$$

raten der 1. Nullstelle: $x_1 = 1$: $\quad 1^3 + 2 \cdot 1^2 - 1 - 2 = 1 + 2 - 1 - 2 = 0$

Polynomdivision: $\left(x^3 + 2x^2 - x - 2\right) : (x - 1) = x^2 + 3x + 2$

$$\Rightarrow x^2 + 3x + 2 = 0 \Rightarrow p = 3;\ q = 2 \Rightarrow D = 1{,}5^2 - 2 = 0{,}25$$

$x_{2/3} = -1{,}5 \pm \sqrt{0{,}25} = -1{,}5 \pm 0{,}5 \Rightarrow x_2 = -1$ und $x_3 = -2$

$$P_{x_1}(1|0);\ P_{x_2}(-1|0);\ P_{x_3}(-2|0)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب – $f(x) = x^3 - 12x + 16 \Rightarrow x^3 - 12x + 16$

د لومړي صفرځآی له ګومانه ټاکنه $x_1 = 2$ ، ځکه چې $2^3 - 12 \cdot 2 + 16 = 0$

پولینوم وېش: $\left(x^3 - 12x + 16\right) : (x - 2) = x^2 + 2x - 8$

$$x^2 + 2x - 8 = 0 \Rightarrow p = 2 ; q = -8 \Rightarrow D = 1^2 + 8 = 9$$

، $x_{2/3} = -1 \pm 3 \Rightarrow x_2 = 2$ او $x_3 = -4$

$P_{x_1}(2|0); P_{x_2}(2|0); P_{x_3}(-4|0)$ یا $P_{x_{1/2}}(2|0); P_{x_3}(-4|0)$

پ – $f(x) = x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 4x + 4 \Rightarrow x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 4x + 4 = 0$

د لومړي صفرځآی له ګومانه ټاکنه،

$$x_1 = 2 : 2^4 - 2 \cdot 2^3 - 3 \cdot 2^2 + 4 \cdot 2 + 4 = 16 - 16 - 12 + 8 + 4 = 0$$

پولینوم وېش. $\left(x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 4x + 4\right) : (x - 2) = x^3 - 3x - 2$

$$x^3 - 3x - 2 = 0$$

د دویم صفرځآی له ګومانه ټاکنه $x_2 = -1 : (-1)^3 - 3 \cdot (-1) - 2 = -1 + 3 - 2 = 0$

، پولینوم وېش $\left(x^3 - 3x - 2\right) : (x + 1) = x^2 - x - 2$

$$x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow p = -1 ; q = -2 \Rightarrow D = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 2 = \frac{9}{4}$$

$x_{3/4} = \frac{1}{2} \pm \frac{3}{2} \Rightarrow x_3 = 2$.او $x_4 = -1$

، $\underline{P_{x_1}(2|0); P_{x_2}(-1|0); P_{x_3}(2|0); P_{x_4}(-1|0)}$ یا $\underline{P_{x_{1/2}}(2|0); P_{x_{3/4}}(-1|0)}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت –

$$f(x) = 2x^3 - 10x^2 - 4x + 20 \Rightarrow 2x^3 - 10x^2 - 4x + 20 = 0 \mid : 2$$
$$\Leftrightarrow x^3 - 5x^2 - 2x + 10 = 0$$

د لومړي صفرځای له ګومانه ټاکنه: $x_1 = 5 \quad 5^3 - 5\cdot 5^2 - 2\cdot 5 + 10 = 0$

، پولینوم وېش: $\left(x^3 - 5x^2 - 2x + 10\right) : (x-5) = x^2 - 2$

$$\Rightarrow x^2 = 2 \Leftrightarrow |x| = \sqrt{2} \Rightarrow x_2 = \sqrt{2}\,;\, x_3 = -\sqrt{2}$$
$$\underline{\underline{P_{x_1}(5\mid 0)\,;\,P_{x_2}\left(-\sqrt{2}\mid 0\right);\,P_{x_3}\left(\sqrt{2}\mid 0\right)}}$$

ټ – $f(x) = x^4 - \frac{11}{4}x^2 - \frac{9}{4}x - \frac{1}{2} \Rightarrow x^4 - \frac{11}{4}x^2 - \frac{9}{4}x - \frac{1}{2} = 0$

د لومړي صفرځای له ګومانه ټاکنه:

$$x_1 = 2 \quad 2^4 - \frac{11}{4}\cdot 2^2 - \frac{9}{4}\cdot 2 - \frac{1}{2} = 16 - 11 - \frac{9}{2} - \frac{1}{2} = 0$$

، پولینوم وېش: $\left(x^4 - \frac{11}{4}x^2 - \frac{9}{4}x - \frac{1}{2}\right) : (x-2) = x^3 + 2x^2 + \frac{5}{4}x + \frac{1}{4}$

$$\Rightarrow x^3 + 2x^2 + \frac{5}{4}x + \frac{1}{4} = 0$$

د دویم صفرځای له ګومانه ټاکنه:

$$x_2 = -1 \quad (-1)^3 + 2\cdot(-1)^2 + \frac{5}{4}\cdot(-1) + \frac{1}{4} = -1 + 2 - \frac{5}{4} + \frac{1}{4} = 0$$

پولینوم وېش.: $\left(x^3 + 2x^2 + \frac{5}{4}x + \frac{1}{4}\right) : (x+1) = x^2 + x + \frac{1}{4}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow x^2+x+\frac{1}{4}=0 \quad p=1; q=\frac{1}{4} \Rightarrow D=\left(\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}=0$$

$$\Rightarrow x_{3/4}=-\frac{1}{2} \Rightarrow \underline{\underline{P_{x_1}(2|0); P_{x_2}(-1|0); P_{x_{3/4}}\left(-\frac{1}{2}|0\right)}}$$

ث –

$$f(x)=-3x^3+3x^2-3x+3 \Rightarrow -3x^3+3x^2-3x+3=0 \,|:(-3)$$
$$\Leftrightarrow x^3-x^2+x-1=0$$

د لومړي صفرځای له ګومانه ټاکنه: $x_1=1 \quad 1^3-1^2+1-1=0$

، پولينوم وېش: $\left(x^3-x^2+x-1\right):(x-1)=x^2+1$

حل نه شته $\Rightarrow x^2+1=0 \Leftrightarrow x^2=-1 \Rightarrow$

$\underline{\underline{P_{x_1}(1|0)}}$

ج –

$$f(x)=-5x^3-10x^2-\frac{5}{2}x-5 \Rightarrow -5x^3-10x^2-\frac{5}{2}x-5=0 \,|:(-5)$$
$$\Leftrightarrow x^3+2x^2+\frac{1}{2}x+1=0$$

د لومړي صفرځای له ګومانه ټاکنه:

$$: x_1=-2 \quad (-2)^3+2\cdot(-2)^2+\frac{1}{2}\cdot(-2)+1=-8+8-1+1=0$$

، پولينوم وېش: $\left(x^3+2x^2+\frac{1}{2}x+1\right):(x+2)=x^2+\frac{1}{2}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل نه شته $\Rightarrow x^2+\frac{1}{2}=0 \Leftrightarrow x^2=-\frac{1}{2} \Rightarrow$

$\underline{\underline{P_{x_1}(-2|0)}}$

چ – $f(x)=x^4+3x^3+5x^2+9x+6 \Rightarrow x^4+3x^3+5x^2+9x+6=0$

د لومړي صفرځآی له ګومانه ټاکنه:

$x_1=-1 \quad (-1)^4+3\cdot(-1)^3+5\cdot(-1)^2+9\cdot(-1)+6=0$

، پولينوم وېش: $(x^4+3x^3+5x^2+9x+6):(x+1)=x^3+2x^2+3x+6$

$\Rightarrow x^3+2x^2+3x+6=0$

د دويم صفرځآی له ګومانهټاکنه،:

$x_1=-2 \quad (-2)^4+3\cdot(-2)^3+5\cdot(-2)^2+9\cdot(-2)+6=0$

پولينوم وېش: $(x^3+2x^2+3x+6):(x+2)=x^2+3$

حل نه شته $\Rightarrow x^2+3=0 \Leftrightarrow x^2=-3 \Rightarrow$

$\underline{\underline{P_{x_1}(-1|0); P_{x_2}(-2|0)}}$

څلورم:

الف- د الماني: بدلون، او

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = -3x^4 + 15x^2 - 12 \Rightarrow -3x^4 + 15x^2 - 12 = 0\,;|\,(-3)$$
$$\Leftrightarrow x^4 - 5x^2 + 4 = 0 \text{ Substitution: } x^2 = z \Rightarrow z^2 - 5z + 4 = 0$$
$$\Rightarrow p = -5\,;\, q = 4 \Rightarrow D = \left(-\frac{5}{2}\right)^2 - 4 = \frac{25}{4} - \frac{16}{4} = \frac{9}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$
$$\Rightarrow z_{1/2} = \frac{5}{2} \pm \frac{3}{2} \Rightarrow z_1 = 4 \text{ und } z_2 = 1$$
$$z_1 = 4 = x^2 \Rightarrow |x| = 2 \Rightarrow x_1 = 2\,;\, x_2 = -2$$
$$z_2 = 1 = x^2 \Rightarrow |x| = 1 \Rightarrow x_3 = 1;\, x_4 = -1$$
$$\underline{\underline{P_{x_1}(2\,|\,0)\,;\, P_{x_2}(-2\,|\,0)\,;\, P_{x_3}(1|\,0)\,;\, P_{x_4}(-1|\,0)}}$$

ب – او=und

$$f(x) = x^4 - x^3 - 2x^2 \Rightarrow x^4 - x^3 - 2x^2 = 0$$
$$\Rightarrow x^2\left(x^2 - x - 2\right) = 0 \Rightarrow x_{1/2} = 0$$
$$x^2 - x - 2 = 0 \quad p = -1;\, q = -2 \Rightarrow D = (-0{,}5)^2 + 2 = 2{,}25 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{2{,}25} = 1{,}5$$
$$\Rightarrow x_{3/4} = 0{,}5 \pm 1{,}5 \Rightarrow x_3 = 2 \text{ und } x_4 = -1$$
$$\underline{\underline{P_{x_{1/2}}(0\,|\,0);\, P_{x_3}(2\,|\,0);\, P_{x_4}(-1|\,0)}}$$

پ –

$$f(x) = -2x^3 + 2x^2 + 16x - 24 \Rightarrow -2x^3 + 2x^2 + 16x - 24 = 0\,|\,:(-2)$$
$$\Rightarrow x^3 - x^2 - 8x + 12 = 0$$

د لومړي صفرځای له ګومانه ټاکنه:

$$(-24 \Rightarrow -2x^3 + 2x^2 + 16x - 24 = 0\,|\,:(-2)$$
$$)$$
$$:x_1 = 2 \quad 2^3 - 2^2 - 8 \cdot 2 + 12 = 8 - 4 - 16 + 12 = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

، پولینوم وېش: $\left(x^3 - x^2 - 8x + 12\right) : (x-2) = x^2 + x - 6$

$$\Rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \quad p = 1; q = -6 \Rightarrow D = 0,5^2 + 6 = 6,25 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{6,25} = 2,5$$
$$x_{2/3} = -0,5 \pm 2,5 \Rightarrow x_2 = 2 \text{ und } x_3 = -3$$
$$\underline{\underline{P_{x_{1/2}}(2|0); P_{x_3}(-3|0)}}$$

ت –

$$f(x) = \left(x^2 - 6x + 9\right)(x-4) \Rightarrow \left(x^2 - 6x + 9\right)(x-4) = 0$$
$$\Rightarrow (x-4) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 4$$
$$x^2 - 6x + 9 = 0 \Rightarrow p = -6; q = 9 \Rightarrow D = (-3)^2 - 9 = 0$$
$$\Rightarrow x_{2/3} = 3$$
$$\underline{\underline{P_{x_1}(4|0); P_{x_{2/3}}(3|0)}}$$

ټ – په لاندې فرمول کې د الماني متن پښتو:: بدلون، حل نه شته

$$f(x) = x^6 - 3x^4 - 4x^2 \Rightarrow x^6 - 3x^4 - 4x^2 = 0$$
$$\Leftrightarrow x^2\left(x^4 - 3x^2 - 4\right) = 0 \Rightarrow x_{1/2} = 0$$
$$x^4 - 3x^2 - 4 = 0 \text{ Substitution: } x^2 = z$$
$$\Rightarrow z^2 - 3z - 4 = 0 \quad p = -3; q = -4 \Rightarrow D = (-1,5)^2 + 4 = 6,25$$
$$\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{6,25} = 2,5$$
$$z_{1/2} = 1,5 \pm 2,5 \Rightarrow z_1 = 4 \text{ und } z_2 = -1$$
$$z_1 = 4 = x^2 \Rightarrow |x| = 2 \Rightarrow x_3 = 2 \text{ und } x_4 = -2$$
$$z_2 = -1 = x^2 \Rightarrow \text{keine Lösung}$$
$$\underline{\underline{P_{x_{1/2}}(0|0); P_{x_3}(2|0); P_{x_4}(-2|0)}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ث ــ

$$f(x) = x^4 - 25x^2 - 60x - 36 \Rightarrow x^4 - 25x^2 - 60x - 36 = 0$$

د لومړي صفرځای په ګومان پیداکونه:

$$x_1 = -1 \quad (-1)^4 - 25 \cdot (-1)^2 - 60 \cdot (-1) - 36 = 0$$

پولینوموېش:

$$\left(x^4 - 25x^2 - 60x - 36\right) : (x+1) = x^3 - x^2 - 24x - 36$$

د دویم صفرځای په ګومان پیداکونه:

$$x_2 = -2 \quad (-2)^3 - (-2)^2 - 24 \cdot (-2) - 36 = 0$$

پولینوموېش:

$$\left(x^3 - x^2 - 24x - 36\right) : (x+2) = x^2 - 3x - 18$$

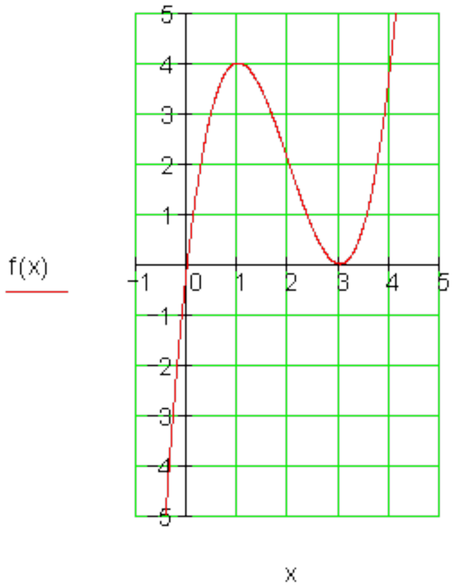
$$\Rightarrow x^2 - 3x - 18 = 0 \quad p = -3 ; q = -18 \Rightarrow D = (-1{,}5)^2 + 18 = 20{,}25$$

$$\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{20{,}25} = 4{,}5$$

$$x_{3/4} = 1{,}5 \pm 4{,}5 \Rightarrow x_3 = 6 \text{ und } x_4 = -3$$

$$P_{x_1}(-1|0) ; P_{x_1}(-2|0) ; P_{x_3}(6|0) ; P_{x_4}(-3|0)$$

پنځم:
پام: په لاندې پوښتنو کې د الماني پښتو: ارزښتجدول، محور غوځېټکي.
الف ــ



$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$

ارزښتجدول

x	−0,5	0	0,5	1
f(x)	−6,13	0	3,13	4
x	1,5	2	2,5	3
f(x)	3,38	2	0,63	0
x	3,5	4	4,5	
f(x)	0,88	4	10,13	

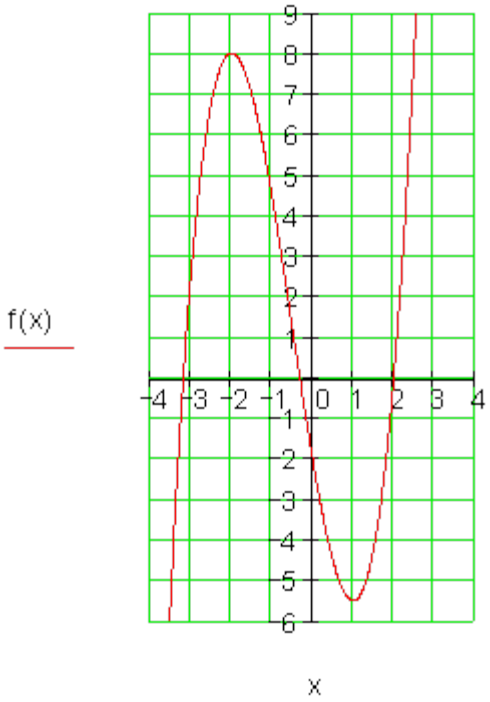
محور غوڅتکي يا نقاط تقاطع محور

$P_y(0|0)$

$P_{x1}(0|0)$

$P_{x2/3}(3|0)$

ب –



$f(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x - 2$

ارزښتجدول

x	−3,5	−3	−2,5	−2	
f(x)	−5,5	2,5	6,75	8	
x	−1,5	−1	−0,5	0	
f(x)	7	4,5	1,25	−2	
x	0,5	1	1,5	2	2,5
f(x)	−4,5	−5,5	−4,25	0	8

محور غوڅتکي يا نقاط تقاطع محور

$P_y(0|-2)$

$P_{x1}(2|0)$

$P_{x2}\left(-\frac{7}{4} + \frac{1}{4}\sqrt{33} \approx -0,31|\,0\right)$

$P_{x2}\left(-\frac{7}{4} - \frac{1}{4}\sqrt{33} \approx -3,19|\,0\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ –

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$

ارزښتجدول

x	−0,5	0	0,5	1
f(x)	−8,13	−2	1,13	2
x	1,5	2	2,5	3
f(x)	1,38	0	−1,38	−2
x	3,5	4		−0,2
f(x)	−1,13	2		−4,05

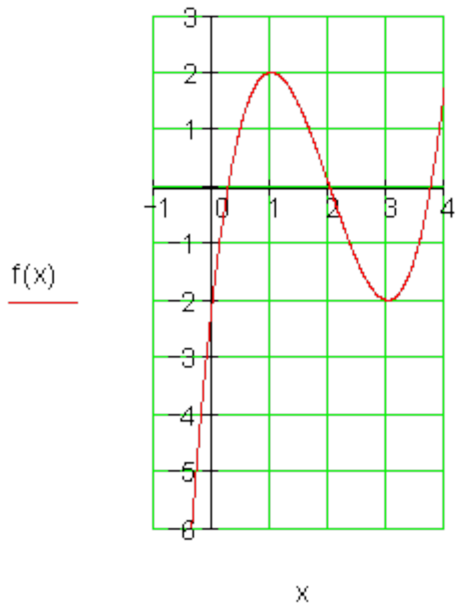
محورغوښتكي يا نقاط تقاطع محور

$P_y(0|-2)$

$P_{x1}(2|0)$

$P_{x2}\left(2+\sqrt{3} \approx 3{,}73|0\right)$

$P_{x2}\left(2-\sqrt{3} \approx 0{,}27|0\right)$



ت –

$f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4$

ارزښتجدول

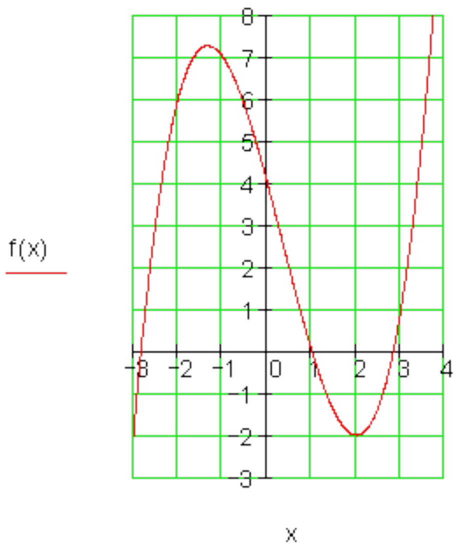
x	−3	−2,5	−2	−1,5
f(x)	−2	3,06	6	7,19
x	−1	−0,5	0	0,5
f(x)	7	5,81	4	1,94
x	1	1,5	2	2,5
f(x)	0	−1,44	−2	−1,31

محورغوښتكي يا نقاط تقاطع محور

$P_y(0|4)$

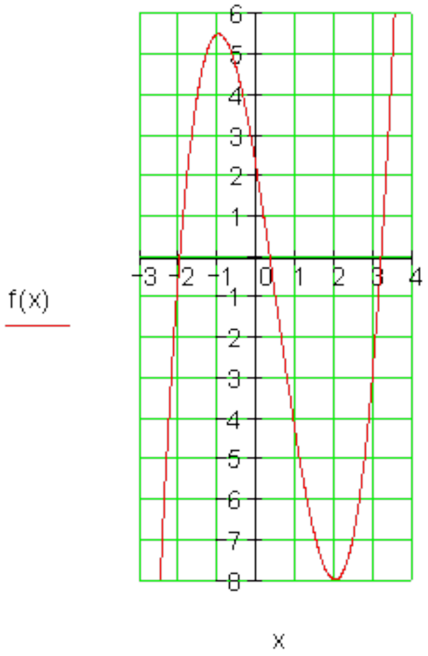
$P_{x1}(1|0)$

$P_{x2/3}\left(\pm 2 \cdot \sqrt{2} \approx \pm 2{,}83|0\right)$



(c) ketabton.com: The Digital Library

ټ –



$$f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 2$$

ارزښتجدول

x	−2,5	−2	−1,5	−1	−0,5
f (x)	−8	0	4,25	5,5	−8
x	0	0,5	1	1,5	2
f (x)	2	−1,25	−4,5	−7	−8
x	2,5	3	3,5		
f (x)	−6,75	−2,5	5,5		

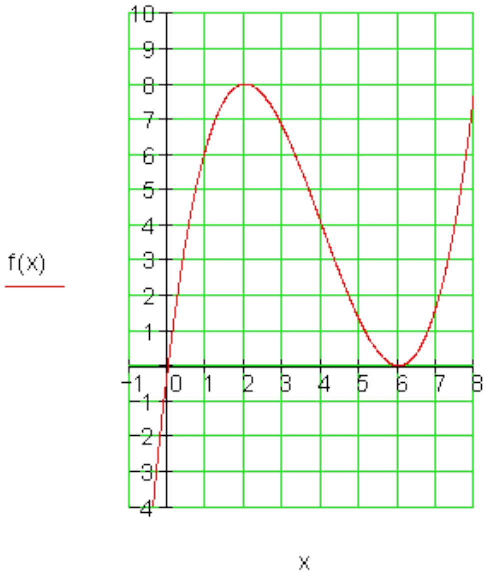
محورغوڅتکي يا نقاط تقاطع محور

$P_y(0|2)$

$P_{x1}(-2|0)$

$$P_{x2}\left(\frac{7}{4} + \frac{1}{4}\sqrt{33} \approx 3,19 | 0\right)$$

$$P_{x3}\left(\frac{7}{4} - \frac{1}{4}\sqrt{33} \approx 0,31 | 0\right)$$



$$f(x) = \frac{1}{4}x^3 - 3x^2 + 9x$$

ارزښت جدول

x	−0,5	0	0,5	1
f (x)	−5,28	0	3,78	0,25
x	1,5	2	2,5	3
f (x)	7,59	8	7,66	6,75
x	3,5	4	4,5	5
f (x)	5,47	4	2,53	1,25
x	5,5	6	6,5	7
f (x)	0,34	0	0,41	1,75

محورغوڅتکی:

ث –

$P_y(0\|0)$ $P_{x1}(0\|0)$ $P_{x2/3}(6\|0)$	

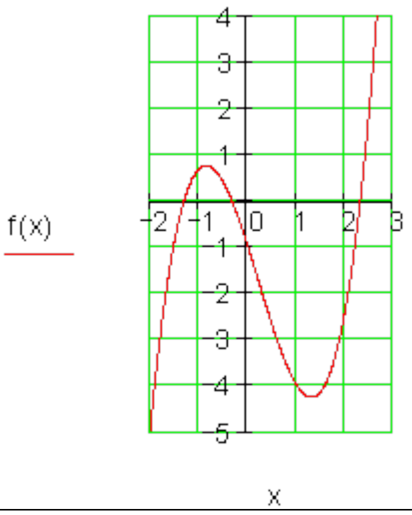
شپږم:

الف-

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
f(x)	−24	−5	$\frac{2}{3}$	−1	−4	$-2\frac{1}{3}$	10

لومړی صفرځای	$-2 < x_1 < -1$
دويم صفرځای	$-1 < x_2 < 0$
دريم صفرځای	$2 < x_3 < 3$

انټروالونه چي د هغو په دننه کي صفرځايونه شتون لري، د توابعو د مختخبنو له لارې ميندل کيږي.



x	−3	−2	−1	0	1	2	3
f(x)	−0,32	−0,09	0	0,01	0	0,03	0,16

ب – 1. Nullstelle: $P_{x1}(-1|0)$ 2. Nullstelle: $P_{x2}(1|0)$

په پورته کي المانيـ صفرځای.

ګومان نږدې دی، چي ګراف د x محور د P_{x2} په ټکي کي لمسوي.

دا ګومان ازماېښتوړ دی.

نيونه يا فرضيه:

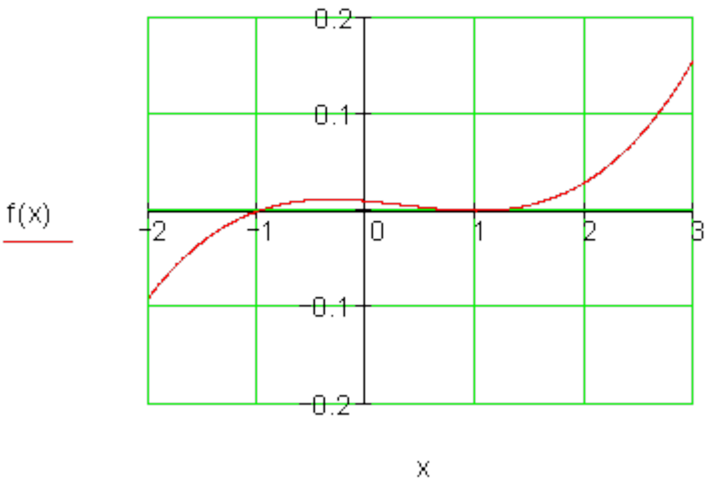
$$f(x) = 0{,}01\underbrace{(x-1)(x-1)}_{\text{doppelte Nullstelle}}(x+1)$$

دبل صفرځايونه

$$= 0{,}01(x-1)^2(x+1) = 0{,}01\left(x^3 - x^2 - x + 1\right) \Rightarrow P_{x2/3}(1|0)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نيونه يا فرضيه ټيک وه.

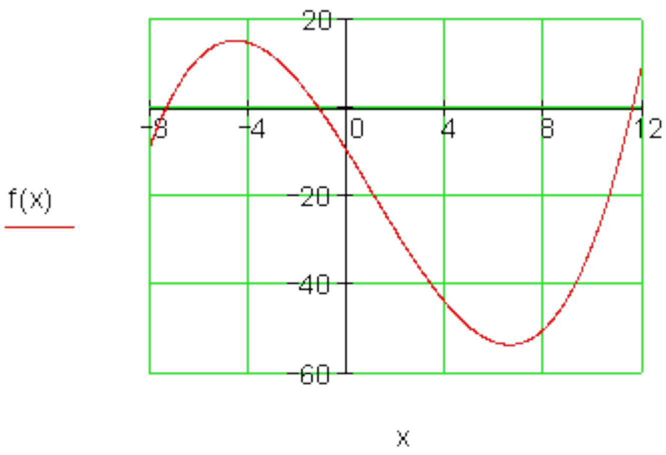


پ –

x	−8	−4	0	4	8	12
f(x)	−8,4	14,8	−10	−44,4	−50	11,6

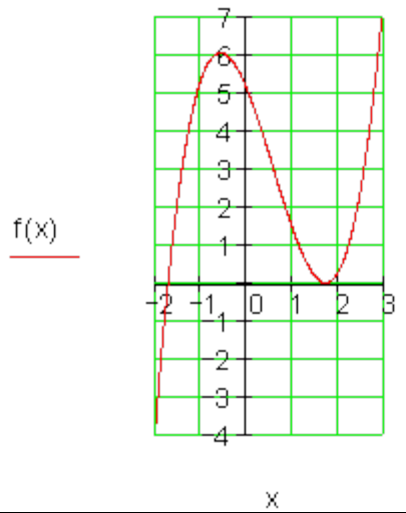
$-8 < x_1 < -4$	لومړی صفرځای:
$-4 < x_2 < 0$	دويم صفرځای:
$8 < x_3 < 12$	دريم صفرځای:

د دې پوښتنې د ځواب لپاره بايد ګرافيکي ور جبشميرونی وکارول شي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

ت -



$$f(x)=(x-1{,}7)(x^2-3)$$
$$f(x)=0$$
$$\Leftrightarrow x-1{,}7=0 \Rightarrow x_1=1{,}7$$
$$x^2-3=0 \Rightarrow x_2=\sqrt{3}\,;\ x_3=-\sqrt{3}$$
$$\Rightarrow P_{x1}(-\sqrt{3}\,|\,0);\ P_{x2}(1{,}7\,|\,0);\ P_{x1}(\sqrt{3}\,|\,0)$$

x	−2	−1	0	1	2	3
f(x)	−3,7	5,4	5,1	1,4	0,3	7,8

له ګرافه نه پیژندل کیږي، چې په انتروال (1 ; 2) کې دوه صفرځایونه شتون لري. دا ټیکه شمیرنه بنايي.

محور غوښتکي او د ټولراشنل یا نسبتي توابعو ګرافونه II

لومړی: د دریمې درجې یو ټولهوښیار یا –راشنل تابع سرچینې سره سیومتریک ده، که
الف- له ټکو $P_1(1|2)$ او $P_2(3|-2)$ څخه تیره شي.
ب- که کرښهg د g(x)=3x سره پارابول په P(0|0) کې لمس کړي.
دویم: تابع f(x) د پیژندورشو یا تعریف ساحې D = IR سره ورکړ شوې ده. تابع f(x) په سیومتري وخیړی، صفرځایونه وشمیرئ او ګراف وکاږئ.

الف – $f(x)=\frac{1}{2}x^3-3x^2$ ب – $f(x)=x^3-\frac{4}{3}x^2+\frac{1}{3}x$

پ - $f(x)=\frac{1}{4}x^3-\frac{3}{4}x^2+5$ ت - $f(x)=\frac{1}{48}x^3-x$

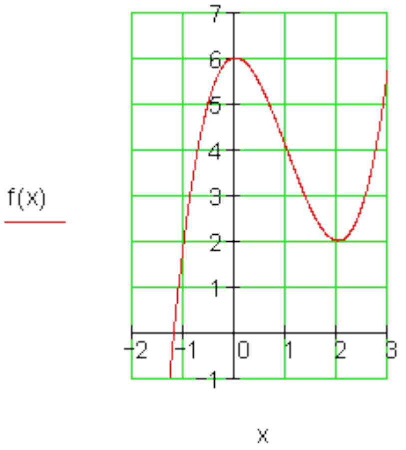
ټ - $f(x)=\frac{1}{4}x^3-3x^2+9x$ ث - $f(x)=\frac{1}{5}x(3-x)(x+1)$

ج - $f(x)=\frac{1}{2}x\left(\frac{1}{4}x-1\right)^2$ چ = $f(x)=-\frac{1}{4}x^3+\frac{9}{4}x^2-6x+\frac{9}{2}$

دریم: تابع $f(x)=x^3-3x^2+6;\ D=\mathbb{R}$ ورکړشوې ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - وښايئ: د f(x) صفرځای د (1- ; 2-)
ترمنځ پروت دی. مدلل کړئ، چې f(x) تيک يو
صفرځای لري، دا ګراف بايد څنګه راکښل شي،
چي له هغي سره دا تيک دوه صفرځايونه ولري؟
ب- کرښه x = u د f(x) ګراف په ټکي Q او د
x محور په P کې غوڅوي.
د لاندي دريګوډي يا مثلث 0PQ سطحه د u = 2
لپاره وښايئ.
د مثلث د (خوندي) سطحې ترم د u په واکوالي
کې د u > 0 لپاره ورکړئ.
g(x) څومره صفرځايونه د g(x)=3.f(x) سره
لري؟ دلايل يې راوړئ.



خلورم: تابع $f(x) = 5x^3 - 10,8x + 4$ ورکړ شوي ده. وښايئ: x=0,4 يو صفرځای دی.
پسي نور صفرځايونه وشميرئ.

$f(x) = 5x^3 - 10,8x + 4 \; ; D = \mathbb{R}$

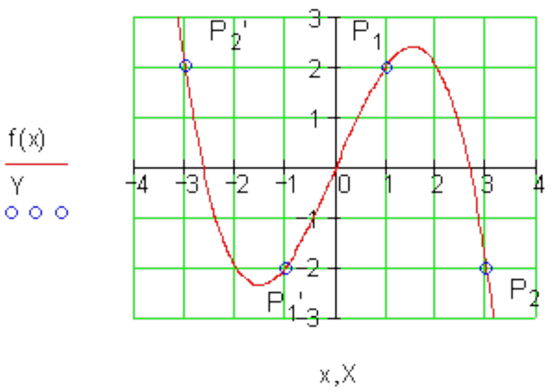
پنځم: د اووښتوني يا متحولي c په واکوالي کې د صفرځايونو تعداد وټاکئ.

$f(x) = x^3 + 2x^2 + 2cx \; ; D = \mathbb{R}$

ځوابونه

د صفرځايونو شميرنه او تولهوښيارو توابعو ګرافونو کښل.

مفصل حلونه: لومړی: الف-



سرچيني ته سيومتري په دې معنا ده
چې ټکي سيومتري دی.

$f(-x) = -f(x)$

$P_1(1|2): f(-1) = -f(1) = -2$

$\Rightarrow P_1'(-1|-2)$

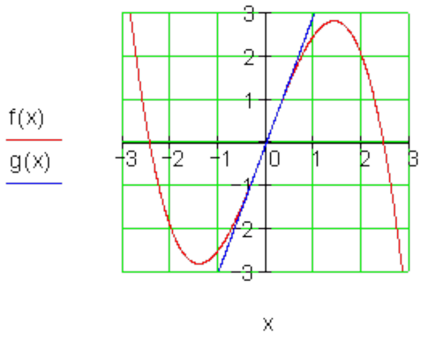
$P_2(3|-2): f(-3) = -f(3) = 2$

$\Rightarrow P_2'(-3|2)$

د دې څلور ټکو سره ګراف کښل کيدی
شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

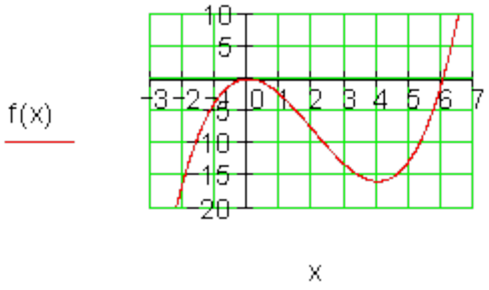
ب –



ګراف ټکی سیمتریک دی. په صفر ټکي کي جګوالي د کربنی g(x) = 3x جګوالي سره برابر دی
ګراف څلورمي(ربعي) په ترتیب داسي ده: ځغاسته له کیڼ و بني لورته:

II - III - I - IV

دويم: لف-



$$f(x)=\frac{1}{2}x^3-3x^2 \Rightarrow$$

لاس ته راځي،چې سیومتی نه شته

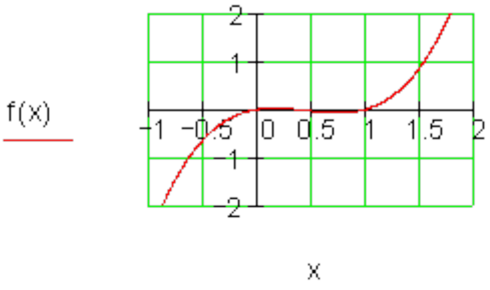
$$f(x)=0 \Leftrightarrow x^2\left(\frac{1}{2}x-3\right)=0$$

$$\Rightarrow x_{1/2}=0;\ x_3=6$$

لمستکی: $P_{x1/2}(0|0)$ ، $P_{x3}(6|0)$

ځغاسته له کیڼ بني لورته: I - IV - III

ب –



$$f(x)=x^3-\frac{4}{3}x^2+\frac{1}{3}x$$

له دي لاس ته راځي، چې سیومتری نه شته،

$$f(x)=0 \Leftrightarrow x\left(x^2-\frac{4}{3}x+\frac{1}{3}\right)=0$$

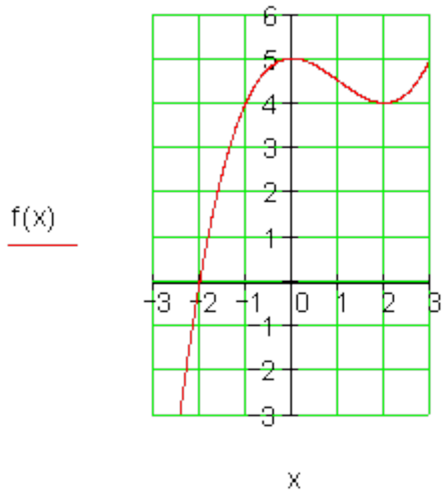
$$\Rightarrow x_1=0;\ x_2=\frac{1}{3};\ x_3=1$$

$$P_x(0|0);\ P_{x2}\left(\frac{1}{3}|0\right);\ P_{x3}(1|0)$$

ځغاسته له کیڼ بني لورته: I - IV - I - III

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ –



ځغاسته له کيڼ و ښي لورته: I - II - III

$$f(x)=\frac{1}{4}x^3-\frac{3}{4}x^2+5$$

لاس ته راځي، چې سيومترى نه شته،

لومړى صفرځاى و ازمايئ:

$$f(-2)=-\frac{8}{4}-\frac{12}{4}+5=0$$
$$\Rightarrow x_1=-2$$

پولينوموېش

$$\left(\frac{1}{4}x^3-\frac{3}{4}x^2+5\right):(x+1)$$
$$=\frac{1}{4}x^2-\frac{5}{4}x+\frac{10}{4}$$
$$\Rightarrow f(x)=(x+2)\left(\frac{1}{4}x^2-\frac{5}{4}x+\frac{10}{4}\right)$$
$$=\frac{1}{4}(x+2)\left(x^2-5x+10\right)$$
$$x^2-5x+10=0$$
$$\Rightarrow p=-5;\ q=10$$
$$\Rightarrow D=6,25-10<0$$

لاس ته راځي: حل نه شته

لاس ته راځي: نور صفرځايونه هم نه شته.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت –

$$f(x)=\frac{1}{48}x^3-x\Rightarrow$$

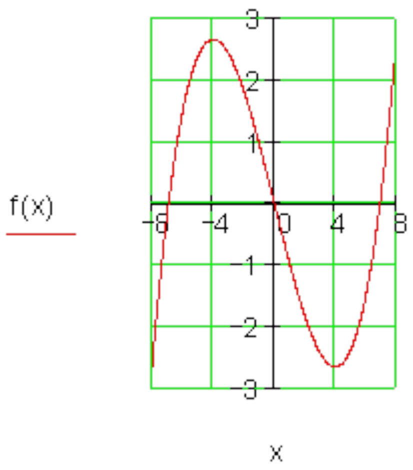
تکی سیومتریک

$$f(x)=0\Leftrightarrow x\left(\frac{1}{48}x^2-1\right)=0$$

$$\Rightarrow x_1=0\,;\,x_2=\sqrt{48}\,;\,x_3=-\sqrt{48}$$

$$P_x(0|0)\,;\,P_{x2}\left(\sqrt{48}\,|\,0\right);\,P_{x3}\left(-\sqrt{48}\,|\,0\right)$$

ځغاسته له کين بني لورته: I - IV - II - III



ټ –

$$f(x)=\frac{1}{4}x^3-3x^2+9x\Rightarrow$$

سیمتري نه شته، لمستکی

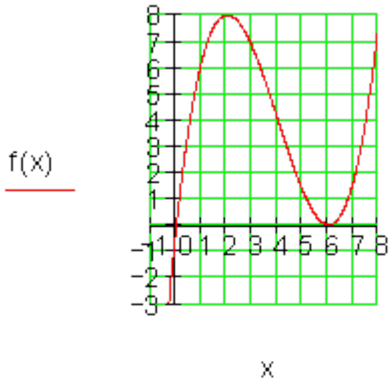
$$f(x)=0\Leftrightarrow x\left(\frac{1}{4}x^2-3x+9\right)=0\Rightarrow x_1=0$$

$$\frac{1}{4}x^2-3x+9=0\Leftrightarrow x^2-12x+36=0$$

$$\Rightarrow p=-12\,;\,q=36\Rightarrow D=0\Rightarrow x_{2/3}=6$$

لمسکی: $P_{x1}(0|0)\,;\,P_{x2/3}(6|0)$

ځغاسته له کين وبنی لور ته: I - III



ث –

(c) ketabton.com: The Digital Library

<table>
<tr>
<td>

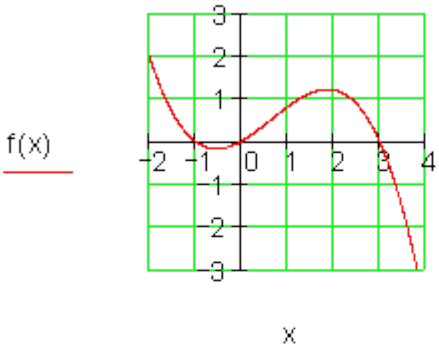
$$f(x) = \frac{1}{5}x(3-x)(x+1)$$
$$= -\frac{1}{5}x^3 + \frac{2}{5}x^2 + \frac{3}{5}x$$

لاس ته راځي،چي سيومتري نه شته

$x_1 = -1;\ x_2 = 0;\ x_3 = 3$
$P_{x1}(-1|0);\ P_{x2}(0|0);\ P_{x3}(3|0)$

ځغاسته له کيڼ بني لورته: IV - I - III - II

</td>
<td>



</td>
</tr>
</table>

ج –

<table>
<tr>
<td>

$$f(x) = \frac{1}{5}x\left(\frac{1}{4}x-1\right)^2$$
$$= -\frac{1}{32}x^3 - \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x$$

لاس ته راځي،چي سيومتري نه شته،

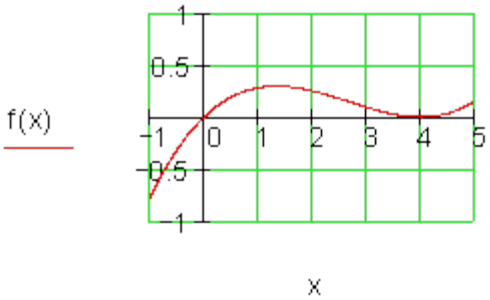
$x_1 = 0;\ x_{2/3} = 4$
$P_{x1}(0|0)$

لمستکی

$P_{x2/3}(4|0)$

ځغاسته له کيڼ وښی لور ته: I - III

</td>
<td>



</td>
</tr>
</table>

چ

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + \frac{9}{4}x^2 - 6x + \frac{9}{2}$$

لاس ته را ځي،چي سيومتري نه شته

لومړی صفرځای د ازماېښت له لارې

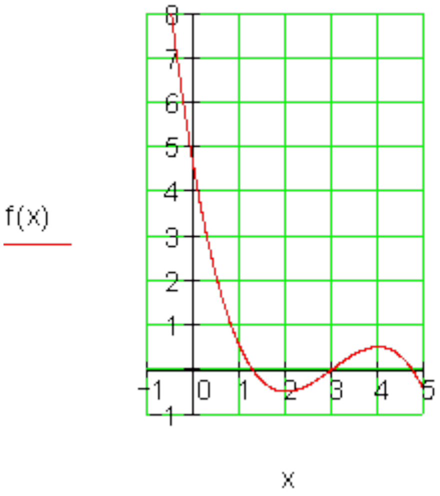
$$f(3) = -\frac{27}{4} + \frac{81}{4} - 18 + \frac{9}{2} = 0$$
$$\Rightarrow x_1 = 3$$

پولينوموېش

$$\left(-\frac{1}{4}x^3 + \frac{9}{4}x^2 - 6x + \frac{9}{2}\right) : (x-3)$$
$$= -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}$$
$$\Rightarrow f(x) = (x-3)\left(-\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}\right)$$
$$= -\frac{1}{4}(x-3)\left(x^2 - 6x + 6\right)$$
$$x^2 - 6x + 6 = 0$$
$$\Rightarrow p = -6 ;\ q = 6 \Rightarrow D = 3$$
$$\Rightarrow x_2 = 3 + \sqrt{3} ;\ x_3 = 3 - \sqrt{3}$$
$$\Rightarrow P_{x1}(3 \mid 0)$$
$$P_{x2}\left(3 + \sqrt{3} \mid 0\right); P_{x3}\left(3 - \sqrt{3} \mid 0\right)$$

ځغاسته له كيڼ وښی لور ته:

II - I - IV - I - IV

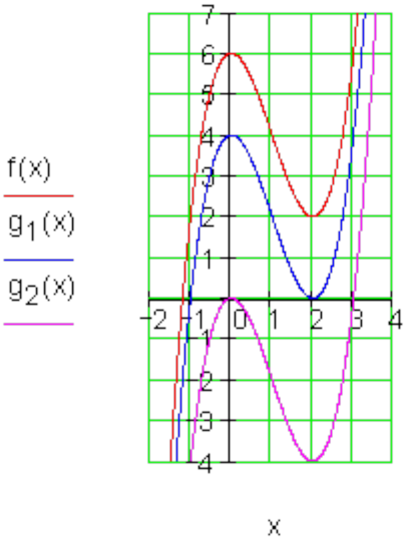


(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم:

الف-

$$f(x) := x^3 - 3x^2 + 6$$
$$g_1(x) := x^3 - 3x^2 + 4$$
$$g_2(x) := x^3 - 3x^2$$



$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 6$$
$$f(-2) = -8 - 12 + 6 = -14$$
$$f(-1) = -1 - 3 + 6 = 2$$

د تابع ارزښتونو کي د مختښي بدلون په دي معنا دی، چي په انتروال (1- ; 2-)کي بايد يو صفرځای وي. د دريمي درجي تولهوښيار- يا راشنل تابع لږ تر لږه يو صفرځای لري. دا چي د f(x) د ګراف ټيټ ځای دx محور پورته لور ته پروت دی، کيدی شي دا فقط يو صفرځای ولري. که ګرافg(x) ټيک دوه صفرځايونه ولري، نو دا بايد نو بايد د f(x) ګراف په 2 LE د اوږدوالي يونونو يا واحدونو يا په 6 LE د اوږدوالي واحدونو کښته لور ته راکښل شي. نو دوه امکانات شتون لري:

$$1.\ g_1(x) = f(x) - 2 = x^3 - 3x^2 + 4$$
$$2.\ g_2(x) = f(x) - 6 = x^3 - 3x^2$$

ب – د درېګوډي يا مثلث سطحه:

$$A = \frac{g \cdot h}{2}$$

د u په واکولي کي د g=u او h=f(u)

سره باور لري:
$$A(u) = \frac{u \cdot f(u)}{2}$$

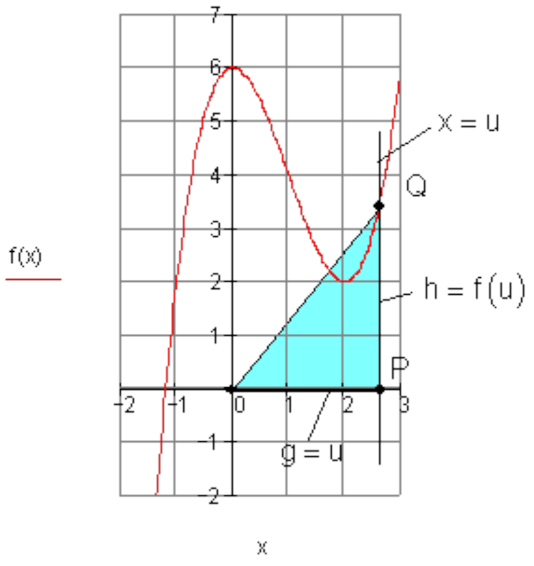
د u=2 لپاره f(u)=f(2)=2 دی

$$\Rightarrow A = \frac{2 \cdot 2}{2} = 2\,FE$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پـه تولیزه توګه د u>0 لپاره باور لري:

$$A(u) = \frac{1}{2}u \cdot f(u)$$
$$= \frac{1}{2}u\left(u^3 - 3u^2 + 6\right)$$
$$= \frac{1}{2}u^4 - \frac{3}{2}u^3 + 3u$$



پ – تابع g(x) = 3f(x) همغه یا برابر صفرځایونه لري لکه f(x) . دلیل راوړنه:

$$f(x) = 0 \Rightarrow \underbrace{3 \cdot f(x)}_{g(x)} = 0 \Rightarrow g(x) = 0$$

ځلورم: $f(x) = 5x^3 - 10,8x + 4$ غوښتنه(ثبوت): x=0,4 یو صفرځای ورکوي،

نو f(0,4)=0

ښوونه: $f(0,4) = 5 \cdot 0,4^3 - 10,8 \cdot 0,4 + 4 = 0,32 - 4,32 + 4 = 0$

پولینوموېش: $\left(5x^3 - 10,8x + 4\right) : (x - 0,4) = 5x^2 + 2x - 10$

$$-\left(5x^3 - 2x^2\right)$$
$$2x^2 - 10,8x$$
$$-\left(2x^2 - 0,8x\right)$$
$$-10x + 4$$
$$-(-10x + 4)$$

$$\Rightarrow 5x^2 + 2x - 10 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 0,4x - 2 = 0$$
$$p = 0,4;\ q = -2 \Rightarrow D = 2,04$$
$$\Rightarrow x_2 = -0,2 + \sqrt{2,04} \approx 1,23$$
$$\Rightarrow x_3 = -0,2 - \sqrt{2,04} \approx -1,63$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم:

$$f(x) = x^3 + 2x^2 + 2cx = x(x^2 + 2x + 2c)$$

کيدى شي زيات له زيات دري صفرځايونه منځ ته راشي.
P(0 | 0) له c خپلواک (تابع نه) تل يو صفرځاى دى. د نوکانو دننه افاده د ښيرني ده.(
د الماني für د لپاره)

$$x^2 + 2x + 2c = 0 \Rightarrow p = 2;\ q = 2c \Rightarrow D = 1 - 2c$$

$$\text{für } D > 0 \Rightarrow 1 - 2c > 0 \Leftrightarrow c < 0{,}5$$

$$\text{für } D = 0 \Rightarrow 1 - 2c = 0 \Leftrightarrow c = 0{,}5 \Rightarrow x_{2/3} = -1$$

$$\text{für } D < 0 \Rightarrow 1 - 2c < 0 \Leftrightarrow c > 0{,}5$$

$$\text{für } c = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow x(x+2) = 0 \Rightarrow x_2 = 0;\ x_3 = -2$$

اړيکي:
د $c > 0{,}5$ لپاره f(x) تيک يو صفرځاى لري:($P_x(0 | 0)$
د $c = 0{,}5$ يا د $c = 0$ لپاره f(x) تيک دوه صفرځايونه لري.
د $c < 0{,}5$ او c د صفر سره نامساوي لپاره f(x) تيک درې صفرځايونه لري.

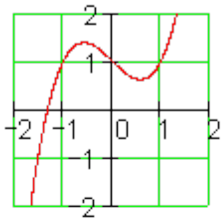
پوښتني

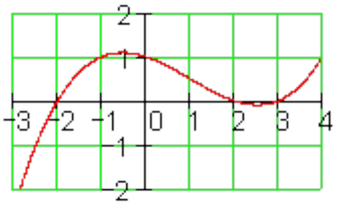
د تول راشنل توابعو محور غوښتکي او گرافونهIII

تابع په يوه گراف تنظيمېري.

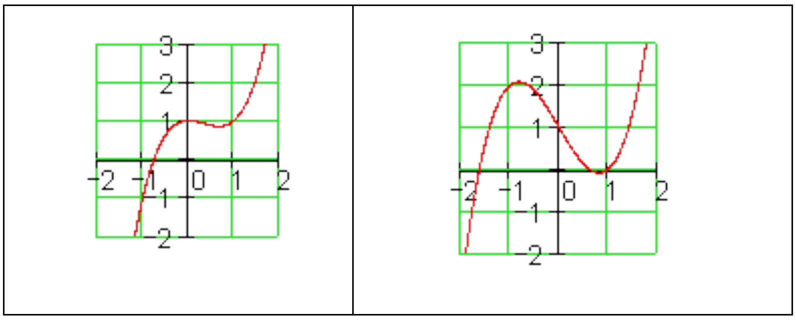
لومړى: هر د يوه تابع ترم سره تنظيم کړى او خپله پرېکړه په دليل کلکه کړى.

$$f_1(x) = x^3 - x + 1;\ f_2(x) = x^3 - 2x + 1;\ f_3(x) = x^3 - x^2 + 1;\ f_4(x) = \frac{1}{12}x^3 - \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{3}x + 1$$





(c) ketabton.com: The Digital Library



دويم: هر هغه ځوک چي د لايسنس اخستلو لپاره ځان چمتو کوي، بايد وپوهيږي، چي د يوه بريک وهونکي موټر تمکيدني واټن په يوه وچ پاخه سرک)چي طبعاً بايد هوار وي) د عکسالعمل لار او د بريک لار څخه يوځاى جوړه ده. د لاندي د موټي قانون يا لار(د دري ګوتو) څخه کيدى شي د چټکتيا v په km/h د عکسالعمل لارr او د بريک لار b په متر وشميرل شي.

د بريک لار: $b = \left(\frac{v}{10}\right)^2$ همداسي $b = \frac{\left(\frac{v}{10}\right)^2}{2}$ ، د عکس العمل لار: $r = \frac{v}{10} \cdot 3$

د المان د3.3.04 راپن اخبار د اول له جولاى 2004 1. Juli په وچ سره د تمځاى لار په بل بريکلار شميرل کيږي.(په افغانستن کي به داخنګه وي ؟نه پوهيږم)

الف- تابع مساوات $s = f(v)$ وټاکى، د کوم سره چي د هري تلني د چټکتيا يا سرعت تملار شميرل کيدى شي.

ب – د لاندي تلل شوى چټکتيا $v = 0, 10, 20, 30, \dots 50$ km/h لپاره په يوه ارزښت جدول کي د هغه هر يوه تمځاى s سره يوځاى کړى

پ – له دي سره د (60 ... 100 km/h) لپاره دs يو څونور ارزښتونه وشميرى او د دي تابع ګراف وکاږى.

ت – د نوي بريک نيولو قانون(المانى) سره دا تراوسه شميرل شوي ارزښتونه وشميرى او دا په همغه کواودينات سيستم کي وکاږى او توله نتيجه په شننه يا کومنتار سره روښانه کړى.

دريم: داتابعورکړ شوى: $f(x) = x^3 - 0,5x^2 - 3x + 1,5 \,;\, D = \mathbb{R}$

الف- وښايى: $f(x) = 0,5(2x-1)(x^2-3)$

ب –ګراف د شوونتيا تر پولي تيک وکاږى.

پ – د x د کوم ارزښتونو لپاره$f(x)>0$ باور لري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

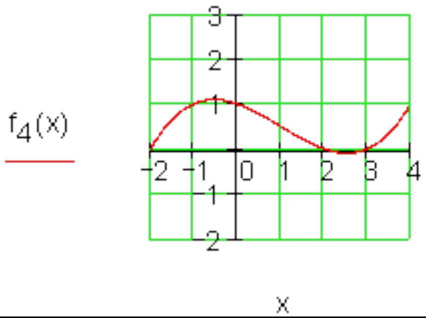
حلونه

د صفرځايونو شميرنه او د تول هوښيار تابع ګراف رسمونه.

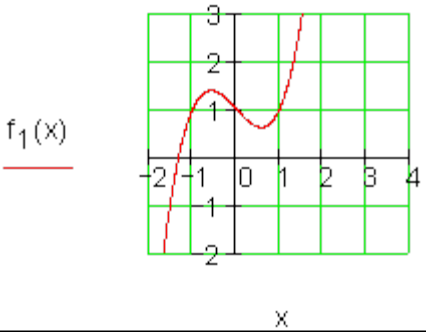
مفصل ځوابونه:

لومړی:

الف-

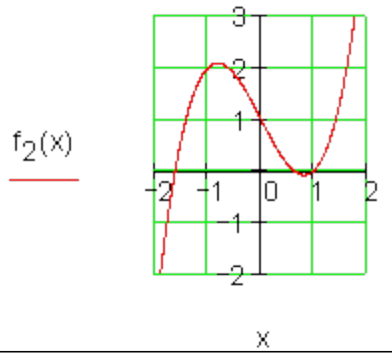
د تابعمساوات ځخه لوستل کيږي، چې و ټکي $P(0 \mid 1)$ ته مو سيومتر مخ ته پرته ده. $f_4(x)$ صفرځايونه لري $P_{x1}(-2 \mid 0)$; $P_{x2}(2 \mid 0)$ او $P_{x3}(3 \mid 0)$	$f_4(x) = \frac{1}{12}x^3 - \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{3}x + 1$ 

ب –

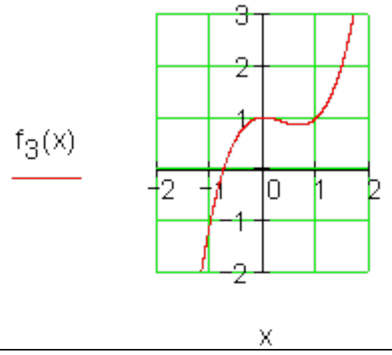
حل ته د سيومتري څيړني څخه راځو. $f_1(x)$ و ټکي$P(0 \mid 1)$ ته سيومتريک دی او له ټکي $Q(1 \mid 0)$ څخه تيريږي. په يوه اوږدوالی واحد باندي راکښني سره به دا ګراف حتی ټکی سيومتريک وی.	$f_1(x) = x^3 - x + 1$ 

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ -

حل ته د سيومتري خيرني څخه راځو. $f_1(x)$ و ټکي$P(0 \mid 1)$ ته سيومتريک دی او له ټکي $Q(1 \mid 1)$څخه تيريږي. په يوه اوږدوالی واحد باندې کښته لورته راکښني سره به دا ګراف حتی ټکی سيومتريک وی.	$f_2(x) = x^3 - 2x + 1$ 

ت-

د تابع مساوات څخه لوستل کيږي، چې و ټکي $P(0 \mid 1)$ ته مو سيومتي مخ ته ده پرته. $f_3(x)$ د ټکو $Q(1 \mid 1)$ او$R(-1 \mid -1)$ له لارې تيريږي.	$f_3(x) = x^3 - x^2 + 1$ 

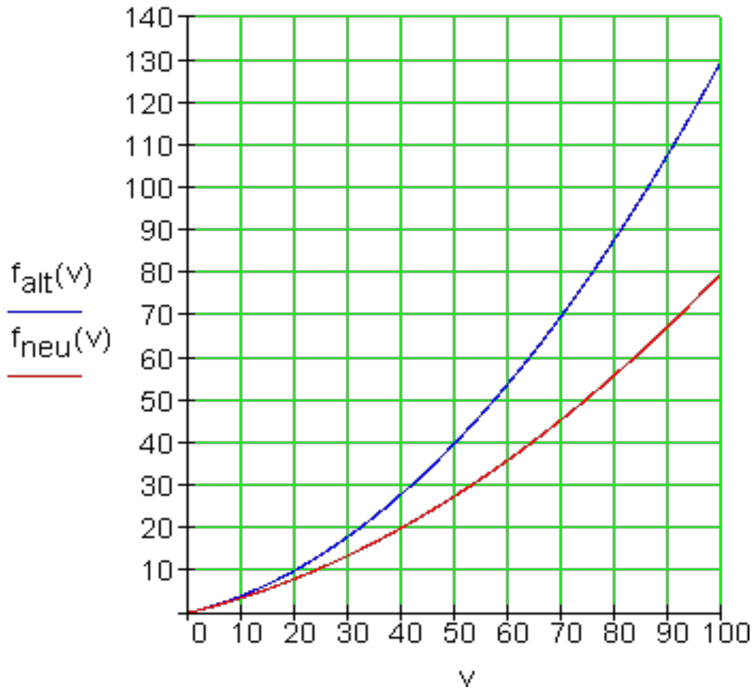
دويم:

الف-

زوړ قانون:	$f_{alt}(v) = \left(\frac{v}{10}\right)^2 + \frac{v}{10} \cdot 3 = \frac{1}{100}v^2 + \frac{3}{10}v$
نوی قانون:	$f_{neu}(v) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{v}{10}\right)^2 + \frac{v}{10} \cdot 3 = \frac{1}{200}v^2 + \frac{3}{10}v$

ب –

(c) ketabton.com: The Digital Library



پ – د نوې نظم وروسته د چټکتیا زیاتیدو سره توپیر تل لوییږي.

د 50 km/h سره تملار(د درېدو واټن) 27,5 m دی، دا د زاړه 40 m نږدې 69% دی. د 100 km/h سره نوې تملار فقط نوره 80 m ده، دا د 130 m زړې لارې نږدې 61% ده.

د بریکلار کمښت د ښه بریک (ABS)له امله موخه وره ده.

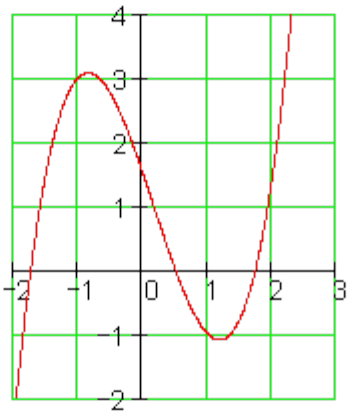
دریم:

الف-

$$f(x) = 0,5(2x-1)\left(x^2-3\right) = 0,5\left[(2x-1)\left(x^2-3\right)\right]$$
$$= 0,5\left[2x^3-6x-x^2+3\right] = x^3-0,5x^2-3x+1,5$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب –

 	د لاندې صفرځايونه $f(x) = 0{,}5(2x-1)(x^2-3):$ $2x-1=0$ $\Leftrightarrow x_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow P_{x1}\left(\frac{1}{2} \middle| 0\right)$ $x^2-3=0$ $\Leftrightarrow x_2 = \sqrt{3}\,;\, x_3 = -\sqrt{3}$ $\Rightarrow P_{x2}(\sqrt{3} \mid 0);\, P_{x3}(-\sqrt{3} \mid 0)$

پ –

د ګراف ځغاستي څخه ساده لوستل کيږي: $f(x) > 0$

د $I_1 = \left\{x \mid -\sqrt{3} < x < \frac{1}{2}\right\}_{\mathbb{R}}$ او $I_2 = \left\{x \mid \sqrt{3} < x < \infty\right\}_{\mathbb{R}}$ لپاره.

پوښتني

پولينوم وېش ته I

لومړی: لاندې پولينوموېش سرته ورسوی.

بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\left(x^3+2x^2-5x-6\right):(x+1)=x^2+x-6$$
$$-\left(x^3+x^2\right)$$
$$x^2-5x$$
$$-\left(x^2+x\right)$$
$$-6x-6$$
$$-(-6x-6)$$

Prob e: $(x+1)\left(x^2+x-6\right)=x^3+x^2-6x+x^2+x-6=\underline{\underline{x^3+2x^2-5x-6}}$

الف- $\left(x^3+2x^2-5x-6\right):(x+3)$ ب - $\left(2x^3-14x-12\right):(x+2)$

پ - $\left(3x^3-15x^2-51x+63\right):(x+3)$ ت - $\left(\frac{1}{2}x^3-\frac{3}{2}x^2-2x+6\right):(x-2)$

ټ - $\left(x^3+\frac{11}{2}x^2+5x-4\right):(x+4)$ ث - $\left(x^3+\frac{3}{2}x^2-\frac{11}{2}x-3\right):\left(x+\frac{1}{2}\right)$

ج - $\left(x^3-\frac{5}{4}x^2-\frac{23}{4}x+\frac{3}{2}\right):\left(x-\frac{1}{4}\right)$ چ - $\left(x^3-\frac{5}{3}x^2-\frac{47}{3}x-5\right):\left(x+\frac{1}{3}\right)$

ځ - $\left(x^3-\frac{7}{4}x+\frac{3}{4}\right):\left(x-\frac{1}{2}\right)$ خ - $\left(x^3-\frac{7}{4}x+\frac{3}{4}\right):\left(x+\frac{3}{2}\right)$

څ - $\left(x^3-\frac{5}{4}x^2-\frac{23}{4}x+\frac{3}{2}\right):(x+2)$ ځ – $\left(x^3-\frac{5}{3}x^2-\frac{47}{3}x-5\right):(x-5)$

د = $\left(x^3-\frac{7}{4}x+\frac{3}{4}\right):(x-1)$ ډ - $\left(\frac{1}{2}x^3-\frac{3}{2}x^2-2x+6\right):(x-3)$

دويم: لاندې پولينوموېش سرته ورسوی.

الف- $(x^3 - 3x^2 - 6x + 8) : (x + 1)$

ب - $(2x^3 - x^2 - 8x + 4) : (x^2 - 4)$

پ - $(2x^3 - 3x + 1) : (2x - 1)$

ت - $(x^3 - tx^2 - 2x + 2t) : (x^2 - 2)$

دريم: لاندې پولينومونه سرته ورسوئ.

الف- $(8x^5 - 6x^7 + 2x) : 2x^2$

ب - $(9a^5b^3 - 12a^3b^5) : 3a^3b^3$

پ - $(6a^6 + a^4b + 25b^3) : (3a^2 + 5b)$

ت - $(15a^9 - 8a^6b + 8b^3) : (3a^3 + 2b)$

ټ - $(14a^4 - a^3 + 5a^2 - 3a + 1) : (7a^2 - 4a + 1)$

ث - $(a^5 + a^4 - 8a^3 + 26a^2 - 29a + 21) : (a^2 - 2a + 3)$

ج - $(a^3 - 2a^2b + 2ab^2 - b^3) : (a - b)$

چ - $(a^3 + 2a^2b + 2ab^2 + b^3) : (a + b)$

څلورم: لاندې پولينومونه سرته ورسوئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- $\dfrac{3x^5y^{n+2}+3x^2y^{3n+2}-2x^{m+3}y^{n+3}-2x^my^{3n+3}}{x^3+y^{2n}}$

ب - $\dfrac{48a^{n+x}+56a^xb^x-72a^nb^c-84b^{x+c}}{12a^n+14b^x}$

پ - $\dfrac{8a^{2n+1}-10a^{2n}b+15a^{3n-2}b-12a^{3n-1}}{2a^{2n}-3a^{3n-2}}$

ت - $\dfrac{2a^5b^{x+2}-2a^3b^{x+5}+3a^4b^{2x-1}-3a^2b^{2x+2}}{a^2-b^3}$

ځوابونه

پولینوموېش نتیحې

لومړی: الف- $\left(x^3+2x^2-5x-6\right):\left(x+3\right)=x^2-x-2$

ب - $\left(2x^3-14x-12\right):\left(x+2\right)=2x^2-4x-6$

پ - $\left(3x^3-15x^2-51x+63\right):\left(x+3\right)=3x^2-24x+21$

ت - $\left(\frac{1}{2}x^3-\frac{3}{2}x^2-2x+6\right):\left(x-2\right)=\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}x-3$

ټ - $\left(x^3+\frac{11}{2}x^2+5x-4\right):\left(x+4\right)=x^2+\frac{3}{2}x-1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ث - $\left(x^3+\frac{3}{2}x^2-\frac{11}{2}x-3\right):\left(x+\frac{1}{2}\right)=x^2+x-6$

ج - $\left(x^3-\frac{5}{4}x^2-\frac{23}{4}x+\frac{3}{2}\right):\left(x-\frac{1}{4}\right)=x^2-x-6$

چ - $\left(x^3-\frac{5}{3}x^2-\frac{47}{3}x-5\right):\left(x+\frac{1}{3}\right)=x^2-2x-15$

ځ - $\left(x^3-\frac{7}{4}x+\frac{3}{4}\right):\left(x-\frac{1}{2}\right)=x^2+\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$

ح - $\left(x^3-\frac{7}{4}x+\frac{3}{4}\right):\left(x+\frac{3}{2}\right)=x^2-\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}$

خ- $\left(x^3-\frac{5}{4}x^2-\frac{23}{4}x+\frac{3}{2}\right):(x+2)=x^2-\frac{13}{4}x+\frac{3}{4}$

څ - $\left(x^3-\frac{5}{3}x^2-\frac{47}{3}x-5\right):(x-5)=x^2+\frac{10}{3}x+1$

ځ – د- $\left(\frac{1}{2}x^3-\frac{3}{2}x^2-2x+6\right):(x-3)=\frac{1}{2}x^2-2$

دويم: الف- $\left(x^3-3x^2-6x+8\right):(x+1)=x^2-4x-2+\frac{10}{x+1}$

ب - $\left(2x^3-x^2-8x+4\right):\left(x^2-4\right)=2x-1$

پ - $\left(2x^3-3x+1\right):(2x-1)=x^2+\frac{1}{2}x-\frac{5}{4}-\frac{1}{4(2x-1)}$

ت - $\left(x^3-tx^2-2x+2t\right):\left(x^2-2\right)=x-t$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم: الف- $\left(8x^5-6x^7+2x\right):2x^2=4x^3-3x^5+\frac{1}{x}$

ب - $\left(9a^5b^3-12a^3b^5\right):3a^3b^3=3a^2-4b^2$

پ - $\left(6a^6+a^4b+25b^3\right):\left(3a^2+5b\right)=2a^4-3a^2b+5b^2$

ت - $\left(15a^9-8a^6b+8b^3\right):\left(3a^3+2b\right)=5a^6-6a^3b+4b^2$

ټ - $\left(14a^4-a^3+5a^2-3a+1\right):\left(7a^2-4a+1\right)=2a^2+a+1$

ث - $\left(a^5+a^4-8a^3+26a^2-29a+21\right):\left(a^2-2a+3\right)=a^3+3a^2-5a+7$

ج - $\left(a^3-2a^2b+2ab^2-b^3\right):\left(a-b\right)=a^2-ab+b^2$

چ - $\left(a^3+2a^2b+2ab^2+b^3\right):\left(a+b\right)=a^2+ab+b^2$

څلورم: الف- $\frac{3x^5y^{n+2}+3x^2y^{3n+2}-2x^{m+3}y^{n+3}-2x^my^{3n+3}}{x^3+y^{2n}}=3x^2y^{n+2}-2x^my^{n+3}$

ب - $\frac{48a^{n+x}+56a^xb^x-72a^nb^c-84b^{x+c}}{12a^n+14b^x}=4a^x-6b^c$

پ - $\frac{8a^{2n+1}-10a^{2n}b+15a^{3n-2}b-12a^{3n-1}}{2a^{2n}-3a^{3n-2}}=4a-5b$

ت - $\frac{2a^5b^{x+2}-2a^3b^{x+5}+3a^4b^{2x-1}-3a^2b^{2x+2}}{a^2-b^3}=2a^3b^{x+2}+3a^2b^{2x-1}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.14 د ټول راشنل(نسبتي) توابعو ګراف

د ګراف رسمول

د دې لپاره چې د یوه ټولراشنل تابع ګراف رسم کړای شو، نو یوه ارزښت جدول او محورغوځېټکو ته اړتیا لرو.

ارزښت جدول.

یو امکان چې ارزښت جدول رسم کړای شي په دې کې پروت دی، چې ټول د اړتیا وړ تابع ارزښتونه د جب شمیري سره وشمیرو.

یو بل امکان ، زیات وخت ساده لاریې د **هورنر -شیما** راته راکوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د هورنر شيما د تابع د تابع ارزښت د ټاکلو لپاره

$f(x) = x^3 - x^2 - 11x + 3$

د $D = \{x \mid -4 \leq x \leq 4\}_{\mathbb{R}}$ لپاره.

	1	−1	−11	3	
x = −4		−4	+20	−36	
	1	−5	9	−33	⇒ f(−4) = −33
	1	−1	−11	3	
x = −3		−3	+12	−3	
	1	−4	1	0	⇒ f(−3) = 0 Nullstelle
	1	−1	−11	3	
x = −2		−2	+6	+10	
	1	−3	−5	13	⇒ f(−2) = 13
	1	−1	−11	3	
x = −1		−1	+2	+9	Hochpunkt
	1	−2	−9	12	⇒ f(−1) = 12
	1	−1	−11	3	Nulldurchgang
x = 1		+1	0	−11	
	1	0	−11	−8	⇒ f(1) = −8
	1	−1	−11	3	
x = 2		+2	+2	−18	
	1	1	−9	−15	⇒ f(2) = −15
	1	−1	−11	3	Tiefpunkt
x = 3		+3	+6	−15	
	1	2	−5	−12	f(3) = −12
	1	−1	−11	3	Nulldurchgang
x = 4		+4	+12	+4	
	1	3	1	7	f(x) = 7

د yمحور سره غوڅتکی:

f(0)=3

د تابع تلنه له II و I ته

له شيما څخه پيژنو:

د x=-3;f(-3)=0 سره صفرځايونه.

د [-2;-1] ترمنځ جګتکی

د [0;1] ترمنځ صفرتلنه

د [2;3] ترمنځ ټيټتکی

د[3;4] ترمنځ صفرتلنه

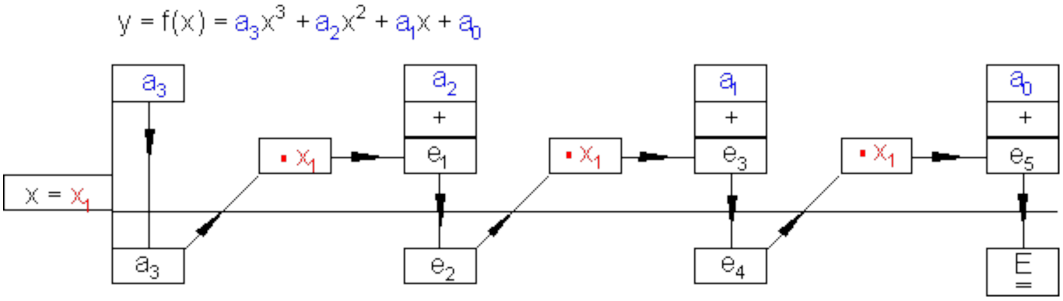
ارزښت جدول:

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
f(x)	−33	0	13	12	3	−8	−15	−12	7

پورته په ترتيب د الماني پښتو:صفرځای،جګټکی، له صفر تيريدنه،ټيټ ټکی، له صفر تيريدنه.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په لاندې کې د هورن-شیما ګرافیکی انځور شوې ده:



د صفرځای شمیرنه

$f(x) = x^3 - x^2 - 11x + 3 = 0$ د x1=-3 سره معلوم صفرځای په ځېر

له دې لاس ته راځي : د پولینوم وېش:

$$\left(x^3 - x^2 - 11x + 3\right) : (x+3) = x^2 - 4x + 1$$

$$-\left(x^3 + 3x\right)$$

$$-4x^2 - 11x$$

$$-\left(-4x^2 - 12x\right)$$

$$x + 3$$

$$-(x+3)$$

$$0$$

$$x^2 - 4x + 1 = 0 \quad p = -4 \quad q = 1$$

$$D = (-2)^2 - 1 = 4 - 1 = 3$$

$$x_{2/3} = 2 \pm \sqrt{3}$$

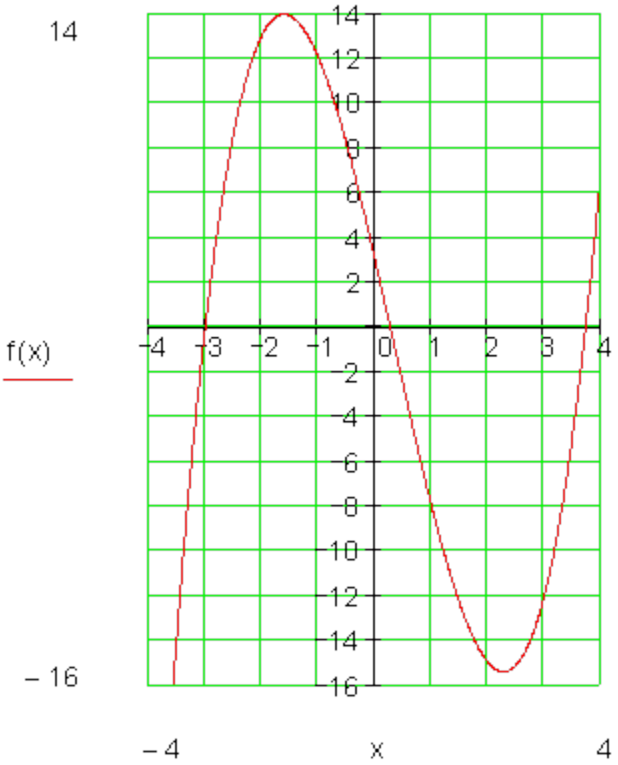
$$x_2 = 2 + \sqrt{3} \approx 3{,}73$$

$$x_3 = 2 - \sqrt{3} \approx 0{,}27$$

$$\Rightarrow P_{x_1}(-3 \mid 0); P_{x_2}\left(2 + \sqrt{3} \mid 0\right); P_{x_3}\left(2 - \sqrt{3} \mid 0\right)$$

اوس د تولو معلومو داتایو سره کیدی شي د تابع ګراف و ګښل شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



هغه څه چي تر اوسه يي ټيک نه شو پيژندلای، د ګراف جګټکي او ټيټکي دي. د دې لپاره مشتقشميرني ته اړتيا ده، چې په وروسته برخو کې به راشي.

په يوه د جګو درجو راشنل توابع کي پرابلم چي چي يوه يا زيات صفرځايونه پيدا کړو کيدی شي يوموخې ته هڅونکي ګومان يا په توکل raten له لارې هم حل کړو. د دې لپاره کيدی شي a_0 ضريب پوره مرستندوي وي. دa_0 پر وېشونې(مقسوم عليه) کيدی شي پسې مرسته وکړي.

بيلګه:

$f(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8 \qquad a_0 = 8 \Rightarrow T_8 = \{1; 2; 4; 8\}$ (د ۸ برخه ډ برئ)

ازمايښت له x=1 سره: f(1)=1-5+2+8=6

(c) ketabton.com: The Digital Library

ازماېښت له $x=2$ سره:$f(2)=8-20+4+8=0$ له دې لاس ته راځي $x1=2$ صفرځای دی.
پولينوموېش: $(x^3-5x+2x+8)(x-2)=x^2-3x-4$
د $x^2-3x-4=0$ حل ځخه لرو: $x2=4;x3=-1$

$$\Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}(2|0);P_{x2}(4|0);P_{x3}(-1|0)}}$$

تمرين **I :**

د هورنر-شيما، محورغوځتکي، ارزښت جدول، ګرافونه

د تابع په سويمتری حالت وينا وکړی. د هورنر-شيما سره په ورکړ شوي انتروال کې تابع ارزښت وشميری. (د پل سور 0,5) د محورغوځتکي پيدا کړی يو ارزښت جدول وکاږئ اوګراف په يوه پروتولاړسيستم (کواوردينات سيستم کې رسم کړئ(کچونی يا اندازه کوونی : ۱ واحد په سانتي متر 1 EH/cm)

لومړی - $f(x)=x^3-3x^2-x+3 \quad [-1,5;3,5]$

دويم - $f(x)=x^3-x^2-5x+2 \quad [-2,5;3]$

دريم - $f(x)=2x^3+6x^2-4 \quad [-3;1]$

ځلورم - $f(x)=x^3-3x^2 \quad [-1;3,5]$

پنځم - $f(x)=x^3-3x^2+4 \quad [-1,5;3]$

شپږم - $f(x)=x^3-6x^2+9x \quad [-0,5;4]$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوم - $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + x + 4 \quad [-1,5\,;\,4,5]$

اتم - $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4 \quad [-3\,;\,3,5]$

نهم - $f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 4x - 3 \quad [-3\,;\,3,5]$

لسم - $f(x) = \frac{1}{4}x^3 - 3x^2 + 9x - 4 \quad [-0,5\,;\,8]$

تمرينونه **II** : محورغوڅيکي، ارزښتجدول، ګرافونه

د تابع په سيومتری حالت وينا وکړی. په ورکړ شوي انتروال کي تابع ارزښت وشميری. (د پل سور 0,5) د محورغوڅيکي پيدا کړئ يو ارزښت جدول وکاږئ اوګراف په يوه پروتولاړسيستم (کواوردينات سيستم کې رسم کړئ(کچونی يا اندازه کوونی : ۱ واحد په سانتي متر 1 EH/cm)

اول - $f(x) = \frac{1}{5}x^4 - \frac{9}{5}x^2 \quad [-3,5\,;\,3,5]$

دويم - $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 3x^3 + \frac{45}{4}x^2 - \frac{27}{2}x \quad [-0,5\,;\,5,5]$

دريم - $f(x) = \frac{1}{10}x^4 - \frac{9}{5}x^2 + \frac{81}{10} \quad [-4\,;\,4]$

څلورم - $f(x) = \frac{1}{2}x^4 - 4x^3 + 8x^2 \quad [-1;\,5]$

پنځم - $f(x) = \frac{1}{2}x^4 - 2x^3 - x^2 + 6x + \frac{9}{2} \quad [-1,5\,;\,3,5]$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = \frac{1}{5}x^4 - \frac{4}{5}x^3 \quad [-1,5; 4,5]$$

شپږم -

اوم - $f(x) = \frac{1}{5}x^4 - \frac{12}{5}x^3 + \frac{48}{5}x^2 - \frac{64}{5}x \quad [-0,5; 5,5]$

اتم - $f(x) = \frac{1}{5}x^4 - \frac{8}{5}x^3 + \frac{18}{5}x^2 - \frac{27}{5} \quad [-1,5; 4,5]$

نهم - $f(x) = \frac{1}{10}x^4 - \frac{9}{5}x^2 + \frac{28}{5} \quad [-4; 4]$

لسم - $f(x) = \frac{1}{10}x^4 - \frac{8}{5}x^3 + 8x^2 - \frac{64}{5}x + \frac{3}{2} \quad [-0,5; 8,5]$

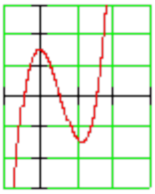
ځوابونه:

تولراشنل يا - هوښيار توابع **V** (د هورنر-شيما)

نتيجې او مفصل ځوابونه

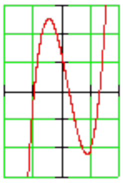
لومړی – نتيجه

سيومتري شتون نه لري

محور غوڅتکي $P_y(0\|3)$ $P_{x1}(-1\|0); P_{x2}(1\|0); P_{x3}(3\|0)$	

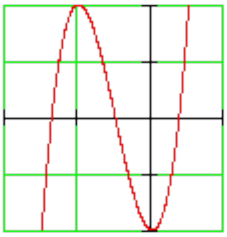
دويم - نتيجه

سيومتري نه شته

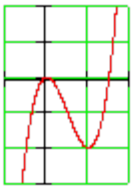
محور غوڅتکي $P_y(0\|3)$ $P_{x1}(-2\|0)$ $P_{x2}\left(1,5+\sqrt{1,25} \approx 2,62 \mid 0\right)$ $P_{x3}\left(1,5-\sqrt{1,25} \approx 0,38 \mid 0\right)$	

(c) ketabton.com: The Digital Library

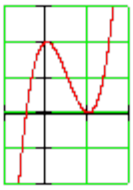
دريم – نتيجه

	سيومتري : نهشته محورغوڅيکي: $P_y(0\|-4);P_{x1}(-1\|0)$ $P_{x2}\left(-1+\sqrt{3}\approx 0,73\ \|\ 0\right)$ $P_{x3}\left(-1-\sqrt{3}\approx -2,73\ \|\ 0\right)$

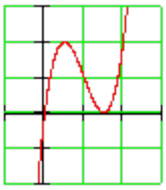
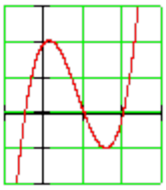
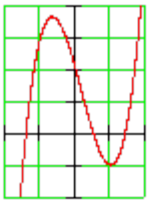
څلورم – نتيجه

	سيومتري نه شته محور غوڅيکي: $P_y(0\|0);P_{x1/2}(0\|0);P_{x3}(3\|0)$

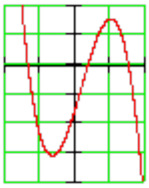
پنځم – نتيجه :

سيومتري : نه شته	
محورغوڅيکي: $P_y(0\|4);P_{x1}(-1\|0)$ $P_{x2/3}(2\|0)$ ډبل صفرځای	

(c) ketabton.com: The Digital Library

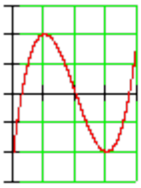
شپږم – نتيجه	سيومتري : نه شته
	محور غوڅتکی $P_y(0\mid 0); P_{x1}(0\mid 0)$ $P_{x2/3}(3\mid 0)$ دبل صفرځای
اوم: 	سيومتري : نه شته محور غوڅتکي: $P_y(0\mid 4)$ $P_{x1}(-1\mid 0); P_{x2}(2\mid 0); P_{x3}(4\mid 0)$
اتم: 	سيومتري : نه شته محور غوڅتکي: $P_y(0\mid 4); P_{x1}(1\mid 0)$ $P_{x2}\left(\sqrt{8} \approx 2{,}83 \mid 0\right)$ $P_{x3}\left(-\sqrt{8} \approx -2{,}83 \mid 0\right)$

نهم:

	سيومتري : نه شته محور غوڅتکي: $P_y(0\mid -3); P_{x1}(3\mid 0)$ $P_{x2}\left(-1+\sqrt{3} \approx 0{,}73 \mid 0\right)$ $P_{x3}\left(-1-\sqrt{3} \approx -2{,}73 \mid 0\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لسم:



سيومتري : نه شته

محور غوڅتکي:

$P_y(0|-4)\,;\,P_{x1}(4|0)$

$P_{x2}\left(4+\sqrt{12}\approx 7{,}46\;|\;0\right)$

$P_{x3}\left(4-\sqrt{12}\approx 0{,}54\;|\;0\right)$

مفصل ځوابونه:

لومړي

	1	−3	−1	3	
x = 1	↓	1	−2	−3	
	1	−2	−3	0	
	1	−3	−1	3	
x = 1,5	↓	1,5	−2,25	−4,875	
	1	−1,5	−3,25	−1,875	
	1	−3	−1	3	
x = 2	↓	2	−2	−6	
	1	−1	−3	−3	
	1	−3	−1	3	
x = 2,5	↓	2,5	−1,25	−5,625	
	1	−0,5	−2,25	−2,625	
	1	−3	−1	3	
x = 3	↓	3	0	−3	
	1	0	−1	0	
	1	−3	−1	3	
x = 3,5	↓	3,5	1,75	2,625	
	1	0,5	0,75	5,625	

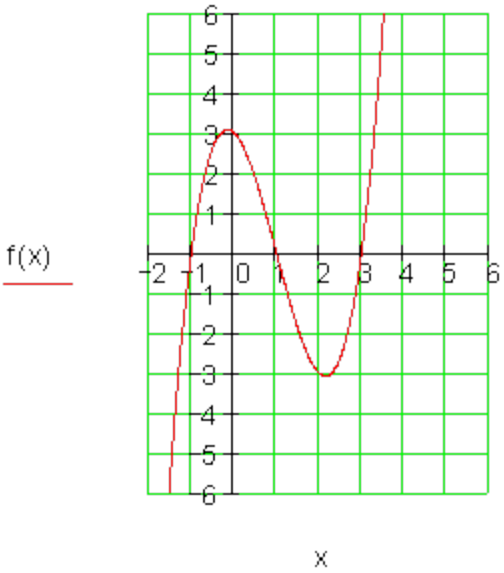
$f(x)=x^3-3x^2-x+3 \qquad [-1{,}5\,;\,3{,}5]$

سيومتري نه شته

	1	−3	−1	3
x = −1,5	↓	−1,5	6,75	−8,625
	1	−4,5	5,75	−5,625
	1	−3	−1	3
x = −1	↓	−1	4	−3
	1	−4	3	0
	1	−3	−1	3
x = −0,5	↓	−0,5	1,75	−0,375
	1	−3,5	0,75	2,625
	1	−3	−1	3
x = 0	↓	0	0	0
	1	−3	−1	3
	1	−3	−1	3
x = 0,5	↓	0,5	−1,25	−1,125
	1	−2,5	−2,25	1,875

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) := x^3 - 3\cdot x^2 - x + 3$$



محورغوڅټکي د

هورنر شيما څخه لوستلوړ دي:

$P_y(0|3)$
$P_{x1}(-1|0)$
$P_{x2}(1|0)$
$P_{x3}(3|0)$

ارزښت جدول:

x	−1,5	−1	−0,5	0
f(x)	−8,63	0	2,63	3
x	0,5	1	1,5	2
f(x)	1,88	0	−1,88	−3
x	2,5	3	3,5	
f(x)	−2,63	0	5,63	

دويم:

$$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 2 \quad [-2,5;3]$$

سيومتري نه شته

	1	−1	−5	2
x = 0,5	↓	0,5	−0,25	−2,625
	1	−0,5	−5,25	−0,625
	1	−1	−5	2
x = 1	↓	1	0	−5
	1	0	−5	−3
	1	−1	−5	2

	1	−1	−5	2
x = −2,5	↓	−2,5	8,75	−9,375
	1	−3,5	3,75	−7,375
	1	−1	−5	2
x = −2	↓	−2	6	−2
	1	−3	1	0
	1	−1	−5	2

(c) ketabton.com: The Digital Library

$x=-1,5$	↓	$-1,5$	$3,75$	$1,875$
	1	$-2,5$	$-1,25$	$3,875$
	1	-1	-5	2
$x=-1$	↓	-1	2	3
	1	-2	-3	5
	1	-1	-5	2
$x=-0,5$	↓	$-0,5$	$0,75$	$2,125$
	1	$-1,5$	$-4,25$	$4,125$
	1	-1	-5	2
$x=0$	↓	0	0	0
	1	-1	-5	2

$x=1,5$	↓	$1,5$	$0,75$	$-6,375$
	1	$0,5$	$-4,25$	$-4,375$
	1	-1	-5	2
$x=2$	↓	2	2	-6
	1	1	-3	-4
	1	-1	-5	2
$x=2,5$	↓	$2,5$	$3,75$	-3.125
	1	$1,5$	$-1,25$	$-1,125$
	1	-1	-5	2
$x=3$	↓	3	6	3
	1	2	1	5

خرګند صفرځايونه: $x_1=-2$ پولينوموېش:

$$\left(x^3-x^2-5x+2\right):(x+2)=x^2-3x+1$$
$$-\left(x^3+2x^2\right)$$
$$-3x^2-5x$$
$$-\left(-3x^2-6x\right)$$
$$x+2$$
$$-(x+2)$$

مربع(ځلوري) مساوات:

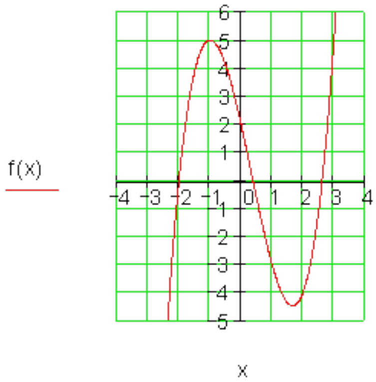
$$x^2-3x+1=0$$
$$p=-3;\ q=1$$
$$\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{9}{4}-\frac{4}{4}=\frac{5}{4}$$
$$x_{2/3}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}$$
$$x_2=\frac{3}{2}+\sqrt{\frac{5}{4}}\approx 2,618$$
$$x_2=\frac{3}{2}-\sqrt{\frac{5}{4}}\approx 0,382$$

محور غوڅتکي

$$P_y(0\,|\,3);\ P_{x1}(-2\,|\,0)$$
$$P_{x2}\left(1,5+\sqrt{1,25}\,|\,0\right)\approx(2,62\,|\,0)$$
$$P_{x3}\left(1,5-\sqrt{1,25}\,|\,0\right)\approx(0,38\,|\,0)$$

$$f(x):=x^3-x^2-5x+2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



لرزښتجدول:

x	−2,5	−2	−1,5	−1	−0,5
f(x)	−7,38	0	3,88	5	4,13
x	0	0,38	0,5	1	1,5
f(x)	2	0	−0,63	−3	−4,38
x	2	2,5	2,62	3	
f(x)	−4	−1,13	0	5	

دريم: ځرګند صفرځايونه x1=-1
د ګراد کمه ونه
د هورنر شيما سره

	2	6	0	−4
$x=-1$	↓	−2	−4	4
	2	4	−4	0

مربع مساوات

$2x^2+4x-4=0 \mid :2$

$\Leftrightarrow x^2+2x-2=0$

$p=2;\ q=-2 \Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=1+2=3$

$x_{2/3}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}$ $\left| \begin{array}{l} x_2=-1+\sqrt{3}\approx 0,732 \\ x_3=-1-\sqrt{3}\approx -2,732 \end{array} \right.$

محور غوڅتکي:

$P_y(0\mid -4)$

$P_{x1}(-1\mid 0)$

$P_{x2}\left(-1+\sqrt{3}\mid 0\right)\approx(0,73\mid 0)$

$f(x)=2x^3+6x^2-4 \quad [-3;1]$

Symmetrie: keine

	2	6	0	−4
$x=-3$	↓	−6	0	0
	1	0	0	−4
	2	6	0	−4
$x=-2,5$	↓	−5	−2,5	6,25
	2	1	−2,5	2,25
	2	6	0	−4
$x=-2$	↓	−4	−4	8
	2	2	−4	4
	2	6	0	−4
$x=-1,5$	↓	−3	−4,5	6,75
	2	3	−4,5	2,75
	2	6	0	−4
$x=-1$	↓	−2	−4	4
	2	4	−4	0
	2	6	0	−4

(c) ketabton.com: The Digital Library

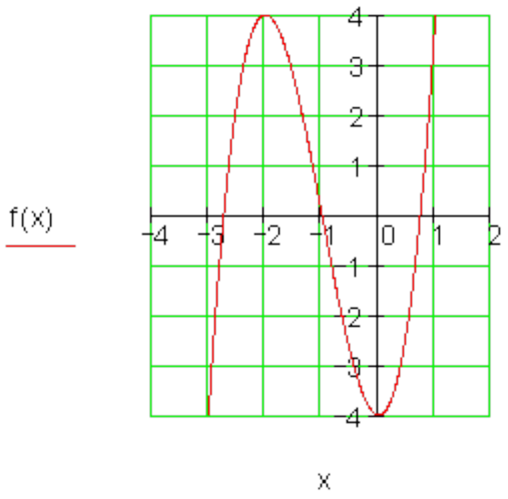
x = −0,5	↓	−1	−2,5	1,25
	2	5	−2,5	−2,75
	2	6	0	−4
x = 0	↓	0	0	0
	2	6	0	−4
	2	6	0	−4
x = 0,5	↓	1	3,5	1,75
	2	7	3,5	−2,25
	2	6	0	−4
x = 1	↓	2	8	8
	2	8	8	4

$P_{x3}\left(-1-\sqrt{3}\,|\,0\right) \approx \left(-2{,}73\,|\,0\right)$

رزبنت جدول

x	−3	−2,73	−2,5	−2
f(x)	−4	0	2,25	4
x	−1,5	−1	−0,5	0
f(x)	2,75	0	−2,75	−4
x	0,5	0,73	1	
f(x)	−2,25	0	4	

$f(x) := 2x^3 + 6x^2 - 4$



ځلورم:

د ضريبوني له لارې د صفرځايونوټاکل:

$x^3 - 3x^2 = 0$

$\Leftrightarrow x^2(x-3) = 0$

$\Rightarrow x_{1/2} = 0$ doppelte Nullstelle

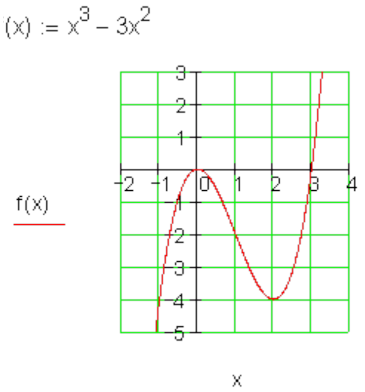
$x - 3 = 0 \Rightarrow x_3 = 3$

محورغوځتکي:

$P_y(0|0); P_{x1/2}(0|0); P_{x3}(3|0)$

ارزښتجدول:

x	−1	−0,5	0	0,5
f(x)	−4	−0,88	0	−0,63
x	1	1,5	2	2,5
f(x)	−2	−3,38	−4	−3,13
x	3	3,5		
f(x)	0	6,13		



$f(x) = x^3 - 3x^2 \quad [-1; 3,5]$

سيومتري نه شته

	1	−3	0	0
x = −1	↓	−1	4	−4
	1	−4	4	−4
	1	−3	0	0
x = −0,5	↓	−0,5	1,75	−0,875
	1	−3,5	1,75	−0,875
	1	−3	0	0
x = 0	↓	0	0	0
	1	−3	0	0
	1	−3	0	0
x = 0,5	↓	0,5	−1,25	−6,25
	1	−2,5	−1,25	−6,25
	1	−3	0	0
x = 1	↓	1	−2	−2
	1	−2	−2	−2
	1	−3	0	0
x = 1,5	↓	1,5	−2,25	−3,375
	1	−1,5	−2,25	−3,375
	1	−3	0	0
x = 2	↓	2	−2	−4
	1	−1	−2	−4
	1	−3	0	0
x = 2,5	↓	2,5	−1,25	−3,125
	1	−0,5	−1,25	−3,125
	1	−3	0	0

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) = x^3 - 3x^2 + 4 \quad [-1{,}5; 3]$

Symmetrie: keine

	1	−3	0	4
$x = -1{,}5$	↓	−1,5	6,75	−10,125
	1	−4,5	6,75	−6,125
	1	−3	0	4
$x = -1$	↓	−1	4	−4
	1	−4	4	0
	1	−3	0	4
$x = -0{,}5$	↓	−0,5	1,75	−0,875
	1	−3,5	1,75	3,125
	1	−3	0	4
$x = 0$	↓	0	0	0
	1	−3	0	4
	1	−3	0	4
$x = 0{,}5$	↓	0,5	−1,25	−0,625
	1	−2,5	−1,25	3,375
	1	−3	0	4
$x = 1$	↓	1	−2	−2
	1	−2	−2	2
	1	−3	0	4
$x = 1{,}5$	↓	1,5	−2,25	−3,375
	1	−1,5	−2,25	0,625
	1	−3	0	4
$x = 2$	↓	2	−2	−4
	1	−1	−2	0
	1	−3	0	4
$x = 2{,}5$	↓	2,5	−1,25	−3,125
	1	−0,5	−1,25	0,875
	1	−3	0	4
$x = 3$	↓	3	0	0
	1	0	0	4

پنځم: خرګندد صفرځايونه:

$x_1 = -1; \; x_2 = 2$

پولينوموېش:

$$(x^3 - 3x^2 + 4) : (x+1)(x-2)$$

$$(x+1)(x-2) = x^2 - 2x + x - 2$$

$$(x^3 - 3x^2 + 4) : (x^2 - 2x + x - 2) = x - 2$$

$$-(x^3 - x^2 - 2x)$$

$$-2x^2 + 2x + 4$$

$$-(-2x^2 + 2x + 4)$$

$$x - 2 = 0 \Leftrightarrow x_3 = 2$$

محورغوختېکي: $P_y(0|4); \; P_{x1}(-1|0)$

دبل صفرځای $P_{x2/3}(2|0)$

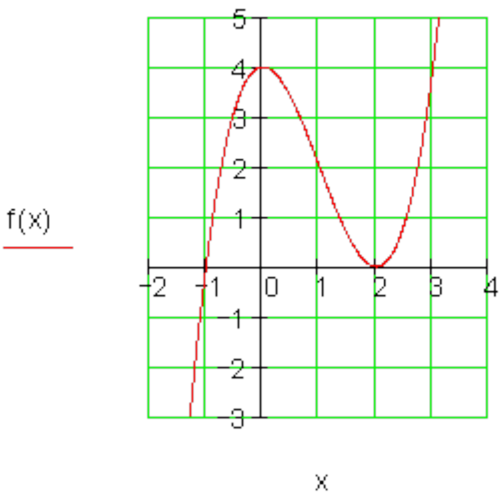
ارزښت جدول:

x	−1,5	−1	−0,5	0
f(x)	−6,13	0	3,13	4
x	0,5	1	1,5	2
f(x)	3,375	2	0,63	0
x	2,5	3		
f(x)	0,875	4		

خيره لاندې مخ کې:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) := x^3 - 3\cdot x^2 + 4$



شیپړم:

د ضربیونې له لارې د صفرځایونو ټاکنه:	$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x \quad [-0,5;4]$
$x^3 - 6x^2 + 9x = 0$ $\Leftrightarrow x\left(x^2 - 6x + 9\right) = 0$ $\Rightarrow x_1 = 0$ مربع مساوات $x^2 - 6x + 9 = 0$ $p = -6;\ q = 9 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 9 - 9 = 0$ $x_{2/3} = -\frac{p}{2} = 3$	Symmetrie: keine

	1	−6	9	0
x = −0,5	↓	−0,5	3,25	−6,125
	1	−6,5	12,25	−6,125
	1	−6	9	0
x = 0	↓	0	0	0
	1	−6	9	0
	1	−6	9	0
x = 0,5	↓	0,5	−2,75	3,125
	1	−5,5	6,25	3,125
	1	−6	9	0
x = 1	↓	1	−5	4
	1	−5	4	4
	1	−6	9	0

(c) ketabton.com: The Digital Library

x = 1,5	↓	1,5	−6,75	3,375
	1	−4,5	2,25	3,375

	1	−6	9	0
x = 2	↓	2	−8	2
	1	−4	1	2

	1	−6	9	0
x = 2,5	↓	2,5	−8,75	0,625
	1	−3,5	0,25	0,625

	1	−6	9	0
x = 3	↓	3	−9	0
	1	−3	0	0

	1	−6	9	0
x = 3,5	↓	3,5	−8,75	0,875
	1	−2,5	0,25	0,875

	1	−6	9	0
x = 4	↓	4	−8	4
	1	−2	1	4

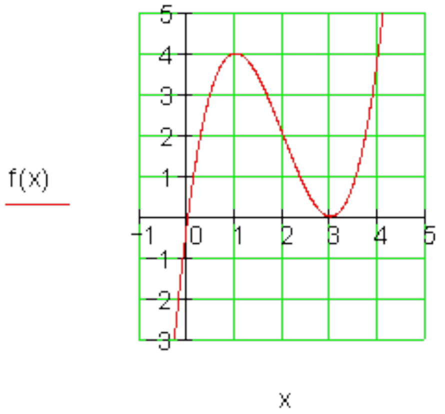
محور غوځتکي $P_y(0|0); P_{x1}(0|0)$

دبل غوځتکی $P_{x2/3}(3|0)$

ارزښت جدول:

x	−0,5	0	0,5	1
f(x)	−6,13	0	3,13	4
x	1,5	2	2,5	3
f(x)	3,38	2	0,625	0
x	3,5	4		
f(x)	0,875	4		

$f(x) := x^3 - 6x^2 + 9x$



$f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + x + 4 \quad [-1,5; 4,5]$

سیومتري: نه شته

	0,5	−2,5	1	4
x = −1,5	↓	−0,75	4,875	−8,8125
	0,5	−3,25	5,875	−4,8125

اوو

	0,5	−2,5	1	4
x = 1,5	↓	0,75	−2,625	−2,4375
	0,5	−1,75	−1,625	1,5625

	0,5	−2,5	1	4
x = 2	↓	1	−3	−4
	0,5	−1,5	−2	0

(c) ketabton.com: The Digital Library

	0,5	−2,5	1	4
x = −1	↓	−0,5	3	−4
	0,5	−3	4	0
	0,5	−2,5	1	4
x = −0,5	↓	−0,25	1,375	−1,1875
	0,5	−2,75	2,375	2,8125
	0,5	−2,5	1	4
x = 0	↓	0	0	0
	0,5	−2,5	1	4
	0,5	−2,5	1	4
x = 0,5	↓	0,25	−1,125	−0,0625
	0,5	−1,5	−4,25	3,9375
	0,5	−2,5	1	4
x = 1	↓	0,5	−2	−1
	0,5	−2	−1	3

	0,5	−2,5	1	4
x = 2,5	↓	1,25	−3,125	−5,3125
	0,5	−1,25	−2,125	−1,3125
	0,5	−2,5	1	4
x = 3	↓	1,5	−3	−6
	0,5	−1	−2	−2
	0,5	−2,5	1	4
x = 3,5	↓	1,75	−2,625	−5,6875
	0,5	−0,75	−1,625	−1,6875
	0,5	−2,5	1	4
x = 4	↓	2	−2	−4
	0,5	−0,5	−1	0
	0,5	−2,5	1	4
x = 4,5	↓	2,25	−1,125	−0,5625
	0,5	−0,25	−0,125	3,4375

محور غوڅتکي

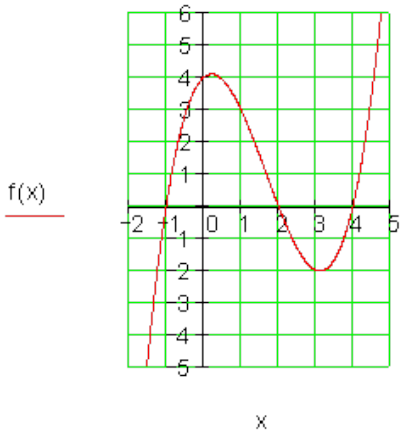
$P_y(0|4)$

$P_{x1}(-1|0)\,;\,P_{x2}(2|0)\,;\,P_{x3}(4|0)$

ارزښت جدول

x	−1,5	−1	−0,5	0	0,5
f (x)	−4,81	0	2,81	4	3,94
x	1	1,5	2	2,5	3
f (x)	3	1,56	0	−1,31	−2
x	3,5	4	4,5		
f (x)	−1,69	0	3,44		

$f(x) := 0.5x^3 - 2.5x^2 + x + 4$



(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم:

$f(x)=\frac{1}{2}x^3-\frac{1}{2}x^2-4x+4 \quad [-3;3{,}5]$

Symmetrie: keine

x				
	1/2	−1/2	−4	4
x = −3	↓	−3/2	6	−6
	1/2	−2	2	−2
	1/2	−1/2	−4	4
x = −5/2	↓	−5/4	35/8	−15/16
	1/2	−7/4	3/8	49/16
	1/2	−1/2	−4	4
x = −2	↓	−1	3	2
	1/2	−3/2	−1	6
	1/2	−1/2	−4	4
x = −3/2	↓	−3/4	15/8	51/16
	1/2	−5/4	−17/8	115/16
	1/2	−1/2	−4	4
x = −1	↓	−1/2	1	3
	1/2	−1	−3	7
	1/2	−1/2	−4	4
x = −1/2	↓	−1/4	3/8	29/16
	1/2	−3/4	−29/8	93/16
	1/2	−1/2	−4	4
x = 0	↓	0	0	0
	1/2	−1/2	−4	4

x				
	1/2	−1/2	−4	4
x = 1/2	↓	1/4	−1/8	−33/16
	1/2	−1/4	−33/8	31/16
	1/2	−1/2	−4	4
x = 1	↓	1/2	0	−4
	1/2	0	−4	0
	1/2	−1/2	−4	4
x = 3/2	↓	3/4	3/8	−87/16
	1/2	1/4	−29/8	−23/16
	1/2	−1/2	−4	4
x = 2	↓	1	1	−6
	1/2	1/2	−3	−2
	1/2	−1/2	−4	4
x = 5/2	↓	5/4	15/8	−85/16
	1/2	3/4	−17/8	−21/16
	1/2	−1/2	−4	4
x = 3	↓	3/2	3	−3
	1/2	1	−1	1
	1/2	−1/2	−4	4
x = 7/2	↓	7/4	35/8	21/16
	1/2	5/4	3/8	85/16

مربع مساوات

x1=1 خرګند صفرځايونه

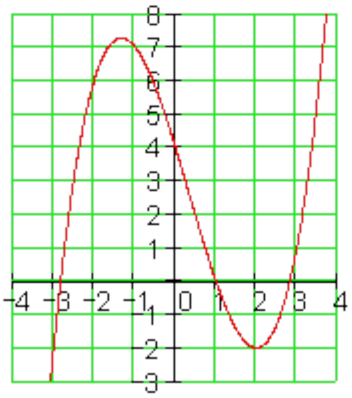
د درجي کمونه د هورنر شيما سره

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{1}{2}x^2 - 4 = 0 \mid \cdot 2$$
$$\Leftrightarrow x^2 - 8 = 0 \mid +8$$
$$\Leftrightarrow x^2 = 8 \mid \sqrt{\ }$$
$$\Leftrightarrow |x| = \sqrt{8}$$
$$\Leftrightarrow x_{2/3} = \pm\sqrt{8}$$

	1/2	−1/2	−4	4
x = 1	↓	1/2	0	−4
	1/2	0	−4	0

$$f(x) := \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4$$



محورغوڅټکي:

$P_y(0 \mid 4)$

$P_{x1}(1 \mid 0)$

$P_{x2}\left(\sqrt{8} \mid 0\right) \approx (2{,}83 \mid 0)$

$P_{x3}\left(-\sqrt{8} \mid 0\right) \approx (-2{,}83 \mid 0)$

ارزښت جدول:

x	−3	−2,83	−2,5	−2
f(x)	−2	0	3,06	6
x	−1,5	−1	−0,5	0
f(x)	7,19	7	5,81	4
x	0,5	1	1,5	2
f(x)	1,94	0	−1,44	−2
x	2,5	2,83	3	3,5
f(x)	−1,31	0	1	5,31

نهم:

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 4x - 3 \qquad [-3\,;3{,}5]$$

	−1/2	1/2	4	−3
x = 1/2	↓	−1/4	1/8	33/16
	−1/2	1/4	33/8	−15/16
	−1/2	1/2	4	−3

سيومتري نه شه

(c) ketabton.com: The Digital Library

	−1/2	1/2	4	−3
x = −3	↓	3/2	−6	6
	−1/2	2	−2	3
	−1/2	1/2	4	−3
x = −5/2	↓	5/4	−35/8	15/16
	−1/2	7/4	−3/8	−33/16
	−1/2	1/2	4	−3
x = −2	↓	1	−3	−2
	−1/2	3/2	1	−5
	−1/2	1/2	4	−3
x = −3/2	↓	3/4	−15/8	−51/16
	−1/2	5/4	17/8	−99/16
	−1/2	1/2	4	−3
x = −1	↓	1/2	−1	−3
	−1/2	1	3	−6
	−1/2	1/2	−4	−3
x = −1/2	↓	1/4	−3/8	−29/16
	−1/2	3/4	29/8	−77/16
	−1/2	1/2	4	−3
x = 0	↓	0	0	0
	−1/2	1/2	4	−3

x = 1	↓	−1/2	0	4
	−1/2	0	4	1
	−1/2	1/2	4	−3
x = 3/2	↓	−3/4	−3/8	87/16
	−1/2	−1/4	29/8	39/16
	−1/2	1/2	4	−3
x = 2	↓	−1	−1	6
	−1/2	−1/2	3	3
	−1/2	1/2	4	−3
x = 5/2	↓	−5/4	−15/8	85/16
	−1/2	−3/4	17/8	37/16
	−1/2	1/2	4	−3
x = 3	↓	−3/2	−3	3
	−1/2	−1	1	0
	−1/2	1/2	4	−3
x = 7/2	↓	−7/4	−35/8	−21/16
	−1/2	−5/4	−3/8	−69/16

ځرګند صفرځایونه x1=3

د درجې کمونه د هورنر شیما سره

	−1/2	1/2	4	−3
x = 3	↓	−3/2	−3	3
	−1/2	−1	1	0

مربع مساوات

$$-\frac{1}{2}x^2 - x + 1 = 0 \,|\cdot(-2)$$

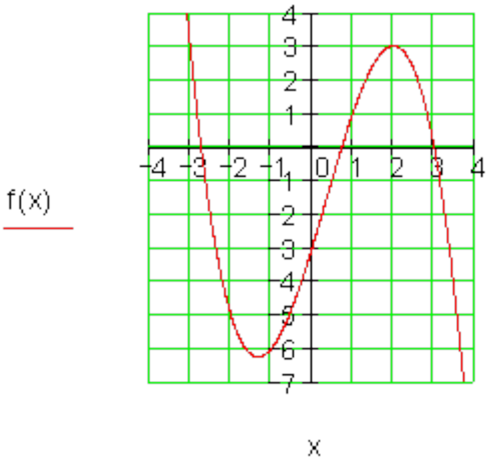
$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 2 = 0 \Rightarrow p = 2;\ q = -2$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 + 2 = 3 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{3}$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_2 = -1 + \sqrt{3} \approx 0{,}732 \\ x_3 = -1 - \sqrt{3} \approx -2{,}732 \end{array} \right.$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) := \frac{-1}{2}\cdot x^3 + \frac{1}{2}\cdot x^2 + 4\cdot x - 3$$



محور غوڅتکی

$P_y(0|-3)$

$P_{x1}(3|0)$

$P_{x2}\left(-1+\sqrt{3}\,|\,0\right) \approx (0,73|0)$

$P_{x3}\left(-1-\sqrt{3}\,|\,0\right) \approx (-2,73|0)$

ارزښت جدول

x	−3	−2,73	−2,5	−2
f(x)	3	0	−2,06	−5
x	−1,5	−1	−0,5	0
f(x)	−6,19	−6	−4,81	−3
x	0,5	0,73	1	1,5
f(x)	−0,94	0	1	2,44
x	2	2,5	3	3,5
f(x)	3	2,31	0	−4,31

لسم:

ځرګند یا معلوم صفرځایونه x1=4

د درجي کمونه د هورنر شیماپه مرسته

	1/4	−3	9	−4
x = 4	↓	1	−8	4
	1/4	−2	1	0

مربع مساوات:

$$\frac{1}{4}x^2 - 2x + 1 = 0 \,|\cdot 4$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 8x + 4 = 0$$

$$f(x) = \frac{1}{4}x^3 - 3x^2 + 9x - 4 \quad [-0,5;8]$$

سومتري: نه شته

	1/4	−3	9	−4
x = −1	↓	−1/4	13/4	−49/4
	1/4	−13/4	49/4	−65/4
	1/4	−3	9	−4
x = 0	↓	0	0	0
	1/4	−3	9	−4
	1/4	−3	9	−4

(c) ketabton.com: The Digital Library

x = 1	↓	1/4	−11/4	25/4
	1/4	−11/4	25/4	9/4
	1/4	−3	9	−4
x = 2	↓	1/2	−5	8
	1/4	−5/2	4	4
	1/4	−3	9	−4
x = 3	↓	3/4	27/4	27/4
	1/4	9/4	9/4	11/4
	1/4	−3	9	−4
x = 4	↓	1	−8	4
	1/4	−2	1	0
	1/4	−3	9	−4
x = 5	↓	5/4	−35/4	5/4
	1/4	−7/4	1/4	−11/4
	1/4	−3	9	−4
x = 6	↓	3/2	−9	0
	1/4	−3/2	0	−4
	1/4	−3	9	−4
x = 7	↓	7/4	−35/4	7/4
	1/4	−5/4	1/4	−9/4
	1/4	−3	9	−4
x = 8	↓	2	−8	8
	1/4	−1	1	4

$$p = -8;\ q = 4 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 16 - 4 = 12$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left|\begin{array}{l} x_2 = 4 + \sqrt{12} \approx 7{,}46 \\ x_3 = 4 - \sqrt{12} \approx 0{,}54 \end{array}\right.$$

محورغوڅتکي

$P_y(0\,|\,-4)$

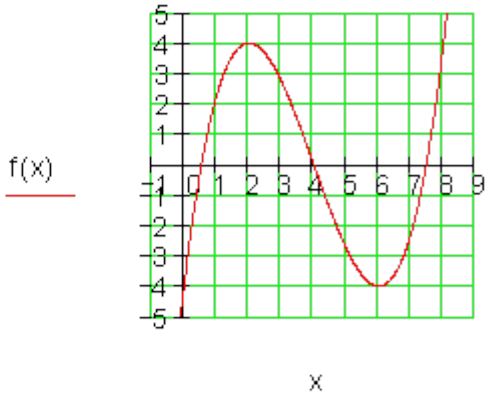
$P_{x1}(4\,|\,0)$

$P_{x2}\left(4+\sqrt{12}\,|\,0\right) \approx (7{,}46\,|\,0)$

$P_{x3}\left(4-\sqrt{12}\,|\,0\right) \approx (0{,}54\,|\,0)$

ګراف:

$$x) := \frac{1}{4}\cdot x^3 - 3\cdot x^2 + 9\cdot x - 4$$



ارزښتجدول:

x	−1	0	0,54	1
f (x)	−16,25	−4	0	2,25
x	2	3	4	5
f (x)	4	2,75	0	−2,75
x	6	7	7,46	8
f (x)	−4	−2,25	0	4

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځوابونه:

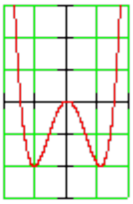
تولراشنل يا نسبتي توابع VI (محورغوڅتکي، ارزښتجدول او گراف)

نتيجي او مفصل حلونه:((پوښتني چيرته دي؟)

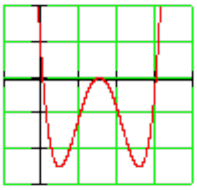
نتيجي او مفصل ځوابونه

نتيجي:

لومړی:

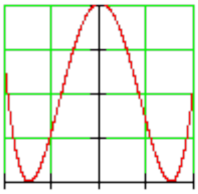
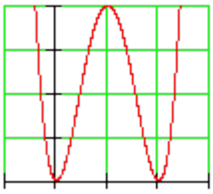
	سيومتري: محورسيومتريک محورغوڅتکي: $P_y(0\|0)$ $P_{x1/2}(0\|0); P_{x3}(3\|0); P_{x4}(-3\|0)$

دويم

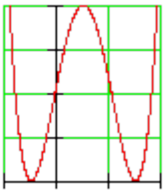
	سيومتري: نه شته محورغوڅتکي: $P_y(0\|0)$ $P_{x1}(0\|0); P_{x2}(3\|0); P_{x3}(6\|0); P_{x4}(3\|0)$

دريم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

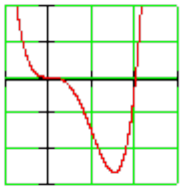
	سيومتري: محورسيومتريک محورغوڅتکي: $P_y\left(0\middle\|\frac{81}{10}\right)$ $P_{x1/3}(3\|0); P_{x2/4}(-3\|0)$
ثلورم: 	سيومتري: نه شته محورغوڅتکي: $P_y(0\|0)$ $P_{x1/2}(0\|0); P_{x3/4}(4\|0)$

پنځم:

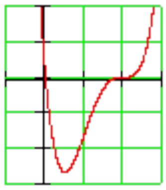
	سيومتري: نه شته محورغوڅتکي: $P_y\left(0\middle\|\frac{9}{2}\right)$ $P_{x1/3}(3\|0); P_{x2/4}(-1\|0)$

شپږم:

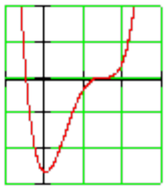
(c) ketabton.com: The Digital Library

سيومتري: نه شته محورغوښتکي، پوړئ تکی $P_y(0\|0)$ $P_{x1/2/3}(0\|0)$ Terrassenpunkt $P_{x4}(4\|0)$	

اوم:

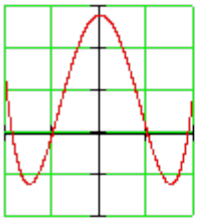
سيومتري: نه شته محورغوښتکي $P_y(0\|0)$ $P_{x1}(0\|0)$ $P_{x2/3/4}(4\|0)$ زينه تکی	

اتم:

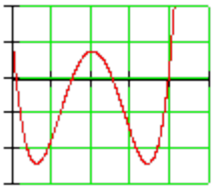
سيومتري: نه شته محورغوښتکي $P_y\left(0 \middle\| -\frac{27}{5}\right)$ $P_{x1/2/3}(3\|0)$ دپورته پيښتو:زينه تکی $P_{x4}(-1\|0)$	

(c) ketabton.com: The Digital Library

نهم:

سيومتري: محورسيومتريک محورغوښتکي $P_y\left(0 \mid \frac{28}{5}\right)$ $P_{x1/2}\left(\pm\sqrt{14} \approx \pm 3,74 \mid 0\right)$ $P_{x3/4}\left(\pm 2 \mid 0\right)$	

لسم:

سيومتري: نه شته محورغوښتکي $P_y\left(0 \mid \frac{3}{2}\right); P_{x1}(3 \mid 0); P_{x2}(5 \mid 0)$ $P_{x3}\left(4+\sqrt{15} \approx 7,87 \mid 0\right); P_{x4}\left(4-\sqrt{15} \approx 0,13 \mid 0\right)$	

مفصل ځوابونه:

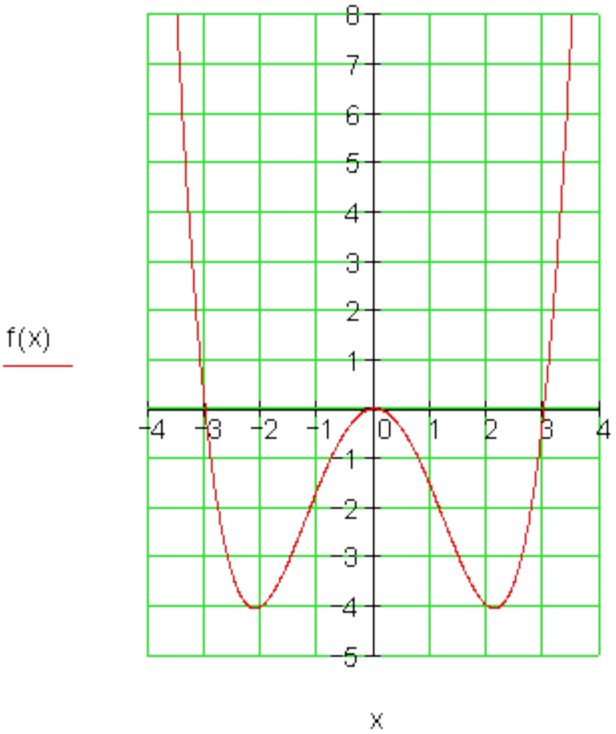
لومړى: د y محور سره غوښتکى: $f(0) = 0 \Rightarrow P_y(0 \mid 0)$

د xمحور سره غوښتکى: $P_{x1/2}(0 \mid 0); P_{x3}(3 \mid 0); P_{x4}(-3 \mid 0)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ارزښت جدول

x	−3,5	−3	−2,5	−2
f (x)	7,96	0	−3,44	−4
x	−1,5	−1	−0,5	0
f (x)	−3,04	−1,6	−0,44	0
x	0,5	1	1,5	2
f (x)	−0,44	−1,6	−3,04	−4
x	2,5	3	3,5	
f (x)	−3,44	0	7,96	



$$f(x) = \frac{1}{5}x^4 - \frac{9}{5}x^2$$

سيومتري:

محورسيومتريک f(-x)=f(x)

صفرځايونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{5}x^4 - \frac{9}{5}x^2 = 0$$

ضريبونه يا ضريب دوله ليکنه

$$x^2\left(\frac{1}{5}x^2 - \frac{9}{5}\right) = 0 \Rightarrow x_{1/2} = 0$$

$$\frac{1}{5}x^2 - \frac{9}{5} = 0 \mid \cdot 5$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 9 = 0 \mid +9$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 9 \mid \sqrt{\ }$$

$$\Leftrightarrow |x| = 3 \Rightarrow x_3 = 3;\ x_4 = -3$$

دويم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د yمحور سره غوځېکی

$f(0) = 0 \Rightarrow P_y(0|0)$

د xمحور سره غوځېکی

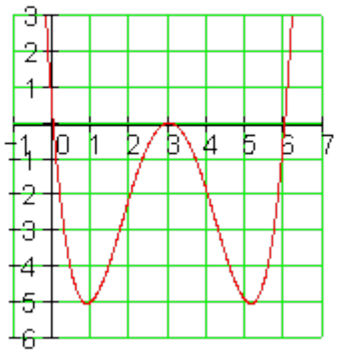
$(0|0)$; $P_{x2}(3|0)$; $P_{x3}(6|0)$; $P_{x4}(3|0)$

$P(3|0)$ دبل صفرځای دی

ارزښت جدول

x	−0,5	0	0,5	1
f(x)	9,95	0	−4,3	−5
x	1,5	2	2,5	3
f(x)	−3,8	−2	−0,55	0
x	3,5	4	4,5	5
f(x)	−0,55	−2	−3,8	−5
x	5,5			
f(x)	−4,3			

$$f(x) := \frac{1}{4}\cdot x^4 - 3\cdot x^3 + \frac{45}{4}\cdot x^2 - \frac{27}{2}\cdot x$$



$$f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 3x^3 + \frac{45}{4}x^2 - \frac{27}{2}x$$

سیومتري: نه شته

صفرځایونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{4}x^4 - 3x^3 + \frac{45}{4}x^2 - \frac{27}{2}x = 0$$

د ضربیونه

$$x\left(\frac{1}{4}x^3 - 3x^2 + \frac{45}{4}x - \frac{27}{2}\right) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$$

$$\frac{1}{4}x^3 - 3x^2 + \frac{45}{4}x - \frac{27}{2} = 0$$

د صفرځایونو پلټنه د هورنر شیما په مرسته

	1/4	−3	45/4	−27/2
x = 1	↓	1/4	−11/4	17/2
	1/4	−11/4	17/2	−5
	1/4	−3	45/4	−27/2
x = 2	↓	2/4	−20/4	25/2
	1/4	−10/4	25/4	−1
	1/4	−3	45/4	−27/2
x = 3	↓	3/4	−27/4	27/2
	1/4	−9/4	9/2	0

$$x_2 = 3$$

$$\frac{1}{4}x^2 - \frac{9}{4}x + \frac{9}{2} = 0 \,|\cdot 4$$

$$x^2 - 9x + 18 = 0$$

$$x_3 = 6;\ x_4 = 3$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=\frac{1}{10}x^4-\frac{9}{5}x^2+\frac{81}{10}$$

Symmetrie:

achsensymmetrisch $f(-x)=f(x)$

Nullstellen:

$$f(x)=0\Leftrightarrow\frac{1}{10}x^4-\frac{9}{5}x^2+\frac{81}{10}=0$$

Substitution: $z=x^2$

$$\Rightarrow\frac{1}{10}z^2-\frac{9}{5}z+\frac{81}{10}=0\,|\cdot 10$$

$$\Leftrightarrow z^2-18z+81=0$$

$p=-18;\ q=81$

$$\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=81-81=0$$

$$z_{1/2}=-\frac{p}{2}=9$$

$$z_1=9\Rightarrow x^2=9\Rightarrow x_{1/2}=\pm3$$

$$z_2=9\Rightarrow x^2=9\Rightarrow x_{3/4}=\pm3$$

$x_1=x_3=3$ doppelte Nullstelle

$x_2=x_4=-3$ doppelte Nullstelle

دريم: د yمحور سره غوڅتکی

$$f(0)=\frac{81}{10}\Rightarrow P_y\left(0\,|\,\frac{81}{10}\right)$$

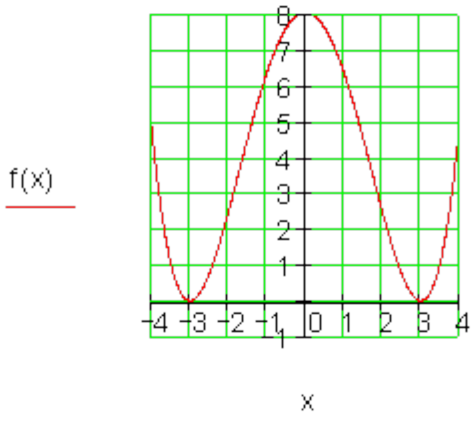
د xمحور سره غوڅتکی

$$P_{x1/3}(3\,|\,0);\ P_{x2/4}(-3\,|\,0)$$

ارزښت جدول

x	−4	−3,5	−3	−2,5	−2
f (x)	4,9	1,06	0	0,76	2,5
x	−1,5	−1	−0,5	0	0,5
f (x)	4,56	6,4	7,66	8,1	7,66
x	1	1,5	2	2,5	3
f (x)	6,4	4,56	2,5	0,76	0
x	3,5	4			
f (x)	1,06	4,9			

$$f(x):=\frac{1}{10}\cdot x^4-\frac{9}{5}\cdot x^2+\frac{81}{10}$$



خلورم:

1.14د تول هوښيار يا راشنل توبعو رسمونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) = \frac{1}{2}x^4 - 4x^3 + 8x^2$

Symmetrie: keine

Nullstellen:

$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^4 - 4x^3 + 8x^2 = 0$

faktorisieren:

$x^2\left(\frac{1}{2}x^2 - 4x + 8\right) = 0$

$\Rightarrow x_{1/2} = 0$

$\frac{1}{2}x^2 - 4x + 8 \mid \cdot 2$

$\Leftrightarrow x^2 - 8x + 16 = 0$

$p = -8;\ q = 16$

$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 16 - 16 = 0$

$x_{3/4} = -\frac{p}{2} = 4$

د yمحور سره غوڅتکی

$f(0) = 0 \Rightarrow P_y(0 \mid 0)$

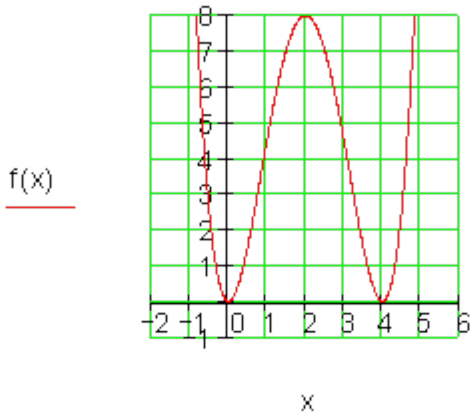
د xمحور سره غوڅتکی

$P_{x1/2}(0 \mid 0);\ P_{x3/4}(4 \mid 0)$

ارزښت جدول

x	−1	−0,5	0	0,5
f (x)	12,5	2,53	0	1,53
x	1	1,5	2	2,5
f (x)	4,5	7,03	8	7,03
x	3	3,5	4	4,5
f (x)	4,5	1,53	0	2,53
x	5			
f (x)	12,5			

$f(x) := \frac{1}{2}\cdot x^4 - 4\cdot x^3 + 8\cdot x^2$



(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم: د yمحور سره غوڅتکی

$$f(0)=\frac{9}{2}\Rightarrow P_y\left(0\,|\,\frac{9}{2}\right)$$

د xمحور سره غوڅتکی

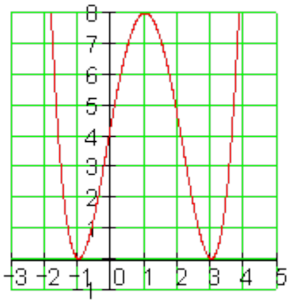
$$P_{x1/3}(3\,|\,0);\ P_{x2/4}(-1\,|\,0)$$

ارزښت جدول

x	−1,5	−1	−0,5	0
f(x)	2,53	0	1,53	4,5
x	0,5	1	1,5	2
f(x)	7,03	8	7,03	4,5
x	2,5	3	3,5	
f(x)	1,53	0	2,53	

$$f(x) := \frac{1}{2}\cdot x^4-2\cdot x^3-x^2+6\cdot x+\frac{9}{2}$$

f(x)



x

$$f(x)=\frac{1}{2}x^4-2x^3-x^2+6x+\frac{9}{2}$$

سیومتري: نه شته

د صفرځایونو پیدا کونه د هورنر له مخي

	1/2	−2	−1	6	9/2
x = 1	↓	1/2	−3/2	−5/2	7/2
	1/2	−3/2	−5/2	7/2	8

	1/2	−2	−1	6	9/2
x = 2	↓	1	−2	−6	0
	1/2	−1	−3	0	9/2

	1/2	−2	−1	6	9/2
x = 3	↓	3/2	−3/2	−15/2	−9/2
	1/2	−1/2	−5/2	−3/2	0

$$\Rightarrow x_1=3$$

	1/2	−1/2	−5/2	−3/2
x = −1	↓	−1/2	1	3/2
	1/2	−1	−3/2	0

$$\Rightarrow x_2=-1$$

$$\frac{1}{2}x^2-x-\frac{3}{2}=0\,|\cdot 2$$

$$\Leftrightarrow x^2-2x-3=0\Rightarrow p=-2;\ q=-3$$

$$\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=1+3=4\Rightarrow\sqrt{D}=2$$

$$x_{3/4}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\quad\left|\begin{array}{l}x_3=1+2=3\\x_4=1-2=-1\end{array}\right.$$

$$x_1=x_3=3;\ x_2=x_4=-1$$

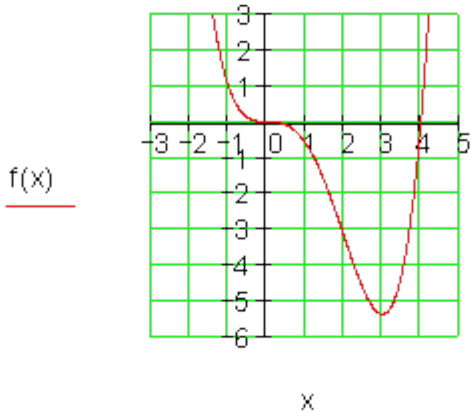
(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم:

ارزښتجدول:

x	−1,5	−1	−0,5	0
f (x)	3,71	1	0,11	0
x	0,5	1	1,5	2
f (x)	−0,09	−0,6	−1,69	−3,2
x	2,5	3	3,5	4
f (x)	−4,69	−5,4	−4,29	0
x	4,5			
f (x)	9,11			

$$f(x) := \frac{1}{5}\cdot x^4 - \frac{4}{5}\cdot x^3$$



$$f(x) = \frac{1}{5}x^4 - \frac{4}{5}x^3$$

سيومتري: نه شته

صفرځايونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{5}x^4 - \frac{4}{5}x^3 = 0$$

ضربيونه:

$$x^3\left(\frac{1}{5}x - \frac{4}{5}\right) = 0 \Rightarrow x_{1/2/3} = 0$$

$$\frac{1}{5}x - \frac{4}{5} = 0 \Rightarrow x_4 = 4$$

د y-محور سره غوځتکی

$$f(0) = 0 \Rightarrow P_y(0|0)$$

د x-محور سره غوځتکی

$P_{x1/2/3}(0|0)$

زينه تابع $P_{x4}(4|0)$

اوم:

۶۸۲ 1.16د ټول هوښيار يا راشنل توبعو رسمونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

د yمحور سره غوښتکی:

$f(0) = 0 \Rightarrow P_y(0|0)$

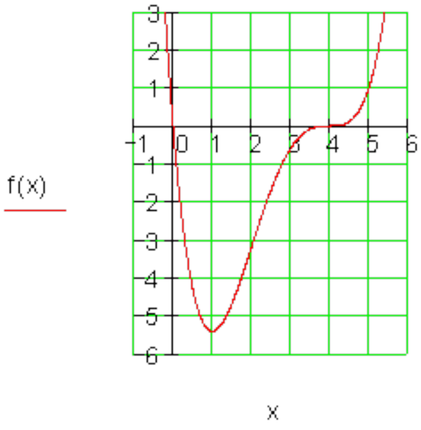
د xمحور سره غوښتکی: $P_{x1}(0|0)$

د زيني تکی $P_{x2/3/4}(4|0)$

ارزښت جدول

x	−0,5	0	0,5	1
f(x)	9,11	0	−4,29	−5,4
x	1,5	2	2,5	3
f(x)	−4,69	−3,2	−1,69	−0,6
x	3,5	4	4,5	5
f(x)	−0,09	0	0,11	1
x	5,5			
f(x)	3,71			

$$f(x) := \frac{1}{5}\cdot x^4 - \frac{12}{5}\cdot x^3 + \frac{48}{5}\cdot x^2 - \frac{64}{5}\cdot x$$



$$f(x) = \frac{1}{5}x^4 - \frac{12}{5}x^3 + \frac{48}{5}x^2 - \frac{64}{5}x$$

سيومتري: نه شته

صفرځای:

$$f(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{5}x^4 - \frac{12}{5}x^3 + \frac{48}{5}x^2 - \frac{64}{5}x = 0$$

ضريبونه يا په ضريبي ډول يکنه

$$\frac{1}{5}x\left(x^3 - 12x^2 + 48x - 64\right) = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = 0$$

د ازمايښت له لارې ځواب

$$\Rightarrow x_2 = 4$$

	1	−12	48	−64
x = 4	↓	4	−32	64
	1	−8	16	0

$$x^2 - 8x + 16 = 0$$

$$p = -8;\ q = 16$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 16 - 16 = 0$$

$$\Rightarrow x_{3/4} - \frac{p}{2} = 4$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم: د yمحور سره غوڅتکی:

$$f(0) = -\frac{27}{5} \Rightarrow P_y\left(0\,\middle|\,-\frac{27}{5}\right)$$

د xمحور سره غوڅتکی

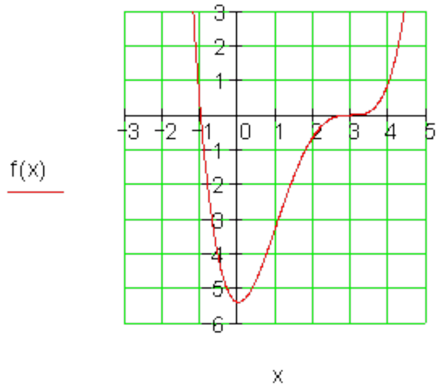
د زيني تکی $P_{x1/2/3}(3|0)$

$P_{x4}(-1|0)$

ارزښت جدول

x	−1,5	−1	−0,5	0
f(x)	9,11	0	−4,29	−5,4
x	0,5	1	1,5	2
f(x)	−4,69	−3,2	−1,69	−0,6
x	2,5	3	3,5	4
f(x)	−0,09	0	0,11	1
x	4,5			
f(x)	3,71			

$$f(x) := \frac{1}{5}\cdot x^4 - \frac{8}{5}\cdot x^3 + \frac{18}{5}\cdot x^2 - \frac{27}{5}$$



$$f(x) = \frac{1}{5}x^4 - \frac{8}{5}x^3 + \frac{18}{5}x^2 - \frac{27}{5}$$

سيومتري: نه شته صفرځای

$f(x) = 0$

$\Leftrightarrow \frac{1}{5}x^4 - \frac{8}{5}x^3 + \frac{18}{5}x^2 - \frac{27}{5} = 0 \,|\cdot 5$

$\Leftrightarrow x^4 - 8x^3 + 18x^2 - 27 = 0$

د ازمايښت له لارې ځواب: x=3

	1	−8	18	0	−27
x = 3	↓	3	−15	9	27
	1	−5	3	9	0

$\Rightarrow x_1 = 3$

له 3 سره ازمايښت:

	1	−5	3	9
x = 3	↓	3	−6	−9
	1	−2	−3	9

$\Rightarrow x_2 = 3$

$x^2 - 2x - 3 = 0$

$p = -2;\ q = -3$

$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 + 3 = 4$

$\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{4} = 2$

$x_{3/4} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \begin{vmatrix} x_3 = 1 + 2 = 3 \\ x_4 = 1 - 2 = -1 \end{vmatrix}$

2.16د تول هوښيار يا راشنل توبعو رسمونه

نهم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د xمحور سره غوڅټکی:

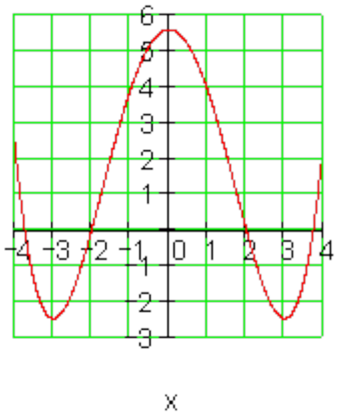
$$P_{x1/2}\left(\pm\sqrt{14}\,|\,0\right)$$

$$P_{x3/4}\left(\pm 2\,|\,0\right)$$

ارزښت جدول

x	−4	−3,74	−3,5	−3
f(x)	2,4	0	−1,44	−2,5
x	−2,5	−2	−1,5	−1
f(x)	−1,74	0	2,06	3,9
x	−0,5	0	0,5	1
f(x)	5,16	5,6	5,16	3,9
x	1,5	2	2,5	3
f(x)	2,06	0	−1,74	−2,5
x	3,5	3,74	4	
f(x)	−1,44	0	2,4	

$$f(x) := \frac{1}{10}\cdot x^4 - \frac{9}{5}\cdot x^2 + \frac{28}{5}$$



$$f(x) = \frac{1}{10}x^4 - \frac{9}{5}x^2 + \frac{28}{5}$$

سيومتري:

محورسيومتريک f(-x)=f(x)

صفرځايونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{10}x^4 - \frac{9}{5}x^2 + \frac{28}{5} = 0\,|\cdot 10$$

$$\Leftrightarrow x^4 - 18x^2 + 56 = 0$$

بدلون: z=x²

$$\Rightarrow z^2 - 18z + 56 = 0$$

$$p = -18;\ q = 56$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 81 - 56 = 25$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{25} = 5$$

$$z_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \Bigg| \begin{array}{l} z_1 = 9 + 5 = 14 \\ z_2 = 9 - 5 = 4 \end{array}$$

$$z_1 = x^2 = 14 \Rightarrow x_{1/2} = \pm\sqrt{14}$$

$$z_2 = x^2 = 4 \Rightarrow x_{2/3} = \pm 2$$

د y- محور سره غوڅټکی

$$f(0) = \frac{28}{5} \Rightarrow P_y\left(0\,|\,\frac{28}{5}\right)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.15د ورکړشوو شرايطو له مخې د تابع مساواتو ليکل

دتابع مساواتو ليکل:

موږ په ياد راوړو، چې د يوه پارابول د تابعمساوو ټاکلو لپاره د کواوردينات درې ټکي اړين وو، جې ضريبونه a_2 , a_1 او a_0 وټاکو.

(د درې ټکو له لارې د پارابول ټاکل)
د دريمې درجې د ټول راشنل مساوات په لاندې ډولدي:

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

د څلورو متحولو a_3 ، a_2 ، a_1 ، a_0 لپاره سرې څلورو شرايطو ته اړ دی او له دې سره څلور ټاکنمساوات.

په ټوليزه توګه کره کيدی شي، چې د n –مې درجې ټول راشنل تابع لپاره n + 1 شرايطو ته اړتيا شتون لري او له دې سره n + 1 ټاکنمساوات اړين دي.

دريمه درجه ټول راشنل- يا هوښيار تابع د څلور ټکو له لارې:

د څلورو ټکو کواوردیناتونه، چې د تابعو ګراف باندې بايد پراته وي، لکه چې ترې لاس ته راځي له وړاندې ورکړ شوي دي:

$P_1(-1 | 2)$; $P_2(2 | -1)$; $P_3(-3 | 44)$ او $P_4(1 | 0)$

لومړی د ورکړ شوو ټکو لپاره مساوات ليکل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\begin{array}{l|lllllll}
P_1(-1|2): & f(-1) & = & -1a_3 & +1a_2 & -1a_1 & +1a_0 & = 2 \\
P_2(2|-1): & f(2) & = & 8a_3 & +4a_2 & +2a_1 & +1a_0 & = -1 \\
P_3(-3|44): & f(-3) & = & -27a_3 & +9a_2 & -3a_1 & +1a_0 & = 44 \\
P_4(1|0): & f(1) & = & 1a_3 & +1a_2 & +1a_1 & +1a_0 & = 0
\end{array}$$

د شا- یا په څټ ځاي په ځای کوني څخه د ضریبونو ټاکل:

$-a_3 = 1 \Rightarrow \boxed{a_3 = -1}$

$a_2 - 2a_3 = 4$

$\Leftrightarrow a_2 - 2(-1) = a_2 + 2 = 4 \Rightarrow \boxed{a_2 = 2}$

$a_1 + a_2 + 3a_3 = -1$

$\Leftrightarrow a_1 + 2 + 3\cdot(-1) = a_1 + 2 - 3$

$= a_1 - 1 = -1 \Rightarrow \boxed{a_1 = 0}$

$a_0 - a_1 + a_2 - a_3 = 2$

$\Leftrightarrow a_0 - 0 + 2 - (-1) = a_0 + 2 + 1$

$= a_0 + 3 = 2 \Rightarrow \boxed{a_0 = -1}$

تابع مساوات: $\underline{\underline{f(x) = -x^3 + 2x^2 - 1}}$ ازماېښت:

$P_1(-1|2): f(-1) = -(-1)^3 + 2\cdot(-1)^2 - 1 = 2$

$P_2(2|-1): f(2) = -2^3 + 2\cdot 2^2 - 1 = -1$

د مساوات سیستم حل

د ګاوس-الګوریتم سره

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	−1	1	−1	2	
1	2	4	8	−1	II − I
1	−3	9	−27	44	III − I
1	1	1	1	0	IV − I
1	−1	1	−1	2	
0	3	3	9	−3	| : 3
0	−2	8	−26	42	| : 2
0	2	0	2	−2	| : 2
1	−1	1	−1	2	
0	1	1	3	−1	
0	−1	4	−13	21	III + II
0	1	0	1	−1	IV + III
1	−1	1	−1	2	
0	1	1	3	−1	
0	0	5	−10	20	| : 5
0	0	4	−12	20	| : 4
1	−1	1	−1	2	
0	1	1	3	−1	
0	0	1	−2	4	

(c) ketabton.com: The Digital Library

0	0	1	−3	5	IV − III
1	−1	1	−1	2	
0	1	1	3	−1	
0	0	1	−2	4	
0	0	0	−1	1	

$P_3(-3|44): f(-3) = -(-3)^3 + 2\cdot(-3)^2 - 1 = 44$

$P_2(1|0): f(1) = -1^3 + 2\cdot 1^2 - 1 = 0$

تمرینونه: د ټول هوښیار اعدادو توابعVII

ټول هوښیار توابع د څلورو ټکو له لارې(تابعمساوات ولیکئ)

1. $P_1(1|4); P_2(2|2); P_3(4|4); P_4(5|20)$
2. $P_1\left(1\middle|-\frac{11}{2}\right); P_2\left(-1\middle|\frac{9}{2}\right); P_3(-2|8); P_4\left(-3\middle|\frac{5}{2}\right)$
3. $P_1(-1|-16); P_2(2|11); P_3(4|-11); P_4(6|-9)$
4. $P_1(-1|7); P_2(-2|6); P_3(3|1); P_4(-3|-2)$
5. $P_1(2|22); P_2(4|44); P_3(-4|4); P_4(8|40)$
6. $P_1(1|0); P_2(-1|-2); P_3(2|16); P_4(-3|-4)$
7. $P_1(1|1); P_2(2|0); P_3(-2|4); P_4(3|9)$
8. $P_1(1|6); P_2(3|-4); P_3\left(-\frac{1}{2}\middle|\frac{45}{8}\right); P_4\left(-\frac{3}{2}\middle|-\frac{77}{8}\right)$
9. $P_1\left(1\middle|-\frac{9}{2}\right); P_2\left(-1\middle|\frac{11}{2}\right); P_3\left(3\middle|-\frac{5}{2}\right); P_4\left(-\frac{5}{2}\middle|-8\right)$
10. $P_1(1|25); P_2(-1|-49); P_3(3|27); P_4(5|5)$

د دریمې درجې ټول هوښیار یا راشنل تابع چې له څلور ټکو تیریږي.

د څلورمې درجې ټول هوښیار توابع چې له پنځه ټکو څخه تیریږي.
د پنځه ټکو کواوردیناتونه، چې د توابع ګراف باندې باید پراته وي، په لاندې توګه د مخه ورکړ شوي دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P_1(-2 \mid 2)$; $P_2(-1 \mid 0)$; $P_3(1 \mid 0)$; $P_4(2 \mid 2)$ und $P_5(3 \mid 3)$.

لومړی مساواتسیستم د ورکړ شوو ټکو لپاره لیکل کیږي.

$$
\begin{array}{l|llllllll}
P_1(-2|2): & f(-2) & = & 16a_4 & -8a_3 & +4a_2 & -2a_1 & +1a_0 & = 2 \\
P_2(-1|0): & f(-1) & = & 1a_4 & -1a_3 & +1a_2 & -1a_1 & +1a_0 & = 0 \\
P_3(1|0): & f(1) & = & 1a_4 & +1a_3 & +1a_2 & +1a_1 & +1a_0 & = 0 \\
P_4(2|2): & f(2) & = & 16a_4 & +8a_3 & +4a_2 & +2a_1 & +1a_0 & = 2 \\
P_5(3|3): & f(3) & = & 81a_4 & +37a_3 & +9a_2 & +3a_1 & +1a_0 & = 3
\end{array}
$$

د ګاوس –الګوریتم له لارې ځواب:

a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	
1	2	4	−8	16	2
1	−1	1	−1	1	0 II − I
1	1	1	1	1	0 III − I
1	2	4	8	16	2 IV − I
1	3	9	27	81	3 V − I
1	3	4	−8	16	2
0	−3	−3	7	−15	−2
0	−1	−3	9	−15	−2 | ·(−3)
0	0	0	16	0	0 | : 16
0	1	5	35	65	1 | · 3
1	2	4	−8	16	2
0	−3	−3	7	−15	−2
0	3	9	−27	45	6 III + II
0	0	0	1	0	0
0	3	15	105	195	3 V + II
1	2	4	−8	16	2
0	−3	−3	7	−15	−2
0	0	6	−20	30	5
0	0	0	1	0	0
0	0	12	112	180	1 V − 2·III
1	2	4	−8	16	2

$$\boxed{a_3 = 0}$$

$$120a_4 = -7 \Rightarrow a_4 = \boxed{-\frac{7}{120}}$$

$$6a_2 + 30a_4 = 4 \Leftrightarrow 6a_2 + 30 \cdot \left(-\frac{7}{120}\right) = 4$$

$$\Rightarrow \boxed{a_2 = \frac{23}{24}}$$

$$-3a_1 - 3a_2 - 15a_4 = -2$$

$$\Leftrightarrow -3a_1 - 3 \cdot \frac{23}{24} - 15 \cdot \left(-\frac{7}{120}\right) = -2$$

$$\Rightarrow \boxed{a_1 = 0}$$

$$a_0 + 4a_2 + 16a_4 = 2$$

$$\Leftrightarrow a_0 + 4 \cdot \frac{23}{24} + 16 \cdot \left(-\frac{7}{120}\right) = 2$$

$$\Rightarrow \boxed{a_0 = -\frac{9}{10}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

کيږ: تابعمساوات:

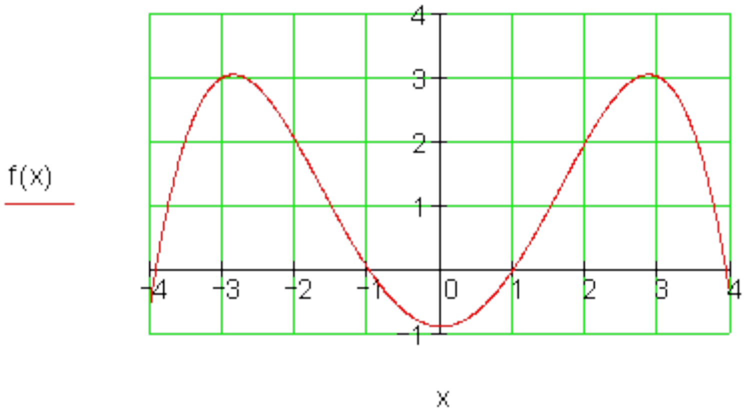
$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 0 & -3 & -3 & 7 & -15 & -2 \\ 0 & 0 & 8 & -20 & 30 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 152 & 120 & -7 \end{array}\right)$$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = -\frac{7}{120}x^4 + \frac{23}{24}x^2 - \frac{9}{10}$$

تابع ګراف کیدی شي په یوه جدول ارزښت پیدا شي او لاندې تلنلار لري:

$$f(x) := \frac{-7}{120}\cdot x^4 + \frac{23}{24}\cdot x^2 - \frac{9}{10}$$



که د تابع ګراف نور خویونه څرګند وي، نو کیدی شي د ټاکنمساواتو تعدا یا ګنون راکم شي.

د دریمې درجې ټول هوښیار توابع ، چې له دوه ټکو تیریږي

د دریمې درجې ټول راشنل – یا هوښیار توابع ټکی سیومتریک دی او د لاندې ټکو څخه تیریږي: $P_1(1|2)$ او $P_2(\sqrt{2}|\sqrt{2})$

د ټکي سیومتري له امله تابع مساوات فقط د ناجوړه یا طاق جګګڼ یا جګعدد(اکسپوننت) څخه د زیاتیدونو یا د جمعي اعضاو څخه جوړ دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لاندې الماني پښتو:اېښوونه ، تابع مساوات.

$$\text{Ansatz: } f(x) = a_3x^3 + a_1x$$

$$P_1(1|2): \quad f(1) = 1a_3 + 1a_1 = 2$$

$$P_2\left(\sqrt{2}|\sqrt{2}\right): \quad f\left(\sqrt{2}\right) = 2\sqrt{2}a_3 + \sqrt{2}a_1 = \sqrt{2}$$

a_3	a_1	
1	1	2
$2\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$ | : $\sqrt{2}$
1	1	2
2	1	1II − 2·I
1	1	2
0	−1	−3

$$\boxed{a_1 = 3}$$

$$a_3 + a_1 = 2$$

$$\Leftrightarrow a_3 + 3 = 2 \Rightarrow \boxed{a_3 = -1}$$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = -x^3 + 3x$$

څلورمه درجه ټول هوښيار تابع چې له **(0 | 0)** او څلور ټکو تيريږي.

د څلور ټکو کواوردينات ورکړ شوی دی. پنځم ټکی پيلټکی دی. د دې لارې يا له دې سره څلور ټاکنمساوات منځ ته راځي.

د الماني پښتو په ترتيب: د ټکو له مخه ورکړه، ټوليز تابع مساوات، اېښوونه، تابع مساوات

$$\text{Punktvorgabe: } P_1(-1|2);\ P_2(1|-2);\ P_3(2|-4);\ P_4(3|18)$$

$$\text{Allgemeine Funktionsgleichung: } f(x) = a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$P(0|0): \quad f(0) = a_0 = 0 \Rightarrow \boxed{a_0 = 0} \Rightarrow \text{Ansatz: } f(x) = a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x$$

$$P_1(-1|2): \quad f(-1) = 1a_4 - 1a_3 + 1a_2 - 1a_1 = 2$$

$$P_2(1|-2): \quad f(1) = 1a_4 + 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 = -2$$

$$P_3(2|-4): \quad f(2) = 16a_4 + 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 = -4$$

$$P_3(3|18): \quad f(3) = 81a_4 + 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 = 18$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

---

a_4	a_3	a_2	a_1	
1	−1	1	−1	2
1	1	1	1	−2 II − I
16	8	4	2	−4 III − 16·I
81	27	9	3	18 IV − 81·I
1	−1	1	−1	2
0	2	0	2	−4
0	24	−12	18	−36 III − 12·II
0	108	−72	84	−144 IV − 4,5·III
1	−1	1	−1	2
0	2	0	2	−4
0	0	−12	−6	12
0	0	−18	3	18 IV − 1,5·III
1	−1	1	−1	2
0	2	0	2	−4
0	0	−12	−6	12
0	0	0	12	0

$\boxed{a_1 = 0}$

$2a_3 = -4 \Rightarrow \boxed{a_3 = -2}$

$-12a_2 = 12 \Rightarrow \boxed{a_2 = -1}$

$a_4 - a_3 + a_2 = 2$

$\Leftrightarrow a_4 + 2 - 1 = 2 \Rightarrow \boxed{a_4 = 1}$

Funktionsgleichung:

$f(x) = x^4 - 2x^3 - x$

د ځلورمې درجې ټول هوښيار اعداد د درې ټکوله لارې محور سيومتريک دي.

د ځلورمې درجې ټول هوښيار تابع محور سيمتريک دی او د لاندې ټکو د يوه ځخه تيريږي:

$P_1\,(0|4)$ $P_2\left(1|\frac{25}{8}\right)$ او $P_3\,(2|2)$

اينوونه: $f(x) = a_4x^4 + a_2x^2 + a_0$ د محور سيومتريک له امله فقط جوړه اکسپوننت(جګعدد)

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_1(0|4):\quad f(0)=a_0=4\Rightarrow \boxed{a_0=4}$$
$$P_2\left(1|\frac{25}{8}\right):\quad f(1)=1a_4+1a_2+4=\frac{25}{8}\Leftrightarrow 1a_4+1a_2=-\frac{7}{8}$$
$$P_3(2|2):\quad f(2)=16a_4+4a_2+4=2\Leftrightarrow 16a_4+4a_2=-2$$

a_4	a_2	
1	1	$-\frac{7}{8}\mid\cdot 8$
16	4	$-2\mid:2$
8	8	-7
8	2	$-1\mid\mid -\mathrm{I}$
1	1	-7
0	-6	6

$$-6a_2=-6\Rightarrow \boxed{a_2=-1}$$
$$8a_4+8a_2=-7$$
$$\Leftrightarrow 8a_4-8=-7\Rightarrow \boxed{a_4=\frac{1}{8}}$$
$$f(x)=\frac{1}{8}x^4-x^2+4$$

د ټولو صفرځایونو او یوه ټکي له مخه ورکړه

د دریمې درجې ټول هوښیار اعداد

$$P_{x1}(-3\,|\,0);\,P_{x2}(-1|\,0);\,P_{x3}(1|\,0);\,P(0\,|\,-2)$$

په کرښیز ضریبونو اینوونه:

$$f(x)=a(x+3)(x+1)(x-1)$$
$$P(0\,|\,-2):\quad f(0)=a\cdot 3\cdot 1\cdot(-1)=-2\Rightarrow a=\frac{2}{3}$$
$$f(x)=\frac{2}{3}(x+3)(x+1)(x-1)=\frac{2}{3}x^3+2x^2-\frac{2}{3}x-2$$

څلورمه درجه ټول هوښیار توابع

$$P_{x1}(-2\,|\,0);\,P_{x2}(-2\,|\,0);\,P_{x3}(-2\,|\,0);\,P_4(3\,|\,0);\,P(0\,|\,1{,}5)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اینوونه په کرښیزو ضریبونو:

$$f(x) = a(x+2)^3(x-3)$$

$$P(0|1,5): \quad f(0) = a\cdot 8\cdot(-3) = 1,5 \Leftrightarrow -24a = 1,5 \Rightarrow a = -\frac{3}{48} = -\frac{1}{16}$$

$$f(x) = -\frac{1}{16}(x+2)^3(x-3) = \underline{\underline{-\frac{1}{16}x^4 - \frac{3}{16}x^3 + \frac{3}{8}x^2 + \frac{7}{4}x + \frac{3}{2}}}$$

تمرینونه: VIII

ټول هوښیار توابع له ورکړ شوو دلایلو له مخې

د تابع مساوات پیدا کړئ او ګراف یې وکاږئ

لومړی: دریمه درجه ټکی سیومتریک $P_1(2|3)\ \ P_2(-3|-2)$

دویم:دریمه درجه، صفرځایونه $x_1 = -3;\ x_2 = -1;\ x_3 = 2;\ \ P(-2|2)$

دریم:دریمه درجه صفرځایونه $x_{1/2} = 0;\ x_3 = 2;\ \ P(1|5)$

څلورم: دریمه درجه صفرځایونه $x_{1/2} = -2;\ x_3 = 1;\ \ P(2|4)$

پنځم: دریمه درجه، صفرځایونه $x_{1/2/3} = 3;\ \ P(-1|8)$

شپږم:څلورمه درجه، محورسیمتریک $P_1(1|2);\ P_2(2|-1);\ P_3(-3|-2)$

اوم:څلورمه درجه صفرځایونه $x_{1/2/3} = -2;\ x_4 = 2;\ \ P(1|3)$

اتم:څلورمه درجه، له سرچینې $P_1(1|1);\ P_2(-1|-3);\ P_3(3|-1);\ P_4(-3|-1)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نهم: څلورمه درجه، $P_1(1|1); P_2(-1|-3); P_3(3|-1); P_4(-3|-1)$ صفرځایونه $x_1=-3; x_2=-1; x_3=2; x_4=5;\ P(1|2)$

لسم: څلورمه درجه صفرځایونه $x_{1/2}=-3; x_{3/4}=2;\ P(1|4)$

نتیجې

د ټول هوښیار اعدادو توابعو ته تمرینونوVII

له څلور ټکو څخه ټول هوښیار توابع(تابع مساوات ولیکی)

نتیجې او مفصل ځوابونه

نتیجې

لومړی :

$$P_1(1\mid 4); P_2(2\mid 2); P_3(4\mid 4); P_4(5\mid 20) \Rightarrow f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$

x	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
f(x)	−6,12	0	3,13	4	3,37	2	0,62	0	0,87	4	10,12	20

$P_y(0\mid 0); P_{x1}(0\mid 0); P_{x2/3}(3\mid 0)$ doppelte Nullstelle

دپورته پښتو: ډبل صفرځایونه

دویم:

$$P_1\left(1 \,\middle|\, -\frac{11}{2}\right); P_2\left(-1 \,\middle|\, \frac{9}{2}\right); P_3(-2\mid 8); P_4\left(-3 \,\middle|\, \frac{5}{2}\right) \Rightarrow f(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x - 2$$

x	−3,5	−3	−2,5	−2	1,5	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5
f(x)	−5,5	2,5	6,75	8	3,37	7	4,5	1,25	−2	−4,5	−5,5	−4,25	0	8

$$P_y(0\mid 0); P_{x1}(2\mid 0); P_{x2}\left(-\frac{7}{4} + \sqrt{\frac{33}{16}} \approx -0,31 \,\middle|\, 0\right); P_{x2}\left(-\frac{7}{4} - \sqrt{\frac{33}{16}} \approx -3,186 \,\middle|\, 0\right)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم :

$P_1(-1 \mid -16); P_2(2 \mid 11); P_3(4 \mid -11); P_4(6 \mid -9) \Rightarrow f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 9$

x	−2	−1	0	1	2	3	4	5	6	7
f (x)	−65	−16	9	16	11	0	−11	−16	−9	16

$P_y(0 \mid 9); P_{x1}(3 \mid 0); P_{x2}\left(3+\sqrt{12} \approx 6{,}46 \mid 0\right); P_{x3}\left(3-\sqrt{12} \approx -0{,}46 \mid 0\right)$

څلورم:

$P_1(-1 \mid 7); P_2(-2 \mid 6); P_3(3 \mid 1); P_4(-3 \mid -2) \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4$

x	−3,5	−3	−2,5	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5
f (x)	−9,56	−2	3,06	6	7,19	7	5,81	4	1,94	0	−1,44	−2	−1,31	1	5,31

$P_y(0 \mid 4); P_{x1}(1 \mid 0); P_{x2}\left(\sqrt{8} \approx 2{,}83 \mid 0\right); P_{x2}\left(-\sqrt{8} \approx -2{,}83 \mid 0\right)$

پنځم:

$P_1(2 \mid 22); P_2(4 \mid 44); P_3(-4 \mid 4); P_4(8 \mid 40) \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 9x$

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3
f (x)	4	−6,75	−10	−7,25	0	10,25	22	33,75

x	4	5	6	7	8	9	10	11
f (x)	44	51,25	54	50,75	40	20,25	−10	−52,25

$P_y(0 \mid 0); P_{x1}(0 \mid 0); P_{x2}\left(3+\sqrt{45} \approx 9{,}71 \mid 0\right); P_{x2}\left(3-\sqrt{45} \approx -3{,}71 \mid 0\right)$

شپږم:

$P_1(1 \mid 0); P_2(-1 \mid -2); P_3(2 \mid 16); P_4(-3 \mid -4) \Rightarrow f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$

x	−3	−2,5	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5
f (x)	−4	−0,88	0	−0,63	−2	−3,38	−4	−3,13	0	6,13	16	30,38

$P_y(0 \mid -4); P_{x1}(1 \mid 0); P_{x2/3}(-2 \mid 0)$ doppelte Nullstelle

(c) ketabton.com: The Digital Library

دپورته پښتو: ډبل صفرځایونه

اوم:

$P_1(1 \mid 1)\,;\, P_2(2 \mid 0)\,;\, P_3(-2 \mid 4)\,;\, P_4(3 \mid 9) \Rightarrow f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6$

x	−2,5	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
f (x)	−3,38	4	7,88	9	8,13	6	3,38	1	−0,38	0	2,87	9

$P_y(0 \mid 6)\,;\, P_{x1}(2 \mid 0)\,;\, P_{x2}\left(-\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{13}{4}} \approx 1{,}303 \;\middle|\; 0\right);\, P_{x3}\left(-\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{13}{4}} \approx -2{,}303 \;\middle|\; 0\right)$

اتم:

$P_1(1 \mid 6)\,;\, P_2(3 \mid -4)\,;\; P_3\left(-\frac{1}{2} \;\middle|\; \frac{45}{8}\right);\, P_4\left(-\frac{3}{2} \;\middle|\; -\frac{77}{8}\right) \Rightarrow f(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8$

x	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5
f (x)	−24	−9,63	0	5,63	8	7,88	6	3,13	0	−2,63	−4	−3,38	0	6,88

$P_y(0 \mid 8)\,;\, P_{x1}(-1 \mid 0)\,;\, P_{x2}(2 \mid 0)\,;\, P_{x3}(4 \mid 0)$

نهم:

$P_1\left(1 \;\middle|\; -\frac{9}{2}\right);\, P_2\left(-1 \;\middle|\; \frac{11}{2}\right);\, P_3\left(3 \;\middle|\; -\frac{5}{2}\right);\, P_4\left(-\frac{5}{2} \;\middle|\; -8\right) \Rightarrow f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 2$

x	−2,5	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5
f (x)	−8	0	4,25	5,5	−1,25	2	−1,25	−4,5	−7	−8	−6,75	−2,5	5,5

$P_y(0 \mid 2)\,;\, P_{x1}(-2 \mid 0)\,;\, P_{x2}\left(\frac{7}{4} + \sqrt{\frac{33}{16}} \approx 3{,}19 \;\middle|\; 0\right);\, P_{x3}\left(\frac{7}{4} - \sqrt{\frac{33}{16}} \approx 0{,}31 \;\middle|\; 0\right)$

لسم:د لاندې پښتو: ډبل صفرځایونه

$P_1(1 \mid 25)\,;\, P_2(-1 \mid 49)\,;\, P_3(3 \mid 27)\,;\, P_4(5 \mid 5) \Rightarrow f(x) = x^3 - 12x^2 + 36x$

x	−1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
f (x)	−49	0	25	32	27	16	5	0	7	32

$P_y(0 \mid 0)\,;\, P_{x1/2}(6 \mid 0)$ doppelte Nullstelle ; $P_{x2}(0 \mid 0)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

مفصل ځوابونه:

لومړی:

د مساوات سيستم ليکنه:

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$P_1(1|4) \Rightarrow \quad f(1) = 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = 4$$
$$P_2(2|2) \Rightarrow \quad f(2) = 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 2$$
$$P_3(4|4) \Rightarrow \quad f(4) = 64a_3 + 16a_2 + 4a_1 + 1a_0 = 4$$
$$P_4(5|20) \Rightarrow \quad f(5) = 125a_3 + 25a_2 + 5a_1 + 1a_0 = 20$$

Gauß – Algorithmus

a_0	a_1	a_2	a_3	
1	1	1	1	4
1	2	4	8	2
1	4	16	64	4
1	5	25	125	20

....

....

$\Rightarrow$

Ergebnis

$a_3 = 1$

$a_2 = -6$

$a_1 = 9$

$a_0 = 0$

Funktionsgleichung:

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$

Wertetabelle:

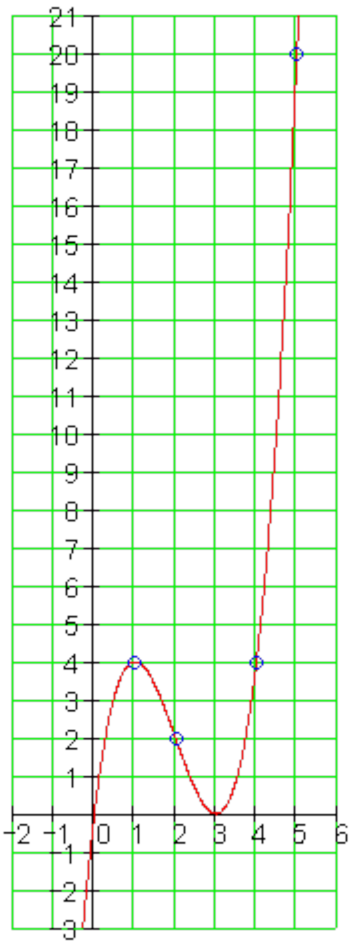
x	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
f(x)	−6,12	0	3,13	4	3,37	2	0,62	0	0,87	4	10,12	20

پورته الماني کيڼ لور: د ګاوس –الګوريتم، ارزښت جدول. ښي لور: نتيجه، تابعمساوات

بيرته پوښتنې ته

(c) ketabton.com: The Digital Library

G3 .د ګاوس- الګوريتم مفصل ځواب



محور غوڅټکي:

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$

د y– محور سره غوڅټکی

$$f(0) = 0 \Rightarrow P_y(0|0)$$

صفرځايونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 - 6x^2 + 9x = 0$$

ضريب ډول ليکنه:

$$x(x^2 - 6x + 9) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$p = -6;\ q = 9 \Rightarrow D = 0$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} = 3$$

$P_{x1}(0|0)$

$P_{x2/3}(3|0)$ doppelte Nullstelle

پورته الماني: ډبل صفرځايونه

دويم:

د مساواتسيستم ليکنه

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$P_1\left(1 \mid -\frac{11}{2}\right) \Rightarrow \quad f(1) = 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = -\frac{11}{2}$$

$$P_2\left(-1 \mid \frac{9}{2}\right) \Rightarrow \quad f(-1) = -1a_3 + 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = \frac{9}{2}$$

$$P_3(-2 \mid 8) \Rightarrow \quad f(-2) = -8a_3 + 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = 8$$

$$P_4\left(-3 \mid \frac{5}{2}\right) \Rightarrow \quad f(-3) = -27a_3 + 9a_2 - 3a_1 + 1a_0 = \frac{5}{2}$$

Gauß – Algorithmus

a_0	a_1	a_2	a_3	
1	1	1	1	−11/2
1	−1	1	−1	9/2
1	−2	4	−8	8
1	−3	9	−27	5/2

....

....

$\Rightarrow$

Ergebnis

$a_3 = 1$

$a_2 = \frac{3}{2}$

$a_1 = -6$

$a_0 = -2$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x - 2$$

پورته الماني کيڼ لور: د ګاوس –الګوريتم، ښي لور: نتيجه، تابعمساوات

رزښت جدول.

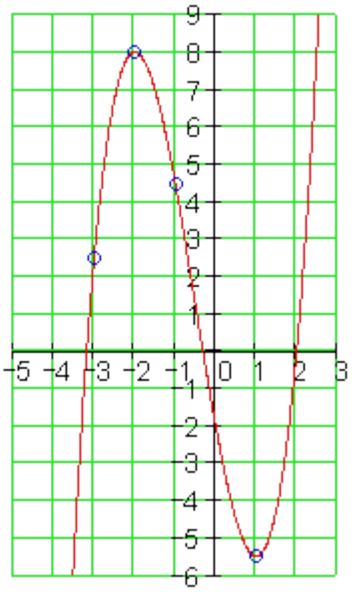
x	−3,5	−3	−2,5	−2	1,5	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5
f(x)	−5,5	2,5	6,75	8	3,37	7	4,5	1,25	−2	−4,5	−5,5	−4,25	0	8

بيرته پوښتنې ته

(c) ketabton.com: The Digital Library

مفصل.د ګاوس- الګړریتم

$$f(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x - 2$$



د x-محور سره غوڅټکی

$$P_{x1}(2\,|\,0)$$

$$P_{x2}\left(-\frac{7}{4} + \sqrt{\frac{33}{16}}\,|\,0\right) \approx (-0{,}31|\,0)$$

$$P_{x3}\left(-\frac{7}{4} - \sqrt{\frac{33}{16}}\,|\,0\right) \approx (-3{,}186\,|\,0)$$

محور غوڅټکي

$$f(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x - 2$$

د y- محور سره غوڅټکی

$$f(0) = -2 \Rightarrow P_y(0\,|-2)$$

صفرځائيونه

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x - 2 = 0$$

له ارزښتجدول څخه:x1=2

	1	3/2	−6	−2
x = 2	↓	2	7	2
	1	7/2	1	0

$$\Rightarrow x^2 + \frac{7}{2}x + 1 = 0$$

$$p = \frac{7}{2};\ q = 1 \Rightarrow D = \frac{33}{16}$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left|\ \begin{array}{l} x_2 = -\frac{7}{4} + \sqrt{\frac{33}{16}} \approx -0{,}314 \\ x_3 = -\frac{7}{4} - \sqrt{\frac{33}{16}} \approx -3{,}168 \end{array}\right.$$

دريم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د مساوات لیکنه:

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$P_1(-1|-16) \Rightarrow \quad f(-1) = -1a_3 + 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = -16$$

$$P_2(2|11) \Rightarrow \quad f(2) = 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 11$$

$$P_3(4|-11) \Rightarrow \quad f(4) = 64a_3 + 16a_2 + 4a_1 + 1a_0 = -11$$

$$P_4(6|-9) \Rightarrow \quad f(6) = 216a_3 + 36a_2 + 5a_1 + 1a_0 = -9$$

د ګاوس الګوریتم

a_0	a_1	a_2	a_3	
1	−1	1	−1	−16
1	2	4	8	11
1	4	16	64	−11
1	6	36	216	−9

....

....

$\Rightarrow$

لاس ته راوړنه:

$a_3 = 1$

$a_2 = -9$

$a_1 = 15$

$a_0 = 9$

تابعمساوات:

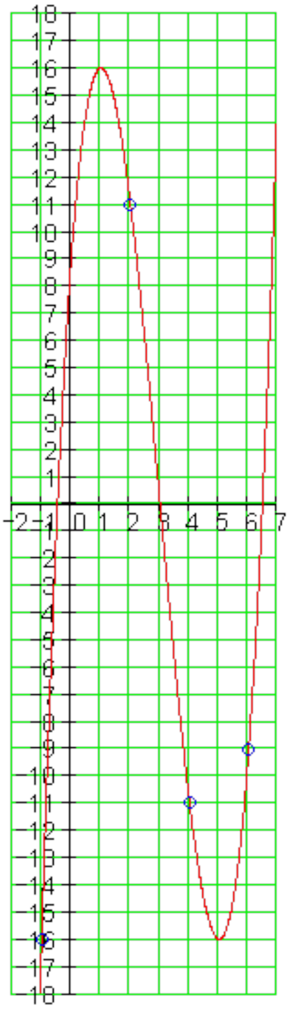
$$f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 9$$

ارزښت جدولي

x	−2	−1	0	1	2	3	4	5	6	7
f(x)	−65	−16	9	16	11	0	−11	−16	−9	16

(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 9$



$f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 9$

د y– محور سره غوڅټکی:

$f(0) = 9 \Rightarrow P_y(0|9)$

صفرځایونه:

$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 - 9x^2 + 15x + 9 = 0$

د ارزښت جدول څخه:x1=3

	1	−9	15	9
x = 3	↓	3	−18	−9
	1	−6	−3	0

$\Rightarrow x^2 - 6x - 3 = 0$

$p = -6;\ q = -3 \Rightarrow D = 12$

$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_2 = 3 + \sqrt{12} \approx 6,46 \\ x_3 = 3 - \sqrt{12} \approx -0,46 \end{array} \right.$

دx – محور سره غوڅټکي

$P_{x1}(3|0)$

$P_{x2}\left(3+\sqrt{12}\,|\,0\right) \approx (6,46\,|\,0)$

$P_{x3}\left(3-\sqrt{12}\,|\,0\right) \approx (-0,46\,|\,0)$

څلورم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د مساواتسیستم لیکنه:

$$
\begin{aligned}
&f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 \\
&P_1(-1|7) \Rightarrow \quad f(-1) = -1a_3 + 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = 7 \\
&P_2(-2|6) \Rightarrow \quad f(-2) = -8a_3 + 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = 6 \\
&P_3(3|1) \Rightarrow \quad f(3) = 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = 1 \\
&P_4(-3|-2) \Rightarrow \quad f(-3) = -27a_3 + 9a_2 - 3a_1 + 1a_0 = -2
\end{aligned}
$$

Gauß – Algorithmus

a_0	a_1	a_2	a_3	
1	−1	1	−1	7
1	−2	4	−8	6
1	3	9	27	1
1	−3	9	−27	−2

....

....

$\Rightarrow$

Ergebnis

$a_3 = \frac{1}{2}$

$a_2 = -\frac{1}{2}$

$a_1 = -4$

$a_0 = 4$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4$$

پورته الماني کيڼ لور: د ګاوس –الګوریتم، ښي لور: نتیجه، تابعمساوات

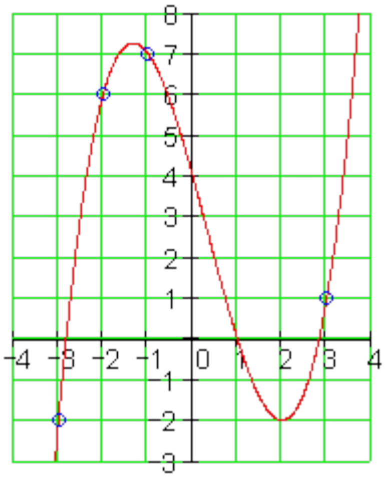
ارزښت جدول.

x	−3,5	−3	−2,5	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5
f (x)	−9,56	−2	3,06	6	7,19	7	5,81	4	1,94	0	−1,44	−2	−1,31	1	5,31

بیرته پوښتنې ته

G3 .د ګاوس- الګوریتم مفصل

(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x)=\frac{1}{2}x^3-\frac{1}{2}x^2-4x+4$  د x- محور سره غوڅتکي $P_{x1}(1\|0)$ $P_{x2}(\sqrt{8}\|0)\approx(2,83\|0)$ $P_{x3}(-\sqrt{8}\|0)\approx(-2,83\|0)$	محورغوڅتکي : $f(x)=\frac{1}{2}x^3-\frac{1}{2}x^2-4x+4$ د y– محور سره غوڅتکی $f(0)=4\Rightarrow P_y(0\|4)$ صفرځايونه: $f(x)=0\Leftrightarrow\frac{1}{2}x^3-\frac{1}{2}x^2-4x+4=0$ د ارزښت جدول څخه:x1=1 $x=1$: 1/2, −1/2, −4, 4 / ↓, 1/2, 0, −4 / 1/2, 0, −4, 0 $\Rightarrow\frac{1}{2}x^2-4=0\|+4$ $\Leftrightarrow\frac{1}{2}x^2=4\|\cdot2\Leftrightarrow x^2=8$ $\Rightarrow x_{2/3}=\pm\sqrt{8}\approx\pm2,83$

پنځم:

د مساواتسيستم ليکنه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$\begin{aligned}
P_1(2|22) &\Rightarrow f(2) = 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 22 \\
P_2(4|44) &\Rightarrow f(4) = 64a_3 + 16a_2 + 4a_1 + 1a_0 = 44 \\
P_3(-4|4) &\Rightarrow f(-4) = -64a_3 + 16a_2 - 4a_1 + 1a_0 = 4 \\
P_4(8|40) &\Rightarrow f(8) = 512a_3 + 64a_2 + 8a_1 + 1a_0 = 40
\end{aligned}$$

Gauß – Algorithmus

a_0	a_1	a_2	a_3	
1	2	4	8	22
1	4	16	64	44
1	−4	16	−64	4
1	8	64	512	40

....

....

$\Rightarrow$

Ergebnis

$a_3 = -\frac{1}{4}$

$a_2 = \frac{3}{2}$

$a_1 = 9$

$a_0 = 0$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 9x$$

Wertetabelle:

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3
f(x)	4	−6,75	−10	−7,25	0	10,25	22	33,75

x	4	5	6	7	8	9	10	11
f(x)	44	51,25	54	50,75	40	20,25	−10	−52,25

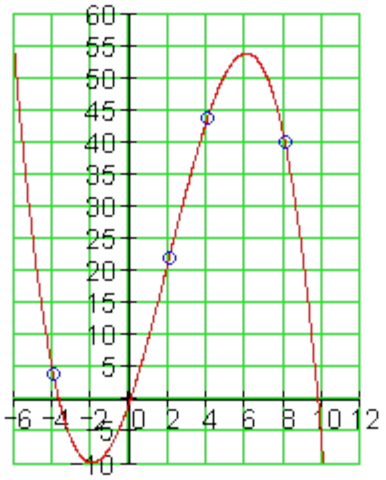
پورته الماني کيڼ لور: د ګاوس –الګوريتم، ارزښت جدول. ښي لور: نتيجه، تابعمساوات

بيرته پوښتنې ته

(c) ketabton.com: The Digital Library

G3 .د ګاوس- الګرريتم مفصل

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 9x$$



د x- محور سره غوڅټکي:

$P_{x1}(0|0)$

$P_{x2}\left(3+\sqrt{45}\,|\,0\right) \approx (9,71|\,0)$

$P_{x3}\left(3-\sqrt{45}\,|\,0\right) \approx (-3,71|\,0)$

محورغوڅټکي :

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 9x$$

د y– محور سره غوڅټکی

$$f(0) = 0 \Rightarrow P_y(0|\,0)$$

صفرځايونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{4}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 9x = 0$$

ضريبوني ډوله ليکنه

$$x\left(-\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 9\right) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$$

$$-\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 9 = 0\,|\cdot(-4)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 6x - 36 = 0$$

$$p = -6\,;\ q = -36 \Rightarrow D = 45$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_2 = 3+\sqrt{45} \approx 9,71 \\ x_3 = 3-\sqrt{45} \approx -3,71 \end{array} \right.$$

شيړ.م:

د مساواتسيستم ليکنه:

د مساواتسيستم ليکنه.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$

$P_1(1\|0) \Rightarrow$	$f(1)$	$=$	$1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 1a_0$	$=$	0
$P_2(-1\|-2) \Rightarrow$	$f(-1)$	$=$	$-1a_3 + 1a_2 - 1a_1 + 1a_0$	$=$	-2
$P_3(2\|16) \Rightarrow$	$f(2)$	$=$	$8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + 1a_0$	$=$	16
$P_4(-3\|-4) \Rightarrow$	$f(-3)$	$=$	$-27a_3 + 9a_2 - 3a_1 + 1a_0$	$=$	-4

Gauß – Algorithmus

a_0	a_1	a_2	a_3	
1	1	1	1	0
1	−1	1	−1	−2
1	2	4	8	16
1	−3	9	−27	−4

....

....

$\Rightarrow$

Ergebnis

$a_3 = 1$

$a_2 = 3$

$a_1 = 0$

$a_0 = -4$

Funktionsgleichung:

$f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$

Wertetabelle:

x	−3	−2,5	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5
f(x)	−4	−0,88	0	−0,63	−2	−3,38	−4	−3,13	0	6,13	16	30,38

پورته الماني کيڼ لور: د ګاوس –الګوریتم، ارزښت جدول. ښي لور: نتيجه، تابعمساوات

بیرته پوښتنې ته

G3 .د ګاوس- الګرریتم مفصل

$f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$	محورغوڅتکي : $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د y– محور سره غوڅېکی

$f(0) = -4 \Rightarrow P_y(0|-4)$

صفرځایونه:

$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 + 3x^2 - 4 = 0$

د ارزښت جدول ځخه:x1=1

$$\begin{array}{cccccc} & & 1 & 3 & 0 & -4 \\ x=1 & \downarrow & & \underline{1} & \underline{4} & \underline{4} \\ & & 1 & 4 & 4 & 0 \end{array}$$

$x^2 + 4x + 4 = 0$

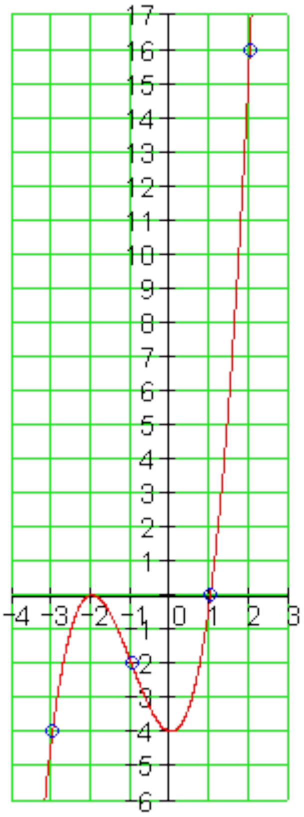
$p = 4;\ q = 4 \Rightarrow D = 0$

$x_{2/3} = -2$

د x– محور سره غوڅېکي

$P_{x1}(1|0)$

$P_{x2/3}(-2|0)$ ډبل صفرځایونه



اوم:

د مساواتسیستم لیکنه:

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$\begin{array}{llcccc} P_1(1|1) \Rightarrow & f(1) & = & 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 & = & 1 \\ P_2(2|0) \Rightarrow & f(2) & = & 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 & = & 0 \\ P_3(-2|4) \Rightarrow & f(-2) & = & -8a_3 + 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 & = & 4 \\ P_4(3|9) \Rightarrow & f(3) & = & 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 & = & 9 \end{array}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$P_1(1|1) \Rightarrow \quad f(1) = 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = 1$$
$$P_2(2|0) \Rightarrow \quad f(2) = 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 0$$
$$P_3(-2|4) \Rightarrow \quad f(-2) = -8a_3 + 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = 4$$
$$P_4(3|9) \Rightarrow \quad f(3) = 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = 9$$

Gauß – Algorithmus

a_0	a_1	a_2	a_3	
1	1	1	1	1
1	2	4	8	0
1	−2	4	−8	4
1	3	9	27	9

....

....

$\Rightarrow$

Ergebnis

$a_3 = 1$

$a_2 = -1$

$a_1 = -5$

$a_0 = 6$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6$$

Wertetabelle:

x	−2,5	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
f(x)	−3,38	4	7,88	9	8,13	6	3,38	1	−0,38	0	2,87	9

پورته الماني کيڼ لور: د ګاوس –الګوريتم، ارزښت جدول. ښي لور: نتيجه، تابعمساوات

بيرته پوښتنې ته

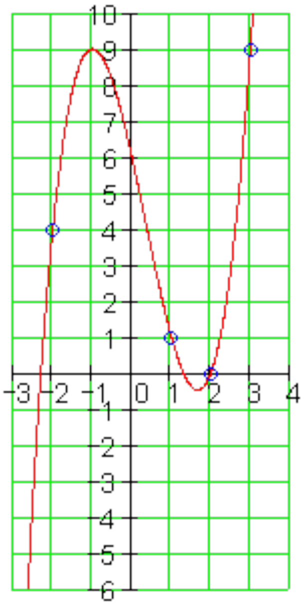
G3 .د ګاوس- الګرړيتم مفصل

$$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6$$

محورغوڅېکي :

$$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



د x –محور سره غوڅتکي:

$P_{x1}(2|0)$

$P_{x2}\left(-\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{13}{4}}\,|\,0\right)\approx(1{,}303\,|\,0)$

$P_{x3}\left(-\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{13}{4}}\,|\,0\right)\approx(-2{,}303\,|\,0)$

د y– محور سره غوڅتکى

$f(0)=6\Rightarrow P_y(0|6)$

صفرځايونه:

$f(x)=0\Leftrightarrow x^3-x^2-5x+6=0$

د ارزښت جدول څخه: x1=2

	1	−1	−5	6
x = 2	↓	2	2	−6
	1	1	−3	0

$x^2+x-3=0$

$p=1;\ q=-3\Rightarrow D=\frac{13}{4}$

$x_{2/3}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}$

$x_2=-\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{13}{4}}\approx 1{,}303$

$x_2=-\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{13}{4}}\approx -2{,}303$

اتم:

مساواتسيستم ليکنه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$P_1(1|6) \Rightarrow \quad f(1) = 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = 6$$

$$P_2(3|-4) \Rightarrow \quad f(3) = 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = -4$$

$$P_3\left(-\frac{1}{2}\Big|\frac{45}{8}\right) \Rightarrow \quad f\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{8}a_3 + \frac{1}{4}a_2 - \frac{1}{2}a_1 + 1a_0 = \frac{45}{8}$$

$$P_4\left(-\frac{3}{2}\Big|-\frac{77}{8}\right) \Rightarrow \quad f\left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{27}{8}a_3 + \frac{9}{4}a_2 - \frac{3}{2}a_1 + 1a_0 = -\frac{77}{8}$$

Gauß – Algorithmus

a_0	a_1	a_2	a_3	
1	1	1	1	6
1	3	9	27	−4
1	−1/2	1/4	−1/8	45/8
1	−3/2	9/4	−27/8	−77/8

....

....

$\Rightarrow$

Ergebnis

$a_3 = 1$

$a_2 = -5$

$a_1 = 2$

$a_0 = 8$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8$$

Wertetabelle:

x	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5
f(x)	−24	−9,63	0	5,63	8	7,88	6	3,13	0	−2,63	−4	−3,38	0	6,88

پورته الماني کیڼ لور: د ګاوس –الګوریتم، ارزښت جدول. ښي لور: نتیجه، تابعمساوات

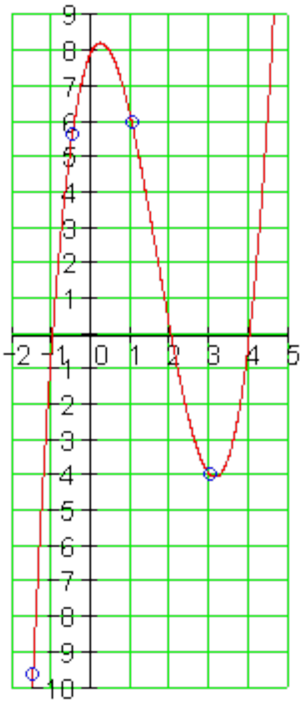
بیرته پوښتنې ته

G3 .د ګاوس- الګوریتم مفصل

$f(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8$ محورغوڅټکي :

$$f(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



د y– محور سره غوڅتکی

$$f(0) = 8 \Rightarrow P_y(0|8)$$

صفرځایونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 - 5x^2 + 2x + 8 = 0$$

د ارزښت جدول څخه:

$$x_1 = -1;\ x_2 = 2;\ x_3 = 4$$

د x– محور سره غوڅتکي

$$P_{x1}(-1|0);\ P_{x2}(2|0);\ P_{x3}(4|0)$$

نهم:

د مساواتسیستم: لیکنه:

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$P_1\left(1|-\frac{9}{2}\right) \Rightarrow \quad f(1) = 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = -\frac{9}{2}$$

$$P_2\left(-1|\frac{11}{2}\right) \Rightarrow \quad f(-1) = -1a_3 + 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = \frac{11}{2}$$

$$P_3\left(3|-\frac{5}{2}\right) \Rightarrow \quad f(-3) = 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = -\frac{5}{2}$$

$$P_4\left(-\frac{5}{2}|-8\right) \Rightarrow \quad f\left(-\frac{5}{2}\right) = -\frac{125}{8}a_3 + \frac{25}{4}a_2 - \frac{5}{2}a_1 + 1a_0 = -8$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

Gauß – Algorithmus

a_0	a_1	a_2	a_3	
1	1	1	1	−9/2
1	−1	1	−1	11/2
1	3	9	27	−5/2
1	−5/2	25/4	−125/8	−8

....

....

$\Rightarrow$

Ergebnis

$a_3 = 1$

$a_2 = -\frac{3}{2}$

$a_1 = -6$

$a_0 = 2$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 2$$

Wertetabelle:

x	−2,5	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5
f(x)	−8	0	4,25	5,5	−1,25	2	−1,25	−4,5	−7	−8	−6,75	−2,5	5,5

پورته الماني کيڼ لور: د ګاوس –الګوریتم، ارزښت جدول. ښي لور: نتيجه، تابعمساوات

بيرته پوښتنې ته

G3 .د ګاوس- الګرریتم مفصل

$$f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 2$$

محورغوځېکي :

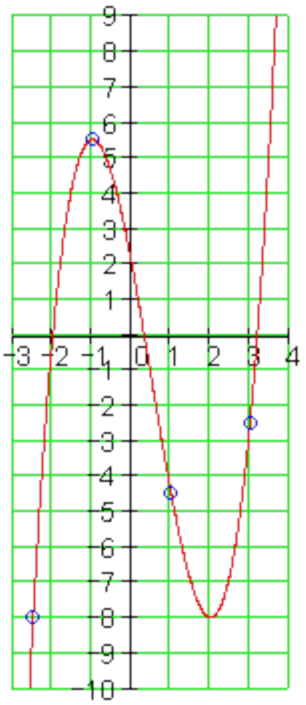
$$f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 2$$

د y– محور سره غوځېکی

$$f(0) = 2 \Rightarrow P_y(0 \mid 2)$$

صفرځايونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library



د x-محور سره غوڅټکي:

$$P_{x1}\left(-2 \mid 0\right)$$

$$P_{x2}\left(\frac{7}{4}+\sqrt{\frac{33}{16}} \mid 0\right) \approx \left(3,19 \mid 0\right)$$

$$P_{x3}\left(\frac{7}{4}-\sqrt{\frac{33}{16}} \mid 0\right) \approx \left(0,31 \mid 0\right)$$

$$f\left(x\right)=0 \Leftrightarrow x^3-\frac{3}{2}x^2-6x+2=0$$

د ارزښت جدول څخه: x1= -2

	1	$-3/2$	-6	2
$x=-2$	$\downarrow$	$-4/2$	7	-2
	1	$-7/2$	1	0

$$x^2-\frac{7}{2}x+1=0$$

$$p=-\frac{7}{2};\ q=1 \Rightarrow D=\frac{33}{16}$$

$$x_{2/3}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_2=\frac{7}{4}+\sqrt{\frac{33}{16}} \approx 3,19 \\ x_2=\frac{7}{2}-\sqrt{\frac{33}{16}} \approx 0,31 \end{array} \right.$$

لسم:

د مساواتسیستم لیکنه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$
\begin{aligned}
P_1(1|25) &\Rightarrow & f(1) &= 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 &= 25\\
P_2(-1|-49) &\Rightarrow & f(-1) &= -1a_3 + 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 &= -49\\
P_3(3|27) &\Rightarrow & f(3) &= 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 &= 27\\
P_4(5|5) &\Rightarrow & f(5) &= 125a_3 + 25a_2 + 5a_1 + 1a_0 &= 5
\end{aligned}
$$

Gauß – Algorithmus

a_0	a_1	a_2	a_3	
1	1	1	1	25
1	−1	1	−1	−49
1	3	9	27	27
1	5	25	125	5

....

....

$\Rightarrow$

Ergebnis

$a_3 = 1$

$a_2 = -12$

$a_1 = 36$

$a_0 = 0$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = x^3 - 12x^2 + 36x$$

....

Wertetabelle:

x	−1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
f(x)	−49	0	25	32	27	16	5	0	7	32

پورته الماني کيڼ لور: د ګاوس –الګوریتم، ارزښت جدول. ښي لور: نتيجه، تابعمساوات

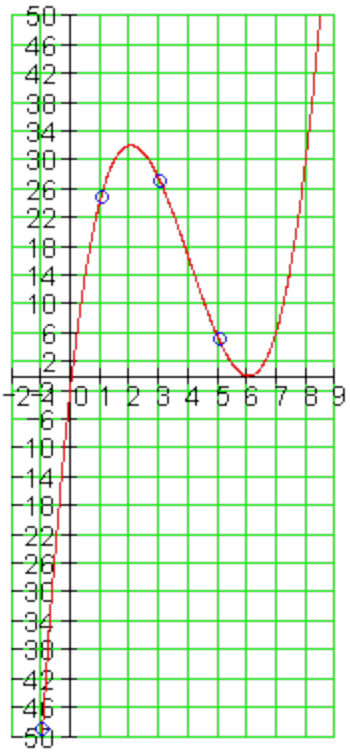
بيرته پوښتني ته

G3 .د ګاوس- الګوریتم مفصل

(c) ketabton.com: The Digital Library

<table>
<tr>
<td>

$f(x) = x^3 - 12x^2 + 36x$



</td>
<td>

محورغوڅېکي :

$f(x) = x^3 - 12x^2 + 36x$

د y– محور سره غوڅېکی

$f(0) = 0 \Rightarrow P_y(0|0)$

صفرځایونه:

$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 - 12x^2 + 36x = 0$

د ارزښت جدول څخه:x1=6

$$\begin{array}{cccccc} & 1 & -12 & 36 & 0 \\ x=6 & \downarrow & 6 & -36 & 0 \\ & 1 & -6 & 0 & 0 \end{array}$$

$x^2 - 6x = 0$

$\Leftrightarrow x(x-6) = 0 \Rightarrow x_2 = 6 ; x_3 = 0$

د x– محور سره غوڅېکي

لاندې : دېل صفرځای

دېل صفرځلی: $P_{x1/2}(6|0)$

$P_{x3}(0|0)$

</td>
</tr>
</table>

G1 د ګاوس- الګوریتم مفصل

(c) ketabton.com: The Digital Library

---

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	1	1	1	4	
1	2	4	8	2	II − I
1	4	16	64	4	III − I
1	5	25	125	20	IV − I
1	1	1	1	4	
0	1	3	7	−2	
0	3	15	63	0	III − 3·II
0	4	24	124	16	IV − 4·II
1	1	1	1	4	
0	1	3	7	−2	
0	0	6	42	6	
0	0	12	96	24	IV − 2·III
1	1	1	1	4	
0	1	3	7	−2	
0	0	6	42	6	
0	0	0	12	12	

$\Rightarrow$

$12a_3 = 12 \Leftrightarrow \boxed{a_3 = 1}$

$6a_2 + 42a_3 = 6$
$\Leftrightarrow 6a_2 + 42 = 6 \mid -42$
$\Leftrightarrow 6a_2 = -36 \mid : 6 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = -6}$

$a_1 + 3a_2 + 7a_3 = -2$
$\Leftrightarrow a_1 - 18 + 7 = -2$
$\Leftrightarrow a_1 - 11 = -2 \mid +11 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 9}$

$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 = 4$
$\Leftrightarrow a_0 + 9 - 6 + 1 = 4$
$\Leftrightarrow a_0 + 4 = 4 \mid -4 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 0}$

$$\underline{\underline{f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x}}$$

بيرته پوښتنې ته

G2 .د ګاوس- الګوريتم مفصل

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	1	1	1	$-\frac{11}{2}$	$\mid \cdot 2$
1	−1	1	−1	$\frac{9}{2}$	$\mid \cdot 2$
1	−2	4	−8	8	$\mid \cdot 2$
1	−3	9	−27	$\frac{5}{2}$	$\mid \cdot 2$
2	2	2	2	−11	

$-4a_3 = -4 \Leftrightarrow \boxed{a_3 = 1}$

$2a_2 - 4a_3 = -1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

2	−2	2	−2	9	II − I
2	−4	8	−16	16	III − I
2	−6	18	−54	5	IV − I
2	2	2	2	−11	
0	−4	0	−4	20	|: (−2)
0	−6	6	−18	27	|: 3
0	−8	16	−56	16	|: 4
2	2	2	2	−11	
0	2	0	2	−10	
0	−2	2	−6	9	III + II
0	−2	4	−14	4	IV + II
2	2	2	2	−11	
0	2	0	2	−10	
0	0	2	−4	−1	
0	0	4	−12	−6	IV − 2·III
2	2	2	2	−11	
0	2	0	2	−10	
0	0	2	−4	−1	
0	0	0	−4	−4	

$\Rightarrow$

$$\Leftrightarrow 2a_2 - 4 = -1 \,|\, +4$$
$$\Leftrightarrow 2a_2 = 3 \,|: 2 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{3}{2}}$$

$$2a_1 + 2a_3 = -10$$
$$\Leftrightarrow 2a_1 + 2 = -10 \,|\, -2$$
$$\Leftrightarrow 2a_1 = -12 \,|: 2 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = -6}$$

$$2a_0 + 2a_1 + 2a_2 + 2a_3 = -11$$
$$\Leftrightarrow 2a_0 - 12 + 3 + 2 = -11$$
$$\Leftrightarrow 2a_0 - 7 = -11 \,|\, +7$$
$$\Leftrightarrow 2a_0 = -4 \,|: 2 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -2}$$

$$\underline{\underline{f(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x - 2}}$$

بیرته پوښتنې ته

G3 .د ګاوس- الګوریتم مفصل

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	−1	1	−1	−16	
1	2	4	8	11	II − I
1	4	16	64	−11	III − I
1	6	36	216	−9	IV − I
1	−1	1	−1	−16	
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

$$8a_3 = 8 \Leftrightarrow \boxed{a_3 = 1}$$

$$2a_2 + 10a_3 = -8$$
$$\Leftrightarrow 2a_2 + 10 = -8 \,|\, -10$$

0	3	3	9	27	$\|:3$
0	5	15	65	5	$\|:5$
0	7	35	217	7	$\|:7$
1	−1	1	−1	−16	
0	1	1	3	9	
0	1	3	13	1	III − II
0	1	5	31	1	IV − II
1	−1	1	−1	−16	
0	1	1	3	9	
0	0	2	10	−8	
0	0	4	28	−8	IV − 2·III
1	−1	1	−1	−16	
0	1	1	3	9	
0	0	2	10	−8	
0	0	0	8	8	

$\Rightarrow$

$$\Leftrightarrow 2a_2 = -18 \,|:2 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = -9}$$

$$a_1 + a_2 + 3a_3 = 9$$
$$\Leftrightarrow a_1 - 9 + 3 = 9$$
$$\Leftrightarrow a_1 - 6 = 9 \,| +6 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 15}$$

$$a_0 - a_1 + a_2 - a_3 = -16$$
$$\Leftrightarrow a_0 - 15 - 9 - 1 = -16$$
$$\Leftrightarrow a_0 - 25 = -16 \,| +25 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 9}$$

$$\underline{\underline{f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 9}}$$

بيرته پوښتنې ته

G4 .د ګاوس- الګوريتم مفصل

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	−1	1	−1	7	
1	−2	4	−8	6	II − I
1	3	9	27	1	III − I
1	−3	9	−27	−2	IV − I
1	−1	1	−1	7	
0	−1	3	−7	−1	
0	4	8	28	−6	III + 4·II
0	−2	8	−26	−9	IV − 2·II
1	−1	1	−1	7	

$\Rightarrow$

$$20a_2 = -10 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = -\frac{1}{2}}$$

$$2a_2 - 12a_3 = -7$$
$$\Leftrightarrow -1 - 12a_3 = -7 \,| +1$$
$$\Leftrightarrow -12a_3 = -6 \,|:(-12) \Leftrightarrow \boxed{a_3 = \frac{1}{2}}$$

$$-a_1 + 3a_2 - 7a_3 = -1$$
$$\Leftrightarrow -a_1 - \frac{3}{2} - \frac{7}{2} = -1$$
$$\Leftrightarrow -a_1 - 5 = -1 \,| +5$$
$$\Leftrightarrow -a_1 = 4 \,|:(-1) \Leftrightarrow \boxed{a_1 = -4}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

0	−1	3	−7	−1
0	0	20	0	−10
0	0	2	−12	−7

$$a_0 - a_1 + a_2 - a_3 = 7$$
$$\Leftrightarrow a_0 + 4 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 7$$
$$\Leftrightarrow a_0 + 3 = 7 \mid -3 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 4}$$

تابعمساوات: $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4$

بیرته پوښتنې ته

G5 .د ګاوس- الګوریتم مفصل

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	2	4	8	22	
1	4	16	64	44	II − I
1	−4	16	−64	4	III − I
1	8	64	512	40	IV − I
1	2	4	8	22	
0	2	12	56	22	
0	−6	12	−72	−18	III + 3·II
0	6	60	504	18	IV − 3·II
1	2	4	8	22	
0	2	12	56	22	
0	0	48	96	48	
0	0	24	336	−48	$IV - \frac{1}{2}\cdot III$
1	2	4	8	22	
0	2	12	56	22	
0	0	48	96	48	
0	0	0	288	−72	

$\Rightarrow$

$$288a_3 = -72 \Leftrightarrow \boxed{a_3 = -\frac{1}{4}}$$

$$48a_2 + 96a_3 = 48$$
$$\Leftrightarrow 48a_2 - 24 = 48 \mid +24$$
$$\Leftrightarrow 48a_2 = 72 \mid : 48 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{3}{2}}$$

$$2a_1 + 12a_2 + 56a_3 = 22$$
$$\Leftrightarrow 2a_1 + 18 - 14 = 22$$
$$\Leftrightarrow 2a_1 + 4 = 22 \mid -4$$
$$\Leftrightarrow 2a_1 = 18 \mid : 2 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 9}$$

$$a_0 + 2a_1 + 4a_2 + 8a_3 = 22$$
$$\Leftrightarrow a_0 + 18 + 6 - 2 = 22$$
$$\Leftrightarrow a_0 + 22 = 22 \mid -22 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 0}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

تابعمساوات: $f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 9x$

بيرته پوښتنې ته

.G6.د ګاوس- الګوريتم مفصل

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	1	1	1	0	
1	−1	1	−1	−2	II − I
1	2	4	8	16	III − I
1	−3	9	−27	−4	IV − I
1	1	1	1	0	
0	−2	0	−2	−2	
0	1	3	7	16	$III + \frac{1}{2} \cdot II$
0	−4	8	−28	−4	
1	1	1	1	0	
0	−2	0	−2	−2	
0	0	3	6	15	|: 3
0	0	8	−24	1	|: 8
1	1	1	1	0	
0	−2	0	−2	−2	
0	0	1	2	5	
0	0	1	−3	0	IV − III
1	1	1	1	0	
0	−2	0	−2	−2	
0	0	1	2	5	
0	0	0	−5	−5	

$\Rightarrow$

$-5a_3 = -5 \Leftrightarrow \boxed{a_3 = 1}$

$a_2 + 2a_3 = 5$
$\Leftrightarrow a_2 + 2 = 5 \,|\, -2 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = 3}$

$-2a_1 - 2a_3 = -2$
$\Leftrightarrow -2a_1 - 2 = -2 \,|\, +2$
$\Leftrightarrow -2a_1 = 0 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 0}$

$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 = 0$
$\Leftrightarrow a_0 + 3 + 1 = 0$
$\Leftrightarrow a_0 + 4 = 0 \,|\, -4 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -4}$

$\underline{\underline{f(x) = x^3 + 3x^2 - 4}}$

بيرته پوښتنې ته

(c) ketabton.com: The Digital Library

G7 .د ګاوس- الګرریتم مفصل

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	1	1	1	1	
1	2	4	8	0	II − I
1	−2	4	−8	4	III − I
1	3	9	27	9	IV − I
1	1	1	1	1	
0	1	3	7	−1	
0	−3	3	−9	3	$III + 3\cdot II$
0	2	8	26	8	$IV - 2\cdot II$
1	1	1	1	1	
0	1	3	7	−1	
0	0	12	12	0	
0	0	2	12	10	$IV - \frac{1}{6}\cdot III$
1	1	1	1	1	
0	1	3	7	−1	
0	0	12	12	0	
0	0	0	10	10	

$\Rightarrow$

$$10a_3 = 10 \Leftrightarrow \boxed{a_3 = 1}$$

$$12a_2 + 12a_3 = 0$$
$$\Leftrightarrow 12a_2 + 12 = 0 \mid -12$$
$$\Leftrightarrow 12a_2 = -12 \mid :12 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = -1}$$

$$a_1 + 3a_2 + 7a_3 = -1$$
$$\Leftrightarrow a_1 - 3 + 7 = -1$$
$$\Leftrightarrow a_1 + 4 = -1 \mid -4 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = -5}$$

$$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 = 1$$
$$\Leftrightarrow a_0 - 5 - 1 + 1 = 1$$
$$\Leftrightarrow a_0 - 5 = 1 \mid +5 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 6}$$

$$\underline{\underline{f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6}}$$

بیرته پوښتنې ته

G8 .د ګاوس- الګوریتم مفصل

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	1	1	1	6	
1	3	9	27	−4	
1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{8}$	$\frac{45}{8}$	$\mid\cdot 8$
1	$-\frac{3}{2}$	$\frac{9}{4}$	$-\frac{27}{8}$	$-\frac{77}{8}$	$\mid\cdot 8$

$$-2a_3 = -2 \Leftrightarrow \boxed{a_3 = 1}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

1	1	1	1	6	
2	3	9	27	−4	II − I
8	−4	2	−1	45	III − 8·I
8	−12	18	−27	−77	IV − 8·I

1	1	1	1	6	
0	2	8	26	−10	
0	−12	−6	−9	−3	III + 6·II
0	−20	10	−35	−125	IV + 10·II

1	1	1	1	6	
0	2	8	26	−10	
0	0	42	147	−63	|: 21
0	0	90	225	−225	|: 45

1	1	1	1	6	
0	2	8	26	−10	
0	0	2	7	−3	
0	0	2	5	−5	IV − III

1	1	1	1	6
0	2	8	26	−10
0	0	2	7	−3
0	0	0	−2	−2

$\Rightarrow$

$$2a_2 - 7a_3 = -3$$
$$\Leftrightarrow 2a_2 + 7 = -3 \mid -7$$
$$\Leftrightarrow 2a_2 = -10 \mid : 2 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = -5}$$

$$2a_1 + 8a_2 + 26a_3 = -10$$
$$\Leftrightarrow 2a_1 - 40 + 26 = -10$$
$$\Leftrightarrow 2a_1 - 14 = -10 \mid +14$$
$$\Leftrightarrow 2a_1 = 4 \mid : 2 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 2}$$

$$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 = 6$$
$$\Leftrightarrow a_0 + 2 - 5 + 1 = 6$$
$$\Leftrightarrow a_0 - 2 = 6 \mid +2 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 8}$$

$$\underline{\underline{f(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8}}$$

بیرته پوښتني ته

G9 .د گاوس- الگريتم مفصل

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	1	1	1	$-\frac{9}{2}$	|·8
1	−1	1	−1	$\frac{11}{2}$	|·8

(c) ketabton.com: The Digital Library

1	3	9	27	$-\frac{5}{2}$	$\|\cdot 8$
1	$-\frac{5}{2}$	$\frac{25}{4}$	$-\frac{125}{8}$	−8	$\|\cdot 8$
8	8	8	8	−36	
8	−8	8	−8	44	II − I
8	24	72	216	−20	III − I
8	−20	50	−125	−64	IV − I
8	8	8	8	−36	$\|:4$
0	−16	0	−16	80	$\|:4$
0	16	64	208	16	$\|:4$
0	−28	42	−133	−28	$\|:7$
2	2	2	2	−9	
0	−4	0	−4	20	
0	4	16	52	4	III + II
0	−4	6	−19	−4	IV − II
2	2	2	2	−9	
0	−4	0	−4	20	
0	0	16	48	24	$\|:8$
0	0	6	−15	−24	$\|:3$
2	2	2	2	−9	
0	−4	0	−4	20	
0	0	2	6	3	
0	0	2	−5	−8	IV − III
2	2	2	2	−9	
0	−4	0	−4	20	
0	0	2	6	3	
0	0	0	−11	−11	

$\Rightarrow$

$$-11a_3 = -11 \,|: (-11)$$
$$\Leftrightarrow \boxed{a_3 = 1}$$

$$2a_2 + 6a_3 = 3$$
$$\Leftrightarrow 2a_2 + 6 = 3 \,| -6$$
$$\Leftrightarrow 2a_2 = -3 \,|: 2$$
$$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = -\frac{3}{2}}$$

$$-4a_1 - 4a_3 = 20$$
$$\Leftrightarrow -4a_1 - 4 = 20 \,| +4$$
$$\Leftrightarrow -4a_1 = 24 \,|: (-4)$$
$$\Leftrightarrow \boxed{a_1 = -6}$$

$$2a_0 + 2a_1 + 2a_2 + 2a_3 = -9$$
$$\Leftrightarrow 2a_0 - 12 - 3 + 2 = -9$$
$$\Leftrightarrow 2a_0 - 13 = -9 \,| +13$$
$$\Leftrightarrow 2a_0 = 4 \,|: 2$$
$$\Leftrightarrow \boxed{a_0 = 2}$$

$$f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 2$$

بيرته پوښتنې ته

(c) ketabton.com: The Digital Library

.G10 د ګاوس- الګوريتم مفصل

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	1	1	1	25	
1	−1	1	−1	−49	II − I
1	3	9	27	27	III − I
1	5	25	125	5	IV − I
1	1	1	1	25	
0	−2	0	−2	−74	
0	2	8	26	2	III + II
0	4	24	124	−20	IV + 2·II
1	1	1	1	25	
0	−2	0	−2	−74	
0	0	8	24	−72	
0	0	24	120	−168	IV − 3·III
1	1	1	1	25	
0	−2	0	−2	−74	
0	0	8	24	−72	
0	0	0	48	48	

$\Rightarrow$

$$48a_3 = 48 \Leftrightarrow \boxed{a_3 = 1}$$

$$8a_2 + 24a_3 = -72$$
$$\Leftrightarrow 8a_2 + 24 = -72 \,|\, -24$$
$$\Leftrightarrow 8a_2 = 96 \,|: 8 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = -12}$$

$$-2a_1 - 2a_3 = -74$$
$$\Leftrightarrow -2a_1 - 2 = -74 \,|\, +2$$
$$\Leftrightarrow -2a_1 = -72 \,|: (-2) \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 36}$$

$$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 = 25$$
$$\Leftrightarrow a_0 + 36 - 12 + 1 = 25$$
$$\Leftrightarrow a_0 + 25 = 25 \,|\, -25 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 0}$$

$$\underline{\underline{f(x) = x^3 - 12x^2 + 36x}}$$

ځوابونه

تمرين ټول هوښيار يا- راشنل توابع **VIII**

تابع مساوات د ورکړشوو شرايطو څخه

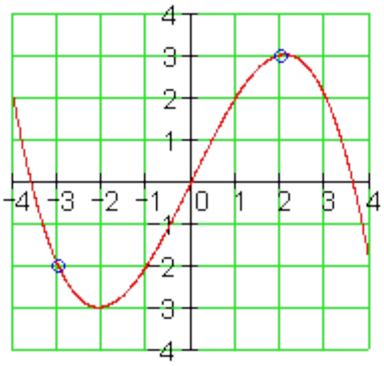
مفصل ځوابونه

لومړی: درجه ۳، ټکی سيمتريک له

$P_1(2|3)\;\; P_2(-3|-2)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) := \frac{-1}{6}\cdot x^3 + \frac{13}{6}\cdot x$



د ټکي سيمتري له امله تابع مساوات فقط ناجوړه يا طاق اکسپوننت لري.

اينوونه:

$\text{Ansatz: } f(x) = a_3x^3 + a_1x$

$P_1(2|3) \quad \Rightarrow f(2) = 8a_3 + 2a_1 = 3$

$P_2(-3|-2) \Rightarrow f(-3) = -27a_3 - 3a_1 = -2$

a_1	a_3		
2	8	3	$\|\cdot 3$
−3	−27	−2	$\|\cdot 2$
6	24	9	
−6	−54	−4	II+I
6	24	9	
0	−30	5	

$-30a_3 = 5$

$\Leftrightarrow a_3 = -\frac{1}{6}$

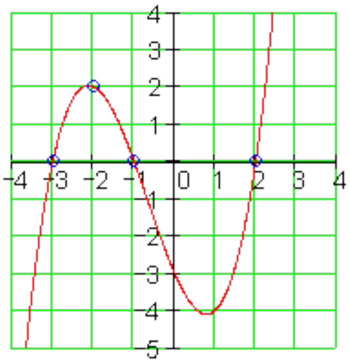
$6a_1 + 24a_3 = 9$

$\Leftrightarrow 6a_1 - 4 = 9$

$\Leftrightarrow a_1 = \frac{13}{6}$

$$f(x) = -\frac{1}{6}x^3 + \frac{13}{6}x$$

$f(x) := \frac{1}{2}\cdot x^3 + x^2 - \frac{5}{2}\cdot x - 3$



دويم:

دريمه درجه، صفرځايونه

$x_1 = -3\,;\ x_2 = -1;\ x_3 = 2$

ټکی P(-2|2)

کرښيز ضربيونو سره اينوونه يا ځاپه ځای کونه

$f(x) = a_3(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$

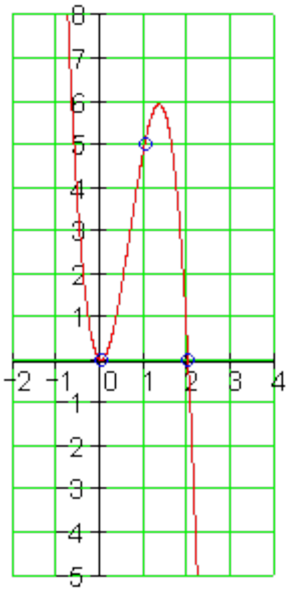
$f(x) = a_3(x + 3)(x + 1)(x - 2)$

ازمايښت:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(-2)=2 \Leftrightarrow a_3(-2+3)(-2+1)(-2-2)=2$$
$$\Leftrightarrow 4a_3=2 \Leftrightarrow a_3=\frac{1}{2}$$
$$f(x)=\frac{1}{2}(x+3)(x+1)(x-2)$$
$$=\underline{\underline{\frac{1}{2}x^3+x^2-\frac{5}{2}x-3}}$$

دريم:

$f(x) := -5\cdot x^3 + 10\cdot x^2$ 	$x_{1/2}=0;\ x_3=2;$ دريمه درجه، صفرځايونه ټکی $P(1\|5)$ کرښيز ضريبونو سره ايښوونه يا ځای په ځای کونه $f(x)=a_3x^2(x-x_3)$ $f(x)=a_3x^2(x-2)$ ازماپښت: $f(1)=5 \Leftrightarrow a_3\cdot 1^2(1-2)=5$ $\Leftrightarrow -a_3=5 \Leftrightarrow a_3=-5$ $f(x)=-5x^2(x-2)=\underline{\underline{-5x^3+10x^2}}$

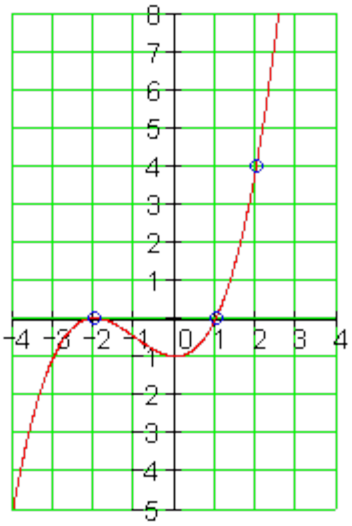
څلورم:

دريمه درجه، صفرځايونه

$$x_{1/2}=-2;\ x_3=1$$

ټکی$P(2|4)$

$$f(x) := \frac{1}{4}\cdot x^3 + \frac{3}{4}\cdot x^2 - 1$$



کربنيز ضريبونو سره اينسوونه يا ځايپه ځای کونه

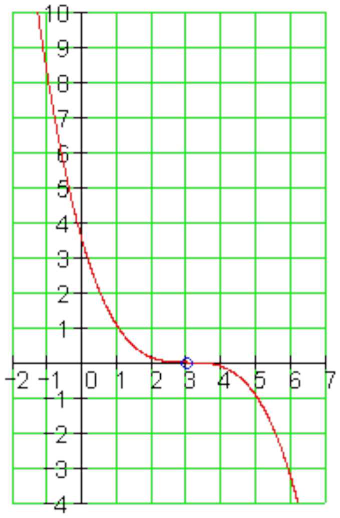
$$f(x) = a_3(x - x_{1/2})^2(x - x_3)$$
$$f(x) = a_3(x + 2)^2(x - 1)$$

ازمايښت:

$$f(2) = 4 \Leftrightarrow a_3 \cdot (2+2)^2(2-1) = 4$$
$$\Leftrightarrow 16a_3 = 4 \Leftrightarrow a_3 = \frac{1}{4}$$
$$f(x) = \frac{1}{4}(x+2)^2(x-1)$$
$$= \frac{1}{4}x^3 + \frac{3}{4}x^2 - 1$$

پنځم:

$$f(x) := \frac{-1}{8}\cdot x^3 + \frac{9}{8}\cdot x^2 - \frac{27}{8}\cdot x + \frac{27}{8}$$



دريمه درجه، صفرځايونه $x_{1/2/3} = 3$

تکی P(-1|8)

کربنيز ضريبونو سره اينسوونه يا ځايپه ځای کونه

$$f(x) = a_3(x - x_{1/2/3})^3$$
$$f(x) = a_3(x - 3)^2$$

ازمايښت:

$$f(-1) = 8 \Leftrightarrow a_3 \cdot (-1-3)^3 = 8$$
$$\Leftrightarrow -64a_3 = 8 \Leftrightarrow a_3 = -\frac{1}{8}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = -\frac{1}{8}(x-3)^3$$
$$= -\frac{1}{8}x^3 + \frac{9}{8}x^2 - \frac{27}{8}x + \frac{27}{8}$$

شپږم:

خلورمه درجه، محورسيومتريک

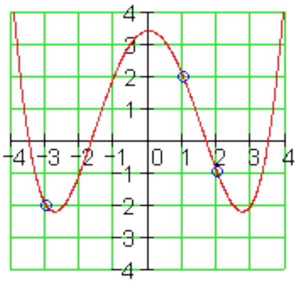
$P_1(1|2);\ P_2(2|-1);\ P_3(-3|-2)$

د محورسيومتري له امله تابع مساوات فقط جوړه اکسپوننتونه لري. لاندې الماني: اېښوونه

$$\text{Ansatz: } f(x) = a_4x^4 + a_2x^2 + a_0$$
$$P_1(1|2) \Rightarrow f(1) = 1a_4 + 1a_2 + 1a_0 = 2$$
$$P_2(2|-1) \Rightarrow f(2) = 16a_4 + 4a_2 + 1a_0 = -1$$
$$P_2(-3|-2) \Rightarrow f(-3) = 81a_4 + 9a_2 + 1a_0 = -2$$

a_0	a_2	a_4		
1	1	1	2	
1	4	16	−1	II − I
1	9	81	−2	III − I
1	1	1	2	
0	3	15	−3	| : 3
0	8	80	−4	| : 8
1	1	1	2	
0	1	5	−1	
0	1	10	− 1/2	III − II
1	1	1	2	
0	1	5	−1	
0	0	5	1/2	

$$f(x) := \frac{1}{10}\cdot x^4 - \frac{3}{2}\cdot x^2 + \frac{17}{5}$$

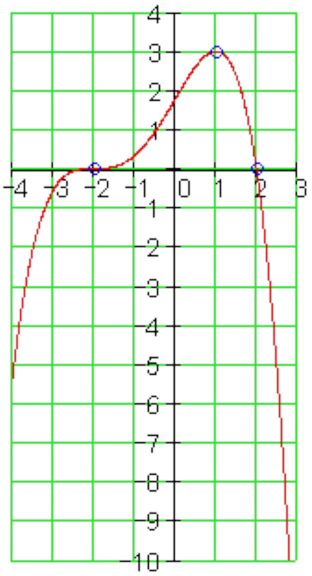


$$5a_4 = \frac{1}{2} \,|:5 \Leftrightarrow a_4 = \frac{1}{10}$$
$$a_2 + 5a_4 = -1$$
$$\Leftrightarrow a_2 + \frac{5}{10} = -\frac{10}{10} \,\Big|-\frac{5}{10}$$
$$\Leftrightarrow a_2 = -\frac{15}{10} = -\frac{3}{2}$$
$$a_0 + a_2 + a_4 = 2$$
$$\Leftrightarrow a_0 - \frac{3}{2} + \frac{1}{10} = \frac{20}{10} \,\Big| + \frac{15}{10} - \frac{1}{10}$$
$$\Leftrightarrow a_0 = \frac{34}{10} = \frac{17}{5}$$
$$f(x) = \frac{1}{10}x^4 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{17}{5}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اووم:

$$f(x) := \frac{-1}{9}\cdot x^4 - \frac{4}{9}\cdot x^3 + \frac{16}{9}\cdot x + \frac{16}{9}$$



دريمه درجه، صفرځايونه

$x_{1/2/3} = -2\,;\ x_4 = 2$

تکی$P(1|3)$

کربنيز ضريبونو سره ايښوونه يا ځاپه ځای کونه

$$f(x) = a_4\,(x - x_{1/2/3})^3\,(x - x_4)$$

$$f(x) = a_4\,(x+2)^3\,(x-2)$$

ازماپښت:

$$f(1) = 3 \Leftrightarrow a_4\,(1+2)^3\,(1-2) = 3$$

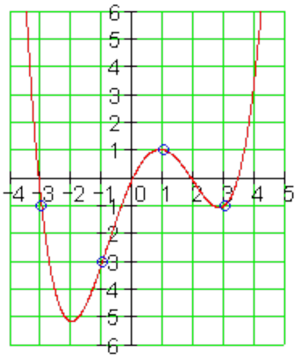
$$\Leftrightarrow -27a_4 = 3 \Leftrightarrow a_4 = -\frac{1}{9}$$

$$f(x) = -\frac{1}{9}(x+2)^3\,(x-2)$$

$$= -\frac{1}{9}x^4 - \frac{4}{9}x^3 + \frac{16}{9}x + \frac{16}{9}$$

اتم:

$$f(x) := \frac{1}{9}\cdot x^4 - \frac{1}{4}\cdot x^3 - \frac{10}{9}\cdot x^2 + \frac{9}{4}\cdot x$$



څلورمه درجه، د سرچينې (a0=0)له لارې

$P_1\,(1|\,1)\,;\ P_2\,(-1|\,-3)\,;\ P_3\,(3\,|\,-1)\,;\ P_4\,(-3\,|\,-1)$

ايښوونه: $f(x) = a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x$

$P_1\,(1|\,1)\quad : f(1) = 1a_4 + 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 = 1$

$P_1\,(-1|\,3)\quad : f(-1) = 1a_4 - 1a_3 + 1a_2 - 1a_1 = 3$

$P_1\,(3\,|\,-1)\quad : f(3) = 81a_4 + 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 = -1$

$P_1\,(-3\,|\,-1) : f(-3) = 81a_4 - 27a_3 + 9a_2 - 3a_1 = -1$

a_2	a_3	a_4		
1	1	1	1	
1	−1	1	−3	II + I
9	27	81	−1	III − 3·I
9	−27	81	−1	IV + 3·I
1	1	1	1	
2	0	2	−2	
6	24	78	−4	III − 3·II
12	−24	84	2	IV − 6·II
1	1	1	1	
2	0	2	−2	
0	24	72	2	
0	−24	72	14	IV + III
1	1	1	1	
2	0	2	−2	
0	24	72	2	
0	0	144	16	

$$144a_4 = 16 \Leftrightarrow a_4 = \frac{1}{9}$$

$$24a_3 + 72a_4 = 2$$

$$\Leftrightarrow 24a_3 + \frac{72}{9} = \frac{18}{9} \Leftrightarrow a_3 = -\frac{1}{4}$$

$$2a_2 + 2a_4 = -2$$

$$\Leftrightarrow 2a_2 + \frac{2}{9} = -\frac{18}{9} \Leftrightarrow a_2 = -\frac{10}{9}$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 1$$

$$\Leftrightarrow a_1 - \frac{10}{9} - \frac{1}{4} + \frac{1}{9} = 1 \Leftrightarrow a_1 = \frac{9}{4}$$

$$f(x) = \frac{1}{9}x^4 - \frac{1}{4}x^3 - \frac{10}{9}x^2 + \frac{9}{4}x$$

نهم: $f(x) = \frac{1}{16}x^4 - \frac{3}{16}x^3 - \frac{15}{16}x^2 + \frac{19}{16}x + \frac{15}{8}$ څلورمه درجه پولینوم

صفرځایونه : $x_1 = -3;\ x_2 = -1;\ x_3 = 2;\ x_4 = 5$

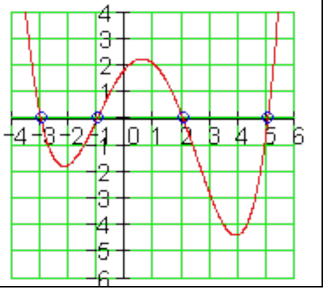
ټکی $P(1|2)$

کرښیز ضریبونو سره ایښوونه یا ځاپه ځای کونه

$f(x) = a_4(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4)$

$f(x) = a_4(x + 3)(x + 1)(x - 2)(x - 5)$

ازمایښت:



(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(1) = 2$$

$$\Leftrightarrow a_4(1+3)(1+1)(1-2)(1-5) = 2$$

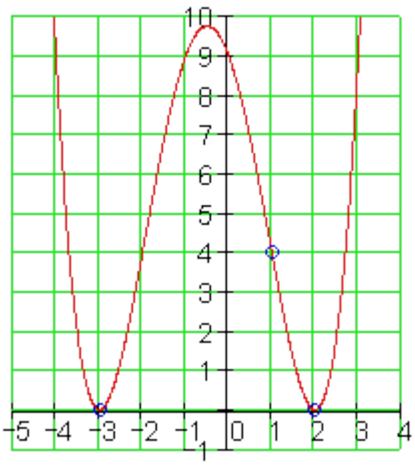
$$\Leftrightarrow 32a_4 = 2 \Leftrightarrow a_4 = \frac{1}{16}$$

$$f(x) = \frac{1}{16}(x+3)(x+1)(x-2)(x-5)$$

$$= \frac{1}{16}x^4 - \frac{3}{16}x^3 - \frac{15}{16}x^2 + \frac{19}{16}x + \frac{15}{8}$$

لسم:

$$f(x) := \frac{1}{4}\cdot x^4 + \frac{1}{2}\cdot x^3 - \frac{11}{4}\cdot x^2 - 3\cdot x + 9$$



ځلورمه درجه، صفرځايونه

$$x_{1/2} = -3\,;\, x_{3/4} = 2\,;\;\; P(1|4)$$

کربنيز ضريبونو سره اينسوونه يا ځاى په ځاى کونه

$$f(x) = a_4\,(x - x_{1/2})^2\,(x - x_{3/4})^2$$

$$f(x) = a_4\,(x+3)^2\,(x-2)^2$$

ازمايښت:

$$f(1) = 4 \Leftrightarrow a_4\,(1+3)^2\,(1+2)^2 = 4$$

$$\Leftrightarrow 16a_4 = 4 \Leftrightarrow a_4 = \frac{1}{4}$$

$$f(x) = \frac{1}{4}(x+3)^2(x-2)^2$$

$$= \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^3 - \frac{11}{4}x^2 - 3x + 9$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

ټول هوښیار – یا راشنل توابع د ورکړ شوو شرایطو سرهl .

لومړی:

د یوه دریمې درجې ټول هوښیار تابع ارزښت- جدول دې ورکړ شوی وي.

ګراف یې وکاږئ او د تابع په هکله یوه وینا وکړئ.

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
f (x)	4	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$	1	$\frac{8}{3}$	$\frac{7}{3}$	−2

دویم: یو د دریمې درجې تابع د ورکړ شوي ټکي له لارې تیریږي. د تابع مساوات او غوڅټکي(نقاط تقاطع) وټاکئ. ارزښتجدول وکاږئ او ګراف رسم کړئ.

الف – $P_1(-3\,|\,0,5)\,;\,P_2(0\,|\,-4)\,;\,P_3(1|\,-1,5)\,;\,P_4(2|\,-2)$

ب- $P_1(-3\,|\,44)\,;\,P_2(-1|\,2)\,;\,P_3(1|\,0)\,;\,P_4(2|\,-1)$

دریم:د څلورمې درجې یوه و y- محور ته سیومتریک ځغلنده له ورکړ شوو ټکو تیریدونکې یوه تابع. اړونده تابع ترم وټاکئ.

الف- $P_1(0\,|\,2)\,;\,P_2(-2|\,0)\,;\,P_3\left(1\,\middle|\,\frac{57}{40}\right)$

ب- $P_1\left(1\,\middle|\,\frac{1}{16}\right);\,P_2(2|\,-2)\,;\,P_3(-4\,|\,1)$

پ - $P_1\left(\sqrt{3}\,\middle|\,-\frac{9}{4}\right);\,P_2\left(\sqrt{2}\,|\,-2\right);\,P_3\left(-1\,\middle|\,-\frac{5}{4}\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت - $P_1\left(0\ \middle|\ \frac{3}{2}k\right); P_2\left(\sqrt{k}\ \middle|\ \frac{16}{9}k\right); P_3\left(\sqrt{3k}\ \middle|\ 2k\right)$

ځلورم: يو n ځلورمې درجې ټول هوښيار يا – راشنل تابع له لاندې ټکو تيريږي.

الف- $P_1(0|0); P_2(1|2{,}5); P_3(-2|-14); P_4(2|6); P_5(-1|-8{,}5)$ ب –

$P_1(0|-4); P_2(-2|-4); P_3(2|12); P_4\left(1\ \middle|\ -\frac{5}{2}\right); P_5\left(-1\ \middle|\ -\frac{9}{2}\right)$

پنځم: يو دځلورمې درجې ټول هوښيار تابع په ټکيP_1 کې يو زينټکی(د أس زين)لري، د x – محور په P_x کې غوڅوي. د تابع ترم وټاکي.

ور کوشوې داتا: $\text{Daten}: P_1(0|0); P_x(3|0); P_2(2|-2)$

شپږم: د ځلورمې درجې يوه ټول هوښيار يا ټول-راشنل تابع د y –محور په P_y کې غوڅوي. پسې دا د P_1او P_2 ټکو څخه تيريږي. د f(x) تابع مساوات وټاکئ. سړی g(x) له f(x) څخه څنګه لاس ته راوړي؟

داتا: $\text{Daten}: P_y(0|2); P_1\left(\sqrt{6}\ \middle|\ 2\right); P_2(1|0{,}75); g(x) = 0{,}25x^2\left(x^2-6\right)$

اوم:د تابع f(x)ګراف د x – محور سره غبرګه د ۳ په واټن په x = 0او x =2 کې غوڅوي. x = 0 دری واره صفرځای دی. يو ممکن د تابع ترم وټاکي.

داتا: $\text{Daten}: f(x) = a_4x^4 + a_3x^3 + a_0$

اتم: تابع ورکړ شوې ده.

الف: وښايئ: د f(x) ګراف و P(0|2= ته سيومتريک دی

ب- ګرافيکي حل کړئ: $-x^2+3x+2>0$

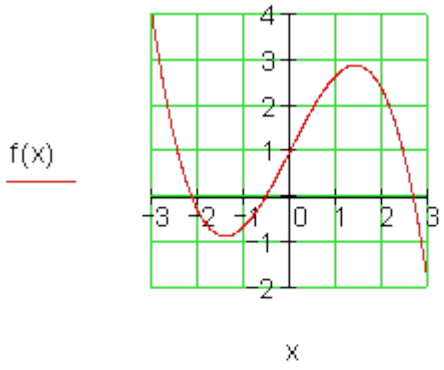
ځوابونه

ټول هوښيار توابع له و رکړ شوو شرايطو سره I

(c) ketabton.com: The Digital Library

مفصل ځوابونه

لومړی:

درې صفرځايونه شتون لري(ارزښتجدول). ګراف له(له کينۍ و ښي لور ته) - II III - I – IV ته ځغلي. د y - محور سره وښتکی: $P_y(0 \mid 1)$. و $P(0 \mid 1)$ ته ټکی سيومتريک. ټکي سيمتري ته يادونه: دوه ټکي $P_0(x_0 \mid y_0)$ او $P_1(x_1 \mid y_1)$ د $f(x)$ په ګراف پراته دي. که هنداره- ټکی $P_1'(x_1' \mid y_1')$ هم په ګراف پروت وي، نو د $f(x)$ګراف و ټکي $P_0(x_0 \mid y_0)$ ته سيومتريک دی.	

دويم:

الف- د تابع مساوات عمومي بڼه $f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$

د مساوات سيستم ليکنه د له مخه ورکړشوي ټکي باندي:

$$P_1(-3 \mid 0,5): f(-3) = -27a_3 + 9a_2 - 3a_1 + a_0 = 0,5$$
$$P_2(0 \mid -4): \quad f(0) = \quad a_0 = \underline{\underline{-4}}$$
$$P_3(1 \mid -1,5): f(1) = a_3 + a_2 + a_1 + a_0 = 0,5$$
$$P_4(2 \mid -2): f(2) = 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + a_0 = -2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\begin{aligned} -27a_3 + 9a_2 - 3a_1 &= 4{,}5 \\ a_3 + a_2 + a_1 &= 2{,}5 \\ 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 &= 2 \end{aligned}$$

د $a_0 = -4$ له امله مساواتسیستم ساده کیږي:

د ګاوس –الګوریتم له لارې ځواب. لاندې بنې لور ته الماني پښتو:د ضریبونو شمیرنه:

a_3	a_2	a_1	
1	1	1	2,5
8	4	2	2 II − 8·I
−27	9	−3	4,5 III + 27·I
1	1	1	2,5
0	−4	−6	−18
0	36	24	72 III + 9·II
1	1	1	2,5
0	−4	−6	−18
0	0	−30	−90

Berechnung der Koeffizienten:

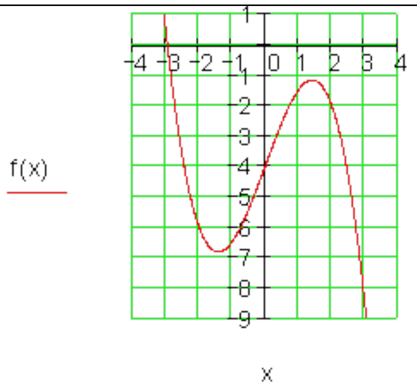
$$-30a_1 = -90$$
$$\Leftrightarrow a_1 = \frac{-90}{-30} = \underline{\underline{3}}$$
$$-4a_2 - 6a_1 = -18$$
$$\Leftrightarrow -4a_2 - 18 = -18$$
$$\Leftrightarrow a_2 = \frac{-18+18}{-4} = \underline{\underline{0}}$$
$$a_3 + a_2 + a_1 = 2{,}5$$
$$\Leftrightarrow a_3 + 3 = 2{,}5$$
$$\Leftrightarrow a_3 = 2{,}5 - 3 = \underline{\underline{-0{,}5}}$$

د دې سره د تابع مساوات دي: $f(x) = -0{,}5x^3 + 3x - 4$

د دې لپاره چې د تابع مساوات وکالې شو، په تومرین کې ورکړ شوو ټکو برسیره ور زیاتو ټکو ته اړتیا شته. دا موږ د هورنر شیما له لارې ټاکلې شو

هورنر شیما:

	−0,5	0	3	−4
$x = -2$		1	−2	−2
	−0,5	1	1	$\underline{\underline{-6}}$
	−0,5	0	3	−4
$x = -1$		0,5	−0,5	−2,5
	−0,5	0,5	2,5	$\underline{\underline{-6{,}5}}$
	−0,5	0	3	−4



(c) ketabton.com: The Digital Library

د y – محور سره غوڅېکی:- $P_1(0 \mid 4)$

فقط يو صفرځای شتون ري، دا د - = x 3 په نږدې

کي پروت دی.

	$-1{,}5$	$-4{,}5$	$-4{,}5$	$x = 3$
$-0{,}5$	$-1{,}5$	$-1{,}5$	$-8{,}5$	

رزښتجدول:

x	−3	−2	−1	0
f(x)	0,5	−6	−6,5	−4
x	1	2	3	
f(x)	−1,5	−2	−8,5	

مساواتسيستم:

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$P_1(-3 \mid 44): f(-3) = -27a_3 + 9a_2 - 3a_1 + a_0 = 44$$

$$P_2(-1 \mid 2): \quad f(-1) = -a_3 + a_2 - a_1 + a_0 = 2$$

$$P_3(1 \mid 0): \quad f(1) = a_3 + a_2 + a_1 + a_0 = 0$$

$$P_4(2 \mid -1): \quad f(2) = 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + a_0 = -1$$

د ګاوس-الګوريتم او ښي لور ته د ضريبونو شميرنه:

Der Gauss – Algorithmus

a_0	a_1	a_2	a_3	
1	−3	9	−27	44
1	−1	1	−1	2 II − I
1	1	1	1	0 II − I
1	2	4	8	−1II − I
1	−3	9	−27	44
0	2	−8	26	−42 | : 2
0	4	−8	28	−44 | : 4
0	5	−5	35	−45 : 5
1	−3	9	−27	44
0	1	−4	13	−21

Die Koeffizienten:

$a_3 = -1$

$a_2 - 3a_3 = 5$

$\Leftrightarrow a_2 + 3 = 5$

$\Leftrightarrow a_2 = 5 - 3 = 2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

0	1	−2	7	−11 III − II
0	1	−1	7	−9 IV − II
1	−3	9	−27	44
0	1	−4	13	−21
0	0	2	−6	10 | : 2
0	0	3	−6	12 | : 3
1	−3	9	−27	44
0	1	−4	13	−21
0	0	1	−3	5
0	0	1	−2	4 IV − III
1	−3	9	−27	44
0	1	−4	13	−21
0	0	1	−3	5
0	0	0	1	−1

$$a_1 - 4a_2 + 13a_3 = -21$$
$$\Leftrightarrow a_1 - 8 - 13 = -21$$
$$\Leftrightarrow a_1 = -21 + 8 + 13 = 0$$

$$a_0 - 3a_1 + 9a_2 - 27a_3 = 44$$
$$\Leftrightarrow a_0 + 18 + 27 = 44$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 44 - 27 - 18 = -1$$

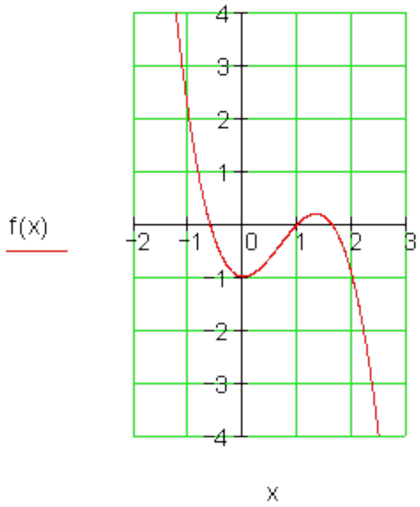
Die Funktionsgleichung:

$$f(x) = -x^3 + 2x^2 - 1$$

x = −2	−1	2	0	−1
		2	−8	+16
	−1	4	−8	15
x = 1,5	−1	2	0	−1
		−1,5	0,75	+1,125
	−1	0,5	0,75	0,125
x = 3	−1	2	0	−1
		−3	−3	−9
	−1	−1	−3	−10

ارزښتجدول:

x	−3	−2	−1	0
f(x)	44	15	2	−1
x	1	1,5	2	3
f(x)	0	0,125	−1	−10



(c) ketabton.com: The Digital Library

د y – محور سره غوڅېدنې:$P_y(0 \mid -1)$

یو صفرځای له ارزښتجدول څخه را اخلو یا رانیسو: $P_{x1}(1 \mid 0)$.

د پولینوم وېش په ځای کیدی شي نور صفرځایونه د هورنرشما له لارې وټاکو. که سړی شمیرنه د یوه صفرځای د x – ارزښت لپاره مخ ته بوزي، نو سړی د پولینوموېش نتیجو لپاره ضریبونه لاس ته راوړي.

$f(x) = -x^3 + 2x^2 - 1$ څرګند صفرځای: $P_{x1}(1 \mid 0)$

$$x = 1 \left| \begin{array}{cccc} -1 & 2 & 0 & -1 \\ & \underline{-1} & \underline{1} & \underline{1} \\ -1 & 1 & 1 & 0 \end{array} \right. \qquad (-x^3 + 2x^2 - 1) : (x - 1) = -1x^2 + 1x + 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow p = -1;\ q = -1 \Rightarrow D = 0{,}25 + 1 = 1{,}25$$

$$\Rightarrow x_2 = 0{,}5 + \sqrt{1{,}25} \approx 1{,}62;\ x_3 = 0{,}5 - \sqrt{1{,}25} \approx -0{,}62$$

دریم: الف- د کیني لور معنا: محورسیومتریک، د ګاو-الګوریت. د ښي لور:مساواتسیتم، د ضریبونو شمیرنه.

$$\text{Achsensymmetrie} \Rightarrow f(x) = a_4x^4 + a_2x^2 + a_0$$

$$P_1(0 \mid 2):\quad f(0) = a_0 = \underline{2}$$

$$P_2(-2 \mid 0):\quad f(-2) = 16a_4 + 4a_2 + 2 = 0$$

$$P_3\left(1 \mid \frac{57}{40}\right):\ f(1) = 1a_4 + a_2 + 2 = \frac{57}{40}$$

Gleichungssystem

$$\Rightarrow \begin{array}{l} 16a_4 + 4a_2 = -2 \\ 1a_4 + 1a_2 = -\dfrac{23}{40} \end{array}$$

Gauß – Algorithmus

a_4	a_2		
16	4	-2	
1	1	$-\frac{23}{40}$	$\mid \cdot 40$
16	4	-2	
40	40	-23	$\mid\mid -10 \cdot \mid$

Berechnung der Koeffizienten

$$-120a_4 = -3 \Leftrightarrow a_4 = \underline{\frac{1}{40}}$$

$$16a_4 + 4a_2 = -2$$

$$\Leftrightarrow 16 \cdot \frac{1}{40} + 4a_2 = -2 \Leftrightarrow 4a_2 = -2 - \frac{2}{5} = -\frac{12}{5}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

16	4	−2	$\Leftrightarrow a_2 = \frac{-\frac{12}{5}}{4} = -\frac{3}{5}$
−120	0	−3	

تابع مساوات: $f(x) = \frac{1}{40}x^4 - \frac{3}{5}x^2 + 2$

ب- کيڼې لور معنا: محورسيومتريک، د ګاو-الګوريت. د ښي لور:مساواتسيتم، د ضريبونو شميرنه.

Achsensymmetrie $\Rightarrow f(x) = a_4x^4 + a_2x^2 + a_0$

$P_1\left(1 \mid \frac{1}{16}\right)$: $f(1) = 1a_4 + 1a_2 + a_0 = \frac{1}{16}$

$P_2(2 \mid -2)$: $f(2) = 16a_4 + 4a_2 + a_0 = -2$

$P_3(-4 \mid 1)$: $f(-4) = 256a_4 + 16a_2 + a_0 = 1$

$\Rightarrow$ Gleichungssystem

$1a_4 + 1a_2 + a_0 = \frac{1}{16}$

$16a_4 + 4a_2 + a_0 = -2$

$256a_4 + 16a_2 + a_0 = 1$

Gauß – Algorithmus

a_0	a_2	a_4		
1	1	1	$\frac{1}{16}$	
1	4	16	−2	II − I
1	16	256	1	III − I
1	1	1	$\frac{1}{16}$	
0	3	15	$-\frac{33}{16}$	
0	15	255	$\frac{15}{16}$	III − 5 · II
1	1	1	$\frac{1}{16}$	
0	3	15	$-\frac{33}{16}$	
0	0	180	$\frac{180}{16}$	

Berechnung der Koeffizienten

$180a_4 = \frac{180}{16} \Leftrightarrow a_4 = \underline{\frac{1}{16}}$

$3a_2 + 15a_4 = -\frac{33}{16}$

$\Leftrightarrow 3a_2 + \frac{15}{16} = -\frac{33}{16}$

$\Leftrightarrow 3a_2 = -\frac{33}{16} - \frac{15}{16} = -\frac{48}{16} = -3$

$\Leftrightarrow a_2 = \frac{-3}{3} = \underline{-1}$

$a_0 + a_2 + a_4 = \frac{1}{16}$

$\Leftrightarrow a_0 - 1 + \frac{1}{16} = \frac{1}{16} \Leftrightarrow a_0 = \underline{1}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

تابع مساوات: $f(x) = \frac{1}{16}x^4 - x^2 + 1$

پ- کينې لور معنا: محورسيومتريک، د ګاو-الګوريت. د ښي لور:مساواتسيتم، د ضريبونو شميرنه.

Achsensymmetrie $\Rightarrow f(x) = a_4x^4 + a_2x^2 + a_0$ $P_1\left(\sqrt{3} \mid -\frac{9}{4}\right)$: $f(\sqrt{3}) = 9a_4 + 3a_2 + a_0 = -\frac{9}{4}$ $P_2\left(\sqrt{2} \mid -2\right)$: $f(\sqrt{2}) = 4a_4 + 2a_2 + a_0 = -2$ $P_3\left(-1 \mid -\frac{5}{4}\right)$: $f(-1) = 1a_4 + 1a_2 + a_0 = -\frac{5}{4}$	$\Rightarrow$	Gleichungssystem $9a_4 + 3a_2 + a_0 = -\frac{9}{4}$ $4a_4 + 2a_2 + a_0 = -2$ $1a_4 + 1a_2 + a_0 = -\frac{5}{4}$

Gauß – Algorithmus

a_0	a_2	a_4		
1	2	4	-2	
1	3	9	$-\frac{9}{4}$	$\mid \cdot 4$
1	1	1	$-\frac{5}{4}$	$\mid \cdot 4$
1	2	4	-2	
4	12	36	-9	$II - 4 \cdot I$
4	4	4	-5	$III - 4 \cdot I$
1	2	4	-2	
0	4	20	-1	
0	-4	-12	3	$III + II$
1	2	4	-2	
0	4	20	-1	
0	0	8	2	

Berechnung der Koeffizienten

$8a_4 = 2 \Leftrightarrow a_4 = \underline{\frac{1}{4}}$

$4a_2 + 20a_4 = -1$

$\Leftrightarrow 4a_2 + \frac{20}{4} = -1$

$\Leftrightarrow a_2 = \frac{-1-5}{5} = \underline{-\frac{3}{2}}$

$a_0 + 2a_2 + 4a_4 = -2$

$\Leftrightarrow a_0 - 2 \cdot \frac{3}{2} + 4 \cdot \frac{1}{4} = -2$

$\Leftrightarrow a_0 = -2 + 3 - 1 = \underline{0}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

تابع مساوات: $f(x)=\frac{1}{4}x^4-\frac{3}{2}x^2$

ت- کيڼي لور معنا: محورسيومتريک، د ګاو-الګوريت. د ښي لور:مساواتسيتم، د ضريبونو شميرنه.

$\text{Achsensymmetrie} \Rightarrow f(x)=a_4x^4+a_2x^2+a_0$ $P_1\left(0\left\vert\frac{3}{2}k\right.\right): \quad f(0)=a_0=\frac{3}{2}k$ $P_2\left(\sqrt{k}\left\vert\frac{16}{9}k\right.\right): \ f(\sqrt{k})=k^2a_4+ka_2+\frac{3}{2}k=\frac{16}{9}k$ $P_3\left(\sqrt{3k}\mid 2k\right): f(\sqrt{3k})=9k^2a_4+3ka_2+\frac{3}{2}k=2k$	Gleichungssystem $\Rightarrow \ k^2a_4+ka_2=\frac{5}{18}k$ $9k^2a_4+3ka_2=\frac{1}{2}k$

Gauß – Algorithmus

a_4	a_2		
k^2	k	$\frac{5}{18}k$	$\vert\cdot 18$
$9k^2$	$3k$	$\frac{1}{2}k$	$\vert\cdot 2$
$18k^2$	$18k$	$5k$	
$18k^2$	$6k$	k	II – I
$18k^2$	$18k$	$5k$	
0	$-12k$	$-4k$	

Berechnung der Koeffizienten

$$-12ka_2=-4k \Leftrightarrow a_2=\frac{-4k}{-12k}=\underline{\frac{1}{3}}$$

$$18k^2a_4+18ka_2=5k$$

$$\Leftrightarrow 18k^2a_4+6k=5k$$

$$\Leftrightarrow a_4=\frac{5k-6k}{18k^2}=-\frac{1}{18k}$$

تابع مساوات: $f(x)=-\frac{1}{18k}x^4+\frac{1}{3}x^2+\frac{3}{2}k$

څلورم:

الف- مساواتسيستم
د ګاوس الګوريتم

(c) ketabton.com: The Digital Library

---

a_4	a_3	a_2	a_1	
1	1	1	1	2,5
16	−8	4	−2	−14 II − 16 · I
16	8	4	2	6 III − 16 · I
1	−1	1	−1	−8,5 IV − I
1	1	1	1	2,5
0	−24	−12	−18	−54
0	−8	−12	−14	−34
0	−2	0	−2	−11 | · (−1) $z_2 \rightleftarrows z_4$
1	1	1	1	2,5
0	2	0	2	11
0	−8	−12	−14	−34 III + 4 · II
0	−24	−12	−18	−54 IV + 12 · II
1	1	1	1	2,5
0	2	0	2	11
0	0	−12	−6	10
0	0	−12	6	78 IV − III
1	1	1	1	2,5
0	2	0	2	11
0	0	−12	−6	10
0	0	0	12	68

$$12a_1 = 68$$
$$\Leftrightarrow a_1 = \frac{68}{12} = \underline{\frac{17}{3}}$$

$$-12a_2 - 6a_1 = 10$$
$$\Leftrightarrow -12a_2 = 10 + \frac{6 \cdot 17}{3} = 44$$
$$\Leftrightarrow a_2 = \frac{44}{-12} = \underline{-\frac{11}{3}}$$

$$2a_3 + 2a_1 = 11$$
$$\Leftrightarrow 2a_3 = 11 - \frac{2 \cdot 17}{3} = -\frac{11}{3}$$
$$\Leftrightarrow a_3 = \underline{-\frac{11}{6}}$$

$$a_4 + a_3 + a_2 + a_1 = 2{,}5 = \frac{5}{2}$$
$$\Leftrightarrow a_4 = \frac{5}{2} + \frac{1}{6} + \frac{11}{3} - \frac{17}{3} = \underline{\frac{2}{3}}$$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = \frac{2}{3}x^4 - \frac{1}{6}x^3 - \frac{11}{3}x^2 + \frac{17}{3}x$$

$$f(x) = a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$P_1(0 \mid -4)$: $f(0) = \boxed{a_0 = -4}$

$P_2(-2 \mid -4)$: $f(-2) = 16a_4 - 8a_3 + 4a_2 - 2a_1 - 4 = -4$

$P_3(2 \mid 12)$: $f(2) = 16a_4 + 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 - 4 = 12$

$P_4(1 \mid -2{,}5)$: $f(1) = 1a_4 + a_3 + a_2 + a_1 - 4 = -2{,}5$

$P_5(-1 \mid -4{,}5)$: $f(-1) = 1a_4 - 1a_3 + 1a_2 - 1a_1 = -4{,}5$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$16a_4 - 8a_3 + 4a_2 - 2a_1 = 0$$
$$16a_4 + 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 = 16$$
$$1a_4 + 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 = 1,5$$
$$1a_4 - 1a_3 + 1a_2 - 1a_1 = -0,5$$

مساواتسيستم:
د ګاوس الګوريتم
مساوات کيدی په مختلفو لړئ پرلپسې ډول وليکل شي

الماني په پښتو: د تابع مساوات:

a_4	a_3	a_2	a_1	
1	1	1	1	$1,5 \mid \cdot 2$
1	−1	1	−1	$-0,5 \mid \cdot 2$
16	8	4	2	$16 \mid : 2$
16	−8	4	−2	$0 \mid : 2$
2	2	2	2	3
2	−2	2	−2	$-1 \; II - I$
8	4	2	1	$8 \; III - I$
8	−4	2	−1	$0 \; IV - I$
2	2	2	2	3
0	−4	0	−4	−4
0	−4	−6	−7	$-4 \; III - II$
0	−12	−6	−9	$-12 \; IV - 3 \cdot II$
2	2	2	2	3
0	−4	0	−4	−4
0	0	−6	−3	0
0	0	−6	3	$0 \; IV - III$
2	2	2	2	3
0	−4	0	−4	−4
0	0	−6	−3	0
0	0	0	6	0

$$6a_1 = 0$$
$$\Leftrightarrow a_1 = 0$$

$$-6a_2 = 0$$
$$\Leftrightarrow a_2 = 0$$

$$-4a_3 = -4$$
$$\Leftrightarrow a_3 = 1$$

$$2a_4 + 2a_3 = 3 \Leftrightarrow 2a_4 = 3 - 2 = 1$$
$$\Leftrightarrow a_4 = \frac{1}{2}$$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = \frac{1}{2}x^4 + x^3 - 4$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم:

$P_1(0|0)$ زينټکی دی له دې لاس ته راځي ۳-واره صفرځاي

$P_x(3|0)$ ساده صفر ځای دی.

له دې لاس ته راځي ۱ يينوونه: $f(x) = a_4x^3(x-3)$

$$P_2(2|-2): f(2) = -2 \Leftrightarrow a_4 \cdot 2^3(2-3) = -2 \Leftrightarrow -8a_4 = -2 \Leftrightarrow a_4 = \frac{1}{4}$$

تابعمساوات: $: f(x) = \frac{1}{4}x^3(x-3) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{3}{4}x^3$

شپږم: محورسيومتريک:

$$\Rightarrow f(x) = a_4x^4 + a_2x^2 + a_0$$

$$P_y(0|2) \Rightarrow \boxed{a_0 = 2}$$

$$P_1(\sqrt{6}|2): f(\sqrt{6}) = 35a_4 + 6a_2 + 2 = 2$$

$$P_1(1|0,75): f(1) = 1a_4 + 1a_2 + 2 = 0,75$$

$$\Rightarrow \quad 36a_4 + 6a_2 = 0, \quad 1a_4 + 1a_2 = -1,25$$

a_4	a_2		
36	6	0	
1	1	−1,25	$\vert \cdot (-36)$
36	6	0	
−36	−36	45	II+I
36	6	0	
0	−30	45	

$$-30a_2 = 45 \Leftrightarrow a_2 = \frac{45}{-30} = -\frac{3}{2} = \underline{-1,5}$$

$$36a_4 + 6a_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 36a_4 = -6a_2 = \frac{6 \cdot 3}{2} = 9$$

$$\Leftrightarrow a_4 = \frac{9}{36} = \frac{1}{4} = \underline{\underline{0,25}}$$

$$\underline{\underline{f(x) = 0,25x^4 - 1,5x^2 + 2}}$$

$$g(x) = 0,25x^2(x^2 - 6) = 0,25x^4 - 1,5x^2$$

$$g(x) = f(x) - 2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $g(x)$ تابع له $f(x)$ څخه کښته لور ته د دوه اوړدوالي یوونونو یا واحدونو په راکښنو لاس ته راځي.

اوم:

موږ د $f^*(x)$ لپاره تابعمساوات ټاکو ، د شرایطو سره،، چې په $x_1 = 0$ کې دریواره صفرځای او په $x_2 = 2$کې یو ځل یا ساده صفرځای ولري.

له دې وروسته ګراف په درې د ا وړدوالي واحدونو یا یوونونو پورته لور ته همداسې لاندې لور ته راکاږو، ځکه چې د x –محور ته غبرګه د درې واټن په کچه کیدی شي د x –محور پورته او هم کښته لور ته وځغلي.

اینونه: $f^*(x) = a_4x^3(x-2)$

په درې د اوږدوالي واحدونو پورته لور ته راکښنه راکوي: $f_1(x) = a_4x^3(x-2)+3$

په درې د اوږدوالي واحدونو کښته لور ته راکښنه راکوي: $f_1(x) = a_4x^3(x-2)-3$

د بیلګې په توګه د$a4=1$ لپاره باور لري :

$$f_1(x) = x^3(x-2)+3 = x^4-2x^3+3$$

$$f_2(x) = x^3(x-2)-3 = x^4-2x^3-3$$

اتم:

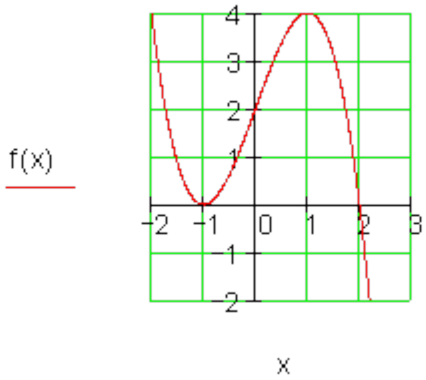
الف- د تابع $g(x)=-x^3+3x$ ګراف سرچینې سره سیومتریک دی

پورته لور ته په دوه د اوږدوالي یوونونو یا واحدونو راکښنه راکوي

$F(x)=g(x)+2=-x^3+3x+2$

له دې لاس ته راځي، چې $f(x)$ و $P(0|2)$ ته سیومتریک دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب-د $f(x)=-x^3+3x+2$ صفرځایونه: يو صفرځای توکلي ټاکو يا د ازماېښت له لارې $f(2)=-8+6+2=0 \Rightarrow P_{x1}(2\|0)$ پولينوموېش: $(-x^3+3x+2):(x-2)=-x^2-2x-1$ $\Rightarrow x^2+2x+1=0$ $\Leftrightarrow (x+1)^2=0$ I. binomische Formel $\Rightarrow x_{2/3}=-1 \Rightarrow P_{x2/3}(-1\|0)$ ist د مماس- يا لمستېکې $f(x)>0$ für $I=\{x\mid -1<x<2\}_{\mathbb{R}}$	

پوښتنې

ټول هوښيار – يا ټولراشنل توابع له ورکړشووشرياطو II

لومړی:ټکی $P(0 \mid f(0))$ د تابع $f(x)$ په ګراف پروت دی.

په $W(1 \mid 1,5)$ هندارونه يا انعکاس کې ټکی P و ټکي Q ته ځي يا په Q پرېږ ځي.

د Q کواوردينات يا پروتولاړارزښتونه وښاياست، چې Q د $f(x)$ په ګراف پروت وي.

دا نتيجه څه معنا لري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = \frac{1}{4}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + 2;\ D = \mathbb{R}$$

دويم: د څه له - يا له کومي لارې د f(x), g(x) او h(x) ګرافونه يو له بل توپيرېږي؟

$$f(x) = x(x-4)^2 \quad g(x) = 0,25x^3 - 2x^2 + 4x \quad h(x) = 0,25(x^3 - 8x^2 + 16x + 1)$$

دريم: د دريمي درجي ديوه ټول نسبتي تابع سرچيني ته سيومتريک دی. د تابع ترم صريبونه بايد کوم شريايط پوره کړي، چي ګراف د x - محور سره درې غوښتکي ولري؟ ايا داسي يو تابع له دوه صفرځايونو سره هم شته؟

څلورم: يو د دريمي درجي تولراشنل تابع له ټکو P_1 او P_2 څخه تيريږي او د x - محور په سرچينه يا پيلټکي کي لمسوي. د تابع مساوات واټکئ. f(x) څنګه د تابع f(x) له ګراف څخه منځ ته راځي؟

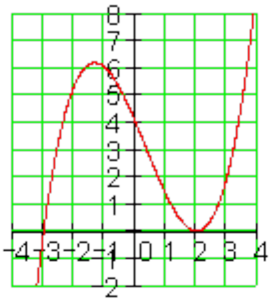
داتا:

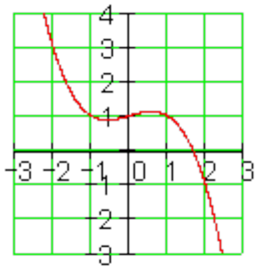
$$P_1(2|0);\ P_2(1|-5);\ g(x) = 5x(x+2)^2,\ x \in \mathbb{R}$$

پنځم: د دريمي درجي يو ټول راشنل تابع ګراف په ټکي $P_{x1}(-2\ |\ 0)$ کي يو زينتکی لري او له $P(-4\ |\ 6)$ څخه تيريږي. دتابع ترم وليکئ او ګراف وکاږئ.

شپږم: د دريمي درجي د يو تولراشنل تابع ګراف ورکړشوی.

د تابع مساوات وټاکئ.





(c) ketabton.com: The Digital Library

اوم: د تابع $f(x)=-\frac{1}{4}x^3+cx+d$ ګراف کرښه g(x)=-3(x-3) د y–محور باندې او په x=-4 کې غوڅوي. f(x)و ټاکې.

اتم: يو د دريمې درجې تابع ټکی سيوسمتريک دی او د x –محور په x = 3 کې غوڅوي.

الف- د ضريبونو ترمنځ کومې اړيکې شتون لري؟

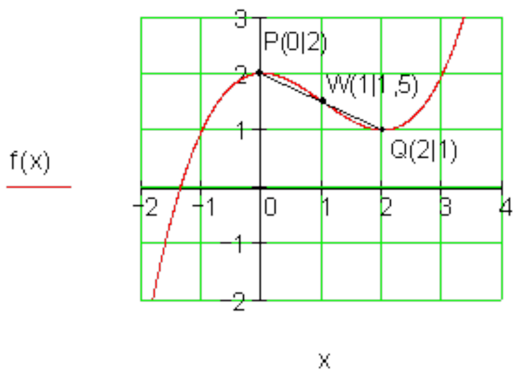
ب - يو د تابع ترم وټاکی که $P\left(2\,|\,\frac{32}{9}\right)$ په ګراف پروت وي.

ځوابونه

تولنسبتي –يا راشنل توابع له ورکړشوو شريطوII

مفصل ځوبونه:

لومړی:

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>

$f(x)=\frac{1}{4}x^3-\frac{3}{4}x^2+2$

x	−1	0	1	2	3
f(x)	1	2	1,5	1	2

د Q پروت-ولاړ ارزښتونه يا کواورد-ينات ګرافيکي پيدا کړئ.دا کيدی شي و Q(2 | 1) ته له پروت-ولاړسيستم څخه ولوستل شي. په ارزښت جدول يو نظر غورځولو سره تصديقيږي، چې Q په ګراف پروت دی. نتيجه دا معنا لري: د f(x) ګراف و ټکي W ته ټکی سيومتريک دی.
</td>
</tr>
</table>

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم:

$$f(x) = x(x-4)^2 = x^3 - 8x^2 + 16x$$

$$g(x) = 0,25x^3 - 2x^2 + 4x = 0,25 \cdot f(x)$$

$$h(x) = 0,25\left(x^3 - 8x^2 + 16x + 1\right) = \underbrace{0,25x^3 - 2x^2 + 4x}_{g(x)} + 0,25 = g(x) + 0,25$$

g(x) له f(x) څخه د y په لور په ضريب 0,25 د کيکاږلو له لارې منځ ته راځي.
h(x) له g(x) د y په لور د راکښنې له لارې په 0,25 LE (د اوږدوالي يوون يا واحد) منځ ته راځي.

$$f(x) = x(x-4)^2 = x^3 - 8x^2 + 16x$$

$$g(x) = 0,25x^3 - 2x^2 + 4x = 0,25 \cdot f(x)$$

$$h(x) = 0,25\left(x^3 - 8x^2 + 16x + 1\right) = \underbrace{0,25x^3 - 2x^2 + 4x}_{g(x)} + 0,25 = g(x) + 0,25$$

دريم:

د الماني پښتو: ټکی سيومتريک

$$\text{Punktsymmetrie} \Rightarrow f(x) = a_3x^3 + a_1x = x\left(a_3x^2 + a_1\right) \Rightarrow P_{x1}(0|0)$$

$$a_3x^2 + a_1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -\frac{a_1}{a_3} \Rightarrow |x| = \sqrt{-\frac{a_1}{a_3}} \text{ mit } -\frac{a_1}{a_3} > 0 \Leftrightarrow \underline{\underline{\frac{a_1}{a_3} < 0}}$$

دa_3 اوa_1 مخنخښنه بايد يو لهبل توپير ولري. داسې يو تابع د دوه صفرځيونو سره نه شي کيدی شتون ولري، ځکه چې داسي توابع به و سرچينې (ټکيسيومتريک) ته سيومتريک توابع وای. داپه بيا په ټوليزه توګه درې صفرځايونه وای.

څلورم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

لمستکی $P_{x1/2}(0|0)$ دبل صفرځای دی،

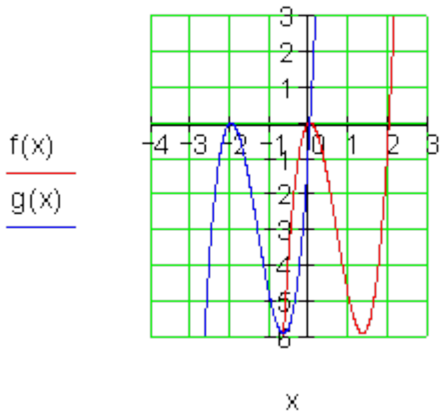
$P_1(2|0)=P_{x3}(2|0)$ دریم صفرځای دی

اینوونه: $f(x)=a_3x^2(x-2)$

f(x) د g(x) د راکښني له لارې لاس ته راځي په دوه د اوږدوالي واحده وښي لور ته.

$x\to x-2$

$f(x)=g(x-2)=5(x-2)x^2=5x^2(x-2)$



پنځم:

$P_{x1}(-2|0)$ د زین ټکي په توګه په دې معنا ده، چې $P_{x1/2/3}(-2|0)$ درېواره صفرځای.

اینوونه: $f(x)=a_3(x+2)^3$

$P(-4|6): f(-4)=a_3(-2)^3=6$

$\Leftrightarrow a_3=-\frac{3}{4}$

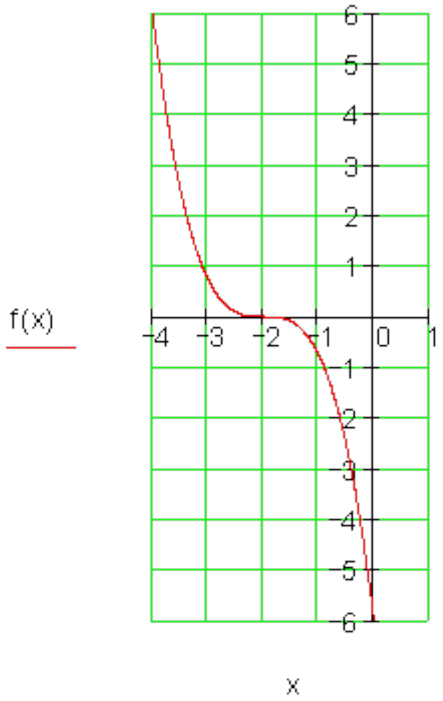
$\Rightarrow f(x)=-\frac{3}{4}(x+2)^3$

$=-\frac{3}{4}x^3-\frac{9}{2}x^2-9x-6$

$f(-3)=-0{,}75\cdot(-1)^3=0{,}75$

$f(-1)=-0{,}75\cdot 1^3=-0{,}75$

x	−4	−3	−2	−1	0
f(x)	6	0,75	0	−0,75	−6



(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم:

الف- الماني: صفرځای، اينوونه:

$$\text{Nullstellen: } P_{x1}(-3\,|\,0);\ P_{x2/3}(2\,|\,0) \qquad P_y(0\,|\,4)$$

$$\text{Ansatz: } f(x) = a_3\,(x+3)(x-2)^2$$

$$P_y(0\,|\,4):\ f(0) = a_3 \cdot 3 \cdot (-2)^2 = 4 \Leftrightarrow 12a_3 = 4 \Leftrightarrow a_3 = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{3}(x+3)(x-2)^2 = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}x^2 - \frac{8}{3}x + 4$$

ب- کښته لور ته په يوه د اوږدوالي يوون يا – واحد ټکی سيمتري او دري صفرځايونه راکوي.

$$f^*(x) = f(x) - 1 = a_3 x(x+1)(x-1)$$

$$P(2\,|\,-2):\ f^*(2) = 2a_3 \cdot 3 \cdot 1 = -2 \Leftrightarrow a_3 = -\frac{1}{3}$$

$$f^*(x) = -\frac{1}{3}x(x+1)(x-1) \Rightarrow f(x) = f^*(x) + 1$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{3}x(x+1)(x-1) + 1 = \underline{\underline{-\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{3}x + 1}}$$

يوه پراخه متود يا لار به د 4 د کواوبديناتونو سره وی چې له ګراف څخه لوستل شوو ټکو څخه يو مساوات سيستم وليکل شي او دا بيا د ګاس الګوريتم سره حل کړي.

اوم: $f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + cx + d;\ g(x) = -3(x-3) = -3x + 9$

g(x)او f(x) د y-محور په $P_y(0\,|\,9) \Rightarrow d = 9$ کې غوڅوي.

يو بل د g(x) غوڅټکی د f(x) سره په x=-4کې دی.

$$g(-4) = -3 \cdot (-4) + 9 = 21 \Rightarrow P(-4\,|\,21)$$

د f(x)په ګراف پروت دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(-4\,|\,21): f(-4) = -\frac{1}{4}(-4)^3 - 4c + 9 = 21 \Leftrightarrow c = 1$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + x + 9$$

اتم:

الف-

ټکی سیومتریک

$$\Rightarrow f(x) = a_3x^3 + a_1x$$

$$P_x(3\,|\,0): f(3) = 27a_3 + 3a_1 = 0 \Leftrightarrow 27a_3 + 3a_1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 9a_3 = -a_1 \text{ oder } a_1 = -9a_3$$

ب-

$$f(2) = 8a_3 + 2a_1 = \frac{32}{9} \text{ mit } a_1 = -9a_3 \text{ folgt}$$

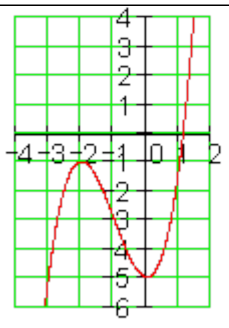
$$8a_3 + 2(-9a_3) = \frac{32}{9} \Leftrightarrow a_3 = -\frac{16}{45} \text{ mit } a_1 = -9a_3 \text{ folgt}$$

$$a_1 = -9\left(-\frac{16}{45}\right) = \frac{16}{5}$$

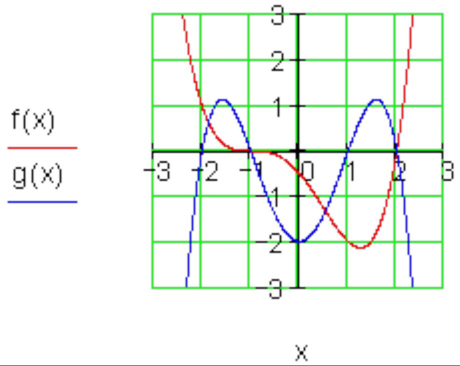
$$f(x) = -\frac{16}{45}x^3 + \frac{16}{5}$$

پوښتني

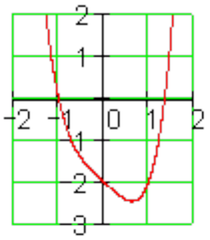
ټول هوښيارتوابع د ورکړ شوو شرایطو څخهIII

لومړی: 	د دريمي درجي يو ټول هوښيار يا – راشنل تابع ورکړشوی. د تابع مساوات وټاکئ.

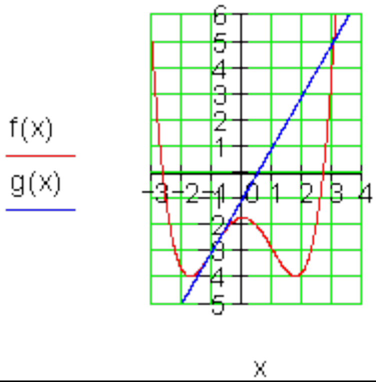
دويم:

	خيره ونه يا mappingد ځلورمي درجي د دوه تول هوښيار توابعو ګراف بنايي د هريوه د تابعترم وټاکئ.

دريم:

	$f(x) = a_4x^4 + a_1x + a_0$ وټاکئ a4;a1 او a0 زياتيز يا مثبت صفرځايونه وټاکئ

ځلورم:

	$f(x) = a_4x^4 + a_2x^2 - \frac{7}{4}$ کربنه g(x) په دوه ټکو کي غوڅوي. وټاکئ a4;a1 او g(x).

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځوابونه

ټول هوښیار توابع له ورکړشوو سرایطو څخه

مفصل ځوابونه

لومړی:

پورته لور ته په یوه د اوږدوالي یوون یا واحد دري صفرځایونه راکوي.

$f^*(x) = f(x) + 1$ صفرټکي $P_{x1/2}(-2|0); P_{x3}(1|0)$ او $P_y(0|-4)$ لري.

$$\Rightarrow f^*(x) = a_3(x+2)^2(x-1)$$
$$P(0|-4): f^*(0) = a_3 \cdot 4 \cdot (-1) = -4 \Leftrightarrow a_3 = 1$$
$$f^*(x) = (x+2)^2(x-1) \Rightarrow f(x) = f^*(x) - 1$$
$$\Rightarrow f(x) = (x+2)^2(x-1) - 1 = \underline{\underline{x^3 + 3x^2 - 5}}$$

یوه پراخه متود یا لار به د 4 د کواوردیناتونو سره وی چې له ګراف څخه لوستل شوو ټکو څخه یو مساوات سیستم ولیکل شي او دا بیا د ګاس الګوریتم سره حل کړی شي.

دویم: f(x) په $x_1 = -1$ کې دریواره صفرځای لري(زینټکی) او په $x_2 = 2$ کې یوساده صفرځای لري. پرته له دې ګراف د ټکي $P(1 | -2)$ له لارې ځغلي.

اېښوونه: $f(x) = a_4(x+1)^3(x-2)$

$$P(1|-2): f(1) = -2 \Leftrightarrow a_4(1+1)^3(1-2) = -2 \Leftrightarrow a_4 \cdot 8 \cdot (-1) = -2$$
$$\Leftrightarrow -8a_4 = -2 \Leftrightarrow a_4 = \frac{-2}{-8} = \frac{1}{4}$$
$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{4}(x+1)^3(x-2) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{4}x^3 - \frac{3}{4}x^2 - \frac{5}{4}x - \frac{1}{2}$$

g(x) څلور صفرځایونه لري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$x_1 = -2 ; x_2 = -1 ; x_3 = 1$ او $x_4 = 2$ او د y محور په $y = -2$ کې غوڅوي

اينوونه: $g(x) = a_4(x+2)(x+1)(x-1)(x-2)$

$$y = -2 \Rightarrow g(0) = a_4(2)(1)(-1)(-2) = -2 \Leftrightarrow 4a_4 = -2 \Leftrightarrow a_4 = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow g(x) = -\frac{1}{2}(x+2)(x+1)(x-1)(x-2) = -\frac{1}{2}(x^2-4)(x^2-1) = -\frac{1}{2}x^4 + \frac{5}{2}x^2 - 2$$

دريم:

a0=-2 له ګراف څخه لوستل کيږي

$$\Rightarrow f(x) = a_4x^4 + a_1x - 2$$

$$P_1(-1|0) : f(-1) = a_4 - a_1 - 2 = 0 \Leftrightarrow a_4 = a_1 + 2$$

$$P_2(1|-2) : f(1) = a_4 + a_1 - 2 = -2 \Leftrightarrow a_4 = -a_1 + 2 - 2 \Leftrightarrow a_4 = -a_1$$

د a4 مساوي اينوونې له لارې $a_1 + 2 = -a_1 \Leftrightarrow a_1 = -1$

له a4=-a1 => a4=1

$$\Rightarrow f(x) = x^4 - x - 2$$

د صفرتاکنه د د (قطئ(کوتئ)) بندولو له لارې

$$f(1,3) \approx -0,444 ; f(1,4) \approx 0,442 ; f(1,35) \approx -0,028 ; f(1,36) \approx 0,061$$

$$f(1,355) \approx 0,016 ; f(1,353) \approx -0,002 \text{ gute Näherung}$$

پورته الماني: ښه نږدېونه

صفرځای نږدې په x = 1,353 پروت دي

څلورم: د ريښو سره غوښتکي به له ګراف څخه ولوستل شي. همداسي د کرښي غوښتکی د y -محور سره.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لاندې الماني: جګوالي، د لپاره ټکی ازماېښتراکوي، مساواتسیستم:

$$P_1(-1|-3);\ P_2(3|5):\ P_y(0|-1) \Rightarrow a_{0g} = -1$$

$$\text{Steigung: } a_{1g} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5-(-3)}{3-(-1)} = \frac{8}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow \underline{\underline{g(x) = \frac{1}{2}x - 1}}$$

Punktprobe für f(x) ergibt:		Gleichungssystem:
$P_1(-1\|-3): f(-1) = 1a_4 + 1a_2 - \frac{7}{2} = -3$	$\Rightarrow$	$a_4 + a_2 = -\frac{5}{4}$
$P_2(3\|5): \quad f(3) = 81a_4 + 9a_2 - \frac{7}{2} = 5$		$81a_4 + 9a_2 = \frac{27}{4}$

a_4	a_2		
1	1	$-\frac{5}{4}$	
81	9	$\frac{27}{4}$	$II - 81 \cdot I$
1	1	$-\frac{5}{4}$	
0	−72	$\frac{432}{4}$	

$$-72a_2 = \frac{423}{4}$$

$$\Leftrightarrow a_2 = -\frac{432}{4 \cdot 72} = \underline{-\frac{3}{2}}$$

$$a_4 + a_2 = -\frac{5}{4}$$

$$\Leftrightarrow a_4 = -\frac{5}{4} + \frac{3}{2} = \underline{\frac{1}{4}}$$

$$\underline{\underline{f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{3}{2}x^2 - \frac{7}{2}}}$$

پوښتنې

ټولهوښیارتوابع له ورکړ شوو شرایطو څخهIV

لومړی: د یوه دریمې درجې ټوالهوښیار تابع څخه درې صفرځایونه او بل ټکی څرګند(معلوم) دي. ګراف وکاږئ او د تابعترم وټاکئ.

$$P_{x_1}(-3|0);\ P_{x_2}(1|0);\ P_{x_3}(2|0);\ P(0|1{,}5)$$

دويم: يو د دريمې درجې ټولهوښيار تابع سرچينې ته سيومتريک دی او له ټکو $P_1(3 \mid 0)$ او $P_2(5 \mid 5)$ څخه تيريږي.

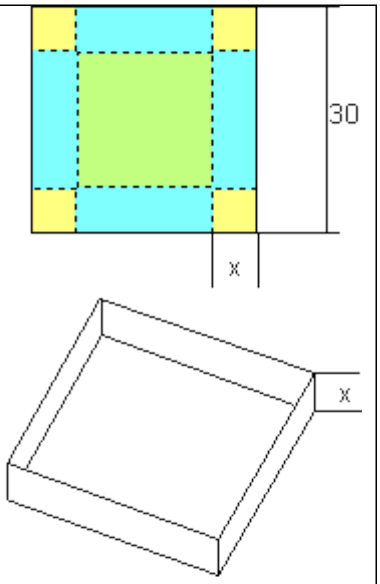
تابع مساوات او محورغوڅټکي وټاکی.

يو ارزښت جدول جوړ کوئ او ګراف يې وکاږئ.

دريم: د دريمې درجې يوټولهوښيار يا – راشنل تابع $f(x)$دريې صفرځايونه P_{x1}, P_{x2} او P_{x3} لري. د تابع $f(x)$ ګراف له ټکيې P تيريږي. $f(x)$ وټاکئ. د $f(x)$ ګراف د $g(x)$ د ګراف سره څه اړيکې لري؟

داتا:

$$P_{x_1}(-10 \mid 0); P_{x_2}(-1 \mid 0); P_{x_3}(1 \mid 0); P(2 \mid 6); g(x) = \frac{1}{6}x^3 + \frac{5}{3}x^2 - \frac{1}{6}x, x \in \mathbb{R}$$

څلورم: د يوه څلوريز يا مربع کارتون څخه چې د اړخونو اوږدوالی يې 30 cm دی د x جګوالي سره يوه کوټئ يې له سرپوښ جوړيږي. الف- و ښايئ، چې سرې فقط د 0 < x < 15 لپاره يوه داسي کوټئ يا صددق جوړولي شي. ب- يو د تابعترم وټاکئ، چې د V ډکی يا حجم د x په واکوالي کې وښوولای شي. پ-ګراف يې وکاږئ او په نږدې توګه يې ماکسيما يا خورا لوي ډکی(حجم) وټاکئ.	

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم:

Jahr	2002	2003	2004	2005
Leistung	12	14,825	17,2	19,275

د توان ورکړه په ګیګاوات سره

(Gigawatt (GW))

الف- یو تابع پیدا کړئ، کومه چې دا وده ښایي.

ب- یوه وړاندوینه ورکړئ د 2006 او 2010 کلونو لپاره

پ- د تابع ارزښتونه د یوه 20,9 GW په 2006 کې او موخه د 30 GW په 2010 کې جوړشوي توان سره پرتله کړئ.

په المان کې برقي قوت په حیث جوړ زورکونج کیدی شي د څنګ جدول څخه راونیول شي

ځوابونه

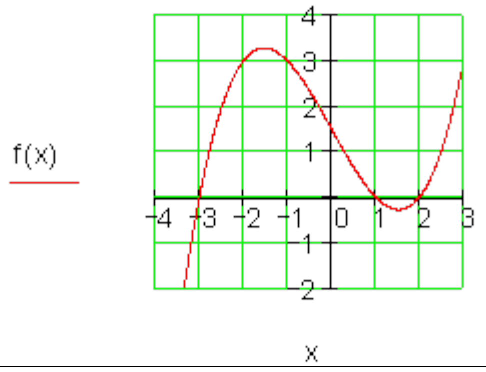
ټولهوښیار تابع له ورکړشوو شرایطو څخه

مفصل ځوابونه

لومړی:تیریدونکي:

یو د دریمې درجې ټولهوښیار تابع کړی شي خورا زیاتې(ماکسیمال) دري صفرځایونه ولري . د صفرځای P_{x1} او ټکي P ترمنځ باید یو جګ ټکی شتونولري. د صفر ځایونو P_{x2} اوP_{x3} ترمنځ باید یو ټیټټکی پروت وي.له مخه یا وړاندې فکرکونه:

$$f(x) = a_3(x+3)(x-1)(x-2)$$
$$f(0) = 1{,}5$$
$$\Leftrightarrow a_3 \cdot 3 \cdot (-1) \cdot (-2) = 1{,}5$$
$$\Leftrightarrow a_3 = \frac{1{,}5}{6} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$
$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{4}(x+3)(x-1)(x-2)$$
$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{4}x^3 - \frac{7}{4}x + \frac{3}{2}$$



دويم:

د تابع مساوات:

د ټکي سيمترى له امله کيدى شي لاندي اينوونه وشي:

لاندې الماني: تابعمساوات:

$$f(x) = a_3x^3 + a_1x$$

$$P_1(3|0): f(3) = 27a_3 + 3a_1 = 0$$
$$P_2(5|5): f(3) = 125a_3 + 5a_1 = 5$$

a_1	a_3	
3	27	0 | : 3
5	125	5 | 5
1	9	0
1	25	1 II − I
1	9	0
0	16	1

$$16a_3 = 1 \Leftrightarrow a_3 = \frac{1}{16}$$

$$a_1 + 9a_3 = 0 \Leftrightarrow a_1 + \frac{9}{16} = 0 \Leftrightarrow a_1 = -\frac{9}{16}$$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = \frac{1}{16}x^3 - \frac{9}{16}x$$

محور غوڅتکي:

لومړى صفرځاى $P_y(0|0) = P_{x1}(0|0)$

دويم صفرځاى $P_2(3|0) = P_{x2}(3|0)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=0 \Leftrightarrow \frac{1}{16}x\left(x^2-9\right)=0 \Leftrightarrow x^2=9 \Leftrightarrow |x|=3$$

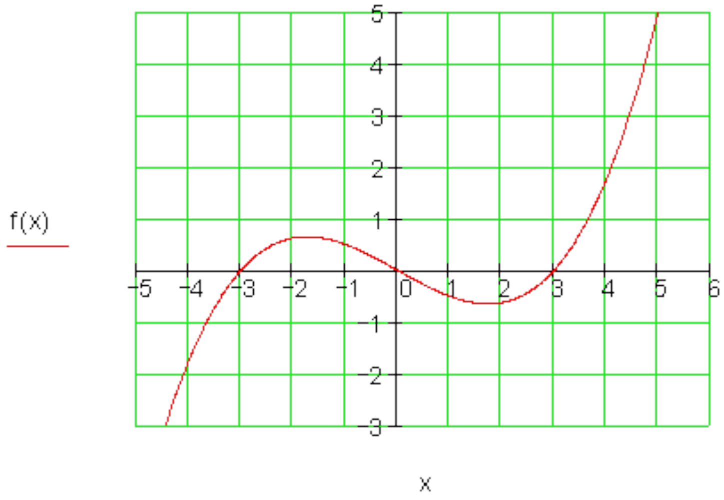
$$\Rightarrow x_2=3\,;\,x_3=-3 \Rightarrow P_{x3}(-3\,|\,0)\ \text{3. Nullstelle}$$

پورته الماني: دریم صفرځای
د ارزښت جدول لپاره ا رزښتونه لاسي شمیرل کیږي:

لاندې په پښتو:

$f(x)=\frac{1}{16}x^3-\frac{9}{16}x$ $f(1)=\frac{1}{16}-\frac{9}{16}=-\frac{8}{16}=-0{,}5$ $f(2)=\frac{8}{16}-\frac{18}{16}=-\frac{10}{16}=-0{,}625$ $f(4)=\frac{64}{16}-\frac{36}{16}=-\frac{28}{16}=1{,}75$	د ټکي سیومټري له امله باور لري: $f(-x)=-f(x)$ $f(-1)=-f(1)=0{,}5$ $f(-2)=-f(2)=0{,}625$ $f(-4)=-f(4)=-1{,}75$

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5
f (x)	−1,75	0	0,65	0,5	0	−0,5	−0,625	0	1,75	5



(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم:

په کرښیزضریبونو ایښوونه:

$$f(x) = a_3(x+10)(x+1)(x-1)$$

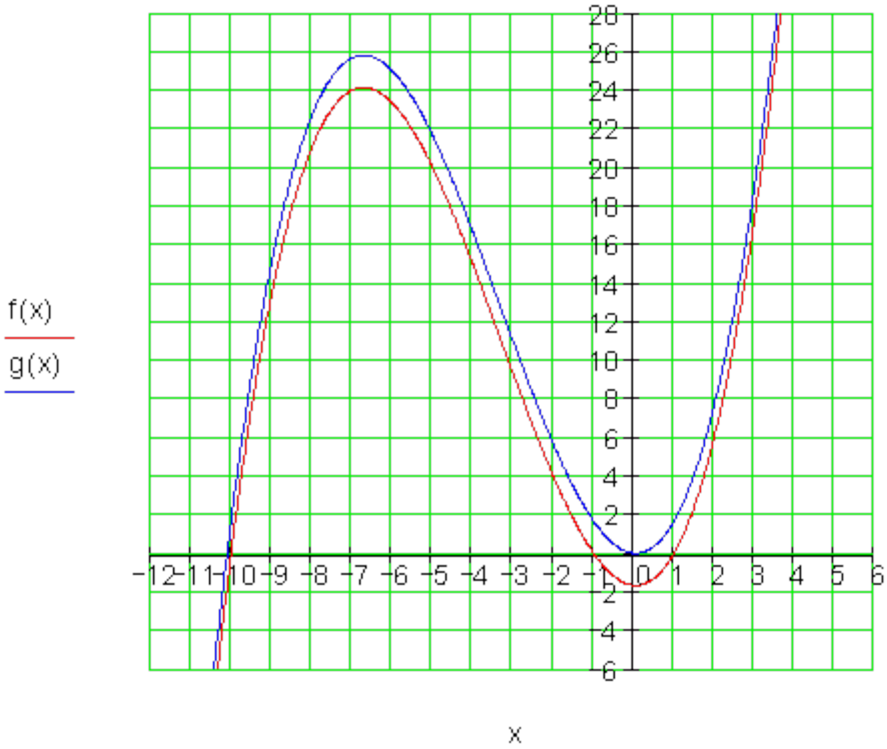
$$P(2|6): f(2) = a_3 \cdot 12 \cdot 3 \cdot 1 = 6 \Leftrightarrow a_3 = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

تابعمساوات:

$$f(x) = \frac{1}{6}(x+10)(x+1)(x-1) = \frac{1}{6}x^3 + \frac{5}{3}x^2 - \frac{1}{6}x - \frac{5}{3}$$

f(x) د g(x) کښته لورته يوه راکښنه ده په5/3 اوږدوالي يوون يا ـــواحد، یعني

f(x)= g(x) – 5/3



(c) ketabton.com: The Digital Library

خلورم:

الف- x باید زیاتیز یا مثبت وي له دې لاس ته راځي: x>0

2x باید د اړخ له اوږدوالي کوچنی وي له دې لاس ته راځي: 2x < 30 ⇔ x <15

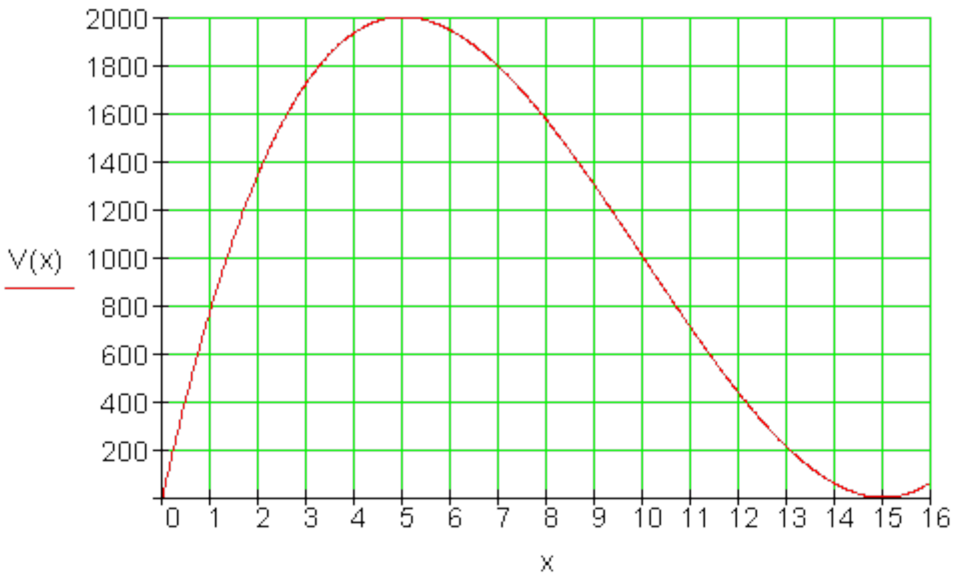
له پورته دواړو لرو: $0 < x < 15$

ب- V=a.b.hد h=x او a=30-2xاو b=30-2x سره، نو باور لري:

$$V(x) = (30-2x)(30-2x)x = \underline{\underline{4x^3 - 120x^2 + 900x}}$$

ارزښتجدول

x	0	2	4	6	8	10	12	14	15
V(x)	0	1353	1936	1944	1568	1000	432	56	0



ماکسیمال ډکی یا حجم نږدې $2000\ cm^3$ دی او دا د x برخې یا ټوټې لپاره باور لري چې

نږدې 5 cm دی. یوه ټیک شمیرنه لومړی د مشتق سره شونی دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم:

الف- ابینوونه:

د دریمې درجې ټولهوښیار یا راشنل تابع چې له څلورو ټکو تیریږي.

د 2002 ګڼلو پیل به له صفرټکي څخه تعریف شي.

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$
$$P_1(0|12) \Rightarrow f(0) = 12 \Rightarrow a_0 = 12$$
$$P_2(1|14,825) \Rightarrow f(1) = 14,825 \Rightarrow 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 12 = 14,825$$
$$P_3(2|17,2) \Rightarrow f(2) = 17,2 \Rightarrow 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + 12 = 17,2$$
$$P_4(3|19,275) \Rightarrow f(3) = 19,275 \Rightarrow 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 + 12 = 19,275$$

د مساوات بڼه بدلون:

$$1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 12 = 14,825 \,|\, -12 \quad \Leftrightarrow 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 = 2,825$$
$$8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + 12 = 17,2 \,|\, -12 \quad \Leftrightarrow 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 = 5,2$$
$$27a_3 + 9a_2 + 3a_1 + 12 = 19,275 \,|\, -12 \Leftrightarrow 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 = 7,275$$

a_1	a_2	a_3		
1	1	1	2,825	
2	4	8	5,2	$II - 2 \cdot I$
3	9	27	7,275	$III - 3 \cdot I$
1	1	1	2,825	
0	2	6	−045	
0	6	24	−1,2	$III - 3 \cdot II$
1	1	1	2,825	
0	2	6	−0,45	
0	0	6	0,15	

$$6a_3 = 0,15 \Leftrightarrow a_3 = 0,025$$
$$2a_2 + 6a_3 = -045 \Leftrightarrow a_2 = -0,3$$
$$a_1 + a_2 + a_3 = 2,825 \Leftrightarrow a_1 = 3,1$$
$$\underline{\underline{f(x) = 0,025x^3 - 0,3x^2 + 3,1x + 12}}$$

ب – وړاندوييڼه په ګيګاواټGW .

$$2006: \quad f(4) = 0,025 \cdot 64 - 0,3 \cdot 16 + 3,1 \cdot 4 + 12 = 21,2$$
$$2010: \quad f(8) = 0,025 \cdot 512 - 0,3 \cdot 64 + 3,1 \cdot 8 + 12 = 30,4$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – په ریښتوني دا جوړشوی قوت یا طاقت د 2006 لپاره د 20,9 GW جوړیدني سره د 21,2 GW وړاندوینه په ډیره کمه کچه زیاتیري یا ځکیږي.

د 2010 لپاره وړاندوینه د 30,4 GW سره ترهغې ممکنه د 30 GW جوړ شوی توان هم په لږه کچه وړاندوینه زیاته ده.

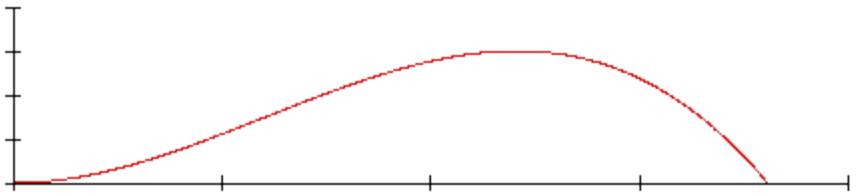
پوښتنې

د متن – او استعمال پوښتني و تولهوښيار یا – راشنل توابعو ته I

له تخنیک او اقتصاد څخه

لومړی: د x دانو ګنون یا تعداد په واکوالي کې د یوه مال په جوړولوله امله تول لګښت	x	5	10	20	35
	K(x)	915	1035	1140	1185

$$f(x) = -\frac{1}{288}x^3 + \frac{1}{16}x^2 ; x > 0$$



د تول لګښتتابع K(x) لپاره یو تابعترم وټاکئ.

د هرې دانې د خرڅلاو قیمت څنګه ټاکل کیږي، چې له دې سره د x = 15 لپاره کوم زیان رامنځ ته نه شي؟ دا د شي حالت ګرافیکیانځور کړئ.

دویم: د فوټبال لوبو میدان د فوټبال لوبه کې د تابع f(x) ګراف په نږدې توګه د توپ د الوتنې کږه ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

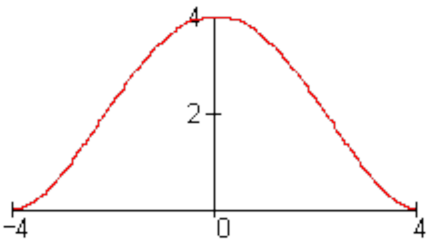
الف- توپ کوم ماکسیمال یا خورا جګ جګوالي ته رسیږي؟

ب-ایا توپ په 9,15 m کي د دفاع دیوال(دوه متره جګ) څخه اوړي؟

پ-توپ څنګه بیرتهځمکي ته راکښته کیږي؟

ت- دا ازاده وهنه له ګول څخه څومره لرې وهل شوي، که دا توپ په دوه متره جګوالي د ګول له کرښي جګ والوزي؟

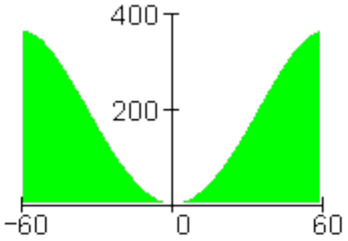
دریم: څیره یو باروک - کور ښایي (کچه په متر)

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>الف- دلیل راوړئ، چي دا ژئ تابع یو د څلورمي درجي تولهوښیار یا – راشنل تابع دی.

ب- د تابعترم وټاکئ

پ- یوه کرکئ چي 2,25 m جګه ده باید په دې ساحه کي جوړه یا ځای شي. دا زیات له زیاته باید څومره سرووره وي؟</td>
</tr>
</table>

څلورم: د یوه غره درې د پرتي غوڅي سطحه (سطحه، چي پرته یا افقي غوڅه شوی وي(ژباړی)) کیدی شي د یوه څلورمي درجي تول راشنل تابع سره ولیکل شي. دا دره یو ماکسیمال سور120 m لري او360 m ژوره ده. د 60 m په سور د درې له بیښ یا تلي څخه یو د 157,5 m جګوالی کچیري یا اندازه کیږي.

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>الف- د تابع ترم وټاکئ.

ب- یو ډنډ یا د اوبو ډب باید جوړ شي. د ډنډ تاج څومره سور لري؟

دا د یوه دېسیمالځاي پوری ټیک شمیرئ.</td>
</tr>
</table>

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځوابونه

متن- او استعمالپوښتنې و ټولهوښیار یا =راشنل تابع ته ا

نتیجې او مفصل ځرابونه

نتیجې:

لومړي:

تابعترم: $K(x) = 0{,}02x^3 - 1{,}6x^2 + 44{,}5x + 730$

د په دانه د خرڅلاوقیمت باید لږ تر لږه $73\frac{2}{3}€$ وي

ګرافیک لپاره مفصل ځواب وګورئ

دویم:

الف- د غونډوسکې خورا جګ جګوالی کیدی شي له ۳ متره ګرافیک څخ ولوستل شي.

ب – دا غونډوسکه د دفاع دیوال څخه اوړي(2,573 m > 2 m)

پ- غونډوسکه له وهنټکي څخه 18 m وروسته په ځمکه لږیږي.

ت- د وهنټکي څخه په 15,65 m لریوالي د ګول څخه په 2 m (دوه متره) جګوالي الوزي.

دریم:

الف- ژی تابع د څلورمې درجې ټولهوښیار یا راشنل تابع ده، ځکه چې دا ډبل صفرځایونه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$(x_1 = -4 ; x_2 = 4)$

ب- تابع ترم:

$$f(x) = \frac{1}{64}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + 4$$

پ- کړکۍ کیدی شي زیات له زیاته ۴ متره سروره وي

ځلروم:

الف- تابع ترم: $\text{Funktionsterm: } f(x) = -\frac{1}{36000}x^4 + \frac{1}{5}x^2$

ب- د ډنډ یا بند تاج 80,25 m سور لري.

مفصل ځوابونه:

لومړی:

مساواتسیستم:

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$
$$P_1(5|915): \quad f(5) = 125a_3 + 25a_2 + 5a_1 + a_0 = 915$$
$$P_2(10|1035): \; f(10) = 1000a_3 + 100a_2 + 10a_1 + a_0 = 1035$$
$$P_3(20|1140): f(20) = 8000a_3 + 400a_2 + 20a_1 + a_0 = 1140$$
$$P_4(35|1185): f(35) = 42875a_3 + 1225a_2 + 35a_1 + a_0 = 1185$$

د ګاوس الګوریتم:

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	5	25	125	915	
1	10	100	1000	1035	II − I
1	20	400	8000	1140	III − I

(c) ketabton.com: The Digital Library

1	35	1225	42875	1185	IV − I
1	5	25	125	915	
0	5	75	875	120	
0	15	375	7875	225	III − 3 · II
0	30	1200	42750	270	IV − 6 · II
1	5	25	125	915	
0	5	75	875	120	
0	0	150	5250	−135	
0	0	750	37500	−450	IV − 5 · III
1	5	25	125	915	
0	5	75	875	120	
0	0	150	5250	−135	
0	0	0	11250	225	

ضریبونه او د تابعمساوات:

$$11250a_3 = 225 \Leftrightarrow a_3 = \frac{225}{11250} = 0{,}02$$

$$150a_2 + 5250a_3 = -135 \Leftrightarrow a_2 = \frac{-135 - 5250 \cdot 0{,}02}{150} = -1{,}6$$

$$5a_1 + 75a_2 + 875a_3 = 120 \Leftrightarrow a_1 = \frac{120 - 75 \cdot (-1{,}6) - 875 \cdot 0{,}02}{5} = 44{,}5$$

$$a_0 + 5a_1 + 25a_2 + 125a_3 = 915 \Leftrightarrow a_0 = 915 - 5 \cdot 44{,}5 - 25 \cdot (-1{,}6) - 125 \cdot 0{,}02 = 730$$

د تابع مساوات: $\underline{\underline{K(x) = 0{,}02x^3 - 1{,}6x^2 + 44{,}5x + 730}}$

د x=15 دانو د جوړولو لپاره لګښت:

$K(15)=0{,}02.15^3-1{,}6.15^2+44{,}5.15+730=1105$

(c) ketabton.com: The Digital Library

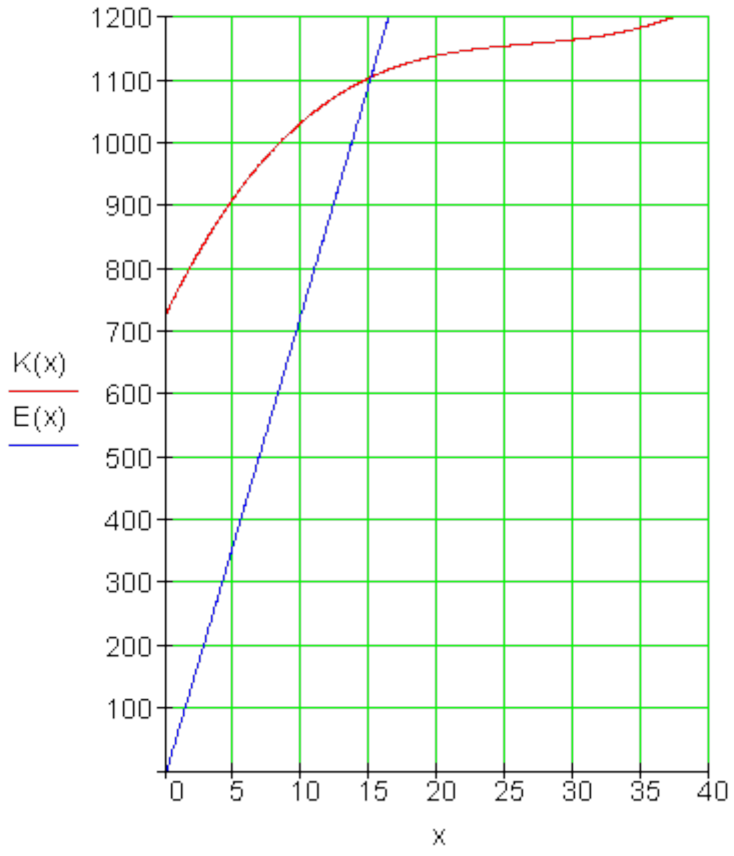
د خرڅلاو تابع:

$E(x)=p.x$ د p سره د د یوې دانې د خرڅلاو قیمت

لږ ترلږه قیمت په یوه دانه:

$$p=\frac{1105}{15}=73\frac{2}{3}\Rightarrow E(x)=73\frac{2}{3}x$$

د دانې په سر دخرڅلاو قیمت باید لږترلږه $73\frac{2}{3}$ € وي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم:

الف- د غونډوسکي ماکسيما يا خورا جګ جګوالی د 3 m ګرافيک څخه لوستل کيدی شي. د وهلټکي څخه لرېوالی نږدې 12 m دی. يوه ټيک شميرنه لومړی د مشتقشميرنې سره شونې ده. موږ دا اټکل د شميرنې له لارې ازمايو. د دې لپاره موږ د x = 12 په شاوخوا د تابع ارزښتونه ترڅېرنې لاندې نيسو.

$$f(11{,}5) = -\frac{1}{288}\cdot 11{,}5^3 + \frac{1}{16}\cdot 11{,}5^2 \approx 2{,}985$$

$$f(12) = -\frac{1}{288}\cdot 12^3 + \frac{1}{16}\cdot 12^2 = 3$$

$$f(12{,}5) = -\frac{1}{288}\cdot 12{,}5^3 + \frac{1}{16}\cdot 12{,}5^2 \approx 2{,}894$$

$$f(11{,}75) = -\frac{1}{288}\cdot 11{,}75^3 + \frac{1}{16}\cdot 11{,}75^2 \approx 2{,}996$$

$$f(12{,}25) = -\frac{1}{288}\cdot 12{,}25^3 + \frac{1}{16}\cdot 12{,}25^2 \approx 2{,}996$$

موږ کړی شو چې انتروالونه تل کوچني کړو او له دې لارې به د 3 ارزښت ته تل نږدې راشو.

ب- غواړو د الوتنې کږې جګوالی د وهلټکي څخه پيدا کړو، څکه چې دلته د لوبغاړو د دفاع ديوال ولاړ دی.

$$f(9{,}15) = -\frac{1}{288}\cdot 9{,}15^3 + \frac{1}{16}\cdot 9{,}15^2 \approx 2{,}573$$

غونډوسکه د دفاعديوال څخه جګ الوزي($2{,}573\ m > 2\ m$)

پ – د دې لپاره چې د غونډوسکې د لويدو ټکی وټاکو، بايد د تابع ګراف صفرټکي وټاکو.

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{288}x^3 + \frac{1}{16}x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2\left(-\frac{1}{288}x + \frac{1}{16}\right) = 0 \Rightarrow x_{1/2} = 0$$

$$-\frac{1}{288}x + \frac{1}{16} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{288}x = \frac{1}{16} \Leftrightarrow \underline{\underline{x_3 = 18}}$$

غونډوسکه په 18 m د وهلټکي څخه په لرېوالي په ځمکه لږيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت – غواړو د وهلټکي حخه لريوالی پيداکړو، له کوم چې غونډوسکه 2 m جګوالی لري. له ګرافيک څخه دوه ارزښتونه لوستل کيږي، دا نږدي په 7,50 m او 16 m پراته دي. د غونډوسکې د الوتنې لار له مخې موږ د 16 m چاپيريال څيړو.

$$f(x) = 2 \Leftrightarrow -\frac{1}{288}x^3 + \frac{1}{16}x^2 = 2 \Leftrightarrow -\frac{1}{288}x^3 + \frac{1}{16}x^2 - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^3 - 18x^2 + 576 = 0$$

$$x = 16 \Rightarrow 16^3 - 18 \cdot 16^2 + 576 = 64 > 0$$

$$x = 15{,}5 \Rightarrow 15{,}5^3 - 18 \cdot 15{,}5^2 + 576 \approx -24 < 0$$

$$x = 15{,}75 \Rightarrow 15{,}75^3 - 18 \cdot 15{,}75^2 + 576 \approx 18 > 0$$

$$x = 15{,}7 \Rightarrow 15{,}7^3 - 18 \cdot 15{,}7^2 + 576 \approx 9 > 0$$

$$x = 15{,}65 \Rightarrow 15{,}65^3 - 18 \cdot 15{,}65^2 + 576 \approx 0{,}4 > 0$$

د وهلټکي څخه د نږدې 15,65 m په لريوالي غونډوسکه په 2 m جګوالي له ګول څخه اوړي.

دريم:

الف- ژئ تابع د څلورمې درجې ټولراشنل تابع دی، څکه چې دا دوه ډبل صفرځايونه لري: $(x_1 = -4\ ;\ x_2 = 4)$

ب- اينبوونه يا ږدو:

$$\text{Ansatz: } f(x) = a_4\,(x+4)^2\,(x-4)^2$$

$$P(0\,|\,4): f(0) = a_4\,(4)^2\,(-4)^2 = 4 \Leftrightarrow a_4 = \frac{4}{4^4} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{64}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{64}(x+4)^2\,(x-4)^2 = \underline{\underline{\frac{1}{64}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + 4}}$$

پ – د الماني پښتو په ترتيب: دوه يا بيمربع مساوات، کيرده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f\left(\frac{b}{2}\right) = 2{,}25 \Leftrightarrow \frac{1}{64}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + 4 = 2{,}25 \Leftrightarrow \frac{1}{64}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + 1{,}75 = 0$$

$\Leftrightarrow x^4 - 32x^2 + 112 = 0$ biquadratische Gleichung

setze $x^2 = z :\Rightarrow z^2 - 32z + 112 = 0 \Rightarrow p = -32;\ q = 112 \Rightarrow D = 144$

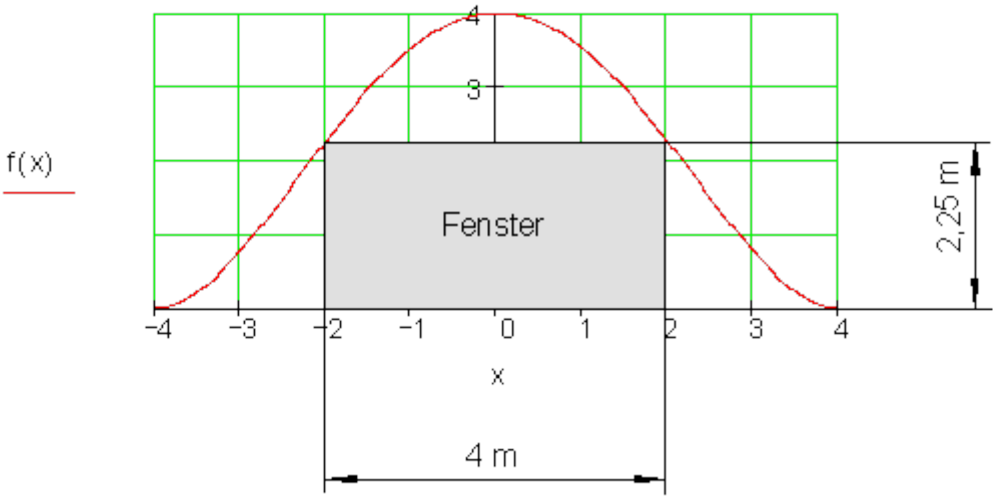
$$z_1 = 16 + \sqrt{144} = 16 + 12 = 28$$

$$z_2 = 16 - \sqrt{144} = 16 - 12 = 4$$

$$x^2 = z \Rightarrow \begin{matrix} x_1^2 = 28 \Rightarrow |x_1| = \sqrt{28} \Rightarrow x_{1-1} \approx 5{,}29;\ x_{1-2} \approx -5{,}29 \\ x_2^2 = 4 \Rightarrow |x_2| = \sqrt{4} \Rightarrow x_{2-1} = 2;\ x_{2-2} = -2 \end{matrix}$$

$$\Rightarrow \frac{b}{2} = 2\,m \Rightarrow$$

له دې لاس ته راځي، چې کړکۍ زيات له زياته 4m سور لري.



ځلورم: الف –

Ansatz : $f(x) = a_4x^4 + a_2x^2$

$P_1(60\,|\,360):\quad f(60) = 12\,960\,000\,a_4 + 3\,600a_2 = 360$

$P_2(30\,|\,157{,}5): f(30) = 810\,000\,a_4 + 900a_2 = 157{,}5$

(c) ketabton.com: The Digital Library

a_4	a_2		
810000	900	157,5	
12960000	3600	360	$II-16\cdot I$
810000	900	157,5	
0	−10800	−2160	

$$-10800a_2=-2160\Leftrightarrow a_2=\underline{0,2}$$

$$810000a_4+900a_2=157,5$$

$$\Leftrightarrow a_4=\frac{157,5-180}{810000}=-\underline{\frac{1}{36000}}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{1}{36000}x^4+\frac{1}{5}x^2}}$$

ب – پينتو: کيرده، د بند تا

$$f\left(\frac{b}{2}\right)=250\Leftrightarrow -\frac{1}{36000}x^4+\frac{1}{5}x^2=250\Leftrightarrow -\frac{1}{36000}x^4+\frac{1}{5}x^2-250=0$$

$$\Leftrightarrow x^4-7\ 200x^2+9\ 000\ 000=0$$

setze $x^2=z\Rightarrow z^2-7\ 200z+9\ 000\ 000=0$

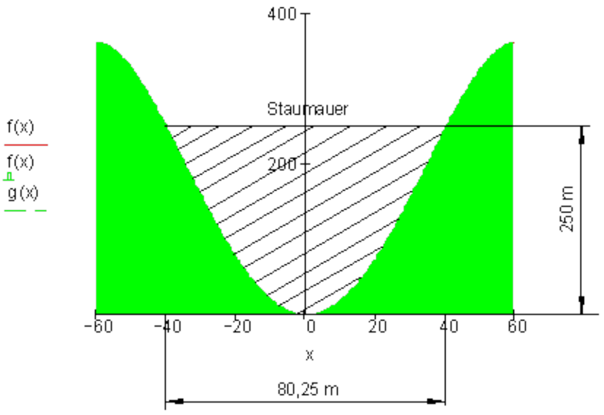
$\Rightarrow p=-7\ 200\,;\ q=9\ 000\ 000\Rightarrow D=3\ 960\ 000$

$z_1=3\ 600+\sqrt{3\ 960\ 000}\approx 5\ 589{,}975$

$z_2=3\ 600-\sqrt{3\ 960\ 000}\approx -1\ 610{,}025$

$$x^2=z\Rightarrow \begin{array}{l} x_1^2=3\ 600+\sqrt{3\ 960\ 000}\Rightarrow x_{1-1/2}=\pm\sqrt{3\ 600+\sqrt{3\ 960\ 000}}\approx \pm 74{,}766 \\ x_2^2=3\ 600-\sqrt{3\ 960\ 000}\Rightarrow x_{2-1/2}=\pm\sqrt{3\ 600-\sqrt{3\ 960\ 000}}\approx \pm 40{,}125 \end{array}$$

$\frac{b}{2}\approx 40{,}125\,\text{m}\Rightarrow$ Breite der Dammkrone $\underline{\underline{80{,}25\text{ m}}}$



(c) ketabton.com: The Digital Library

2.18د ټول راشنل توابعو ټولګه

ټولګه :

تابعمساوات

یو تابع f(x) د

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

سره n-مه درجه ټولهوښيار یا ــراشنل تابع بلل کیږي.

ګنونه یا عددونه $a_n ; a_{n-1} ; a_{n-2} ; \ldots a_2 ; a_1 ; a_0$ ضریبونه بلل کیږي.

سیومتري:

د یوه ټولهوښيار تابع ګراف ټیک هلته محورسیومتریک دی، که تابع مساوات فقط له زیاتید ونو یا د جمعي له اعضاو جوړ وي د جوړه اکسپوننتونو سره یا محور سیومتریک، که د ټولو $x \in D$ لپاره باور ۹۷۶۵-ولري: f(-x)=fx)

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ګراف تلنه

د يوه ټولهوښيار تابع ګراف تلنه د خوراجګ توان سره زياتيدوني يا د جمعي جز له لارې ټاکل کيږي

n ناجوړه يا طاق	n جوړه n gerade	
تلنه لهIII وI ته	تلنه له II و I ته.	$a_n>0$
تلنه لهII و IV ته	تلنه له III وIV ته.	$a_n<0$

محور غوڅېکی

د y-محور سره غوڅېکی $P_y(0 \mid y_s)$ شراط : $y_s = f(0)$

دx– محور سره غوڅېکی $P_y(x_s \mid 0)$ صفرځايونه: شرط: $f(x) = 0$ د n درجي يوټول راشنل تابع زيات له زياته n فصرځايونه لري.

که درجه n ناجوړه وي، نو دا لږ ترلږه يو صفرځای لري.

پوښتني

د ټولګي ازموېينې جمتووالي ته ټوراشنل توابع I

د ټولکي ازموېنې جمتووالي لپاره

لومړي: دا څه معنا لري:

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_2x^2 + a_1x + a_0 \ ?$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم: ديو ټولراشنل تابع له سيومتري څخه څه پوهيږئ؟

دريم: دلاندې توابعو سيومتري خويونو باندې يوه ويناوکړې او دا وينا په دليلونو اباده کړئ.

الف ـ $f(x) = 4x^5 - 2x^3 + x$ ب ـ $f(x) = 4x^4 + 2x^2 - 2$

پ ـ $f(x) = 3x^3 - x^2 + 2x - 1$ ت ـ $f(x) = 4x^5 - 2x^3 + x + 1$

څلورم: د څه له لارې د ټولراشنل تابع تلنه ټاکل کيدى شي؟

پنځم: د لاندې توابعو ګرافونه څنګه ځغلي؟الف ـ $f(x) = -4x^3 + 2x^2 + 4$

ب ـ $f(x) = 2x^4 + 3x^2 - 2x + 1$

پ ـ $f(x) = 2x^5 + x^2 + 3x^2 - 1$ ت ـ $f(x) = -2x^2 + x + 1$

شپږم: د ټولراشنل توابعو د صفرځايونو ګڼون يا تعداد په هکله څه پوهيږئ؟

اوم: د لاندې توابعو صفرځايونه وشميرئ او د تابع مساوات د کرښيزو ضريبونو د ضرب يا ځل په څير انځور کړئ. صفرځايونه له کوم ډول دي(ساده ، ډبل يا درې واره)الف ـ $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ ب ـ $f(x) = -4x^3 + 4x^2 + 8x$

اتم: د لاندې توابعو صفرځايونه وشميرئ. د ګراف په تلنه يوه وينا وکړئ. د لويو همداسي د کوچنيو x -ارزښتونو لپاره د تابع ارزښتونه کومې لور ته هحيرې؟

الف ـ $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$, $f(x) \to ? \quad \text{für } |x| \to \infty$

ب ـ $f(x) = -x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 8x - 2$, $f(x) \to ? \quad \text{für } |x| \to \infty$

نهم: د تابع لپاره د هورنر شيما له مخې ارزښتجدول وشميرئ، صفرځايونه وشميرئ او ګراف د شوني پولې پورې تيک وکارئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 2 \quad D_f = \{x \mid -2{,}5 \leq x \leq 3\}_{\mathbb{R}}$$

لاربشودنه: د پله سور 0,5 د هورنر شیما لپاره $x: -2{,}5; -2 \ldots 2{,}5; 3$

لسم: د دریمې درجې ټولراشنل تابع ګراف له لاندې ټکو څخه ت یریږي

$P_1(1|1); P_2(2|0); P_3(-2|4); P_4(3|9)$

الف- د تابعمساوات وټاکئ. ب- د محورغوڅټکي وټاکئ.

د لاندې ارزښتونو لپاره د هورنر شیما سره د تابع ارزښتونه پیدا کړئ.

$x = -1{,}5; x = -0{,}5; x = 0{,}5; x = 1{,}5; x = 2{,}5$

ت- ټول معلوم ارزښتونه د ارزښت جدول څخه ولیکئ.

ټ- ګراف د $1 = 1$ cm یون یا واحد سره وکاږئ.

جګټکی $P_{max}(-1|9)$ ټیټ ټکی $t\ P_{min}(1{,}7|-0{,}5)$

ث- د لوی او کوچنې x -ارزښت لپاره دګراف په تلنه یوه وینا وکړئ

(ژ. وینا زما د سم آند یا منطق په درسونو کې وګورئ)

ج- سیمتري راوړنې وکړئ. نتیجي یې مددلې کړئ.

ځوابونه

د تولګۍ کار لپاره ټولراشنلتوابع I

مفصل خوابونه

لومړی: $f(x)$د n -مې درجې د ټولراشنل تابع انځوروي.

خورا جګ جګګڼ یا –عدد(اکسپوننت) د تابع درجه ورکوي.

ضریبونه $a_n; a_{n-1}; \ldots a_2; a_1; a_0$ سړی کوایفسنتونه بولي.

دویم: د یوه ټواراشنل تابع ګراف ټیک هلته محورسیومتریک دی، که د تابع مساوات ټیک له جوړه جګګڼونو یا اکسپوننتونو څخه جوړ وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

یا که باور ولري: f(-x)=f(x) د بیلګې په توګه f(2)=f(-2)

د یوه ټولهوښیار تابع ګراف ټیک هلته ټکی سیومتریک دی، که د تابع مساوات فقط له ناجوړه یا طاقو اکسپوننتونو څخه جوړ وي.

یا که باور ولري: f(-x) = -f(x) ، د بیلګې په توګه f(-3) = -f(3)

دریم:

الف- $f(x) = 4x^5 - 2x^3 + x$ له دې لاس ته راځي: ټکی سیومتریک، ځکه چې ټول اکسپونتونه ناجوړه دي.

ب- $f(x) = 4x^4 + 2x^2 - 2$ له دې لاس ته راځي چې محور سیومتریک دی،، ځکه چې اکسپوننتونه ټول جوړه دي.

پ- $f(x) = 3x^3 - x^2 + 2x - 1$

له دې لاس ته راځي، چې سیومتري نه شته، اکسپوننتونه جوړه او ناجوړه دي.

ت- $f(x) = 4x^5 - 2x^3 + x + 1$

له دې لاس ته راځي، چې سیومتري نه شته، اکسپوننتونه جوړه او ناجوړه دي.

څلورم: د ټولراشنل تابع تلنه د زیاتیدونو یا د جمعې غړو له لارې چې خورا جګ توان ولري ، معلومیږي، یعنې د $a_n x^n$ له لارې.

پنځم: د الماني پښتون: ناجوړه یا طاق، جوړه

الف - $f(x) = -4x^3 + 2x^2 + 4 \quad n = 3\,(\text{ungerade}) \wedge a_n = -4 < 0 \Rightarrow \underline{\underline{II - IV}}$

ب - $f(x) = 2x^4 + 3x^2 - 2x + 1 \quad n = 4\,(\text{gerade}) \wedge a_n = 2 > 0 \Rightarrow \underline{\underline{II - I}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ - $f(x) = 2x^5 + x^2 + 3x^2 - 1 \quad n = 5\,(\text{ungerade}) \wedge a_n = 2 > 0 \Rightarrow \underline{\underline{III - I}}$

ت - $f(x) = -2x^2 + x + 1 \quad n = 2\,(\text{gerade}) \wedge a_n = -2 < 0 \Rightarrow \underline{\underline{III - IV}}$

شپږم: د n –مې درجې یو ټولهوښیار تابع زیات له زیاته n صفرځایونه لري. که درجه n ناجوړه وي، نو دا لږ رلږه یو صفرځای لري.

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 - 6x^2 + 9x = 0$$ ضریب x له نوکانو وباسئ

$$\Leftrightarrow x\left(x^2 - 6x + 9\right) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$ مربع مساوات

$$p = -6\,;\, q = 9 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 9 - 9 = 0$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} = 3$$ ډبل صفرځای

د کرښیز ضریبونو د ضرب په څیر انځورونه

$$f(x) = x(x-3)(x-3) = x(x-3)^2$$

ګراف په $x_1 = 0$ کې ساده صفرځای لري

ډبل صفرځای په $x_{2/3} = 3$ کې (لمستکی)

ب-

$$f(x) = -4x^3 + 4x^2 + 8x$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 4x^2 + 8x = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ضریب x له نوکانو وباسئ

$$\Leftrightarrow x\left(-4x^2+4x+8\right)=0 \Rightarrow x_1=0$$
$$-4x^2+4x+8=0 \mid :(-4)$$

پورته مربع مساوات

د مربعيز مسساواتو نورمال بڼه

$$\Leftrightarrow x^2-x-2=0$$
$$p=-1;\ q=-2 \Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{1}{4}+2=\frac{9}{4} \Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{\frac{9}{4}}=\frac{3}{2}$$
$$x_{2/3}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_2=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=2 \\ x_2=\frac{1}{2}-\frac{3}{2}=-1 \end{array} \right.$$

د ضرب په څير د کرښيز ضريبونو انځورونه: $f(x)=x(x-2)(x+1)$

ګراف درې ساده صفرځايونه لري په $x_1=0;\ x_2=2$ او په $x_3=-1$

اتم: الف- $f(x)=x^3-6x^2+9x-2$ صفرځايونه

$$f(x)=0 \Leftrightarrow x^3-6x^2+9x-2=0$$

لومړی صفرځای د ازماېښت له لارې

	1	–6	9	–2	
x = 1 ↓		1	–5	4	
	1	–5	4	2	keine NS für x = 1
	1	–6	9	–2	
x = 2 ↓		2	–8	2	
	1	–4	1	0	NS für $x_1 = 2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د پورته پښتو: د ... لپاره صفرځای نه شته، د ... لپاره صفرځای

د پولینوم وېش سره د درجې راټیټون

$$\left(x^3-6x^2+9x-2\right):(x-2)=x^2-4x+1$$
$$\underline{-\left(x^3-2x^2\right)}$$
$$-4x^2+9x$$
$$\underline{-\left(-4x^2+8x\right)}$$
$$x-2$$
$$\underline{-(x-2)}$$

$$x^2-4x+1=0 \qquad p=-4\,;\ q=1 \Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=4-1=3 \Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{3}$$

$$x_{2/3}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \quad \left|\begin{array}{l} x_2=2+\sqrt{3} \\ x_3=2-\sqrt{3}\end{array}\right.$$

صفرځایونه: $x_1=2\,;\ x_2=2+\sqrt{3}\,;\ x_3=2-\sqrt{3}$

د ګراف تلنه: له $\text{I} \rightarrow \text{III}$

تابع ارزښتونه:

د $x\rightarrow-\infty$ لپاره لرو $f(x)\rightarrow-\infty$

د $x\rightarrow\infty$ لپاره لرو $f(x)\rightarrow\infty$

ب- $f(x)=-x^3-\frac{3}{2}x^2+8x-2$ صفرځایونه $f(x)=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی صفرځای د ازماېښت له لارې

	1	3/2	−8	2	
x = 1	↓	1	5/2	−11/2	
	1	5/2	−11/2	−7/2	keine NS für x = 1
	1	3/2	−8	2	
x = 2	↓	2	7	−2	
	1	7/2	−1	0	NS für $x_1 = 2$

د پورته پښتو: د ... لپاره صفرځای نه شته، د ... لپاره صفرځای

دپولینوم په راکمې شوې درجې

$$\left(x^3+\frac{3}{2}x^2-8x+2\right):(x-2)=x^2+\frac{7}{2}x-1$$

$$\underline{-\left(x^3-2x^2\right)}$$

$$\frac{7}{2}x^2-8x$$

$$\underline{-\left(\frac{7}{2}x^2-7x\right)}$$

$$-x+2$$

$$\underline{-(-x+2)}$$

$$x^2+\frac{7}{2}x-1=0 \qquad p=\frac{7}{2};\ q=-1\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{49}{16}+1=\frac{65}{16}\Rightarrow\sqrt{D}=\sqrt{\frac{65}{16}}$$

$$x_{2/3}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \qquad \left|\begin{array}{l} x_2=-\frac{7}{4}+\sqrt{\frac{65}{16}} \\ x_3=-\frac{7}{4}-\sqrt{\frac{65}{16}}\end{array}\right.$$

صفرځايونه: $x_1 = 2 \, ; \, x_2 = -\frac{7}{4} + \sqrt{\frac{65}{16}} \, ; \, x_3 = -\frac{7}{4} - \sqrt{\frac{65}{16}}$

د ګراف تلنه: له $II \to IV$

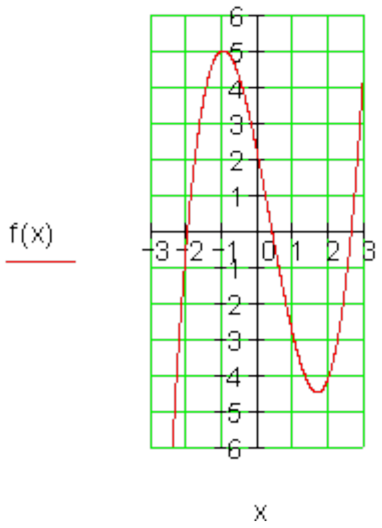
تابع ارزښتونه:

د ؛ $x \to -\infty$ لپاره لرو $f(x) \to -\infty$

د $x \to \infty$ لپاره لرو $f(x) \to \infty$

نهم:

x =	f(x) =
-2.5	-7.375
-2	0
-1.5	3.875
-1	5
-0.5	4.125
0	2
0.5	-0.625
1	-3
1.5	-4.375
2	-4
2.5	-1.125
3	5



صفرځايونه: $x_1 = -2 \, ; \, x_2 = \frac{3}{2} + \sqrt{\frac{5}{4}} \approx 2{,}62 ; \, x_3 = \frac{3}{2} - \sqrt{\frac{5}{4}} \approx 0{,}38$

لسم:

الف- د دريمي درجې ټولراشنل تابع د تابع مساوات دی:

$$f(x) = a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مساواتسیستم د ورکړشوی ټکي لپاره لیکل کیږي.

$$\begin{array}{l|lllllll} P_1(1|1): & f(1) & = & 1a_3 & +1a_2 & +1a_1 & +1a_0 & = 1 \\ P_2(2|0): & f(2) & = & 8a_3 & +4a_2 & +2a_1 & +1a_0 & = 0 \\ P_3(-2|4): & f(-2) & = & -8a_3 & +4a_2 & -2a_1 & +1a_0 & = 4 \\ P_4(3|9): & f(3) & = & 27a_3 & +9a_2 & +3a_1 & +1a_0 & = 9 \end{array}$$

د بیرته په څټ اینسونې سره د ضریبونو ټاکل	د مسواتسیستم څواب د ګاوس-الګوریتم سره
$5a_3 = 5 \Leftrightarrow \boxed{a_3 = 1}$ $a_2 + a_3 = 0$ $\Leftrightarrow a_2 + 1 = 0 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = -1}$ $a_1 + 3a_2 + 7a_3 = -1$ $\Leftrightarrow a_1 - 3 + 7 = -1 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = -5}$ $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 = 1$ $\Leftrightarrow a_0 - 5 - 1 + 1 = 1 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 6}$ تابع مساوات: $f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6$	see table below

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	1	1	1	1	
1	2	4	8	0	II − I
1	−2	4	−8	4	III − I
1	3	9	27	9	IV − I
1	1	1	1	1	
0	1	3	7	−1	
0	−3	3	−9	3	|: 3
0	2	8	26	8	|: 2
1	1	1	1	1	
0	1	3	7	−1	
0	−1	1	−3	1	III + II
0	1	4	13	4	IV − II
1	1	1	1	1	
0	1	3	7	−1	
0	0	4	4	0	|: 4
0	0	1	6	5	
1	1	1	1	1	
0	1	3	7	−1	
0	0	1	1	0	
0	0	1	6	5	IV − III

(c) ketabton.com: The Digital Library

1	1	1	1	1
0	1	3	7	−1
0	0	1	1	0
0	0	0	5	5

ب- د $f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6$ محورغوڅټکي

د تابعمساوات څخه لوستل کيږي $\underline{P_y(0|6)}$

لومړی صفرځای له $P_2(2|0) \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}(2|0)}}$

پولينوموېش

$$\left(x^3 - x^2 - 5x + 6\right) : (x-2) = x^2 + x - 3$$

$$\underline{-\left(x^3 - 2x^2\right)}$$

$$x^2 - 5x$$

$$\underline{-\left(x^2 - 2x\right)}$$

$$-3x + 6$$

$$\underline{-(-3x + 6)}$$

$$x^2 + x - 3 = 0$$

$$p = 1;\ q = -3 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{1}{4} + \frac{12}{4} = \frac{13}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{13}{4}}$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_2 = -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{13}{4}} \approx 1,303 \\ x_3 = -\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{13}{4}} \approx -2,303 \end{array} \right.$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د x-محور سره غوڅټکی:

$$P_{x1}(2|0);\ P_{x2}\left(-\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{13}{4}}\,|\,0\right);\ P_{x3}\left(-\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{13}{4}}\,|\,0\right)$$

پ- د لاندې تابع ارزښتونه د هورنر-شیما سره وټاکئ

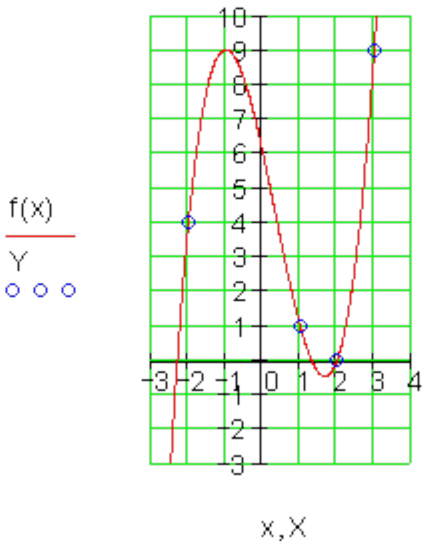
$x=-1{,}5;\ x=-0{,}5;\ x=0{,}5;\ x=1{,}5;\ x=2{,}5$

$x=-3/2$	1	-1	-5	6	
	↓	$-3/2$	$15/4$	$15/8$	
	1	$-5/2$	$-5/4$	$63/8$	$=f(-1{,}5)\approx 7{,}9$
$x=-1/2$	1	-1	-5	6	
	↓	$-1/2$	$3/4$	$17/8$	
	1	$-3/2$	$-17/4$	$65/8$	$=f(-0{,}5)\approx 8{,}1$
$x=1/2$	1	-1	-5	6	
	↓	$1/2$	$-1/4$	$-21/8$	
	1	$-1/2$	$-21/4$	$27/8$	$=f(0{,}5)\approx 3{,}4$
$x=3/2$	1	-1	-5	6	
	↓	$3/2$	$3/4$	$-51/8$	
	1	$1/2$	$-17/4$	$-3/8$	$=f(1{,}5)\approx -0{,}4$
$x=5/2$	1	-1	-5	6	
	↓	$5/2$	$15/4$	$25/8$	
	1	$3/2$	$-5/4$	$23/8$	$=f(2{,}5)\approx 2{,}9$

ت-

x	$-2{,}3$	-2	$-1{,}5$	-1	$-0{,}5$	0	$0{,}5$	1	$1{,}3$	$1{,}5$	$1{,}7$	2	$2{,}5$
$f(x)$	0	4	$7{,}9$	9	$8{,}1$	6	$3{,}4$	1	0	$-0{,}4$	$-0{,}5$	0	$2{,}9$
	P_{x3}	P_3		P_{max}		P_y		P_1	P_{x2}		P_{min}	P_{x1}	

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټ- 	ث- ګراف له III و I ته ځغلي ج- سیومتري نه شته، ځکهچي هم جوړه یا حفت او هم ناجوړه یا طاق اکسپوننت مخ ته لرو خوراجګټکی $P_{Max}(-1\|9)$ خورا ټیټکی $P_{Min}(1,7\|-0,5)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.19 د ټول ربښتیا توابعو تکرار

تعریف:

تعریف: یو تابع f(x)د

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \ldots + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

سره د n–مې درجې ټولربښتیا یا ټولراشنل تابع بلل کیږي.

عددونه $a_n ; a_{n-1} ; a_{n-2} ; \ldots a_2 ; a_1 ; a_0$ ضریبونه بلل کیږي.

بیلګه:

$$f(x) = 3x^3 - 2x^2 + x - 7 \qquad \text{(3. Grades)}$$
$$f(x) = -2x^4 + 5x^3 - 3x^2 - 7x + 5 \qquad \text{(4. Grades)}$$

د ګراف تلنه:

جمله: د ټول راشنل تابع د ګراف تلنه د زیاتیدونکو یا جمعه اجزاوو د خورا جګ توان له لارې ټاکل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ناجوړه يا طاق n ungerade جوړه n gerade

ته III و I تلنه له ته‌II‌و Iتلنه له $a_n>0$

ته‌IV و تلنه له‌II و ته. ته‌III IV و تلنه له $a_n<0$

بيلګه:(لاندط الماني په ترتيب: ناجوړهو جوړهو ناجوړه)

$f(x) = 4x^3 + 2x^2 - 7 \qquad n = 3\ (\text{ungerade}) \wedge a_n = 4 > 0 \Rightarrow \underline{\underline{III - I}}$

$f(x) = -2x^4 + 3x^2 - 4x + 7 \qquad n = 4\ (\text{gerade}) \wedge a_n = -2 < 0 \Rightarrow \underline{\underline{III - IV}}$

$f(x) = -5x^5 + 2x^4 + 9 \qquad n = 5\ (\text{ungerade}) \wedge a_n = -5 < 0 \Rightarrow \underline{\underline{II - IV}}$

سيومتري:

پام: د يوه ټول هوښيارتابع ګراف ټيک هلته محورسيومتريک دی، که د تابع مساوات د جوړه جګګن(اکسپوننت) څخه جوړ وي.

محورسيومتري که د ټول $x \in D$ لپاره باور ولري: $f(-x) = f(x)$

سيومتري:

پام: د يوه ټول هوښيارتابع ګراف ټيک هلته ټکی سيومتريک دی، که د تابع مساوات د نا جوړه جګګن(اکسپوننت) څخه جوړ وي.

ټکی سيومتري که د ټوی x€D لپاره f(-x)=-f(x)باور ولري.

يادونه:

د محور سيومتريک لاندې تل د y محور سره سيمتري پوخيږو.

ټکی سيومترک که د کواوردينات پيل – سرچينې ټکي سره سيومتريک وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

Achsenschnittpunkte محور غوڅټکي

د y– محور سره غوڅټکی : $P_y(0|y_s)$ شرط: $y_s = f(0)$

بيلګه:

$$f(x) = 3x^4 - 2x^2 - 3 \Rightarrow f(0) = 3 \cdot 0^4 - 2 \cdot 0^2 - 3 = 0 - 0 - 3 = -3$$
$$\Rightarrow P_y(0|-3) \text{ oder } P_y(0|f(0))$$

له دې لاس ته راځي يا

د P_y د y–کواورديناټ تل د a_0 ضريب سره کټمټ دي.

دا تلل د تابع مساوات څخه لوستل کيدی شي.

دx –محور سره غوڅټکی : $P_y(x_s|0)$ صفرځای: شرط: $f(x) = 0$

جمله: د درجې ټولربنتيا – يا راشنل تابع زيات له زيات صفرځايونه لري. که د ورجه ناجوړه يا طاق وي، نو نو دا لږ ترلږه يو صفرځای لري.

د صفرځای شميرنې ته تلنلار

د ضريبونو تلنلار

$f(x)=2x^3-2x^2-4x=0$ ضريب x کيدی شي له نوکانو دباندې وليکل شي

$\Leftrightarrow x(x^2-2x-4)=0 \Rightarrow x1=0$ او په نوکانو افاده يا وبينه صفر ده

$\Rightarrow 2x^2-2x-4=0$

يومربع مساوات دی د $x_2 = -1$ $x_3 = 2$ سره.

(c) ketabton.com: The Digital Library

{L={0;-1;2}<= حلډېرئ په توګه لیکل شوې

$\Rightarrow P_{x_1}(0|0); P_{x_2}(-1|0); P_{x_3}(2|0)$ د x محور سره د غوڅېکي کواوردیناتونه

$$f(x) = \underbrace{(x+1)(x-2)x}_{\text{Produkt aus Linearfaktoren}} \Leftrightarrow f(x) = 2x^3 - 2x^2 - 4x$$

Substitutionsverfahren د بدلون تلنلار

$f(x) = x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ دوه مربع (دوه څلوري) مساوات

بدلون: $x^2=z$

$$\Rightarrow f(z) = z^2 - 13z + 36 = 0 \quad \Rightarrow z_1 = 9 \text{ und } z_2 = 4$$

د بدلون بیرته ګرځونه:

$$x^2 = z_1 = 9 \text{ und } x^2 = z_2 = 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_1 = 3 \quad x_2 = -3 \quad x_3 = 2 \quad x_4 = -2 \quad \Rightarrow L = \{3, -3; 2;$$

$$\Rightarrow P_{x_1}(3|0); P_{x_2}(-3|0); P_{x_3}(2|0); P_{x_4}(-2|0)$$

$$f(x) = \underbrace{(x-3)(x+3)(x-2)(x+2)}_{\text{Produkt aus Linearfaktoren}} \Leftrightarrow f(x) = x^4 - 13x^2 + 36$$

د پورته الماني پښتو:د کرښیز ضریبونو ضرب

(c) ketabton.com: The Digital Library

Polynomdivision پولینوموېش:

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 4x - 12$$
$$f(2) = 8 + 12 - 8 - 12 = 0 \Rightarrow x_1 = 2\ i$$

صفرځای د ازماېښت له لارې پیدا شوی

پولینوموېش:

$$(x^3 + 3x^2 - 4x - 12) : (x - 2) = x^2 + 5x + 6$$
$$\underline{-(x^3 - 2x^2)}$$
$$5x^2 - 4x$$
$$\underline{-(5x^2 - 10x)}$$
$$6x - 12$$
$$\underline{-(6x - 12)}$$
$$0$$

اوس باید فقط مربع مساوات $x^2+5x+6=0$ حل شي

$$p = 5 \quad q = 6 \Rightarrow D = 2{,}5^2 - 6 = 6{,}25 - 6 = 0{,}25$$
$$x_{2/3} = -2{,}5 \pm \sqrt{0{,}25} = -2{,}5 \pm 0{,}5$$
$$x_2 = -2 \quad x_3 = -3$$

$$\Rightarrow L = \{2; -2; -3\} \Rightarrow P_{x1}(2|0); P_{x2}(-2|0); P_{x3}(-3|0) \quad f((x)) = (x-2)(x+2)(x+3)$$

هورنر:

	1	3	-4	12	
$x_1 = 2$	↓	2	+10	+12	$\Rightarrow 1x^2 - 5x + 6 = 0$
	1	5	6	0	

گراف کښنه

(c) ketabton.com: The Digital Library

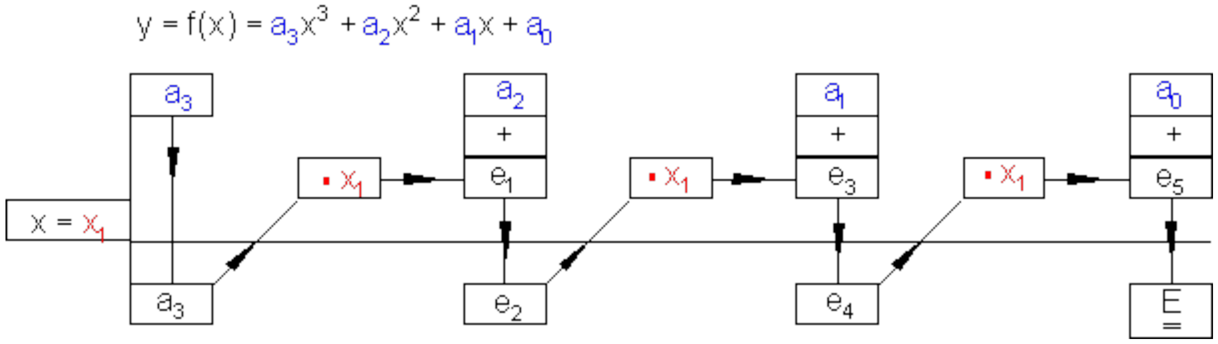
د دې لپاره چې د یوه ټول راشنل تابع ګراف وکښلی شو، یوه ارزښت جدول او محور غوښتکو ته

ته اړتیا لرو .

ارزښت جدول:

یو امکان د ارزښت جدول لاس ته راوړو لپاره په دې کې پروت دی، چې ټول اړین تابع ارزښتونه د جبشمیري سره وشمیرو. یو بل، خوراه ساده متود یا لار د هورنر شیما Hornerschema راکوي.

په لاندې اصولو سره د هورنر شیما ګرافیکي انځور شوی ده.



بیلګه:

د هورنر شیما د ت ابع $f(x)= x^3-x^2-11x+3$ د تابع ارزښت د ټاکلو ته

د $D = \{x \mid -4 \leq x \leq 4\}_{\mathbb{R}}$ لپاره

(c) ketabton.com: The Digital Library

د هورنر شیما د د تابع د تابع ارزښتوو ټاکلو ته

$f(x) = x^3 - x^2 - 11x + 3$ für $D = \{x \mid -4 \leq x \leq 4\}_{\mathbb{R}}$

د y محور سره غوځټکی

f(0)=3

د تابع تلنه له I و II ته یا ترمنځ

دشیما څخه پیژنو:

صفرځای په x=-3 کې f(-3)=0 ;

جګټکی د [-2;-1] ترمنځ

د صفر له لارې تلنه د [0;1] ترمنځ

ټیټټکی د [2;3] ترمځ

د صفر له لارې تلنه د [3;4] ترمنځ.

	1	−1	−11	3	
x = −4		−4	+20	−36	
	1	−5	9	−33	⇒ f(−4) = −33
	1	−1	−11	3	
x = −3		−3	+12	−3	
	1	−4	1	0	⇒ f(−3) = 0 Nullstelle
	1	−1	−11	3	
x = −2		−2	+6	+10	
	1	−3	−5	13	⇒ f(−2) = 13
	1	−1	−11	3	
x = −1		−1	+2	+9	Hochpunkt
	1	−2	−9	12	⇒ f(−1) = 12
	1	−1	−11	3	Nulldurchgang
x = 1		+1	0	−11	
	1	0	−11	−8	⇒ f(1) = −8
	1	−1	−11	3	
x = 2		+2	+2	−18	
	1	1	−9	−15	⇒ f(2) = −15
	1	−1	−11	3	Tiefpunkt
x = 3		+3	+6	−15	
	1	2	−5	−12	f(3) = −12
	1	−1	−11	3	Nulldurchgang
x = 4		+4	+12	+4	
	1	3	1	7	f(x) = 7

ارزښت جدوول

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
f(x)	−33	0	13	12	3	−8	−15	−12	7

(c) ketabton.com: The Digital Library

د صفرځايونو شميرنه:

$f(x) = x^3 - x^2 - 11x + 3 = 0$ د $x_1 = -3$ سره د معلوم صفرځاي په ځير

له دې لاس ته راځي: پولينوم وېش:

$$\left(x^3 - x^2 - 11x + 3\right) : (x + 3) = x^2 - 4x + 1$$
$$x^2 - 4x + 1 = 0 \quad p = -4 \quad q = 1$$
$$x_{2/3} = 2 \pm \sqrt{3}$$
$$x_2 = 2 + \sqrt{3} \approx 3{,}73 \qquad x_3 = 2 - \sqrt{3} \approx 0{,}27$$

د صفرځايونو شميرنه:

$f(x) = x^3 - x^2 - 11x + 3 = 0$ د $x_1 = -3$: سره معلوم صفرځايونه

له دې لاس ته راځي د پولينوم ويش:

$$\left(x^3 - x^2 - 11x + 3\right) : (x + 3) = x^2 - 4x + 1$$
$$x^2 - 4x + 1 = 0 \quad p = -4 \quad q = 1$$
$$x_{2/3} = 2 \pm \sqrt{3}$$
$$x_2 = 2 + \sqrt{3} \approx 3{,}73 \qquad x_3 = 2 - \sqrt{3} \approx 0{,}27$$

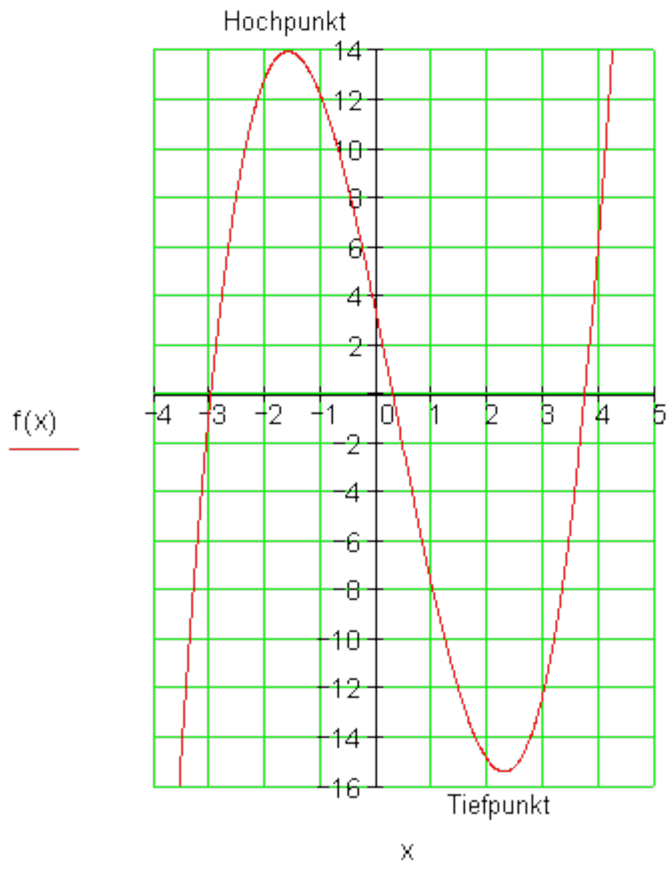
ارزښت جدول:

x	−4	−3	−2	−1	0	0,27	1	2	3	3,73	4
f(x)	−33	0	13	12	3	0	−8	−15	−12	0	7

اوس د ټولو معلومو داتا سره کيدی شي د تابع ګراف وکښل شي

(c) ketabton.com: The Digital Library

جګتېکی



سره له دې هغه څه چې موږ تراوسه نه شو ټاکلی، د ګراف جګتېکی او تيټ ټکی دي. د دې لپاره په وروسته برخو کې دفرنځيالميرنې ته اړتيا ده.

تابع مساوات و ليکئ

بيلګه: د يوه دريمي درجې ټول ربنتوني يا راشنل تابع لپاره.

د څلور ټکو کواوردينات يا پروت ولاړ سيستم، چې د تابع ګراف باندې بايد پراته وي، لکه چې ترې لرو له مخه ورکړ شوي دي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P_1(-1|2); P_2(2|-1); P_3(-3|44); P_4(1|0)$

لومړی د ورکړ شوو ټکو لپاره مساواتسيستم ليکل کيږي

$$\begin{array}{l|lllllll} P_1(-1|2): & f(-1) & = & -1a_3 & +1a_2 & -1a_1 & +1a_0 & = 2 \\ P_2(2|-1): & f((2)) & = & 8a_3 & +4a_2 & +2a_1 & +1a_0 & = -1 \\ P_3(-3|44): & f(-3) & = & -27a_3 & +9a_2 & -3a_1 & +1a_0 & = 44 \\ P_4(1|0): & f(1) & = & 1a_3 & +1a_2 & +1a_1 & +1a_0 & = 0 \end{array}$$

د مساوات سيستم حل د ګاوس الګوريتم سره مو ضريبونو ته لاربنودوي:

$a_3 = -1, a_2 = 2, a_1 = 0, a_0 = -1$

او له دې سره تابع مساوات ته:

$f(x) = -x^3 + 2x^2 - 1$

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	−1	1	−1	2	
1	2	4	8	−1	II − I
1	−3	9	−27	44	III − I
1	1	1	1	0	IV − I

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.16-د وکتور شمیرنې بنسټیزې کلمې

وکتور او سکالار:

په طبیعت او تخنیک کې رامنځ ته کیدونکې لویې د یوه کره شوي کچیوونونو یا اندازه واحدونو سره د یوه کچګڼ یا اندازه عدد له لارې پوره یا مکمل ټاکل شوي د بیلګې په توګه داسې لویې دي:

اوږدوالی، کتله، کار، انرژي، وخت، تودوخي او پوتنځیال. داسې لویې کیدی شي په یوه سکالا (شمیرپ,هنیزې لویې، چې د ګڼون ارزښت سره کره ټاکلې ده) انځور شي او له دې امله سکالارې لویې یا سکالار بلل کیږي.

لویې، چې د هغو ټاکلو ته له سکالار برسیره یا د سکالار ترڅنګ لور هم اړتیا ولري ، دا وکتوری لویې یا وکتورونه بلل کیږي. چټکتیا یا سرعت او بیړه یا تعجیل داسې لویې دي.

وکتورونه د غشو سره انځوریږي. د غشو اوږدوالی ارزښت ټاکي او د غشي لور د وکتور لور ښايي. وکتور د سکالار سره پر پرتله یوه لوریزه لویه ده.

ازاد وکتورونه، کرښه تړلې وکتورونه او ځایتړلي وکتورونه سره توپیر کیږي.

د یوه ازادوکتور غوره خوي دی، چې اغیز کرښې سره او د ځان سره غبرګ هرې لور ته په فضا کې وړل کیدی شي. د برابر اوږدوالي او برابرې لورې وکتورونه یو بل سره برابر یا مساوي دي.

$$\overrightarrow{AB} = \vec{a} \text{ und } \overrightarrow{CD} = \vec{b}$$

$$\overline{AB} = |\vec{a}| = a$$

$$\overline{CD} = |\vec{b}| = b$$

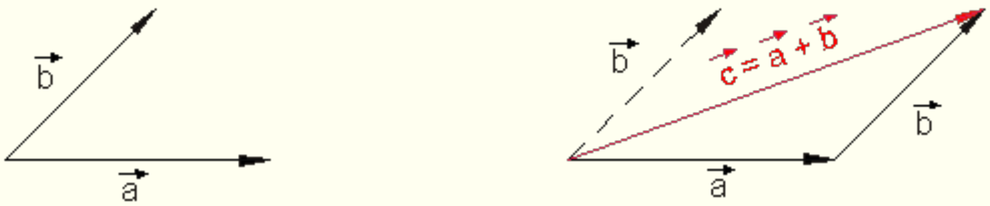
(c) ketabton.com: The Digital Library

قوه يا زور چې په يوه تن بريد کوي، يو کرښه تړلی وکتور انځوروي. داکړی شي د خپل بريد کرښې په خوښه يووړل شي يا راکښل شي، مګ ده ته غبرګ نه.
يوځای تړلی وکتور، چې ځايوکتور هم بلل کيږي يو کره ټاکلی بريد ټکی لري او راکښل کيدی نه شي.

د وکتورونو زياتون يا جمع
که يو وکتور b و وکتور a سره زيات کړو، په دې معنا چې وکتور b د ځان سره داسې غبرګ يا موازي راکښل شي، چې پيل ټکی يې د وکتور a په پای ټکي پريوځي.
يادونه: زه د وکتورونو په سر د وکتورنخښه يعنې غشي نخښه نهشم باسليو دا به راته ګران لوستونکي وبښي(ژباړي).
د وکتور a د پيل ټکي تړل د وکتور b د پای ټکي سره وکتور c ورکوي او د دې لپاره ليکو:

$$\boxed{\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}}$$

د دوه وکتورونو زياتون يا جمع



د دوه وکتورونو د جمعې يا زياتون لپاره د بدلون يا کموتاتيو قانون صدق کوي يا باور لري

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$$

د درې وکتورونو د زياتو سره اړين نه دئ، چې دا دې په يوه سطحه کې پراته ويد له دې درې وکتورونو يې هر يو يوه په فضا کې لوريزه کرښه ده دا درې وکتورونهکړی شي په فضا کې يو جوړښت وغزوي. اسوځياتيو قانون باور لري:

$$\left(\vec{a} + \vec{b}\right) + \vec{c} = \vec{a} + \left(\vec{b} + \vec{c}\right) = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$$

دوه ارزښت برار وکتورونه د مخامخ ايښول شوې لور سره په فضا کې مخامخ لوريز يو بل سره معکوس يا په ځټ وکتورونه بلل کيږي. که سره زيات يا جمع شيو نو د

(c) ketabton.com: The Digital Library

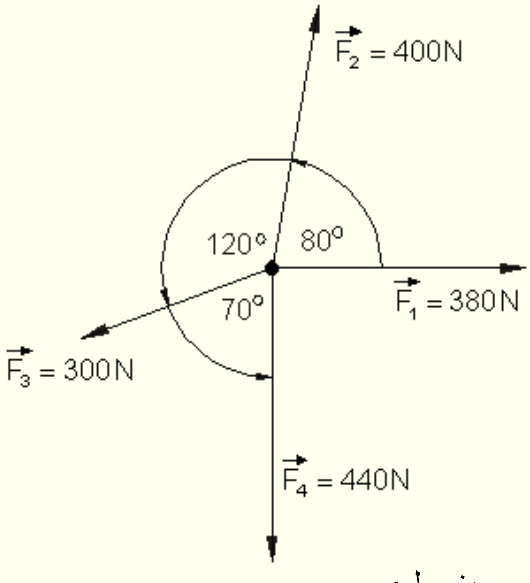
زياتون يا جمعې په حيث يو وکتور لاس ته راوړو، چې د هغه پيل ټکي د موخې ټکي سره يوځای پريوځي.
دا چې د ې جمعې وکتور ارزښت صفر دی، دا صفروکتور بلل کيږي. دا ټاکلې لور نه لري.

د وکتورونو کمون يا تفريق
د دوه وکتورونو کمون يا تفريق
د وکتور کمون کيدی شي بيرته د وکتور پهزياتون يا جمع واړول شي.
يو وکتور کميږي يا تفريقيږي،که د دې مخامخ وکتور جمع شي

د کاروني يا استعمال بيلګه:

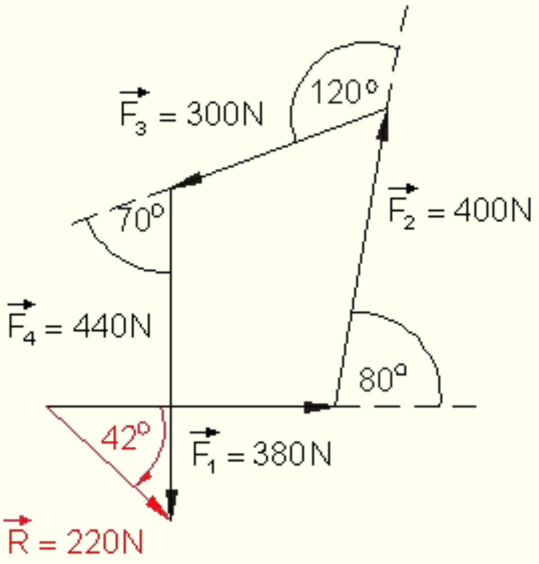
بيلګه ۱ :
د وکتور جمع رسميزه.
ديوه برقوېشني متّ باندې پهيوه ټکي څلور قوې بريد کوي، چې په يوه سطحه دې پرتې وي. رسميز د دې وکتور لور او ارزښت وټاکل شي. د رسمکچي يا د کچونې اله يا د کچونې لرګی(؟):1 cm د 100 N سره برابر دی.

پوښتنه کونه:



رسميز حل:

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$\vec{R} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} + \vec{F_4}$$

$$\Rightarrow \left|\vec{R}\right| = 220N \text{ und } \sphericalangle\left(\vec{F_1}, \vec{R}\right) = -42^0$$

د لاس ته راغلې ارزښت N 220 دی. دا په دې معنا، چې د وېشوني په مټه یو لاس ته راوړې قوه د N 220 اغیز کوي.

نسبت $\vec{F_1}$ اغیزلور -42^0 یا 318^0 دی

یادونه:

د ساعت ځرغون په مخامخ یا معکوس (کیڼ راتاو) د نسبت کرښې ځخه په وتو مثبت ګڼل کیږي، د ساعت ځرخون په لور (ښي راتاو) د دې په عکس منفي.

رسمیز حل یاځي نږدې حل دی. داتیک دومره تیک دی، چې ځنګه رسم کیدی شي.

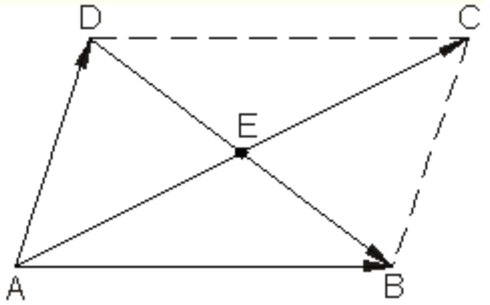
یو شمیرنیز حل ، چې دا به وروسته تر ځیرنې ونیول شي یو تیک حل راکوي:

$$\left|\vec{R}\right| = 224{,}009N \text{ und } \sphericalangle\left(\vec{F_1}, \vec{R}\right) = -41{,}585^0$$

بیلګه ۲:

غوښتنه د کرښې DB د نیمونکې ټکي Eواټن دی له ټکيAځخه، که B د وکتور AB پای ټکی اوD د وکتور AD پای ټکی وي او وکتورونه AB او AD له ټکي A ووځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



حل:

$$\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{DB}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}$$

دا چېټک E د کرښې DB نیمونکی دی، باور لري:

$$\overrightarrow{DE}=\frac{\overrightarrow{DB}}{2}=\frac{\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}}{2}$$

دوکتور AB لپاره نو باور لري

$$\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{AD}+\frac{\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}}{2}=\frac{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}}{2}$$

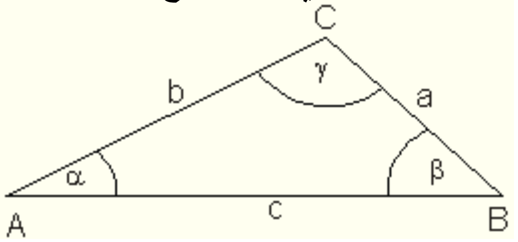
د کرښې AE لپاره باور لري:

$$\overrightarrow{AE}=\frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right|$$

دا چې $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$ دی، باید E د کرښې ACنیمونکی ټکی هم وي.
له دې سره مو وښوول، چې په غبرګ اړخیز کې دوه کونجترې(قطرونه) د هغو د غوڅټکي له لارې نیمیږي.

د ساین او کوساین جمله د وکتور شمیرنې لپاره مرستندوی ماود
تر اوسه مو وکتورونه رسمیز سره جمعه کول. د رسمیزو حلونه تل دقیق نه دي،

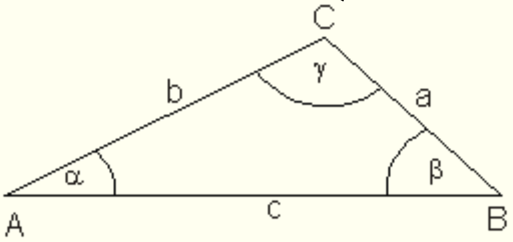
دکوساین جمله:
په هر درېګوډي یا مثلث کې کیدی شي د یوه اړخ مربع(څلورئ) له دواړو نورو اړخونو او له دوي رابند کونج څخه وشمیرل شي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos(\alpha)$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos(\beta)$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos(\gamma)$$

د ساین جمله؛
په هر مثلث یا درېګوډي کې د اړخونو د اودوالي د تناسب نسبت و مخامخ کونج ته د ټولو اړخونو لپاره همغه دی.



$$\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)}$$

د ساین او کوساین جملو ته تمرینونه:

دوه قوې $\vec{F_1}$ او $\vec{F_2}$ د $|\vec{F_1}| = F_1 = 60N$ او $|\vec{F_2}| = F_2 = 40N$ سره یو د $\alpha = 50^0$ کونج رابندوي .

دا د نتیجې قوه $\vec{R}$ څومره لویه ده؟ د $\vec{R}$ د $\vec{F_1}$ همداسې د $\vec{F_2}$ سره کوم کونج جوړوي.

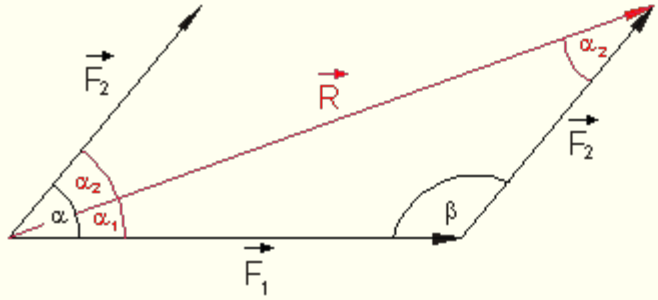
$$\vec{R} = \vec{F_1} + \vec{F_2} \quad \measuredangle(\vec{F_1}, \vec{F_2}) \text{ ist } \alpha = 50^0$$

$$\beta = 180^0 - 50^0 = 130^0$$

د کوساین جملې له مخه باور لرې:

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos(\beta)}$$
$$= \sqrt{\left(60^2 + 40^2 - 2 \cdot 60 \cdot 40 \cdot \cos(130^0)\right) N^2}$$
$$\approx \underline{\underline{91{,}024N}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



د سان جملي پسي يا په تعقيب باور لري:

$$\frac{R}{F_2} = \frac{\sin(\beta)}{\sin(\alpha_1)} \Leftrightarrow \sin(\alpha_1) = \frac{F_2}{R}\cdot\sin(\beta)$$

$$\sin(\alpha_1) = \frac{40}{91,024}\cdot\sin(130^0) \approx 0,337$$

$$\Rightarrow \alpha_1 = \arcsin(0,337) \approx \underline{\underline{19,672^0}}$$

له R او F1 رابند کونج دی.

دا چي α_1 او α_2 ځانونه $\alpha = 50^0$ ته پوره کوي، نو د F2 او R تر منځ کونج کيږي

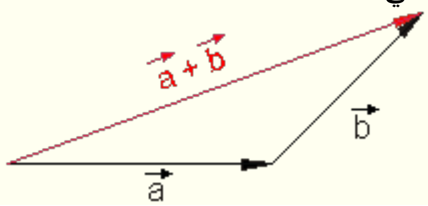
$$\alpha_2 = 50^0 - \alpha_1 = 50^0 - 19,672^0 \approx \underline{\underline{30,328^0}}$$

تولګه:

لومړی: يو وکتور په فضا کي يوه لوريزه، اوريتي شوې کربنه ده؟

دويم: وکتورونه برابر دي، که دوي په ارزښت او لور کي سره برابر وي يا يو پهبل پريوځي.

دريم:دوه وکتورونه سره جمع کيږي، که د يوهوکتور په پای د بل وکتور پيل کيښنول شي.



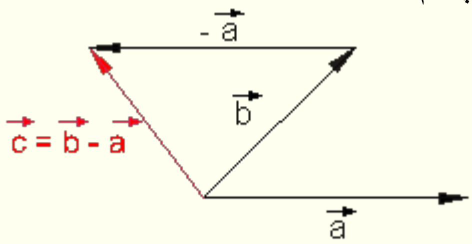
(c) ketabton.com: The Digital Library

د جمع وکتور: Der Summenvektor $\vec{a}+\vec{b}$

وکتور چي لاس ته راځي، پيل يي د لومړي وکتور او پای يي د دويم وکتور دي.

څلورم: وکتور او معکوس يا مخمخ وکتورونه برابر ارزښت او برابر لور مګر معکوس يا مخمخ ايښول شوی Orientierung لري.

پنځم:



$\vec{c}=\vec{b}-\vec{a}$

کمونوکتور

داسي لاس ته راځي، چي سړی وکتور b ته د مخامخ يا برعکس وکتور aجمع کړي:

$\vec{b}-\vec{a}=\vec{b}+(-\vec{a})$

پوښتني

د وکتورونو زياتون اوو کمون(د وکمتورونو جمع او تفريق)

لومړی: دوه وکتورونه aاوb په خپلو منځو کي يو کونج α جوړوي.

وکتورونه $\vec{c}=\vec{a}+\vec{b}$ او $\vec{d}=\vec{a}-\vec{b}$ دې رسميز او شميرنيز وټاکل شي.

نور يا پسي دې د رسم سطحي څخه د βهمداسي γکونجونه، چي وکتورونه c او d يي د وکتور a سره جوړوي ولوستل شي او ودې شميرل شي.

کچوونی: د اوږدوالي يوون يا واحد په cm (د بيلګي په توګه a = 4,6 په دې معنا چي 4,6 cm)

الف - $|\vec{a}|=a=4{,}6 \quad |\vec{b}|=b=4{,}0 \quad \alpha=\sphericalangle(\vec{a},\vec{b})=60^0$

ب - $|\vec{a}|=a=4{,}2 \quad |\vec{b}|=b=3{,}8 \quad \alpha=\sphericalangle(\vec{a},\vec{b})=120^0$

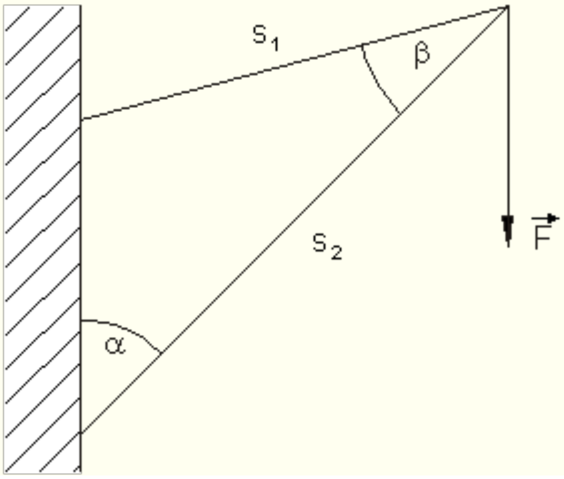
پ - $|\vec{a}|=a=4{,}7 \quad |\vec{b}|=b=3{,}2 \quad \alpha=\sphericalangle(\vec{a},\vec{b})=250^0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت - $\left|\vec{a}\right| = a = 3{,}5 \quad \left|\vec{b}\right| = b = 4{,}2 \quad \alpha = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{b}\right) = 290^0$

دویم: د یوه کران په ستنو s_1 او s_2 باندې څومره زور پرېوځي، که کران یو 18 kN بار وړي؟

$\vec{F} = 18\,kN \quad \alpha = 45^0 \quad \beta = 30^0$



لاربشوونه:

دا د باروکتور د ستنو یا مټو په دواړو لور ټوټه (تجزیه) کړئ او د وکتورونو ارزښت وشمیرئ. پام وکړئ چې په ستنو یا مټو په کومو لورو قوه اغیزه کوي(کیکاږل زور یا قوه(فشار)Dru.kraft که راکښل زور.Zugkr؟)

دریم: دوه برابر لویې قوې په یوه ټکي برید کوي یا پرېوځي یا زور اچوي.

د دوي ترمنځ کونج باید څومره لوي وي؟

څلورم: دوه قوې $\vec{F_1}$؛ او $\vec{F_2}$ د $\left|\vec{F_1}\right| = F_1 = 60N$ او $\left|\vec{F_2}\right| = F_2 = 40N$ سره یو له بل سره یوکونج $\alpha = 50^0$ ترې یا جوړوي.

دا نتیجهزوق یا قوه $\vec{R}$: څومره لویه ده؟ $\vec{R}$: د $\vec{F_1}$؛ همداسې د $\vec{F_2}$ سره کوم کونج جوړوي؟

پنځم: یوه د کانتینرو کیشتئ ټیک په ختیځ لور په حرکت راوړل کیږي.

د هغه خپله چټکتیا (سرعت) ۲۴ غوټې(Knoten د چټکتیا د شمیرلو یوون یا واحد دی).

د شمال له لور یو په ۹ غوټو د اوبو زوریزه بهیدنه د کیښتئ خوزښت اغیز من کوي یا د کیښتئ په خوزښتاغیز کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

و کورس تغیر(په درجو(څومره لوي دید او دا په کومه لور صورت نیسي؟
کیښتئ د بحر په لینده کومه [تکتیا لري؟
یه غوټه = ۱ بحري مایل په ساعت کې، چې دا 1,852 km/h دی.
شپږم:یوه الوتکه د 10 kN د ټیلوهل زور سره په همغه یا ثابت جګوالي سیده کرښیزه ټیلوهل کیږي. یو باد د6 kN برابر پاتې زور پرې اچوي.
په دې الوتکه ټول څومره زور یا قوه پرېوځي؟
د غوښتوني الوتني لار د کوم کونج لاندې باید تلنلار لور وساتل شي، چې موخه ځای ته ورسیږو؟

حلونه
نتیجې
لومړی:
الف –

$|\vec{a}| = a = 4,6 \quad |\vec{b}| = b = 4,0 \quad \alpha = \sphericalangle(\vec{a},\vec{b}) = 60^0$

$|c| = c = 7,454 \quad |\vec{d}| = d = 4,331 \quad \beta = \sphericalangle(\vec{a},\vec{c}) = 27,693^0 \quad \gamma = \sphericalangle(\vec{a},\vec{d}) = 53,11^0$

ب –

$|\vec{a}| = a = 4,2 \quad |\vec{b}| = b = 3,8 \quad \alpha = \sphericalangle(\vec{a},\vec{b}) = 120^0$

$|c| = c = 4,015 \quad |\vec{d}| = d = 6,931 \quad \beta = \sphericalangle(\vec{a},\vec{c}) = 55,05^0 \quad \gamma = \sphericalangle(\vec{a},\vec{d}) = 28,346^0$

پ –

$|\vec{a}| = a = 4,7 \quad |\vec{b}| = b = 3,2 \quad \alpha = \sphericalangle(\vec{a},\vec{b}) = 250^0$

$|c| = c = 4,695 \quad |\vec{d}| = d = 6,528 \quad \beta = \sphericalangle(\vec{a},\vec{c}) = 39,828^0 \quad \gamma = \sphericalangle(\vec{a},\vec{d}) = 27,427^0$

ت -

$|\vec{a}| = a = 3,5 \quad |\vec{b}| = b = 4,2 \quad \alpha = \sphericalangle(\vec{a},\vec{b}) = 290^0$

$|c| = c = 6,32 \quad |\vec{d}| = d = 4,454 \quad \beta = \sphericalangle(\vec{a},\vec{c}) = 38,642^0 \quad \gamma = \sphericalangle(\vec{a},\vec{d}) = 62,397^0$

دویم:

$|\vec{F_1}| = F_1 \approx 25,456\,kN \qquad |\vec{F_2}| = F_2 \approx 34,773\,kN$

په مټه s_1 راکښلو زور او په مټه s_2 د فشار زور باندې باریږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

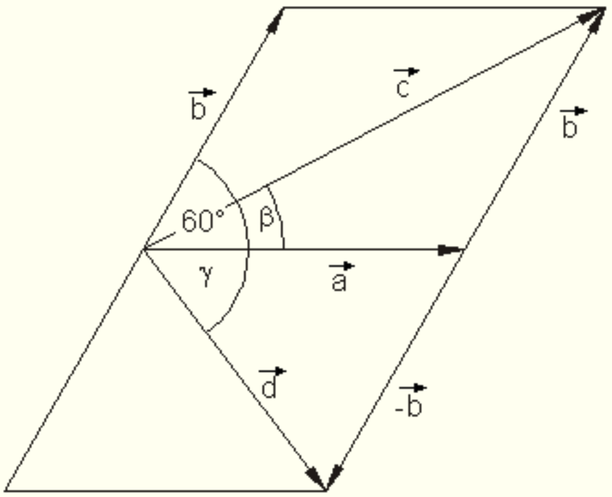
دریم: د دواړو وکتورونو ترمنځ کونج باید120^0 وي.
څلورم:

$$\left|\vec{R}\right| \approx 91{,}023N \qquad \alpha_1 = \sphericalangle\left(\vec{R};\vec{F_1}\right) \approx 19{,}672^0 \qquad \alpha_2 = \sphericalangle\left(\vec{R};\vec{F_2}\right) \approx 30{,}328^0$$

پنځم: د لارې انحراف پهجنوب لور نږدې 11,837 درجې دی.د بحرسطحه باندې چټکتیا نږدې 31,024 غوټې یا ګنډې ده، نږدې57,456 km/h کیږي.
شپږم: په الوتکه یوه د 12,523 kN قوه پرېوزي. غوښتوني الوتنلار ته کونج $28{,}153^0$ دی.

مفصل حلونه:
لومړی: الف-

$$\left|\vec{a}\right| = a = 4{,}6 \qquad \left|\vec{b}\right| = b = 4{,}0 \qquad \alpha = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{b}\right) = 60^0$$



د رسم له ارې حل راکوي:

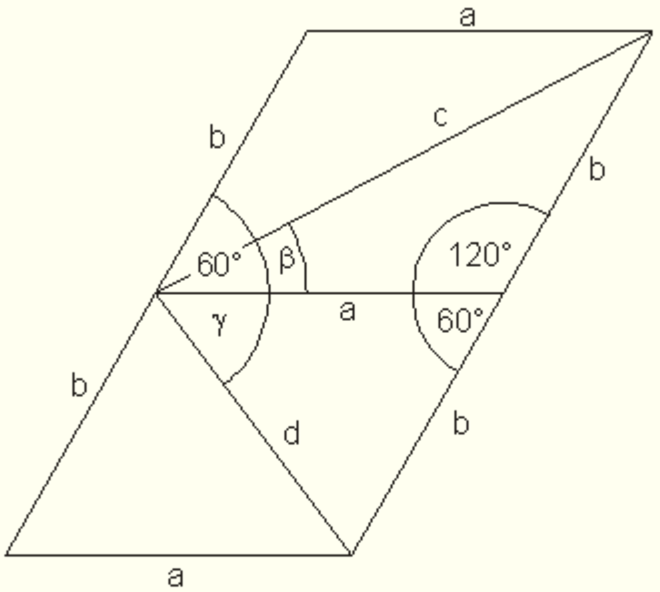
$$\left|\vec{c}\right| \approx 7{,}4$$

$$\left|\vec{d}\right| \approx 4{,}3$$

$$\beta = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{c}\right) \approx 27{,}7^0$$

$$\gamma = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{d}\right) \approx 53{,}1^0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



شمیرنیز حل د کوساین جملې په مرسته لاس ته راوړو.
اینوونه:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos(120^0)$$

$$d^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos(60^0)$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos(\beta)$$

$$b^2 = a^2 + d^2 - 2ad \cdot \cos(\gamma)$$

$$\cos(\beta) = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos(\gamma) = \frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad}$$

$$c^2 = 4{,}6^2 + 4^2 - 2 \cdot 4{,}6 \cdot 4 \cdot \cos(120^0) \approx 55{,}56 \Rightarrow c = \sqrt{c^2} = |\vec{c}| \approx \underline{\underline{7{,}454}}$$

$$d^2 = 4{,}6^2 + 4^2 - 2 \cdot 4{,}6 \cdot 4 \cdot \cos(60^0) \approx 18{,}76 \Rightarrow d = \sqrt{d^2} = |\vec{d}| \approx \underline{\underline{4{,}331}}$$

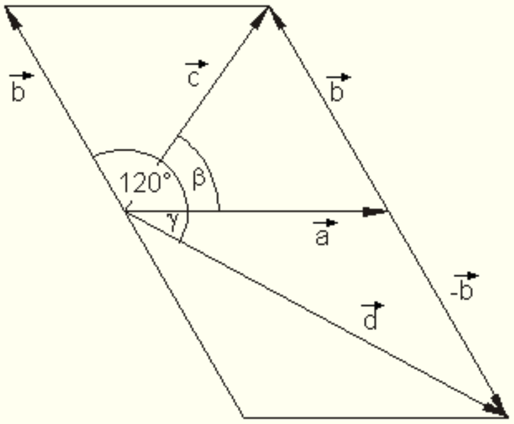
$$\cos(\beta) = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \approx 0{,}885 \Rightarrow \beta = \arccos\left(\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}\right) \approx \underline{\underline{27{,}693^0}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

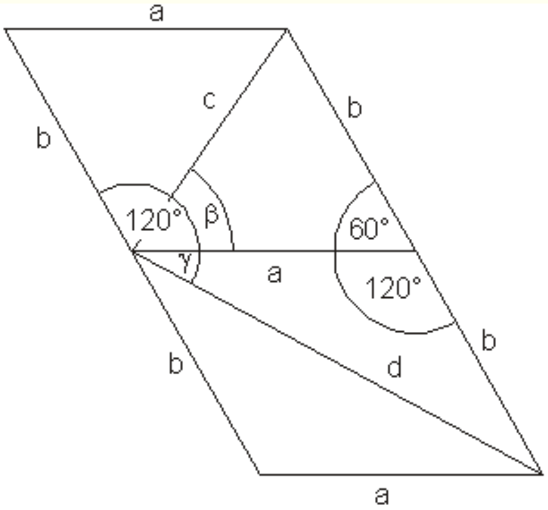
$$\cos(\gamma) = \frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad} \approx 0{,}6 \Rightarrow \gamma = \arccos\left(\frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad}\right) \approx \underline{\underline{53{,}11^0}}$$

لومړی ب:

$$\left|\vec{a}\right| = a = 4{,}2 \qquad \left|\vec{b}\right| = b = 3{,}8 \qquad \alpha = \measuredangle\left(\vec{a},\vec{b}\right) = 120^0$$



شمیرنیز حل راکوي:



$$\left|\vec{c}\right| \approx 4{,}0$$

$$\left|\vec{d}\right| \approx 6{,}9$$

$$\beta = \measuredangle\left(\vec{a},\vec{c}\right) \approx 54{,}9^0$$

$$\gamma = \measuredangle\left(\vec{a},\vec{d}\right) \approx 28{,}3^0$$

شمیرنیز حل د کوساین جملې په مرسته لاس ته راوړو.
اینبوونه:

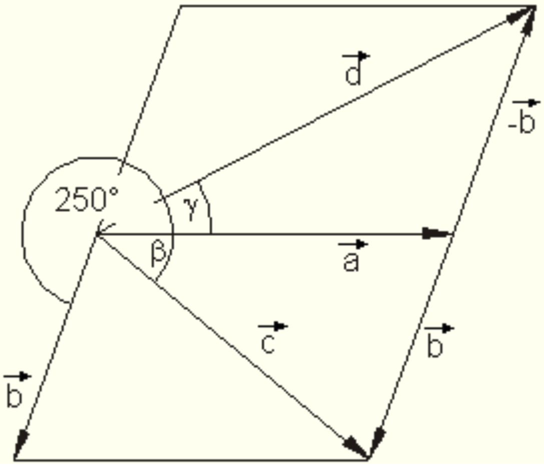
(c) ketabton.com: The Digital Library

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\left(60^0\right)$$
$$d^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\left(120^0\right)$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos(\beta)$$
$$b^2 = a^2 + d^2 - 2ad \cdot \cos(\gamma)$$
$$\cos(\beta) = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$
$$\cos(\gamma) = \frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad}$$

$$c^2 = 4,2^2 + 3,8^2 - 2 \cdot 4,2 \cdot 3,8 \cdot \cos\left(60^0\right) \approx 16,12 \Rightarrow c = \sqrt{c^2} = \left|\vec{c}\right| \approx 4,015$$
$$d^2 = 4,2^2 + 3,8^2 - 2 \cdot 4,2 \cdot 3,8 \cdot \cos\left(120^0\right) \approx 48,04 \Rightarrow d = \sqrt{d^2} = \left|\vec{d}\right| \approx 6,931$$
$$\cos(\beta) = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \approx 0,573 \Rightarrow \beta = \arccos\left(\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}\right) \approx 55,05^0$$
$$\cos(\gamma) = \frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad} \approx 0,88 \Rightarrow \gamma = \arccos\left(\frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad}\right) \approx 28,346^0$$

لومړی پ-

$$\left|\vec{a}\right| = a = 4,7 \qquad \left|\vec{b}\right| = b = 3,2 \qquad \alpha = \sphericalangle\left(\vec{a}, \vec{b}\right) = 250^0$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

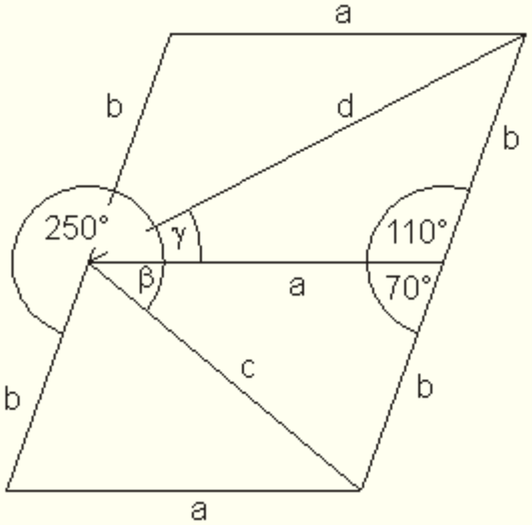
د رسم له اریې حل راکوي:

$$\left|\vec{c}\right| \approx 4,7$$

$$\left|\vec{d}\right| \approx 6,5$$

$$\beta = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{c}\right) \approx 39,8^0$$

$$\gamma = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{d}\right) \approx 27,4^0$$



شمیرنیز حل د کوساین جملې په مرسته لاس ته راوړو.
اینبوونه:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\left(70^0\right)$$

$$d^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\left(110^0\right)$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos\left(\beta\right)$$

$$b^2 = a^2 + d^2 - 2ad \cdot \cos\left(\gamma\right)$$

$$\cos\left(\beta\right) = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos\left(\gamma\right) = \frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$c^2 = 4,7^2 + 3,2^2 - 2\cdot 4,7\cdot 3,2\cdot \cos\left(70^0\right) \approx 22,042 \Rightarrow c = \sqrt{c^2} = \left|\vec{c}\right| \approx \underline{\underline{4,695}}$$

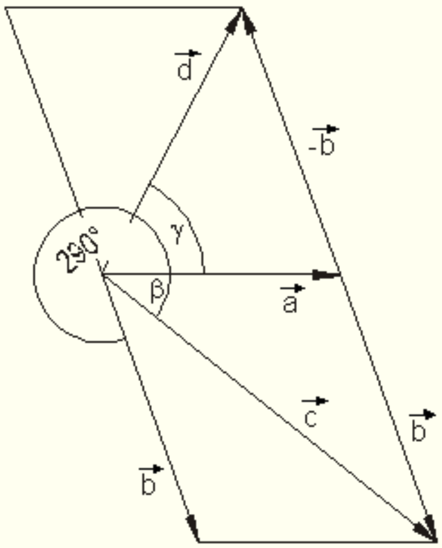
$$d^2 = 4,7^2 + 3,2^2 - 2\cdot 4,7\cdot 3,2\cdot \cos\left(110^0\right) \approx 42,618 \Rightarrow d = \sqrt{d^2} = \left|\vec{d}\right| \approx \underline{\underline{6,528}}$$

$$\cos(\beta) = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \approx 0,768 \Rightarrow \gamma = \arccos\left(\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}\right) \approx \underline{\underline{39,828^0}}$$

$$\cos(\gamma) = \frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad} \approx 0,888 \Rightarrow \beta = \arccos\left(\frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad}\right) \approx \underline{\underline{27,427^0}}$$

لومړی ت –

$$\left|\vec{a}\right| = a = 3,5 \qquad \left|\vec{b}\right| = b = 4,2 \qquad \alpha = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{b}\right) = 290^0$$



د رسم له لارې حل راکوي:

$$\left|\vec{c}\right| \approx 6,3$$

$$\left|\vec{d}\right| \approx 4,5$$

$$\beta = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{c}\right) \approx 38,6^0$$

$$\gamma = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{d}\right) \approx 62,3^0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

شمیرنیز حل د کوساین جملې په مرسته لاس ته راوړو.

اینوونه:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cdot\cos(110^0)$$

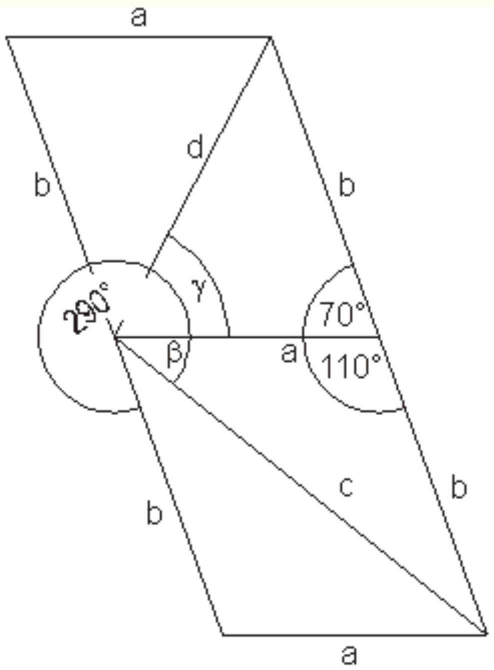
$$d^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cdot\cos(70^0)$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cdot\cos(\beta)$$

$$b^2 = a^2 + d^2 - 2ad\cdot\cos(\gamma)$$

$$\cos(\beta) = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos(\gamma) = \frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad}$$



$$c^2 = 3{,}5^2 + 4{,}2^2 - 2\cdot 3{,}5\cdot 4{,}2\cdot\cos(110^0) \approx 39{,}945 \Rightarrow c = \sqrt{c^2} = |\vec{c}| \approx \underline{\underline{6{,}32}}$$

$$d^2 = 3{,}5^2 + 4{,}2^2 - 2\cdot 3{,}5\cdot 4{,}2\cdot\cos(70^0) \approx 19{,}835 \Rightarrow d = \sqrt{d^2} = |\vec{d}| \approx \underline{\underline{4{,}454}}$$

$$\cos(\beta) = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \approx 0{,}7{,}81 \Rightarrow \beta = \arccos\left(\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}\right) \approx \underline{\underline{38{,}642^0}}$$

$$\cos(\gamma) = \frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad} \approx 0{,}4{,}63 \Rightarrow \gamma = \arccos\left(\frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad}\right) \approx \underline{\underline{62{,}397^0}}$$

دویم:

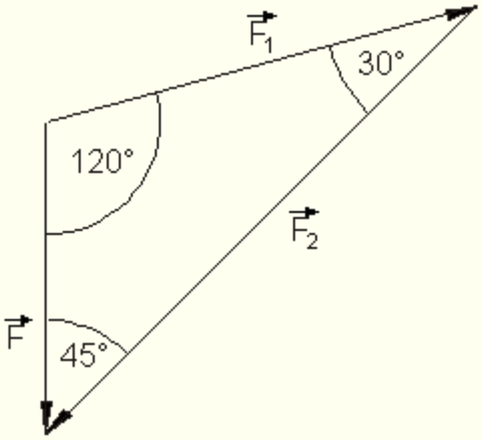
$$|\vec{F}| = F = 18\,kN$$

$$\alpha = 45^0 \quad \beta = 30^0$$

$$\gamma = 180^0 - \alpha - \beta$$

$$= 180^0 - 45^0 - 30^0 = 105^0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



شمیرل د ارزښتونو سره کیږي

$$\frac{F}{\sin(30^0)} = \frac{F_1}{\sin(45^0)} \Leftrightarrow F_1 = \frac{F}{\sin(30^0)} \cdot \sin(45^0) = \frac{18\,kN}{\sin(30^0)} \cdot \sin(45^0) \approx 25{,}456\,kN$$

$$\frac{F}{\sin(30^0)} = \frac{F_2}{\sin(105^0)} \Leftrightarrow F_2 = \frac{F}{\sin(30^0)} \cdot \sin(105^0) = \frac{18\,kN}{\sin(30^0)} \cdot \sin(105^0) \approx 34{,}773\,kN$$

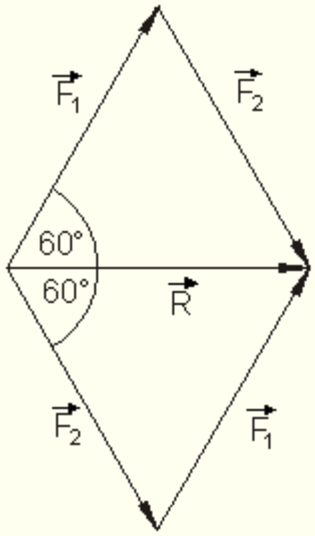
متِه s1 د $\left|\vec{F_1}\right| = F_1 \approx 25{,}456\,kN$ سره په راکښلو په کار راځي

متِه s2 د $\left|\vec{F_2}\right| = F_2 \approx 34{,}773\,kN$ سره سر فشار په کار راځي

په متِه s_1 باندې د راکښلو زور او په متِه s2 باندې د فشار زور باريږي.

دريم: که جمعه يا نتيجه همغه ارزښت ولري، لکه دواړه، په يوه ټکي بريد کوونکي قوه، نو بايد وکتور د درېګوډی يا مثلث هر يو کودج 60^0 درجې دي.
په غبرګ اړخيز د دواړو وکتورونو ترمنځ کونج 120^0 دی. په يوه ټکي بريد کوونکي برابر لوي قوې يو له بل سره يو د 120^0 درجو کونج جوړوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



ځلورم:

$\vec{R} = \vec{F_1} + \vec{F_2} \quad \measuredangle(\vec{F_1}, \vec{F_2})$ ist $\alpha = 50^0$

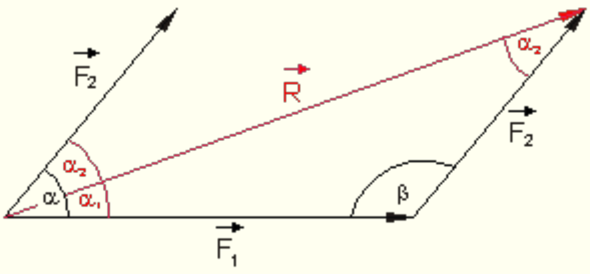
$\beta = 180^0 - 50^0 = 130^0$

د کوساین جملې له مخې باور لري:

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos(\beta)}$$

$$= \sqrt{(60^2 + 40^2 - 2 \cdot 60 \cdot 40 \cdot \cos(130^0))N^2}$$

$$\approx 91{,}024N$$



د کوساین جملې له مخه باور لري

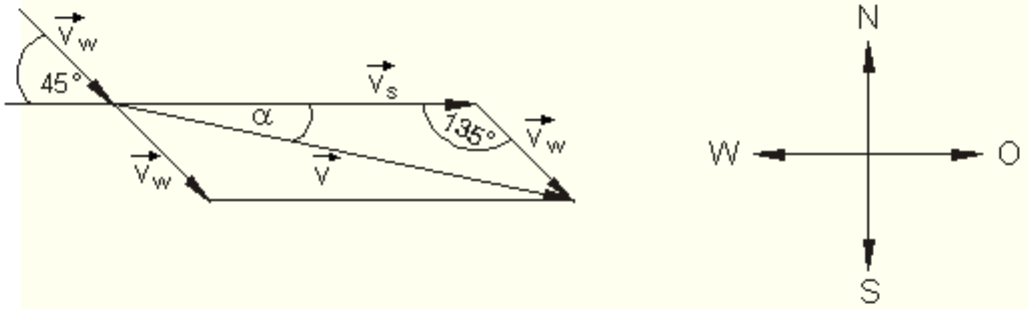
(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{R}{F_2}=\frac{\sin(\beta)}{\sin(\alpha_1)}\Leftrightarrow\sin(\alpha_1)=\frac{F_2}{R}\cdot\sin(\beta)$$

$$\sin(\alpha_1)=\frac{40}{91{,}024}\cdot\sin(130^0)\approx0{,}337$$

$$\Rightarrow\alpha_1=\arcsin(0{,}337)\approx\underline{19{,}672^0}$$

له R او F_1 رابند کون دی.
دا چي α_1 او α_2 ځانونه $\alpha=50^0$ کونج ته پوره کوي،نو د R او F2 ترمنځ کونج به شي.
پنځم:یو رسم تناسب روښانه کوي.



د کیشتئ د وتونکونج ارزښت د v_S سره په نخښه کیږي، د اوبو د جریان چټکتیا د v_W سره. تري راوتلی یا نتیجه چټکتیا د v سره. دا ترځنګ بوړبوړکۍ د اسمان لور ښایي.
له $\vec{v}_s$ او $\vec{v}_w$ رابند کونج130° دی. دv لپاره د کوساین جملي سره باور لري:

$$v=\sqrt{v_s^2+v_w^2-2v_s\cdot v_w\cdot\cos(135^0)}=\sqrt{657-432\cdot\cos(135^0)}\approx\sqrt{962{,}476}\approx\underline{\underline{31{,}024}}$$

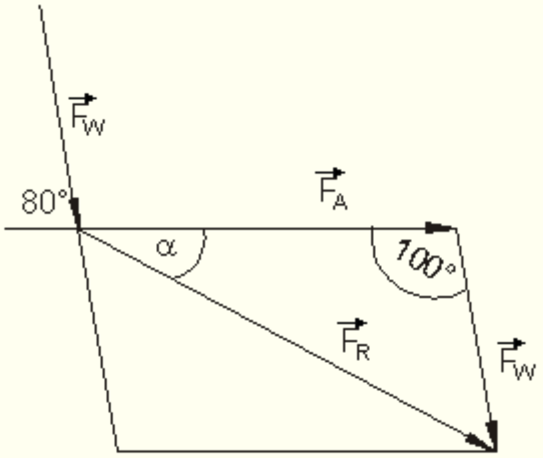
د ساین له جملي سره لاس ته راځي:

$$\frac{v_w}{\sin(\alpha)}=\frac{v}{\sin(135^0)}\Leftrightarrow\sin(\alpha)=\frac{v_w\cdot\sin(135^0)}{v}\approx0{,}205$$

$$\Rightarrow\alpha=\arcsin\left(\frac{v_w\cdot\sin(135^0)}{v}\right)\approx\underline{\underline{11{,}837^0}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د سمندر په سر د کیشتۍ چټتیا ,31,024 Knoten غوټي ده، دا نږدې 57,456 km/h کیږي. په جنوبي لور د لار یا د تګ په څنګیدنه نږدې 11,837 درجې په نخښه کیږي.
شپږم: یو رسم اړیکي سره روښان کوي



د الوتکي د ټیلوهلو زور ارزښت د F_A سره په نخښه کوو، دا د باد زور د F_W سره. تري لاس ته راغلی زور دې F_R وي.

د $\vec{F}_A$ او $\vec{F}_w$ څخه رابند کونج $100°$ دی.
د F_R لپاره د کوساین جملې په مرسته باور لري:

$$F_R = \sqrt{F_A^2 + F_w^2 - 2 \cdot F_A \cdot F_w \cdot \cos\left(100^0\right)} = \sqrt{136 - 120 \cdot \cos\left(100^0\right)} \approx$$

$$\approx \sqrt{156{,}838} \approx 12{,}523$$

د ساین د جملې سره لاس ته راځي:

$$\frac{F_w}{\sin(\alpha)} = \frac{F_R}{\sin\left(100^0\right)} \Leftrightarrow \sin(\alpha) = \frac{F_w \cdot \sin\left(100^0\right)}{F_R} \approx 0{,}472$$

$$\Rightarrow \alpha = \arcsin\left(\frac{F_w \cdot \sin\left(100^0\right)}{F_R}\right) \approx \underline{\underline{28{,}153^0}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په ټولیزه توګه یا ټولټال په الوتکه د 12,523 kN زور پرېوزي یا اغیز لري. د دې لپاره چې موخه ځای ته ورسیږو، باید یو د$28,153^0$ کونج لاندې د د باد په لور د الوتکې خط السیر یا تګلار وساتل شي.

د S -ضرب او یوونوکتور یا واحدوکتور

د یوه وکتور ضرب د یوه سکالار سره

د 4a بنې الجبري ترم په دې معنا دی:.$4a = a + a + a + a$

د $\frac{3}{4}a$ لاندې سرې په ورته توګه $\frac{3}{4}$ د a پوهیږي.

دا لیکندول، د خپلې معنا سره، کیدی شي سرې د وکتورشمیرنې لپاره هم ترې ونیسي.

د $4\vec{a} = \vec{a} + \vec{a} + \vec{a} + \vec{a}$ لاندې سرې یو وکتور پوهیږي د $\vec{a}$ د لور او لوریزوالي سر او ۴ واره یا ځله د $\vec{a}$ داوږدوالي سره.

د $\frac{3}{4}\vec{a}$ لاندې یو وکتور پوهیږو د $\vec{a}$ د لور سره او 3/4 د $\vec{a}$ اوږدوالی سره.

پیژند(تعریف): kدې یو مثبت حقیقي عدد وي او $\vec{a}$ یووکتور .

د $k \cdot \vec{a} = k\vec{a}$ لاندې وکتور پوهیږو، چې همغه لور او اورینټیشن ولري، لکه $\vec{a}$ او k ځله دومره اوږد دی لکه $\vec{a}$ ،

پسې دې باور ولري: $0\vec{a} = \vec{0}$ (صفر وکتور)

او $-k\vec{a} = (-k)\vec{a} = -(k\vec{a})$ (د $k\vec{a}$ معکوس یا په څټ وکتور)

د یوه وکتور ضرب د یوه سکالار سره S -ضرب بلل کیږي.

د S -ضرب لپاره لاندې شمیرقوانین باور لري:

جمله: د هر k, k_1, k_2 عدد او $\vec{a}, \vec{b}$ وکتورونو لپاره باور لري:

اسوشیاتیو قانو	$k_1(k_2\vec{a}) = k_1 \cdot k_2\vec{a}$
لومړی دیستریبوتیو قانون	$(k_1 + k_2)\vec{a} = k_1\vec{a} + k_2\vec{a}$
دویم دیستریبوتیو قانون واحدقانون یا	$k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$
یوون قانون	$1\vec{a} = \vec{a}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

واحد وکتور(یوونوکتور)

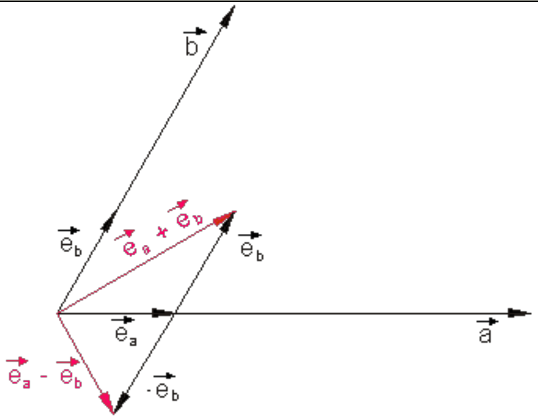
پیژند(تعریف)موږ دوه وکتورنه (یو بل سره) غبرګ (یا کولینیار **kollinear**)بولو، که یو له دواړو د دې بل ډېرواره یاڅوځله وي.

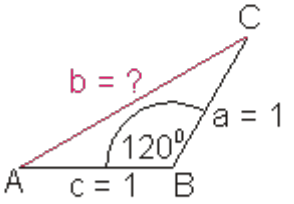
پیژند(تعریف):که د ټولو کولینیارو(غبرګو) وکتورونو انځوروني ته یو بنسټوکتو $\vec{a}$ د اوږدوالي ۱ سره(يعني $|\vec{a}| = 1$) وکاروو، نو سرې دا د وکتور $\vec{a}$ په لور واحدوکتور یا یوون وکتور $\overrightarrow{e_a}$ بولي.

د وکتور اوږدوالی د وکتور اوږدوالی هم بلل کیږي.

ټول وکتورونه د اوږدوالي ۱ سره واحد وکتورونه(یوونوکتورونه) بلل کیږي.

هر یو خوښه وکتور کیدی شي د یوه واحد یا یوونوکتور د څو ځله په حیث انحور کړی شي.





بیلګه ۱ : لاندې وکتورونه ورکړ شوي

$\vec{a} = 4\overrightarrow{e_a}$ او

$\vec{b} = 3\overrightarrow{e_b}$; $\sphericalangle(\vec{a},\vec{b}) = 60^0$

وکتورونه $\vec{a}$ او $\vec{b}$

او همداسې $\overrightarrow{e_a} + \overrightarrow{e_b}$

رسم کړئ $\overrightarrow{e_a} - \overrightarrow{e_b}$

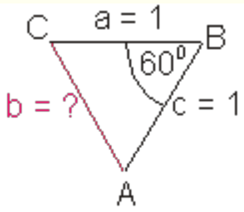
او وشمیرئ $|\overrightarrow{e_a} + \overrightarrow{e_b}|$ او

همداشې $|\overrightarrow{e_a} - \overrightarrow{e_b}|$

د اړخ یا ضلعې b شمیرنه د کوساین جملې سره کیږي.

$b = |\overrightarrow{e_a} + \overrightarrow{e_b}|$

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$b = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ac \cdot \cos(\beta)}$$
$$b = \sqrt{1^2 + 1^2 - 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \cos(120^0)}$$
$$b = \sqrt{1 + 1 - 2 \cdot (-0{,}5)} = \sqrt{3} \approx 1{,}734$$
$$\Rightarrow \left|\vec{e_a} + \vec{e_b}\right| = \sqrt{3} \approx 1{,}734$$

د اړخ b شمیرنه د کوساین جملې سره کیدی شي.

$$b = \left|\vec{e_a} - \vec{e_b}\right|$$

$$b = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ac \cdot \cos(\beta)}$$
$$b = \sqrt{1^2 + 1^2 - 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \cos(60^0)}$$
$$b = \sqrt{1 + 1 - 2 \cdot 0{,}5} = \sqrt{1} = 1$$
$$\Rightarrow \left|\vec{e_a} - \vec{e_b}\right| = \sqrt{1} = 1$$

وکتور فضا

یوه وکتور فضا یا کرښیزه فضایو الجبري جوړښت دی، چې توکي يې وکتورونه بلل کيږي. دا کیدی شي د کیدی شي سره جمعه شي یا د عددونو(سکالار) سره ضرب شي. نتیجه یې بيرته د همغي وکتور فضا وکتور دی.

په یوه حقیقي وکتور فضا V کې، دا یو هه داسې ده، چې په هغې کې سکالار حقیقي عدد دی، لاندې قوانین باور لري:

وکتور فضا:

د هر عدد $\{k; k_1; k_2\} \in \mathbb{R}$ لپاره او د وکتور په حیث هر $\{\vec{a}; \vec{b}; \vec{c}\} \in V$ لپاره باور لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اسوشیاتیو قانون	$\left(\vec{a}+\vec{b}\right)+\vec{c}=\vec{a}+\left(\vec{b}+\vec{c}\right)$
په v د صفر توکی یا بي اغیزه یا بې پلوه توکی	$\vec{a}+\vec{0}=\vec{a}$
په v کې نسبت جمعي ته په ښت یا معکوس توکی	$\vec{a}+\left(-\vec{a}\right)=\vec{0}$
بدلیدونکی یا کموتاتیو قانون	$\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$
د ضرب اسوشیاتیو قانون	$k_1\left(k_2\vec{a}\right)=k_1\cdot k_2\vec{a}$
د سکالار د جمعي دیستریبوتیو قانون	$\left(k_1+k_2\right)\vec{a}=k_1\vec{a}+k_2\vec{a}$
د وکتورونو د جمعي دیستریبوتیو قانون	$k\left(\vec{a}+\vec{b}\right)=k\vec{a}+k\vec{b}$
واحدقانون یا یوون قانون	$1\vec{a}=\vec{a}$

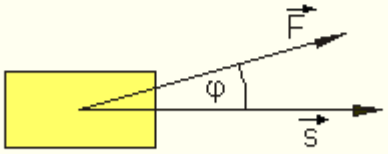
پورته تعریف په حقیقي ومتور فضا رابند یا محدود دی، ځکه چئ په لاندي فقط د داسي جوړختونو سره کار کیږي.

سکالار ضرب

د سکالار ضرب تعریف(پیژند):

د فزیکي موخه د کار تعریف د دوه وکتورونو ترمنځ یوه تړنه(نښلونه، عملیه) ده، چي نتیجه يي یو حقیقي عدد دی.

$$W=\vec{F}\cdot\vec{s}=\left|\vec{F}\right|\cdot\left|\vec{s}\right|\cdot\cos(\varphi)$$



پیژند(تعریف):

د دوه وکتورونو $\vec{a}$ او $\vec{b}$ سکالار ضرب $\vec{a}\cdot\vec{b}$ شمیرل کي ، چي د دواړو و کتورونو سکالار له د وي ښخه رابند کونج یا زاویي د کوساین سره ضر ب شي:

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=\left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|\cdot\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)$$

په پام کي ولره: د دوه وکتورونو سکارضرب صفر کیږي، که لږ تر لږه له دې دواړو وکتورونو یو صفر وي، یا دواړه وکتورونه یو پر بل ولاړ یا عمود وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

که $\vec{a}=\vec{0}$ یا $\vec{b}=\vec{0}$ او یا $\vec{a}\perp\vec{b}$. وي.

ځکه چې له $\vec{a}\perp\vec{b}$ لرو $\cos(\vec{a},\vec{b})=0$ دا په دې معناچې $\sphericalangle(\vec{a},\vec{b})=90^0$ یا $\sphericalangle(\vec{a},\vec{b})=270^0$

د دوه برابرو وکتورونو سکالار ضرب لپاره لرو یا لاس ته راځي:

$\vec{a}\cdot\vec{a}=|\vec{a}|\cdot|\vec{a}|\cdot\cos(0^0)=a\cdot a\cdot 1=a^2$ (Bemerkung: $|\vec{a}|=a$)

د سکالار ضرب په مرستهکیدی شي د یوه وکتور ارزښت انځور شي.

د یوه وکتور ارزښت(مطلق ارزښت): $a=|\vec{a}|=\sqrt{\vec{a}\cdot\vec{a}}$

د سکالار ضرب لپاره شمیر قوانین.

جمله:

د ټولو $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ او $k\in\mathbb{R}$ لپاره باور لري:

بدلید قانون $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a}$

اسوسیاتیو قانون $(k\vec{a})\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot(k\vec{b})=k(\vec{a}\cdot\vec{b})$

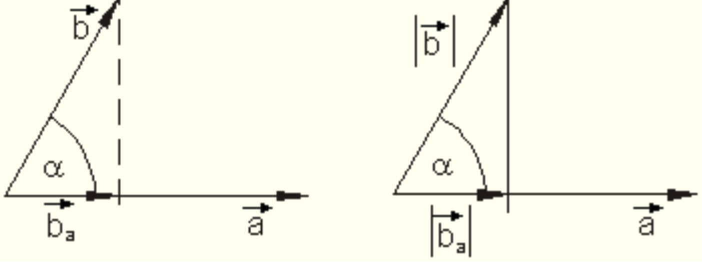
$\vec{a}\cdot(\vec{b}+\vec{c})=\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{a}\cdot\vec{c}$

دیستریبوتیو قانون

بیلګه ۱ :

دوه وکتورونه $\vec{a}$. او $\vec{b}$ ورکړ شوي دی، چې مختلف لورې لري.

غوښتونی د وکتور $\vec{b}$ پریسوتون(پریوتل) دي په وکتور $\vec{a}$. باندې، همداسې د $\vec{b}$ وکتور کمپوننت د $\vec{a}$ وکتور په لور یعنې وکتور $\vec{b_a}$.



(c) ketabton.com: The Digital Library

باور لري $\overrightarrow{b_a} = \left|\overrightarrow{b_a}\right| \cdot \overrightarrow{e_a}$ ، چيرته چئ $\overrightarrow{e_a}$ د $\vec{a}$ واحد يا يوونوکتور دی. دی

$$\overrightarrow{e_a} = \frac{\vec{a}}{\left|\vec{a}\right|}$$

.

$$\Rightarrow \overrightarrow{b_a} = \left|\overrightarrow{b_a}\right| \cdot \frac{\vec{a}}{\left|\vec{a}\right|} \qquad (1)$$

د $\vec{a}$ او $\vec{b}$ د سکالار ضرب لپاره باور لري:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \left|\vec{a}\right| \cdot \left|\vec{b}\right| \cdot \cos(\alpha) \qquad (2)$$

$$\cos(\alpha) = \frac{\left|\overrightarrow{b_a}\right|}{\left|\vec{b}\right|} \Leftrightarrow \left|\overrightarrow{b_a}\right| = \left|\vec{b}\right| \cdot \cos(\alpha)$$

پسې د کوساين لپاره باور ري:

په (۲) کې کيږدئ:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \left|\vec{a}\right| \cdot \left|\overrightarrow{b_a}\right| \qquad (3)$$

وکتور $\overrightarrow{b_a}$ د وکتور $\vec{b}$ پرېوستون (پروجکشن) په وکتور $\vec{a}$ دی.

دا چې دواړه همغه لور لري، نو د $\vec{a}$ او $\vec{b}$ دسکالار ضرب لپاره باور لري:

$$\vec{a} \cdot \overrightarrow{b_a} = \left|\vec{a}\right| \cdot \left|\overrightarrow{b_a}\right| \cdot \cos(0^0) = \left|\vec{a}\right| \cdot \left|\overrightarrow{b_a}\right| \qquad (4)$$

له دې سره د (۳) او (۴) څخه لاس ته راځي:

$$\left.\begin{array}{l} \left|\vec{a}\right| \cdot \left|\overrightarrow{b_a}\right| = \vec{a} \cdot \vec{b} \\ \left|\vec{a}\right| \cdot \left|\overrightarrow{b_a}\right| = \vec{a} \cdot \overrightarrow{b_a} \end{array}\right. \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \overrightarrow{b_a}$$

د $\vec{a}$ او $\vec{b}$ دبدلون لپاره همداسې $\vec{a} \cdot \vec{b} = \overrightarrow{a_b} \cdot \vec{b}$ باور لري.

پسې له (۳) څخه لاس ته راځي: $\left|\overrightarrow{b_a}\right| = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\left|\vec{a}\right|}$ په (۱) د اينسولو سره راکوي:

$$\overrightarrow{b_a} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\left|\vec{a}\right|} \cdot \frac{\vec{a}}{\left|\vec{a}\right|} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\left|\vec{a}\right|^2} \cdot \vec{a} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{a^2} \cdot \vec{a}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د وکتورونوود بدلون سره راکوي: $\overrightarrow{b_a} = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a^2}\cdot\vec{a}$ همداسې $\overrightarrow{a_b} = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{b^2}\cdot\vec{b}$.

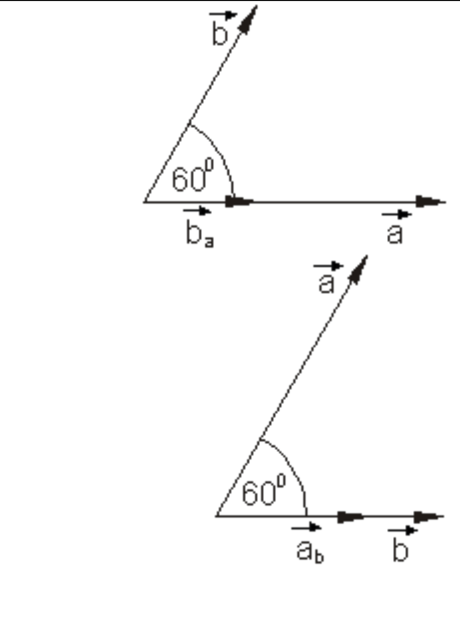
په تولیزه توګه کړی شو ووایو:
د دوه وکتورونو سکالار ضرب تغیر نه خوري، که سړی یو د بل وکتور د اوږدوالي کمپوننت پهځای کیږدي.

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = \vec{a}\cdot\overrightarrow{b_a} = \overrightarrow{a_b}\cdot\vec{b}$$

داچې د دوه وکتورونو وېش نه دی تعریف، کیدی کلهکله لاندې اړیکې مرسته وکړي.

$$\overrightarrow{b_a} = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a^2}\cdot\vec{a} \text{ bzw. } \overrightarrow{a_b} = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{b^2}\cdot\vec{b}$$

بیلګه ۲ :
دوه وکتورونه $\vec{a}$ او $\vec{b}$ او د ارزښت a=4LE (LE د سطحې واحدونه یا یوونونه)او b=3LE (LE د سطحې واحدونه یا یوونونه)سره یو د $60°$ کونج جوړوي.
$\overrightarrow{b_a}$ او $\overrightarrow{a_b}$ وشمیرئ. نتیجه یې انځوریز و ازمایئ.



$$\overrightarrow{b_a} = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a^2}\cdot\vec{a}$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos(60^0) = 4\cdot 3\cdot 0{,}5 = 6$$

$$a^2 = |\vec{a}|\cdot|\vec{a}| = 4\cdot 4 = 16$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{b_a} = \frac{6}{16}\cdot\vec{a} = \frac{3}{8}\cdot\vec{a}$$

$$\overrightarrow{a_b} = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{b^2}\cdot\vec{b}$$

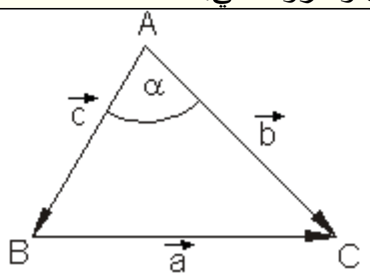
$$b^2 = |\vec{b}|\cdot|\vec{b}| = 3\cdot 3 = 9$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{a_b} = \frac{6}{9}\cdot\vec{b} = \frac{2}{3}\cdot\vec{b}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه۳:

د سطحې تریګونومتري (مثلثاتو) دکوساین جمله دې وکارول شي.



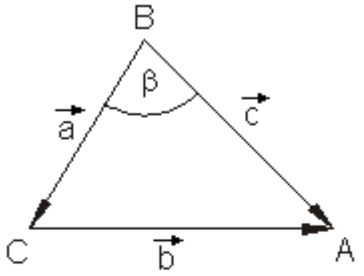
$$\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}\,|\;+\vec{b}-\vec{c}$$

$$\Leftrightarrow \vec{a}=\vec{b}-\vec{c} \text{ quadrieren}$$

$$\Rightarrow a^2=\vec{a}\cdot\vec{a}=\left(\vec{b}-\vec{c}\right)^2=b^2-2\vec{b}\cdot\vec{c}+c^2$$

$$=b^2+c^2-2\vec{b}\cdot\vec{c}$$

$$=b^2+c^2-2bc\cdot\cos(\alpha)$$



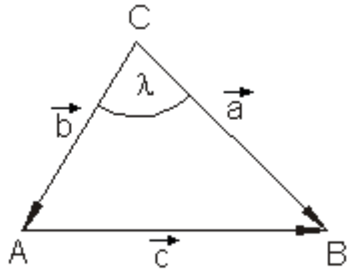
$$\vec{b}-\vec{c}+\vec{a}=\vec{0}\,|\;+\vec{c}-\vec{a}$$

$$\Leftrightarrow \vec{b}=\vec{c}-\vec{a} \text{ quadrieren}$$

$$\Rightarrow b^2=\vec{b}\cdot\vec{b}=\left(\vec{c}-\vec{a}\right)^2=c^2-2\vec{a}\cdot\vec{c}+a^2$$

$$=a^2+c^2-2\vec{a}\cdot\vec{c}$$

$$=a^2+c^2-2ac\cdot\cos(\beta)$$



$$\vec{c}-\vec{a}+\vec{b}=\vec{0}\,|\;+\vec{a}-\vec{b}$$

$$\Leftrightarrow \vec{c}=\vec{a}-\vec{b} \text{ quadrieren}$$

$$\Rightarrow c^2=\vec{c}\cdot\vec{c}=\left(\vec{a}-\vec{b}\right)^2=a^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+b^2$$

$$=a^2+b^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}$$

$$=a^2+b^2-2ab\cdot\cos(\gamma)$$

د یوه ولاړګوډیز یا قایم الزاویه مثلث(دریګوډي) ځانګړنوالي:

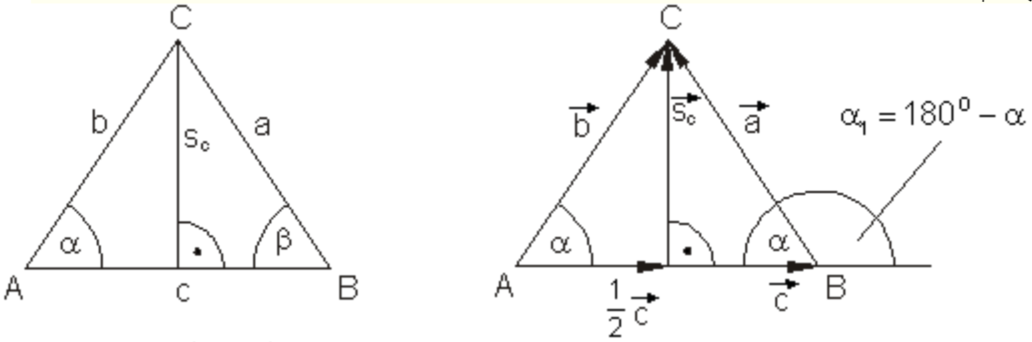
(c) ketabton.com: The Digital Library

دا چې یو په بل ولاړو یا قایم وکتورونو سکالار ضرب صفر دی، سړی د پورته جملې لپاره د پیتاګوراس(فیثاغورث) جمله لاس ته راوړي.

$c^2 = a^2 + b^2$

بیلګه ۴

وښایئ چې د یوه برابر اړخیز یا مساوی الاضلاع مثلث اړخنیمئ(نا صف الاضلاع) پهدې نیغه ولاړه یاقایمه ده.



$a = b$ und $\alpha = \beta$

$\left|\vec{a}\right| = \left|\vec{b}\right| \triangleq a = b \text{ und } \cos\left(180^0 - \alpha\right) = -\cos(\alpha)$

وکتور مساوات یا برابرون:

$$\vec{c} + \vec{a} - \vec{b} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{c} = \vec{b} - \vec{a} \qquad (1)$$

$$\frac{1}{2}\vec{c} + \vec{a} - \overrightarrow{s_c} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{s_c} = \frac{1}{2}\vec{c} + \vec{a} \qquad (2)$$

د (۱) سره کیږي $\overrightarrow{s_c} = \frac{1}{2}\left(\vec{b} - \vec{a}\right) + \vec{a} = \frac{1}{2}\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a} + \vec{a} = \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{a} = \frac{1}{2}\left(\vec{a} + \vec{b}\right)$

د دې لپاره وښایو چې $\overrightarrow{s_c} \perp \vec{c}$ دی، باید باور ولري: $\overrightarrow{s_c} \cdot \vec{c} = 0$

$$\overrightarrow{s_c} \cdot \vec{c} = \frac{1}{2}\left(\vec{a} + \vec{b}\right) \cdot \vec{c} = \frac{1}{2}\vec{a} \cdot \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b} \cdot \vec{c} = \frac{1}{2}ac \cdot \cos\left(180^0 - \alpha\right) + \frac{1}{2}bc \cdot \cos(\alpha)$$

د $b = a$ او $\cos\left(180^0 - \alpha\right) = -\cos(\alpha)$ سره دی:

$$\overrightarrow{s_c} \cdot \vec{c} = -\frac{1}{2}ac \cdot \cos(\alpha) + \frac{1}{2}ac \cdot \cos(\alpha) = 0 \Rightarrow \overrightarrow{s_c} \perp \vec{c}$$

څه چې د ښوولووو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اوکلید یا اقلیدس وکتورفضا

د اویکلید وکتورفضا پیژند(تعریف):
که د یوه حقیقي کتور فضا پرته الجبري جوړښت، لکه په لاندې توګه

د هر عدد $\{k; k_1; k_2\} \in \mathbb{R}$ لپاره او د وکتور په حیث هر $\{\vec{a}; \vec{b}; \vec{c}\} \in V$ لپاره باور لري.

اسوشیاتیو قانون	$(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})$
په V د صفر توکی یا بیاغیزه یا بې پلوه توکی	$\vec{a}+\vec{0}=\vec{a}$
په V کي نسبت جمعي ته په څټ یا معکوس توکی	$\vec{a}+(-\vec{a})=\vec{0}$
بدلیدونکی ا کموتاتیو قانون	$\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$
د ضرب اسوشیاتیو قانون	$k_1(k_2\vec{a})=k_1\cdot k_2\vec{a}$
د سکالار د جمعي دیستریبوتیو قانون	$(k_1+k_2)\vec{a}=k_1\vec{a}+k_2\vec{a}$
د وکتورونو د جمعي دیستریبوتیو قانون	$k(\vec{a}+\vec{b})=k\vec{a}+k\vec{b}$
واحدقانون یا یوون قانون	$1\vec{a}=\vec{a}$

لاندې قوانین هم باور ولري
د هر عدد $\{k; a\} \in \mathbb{R}$ او $\{\vec{a}; \vec{b}; \vec{c}\} \in V$ دوکتور په حیث لپاره باور لري:

د سکالار ضرب بدلید قانون	$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a}$
د سکالار ضرب دیستریبوتیو قانون	$\vec{a}\cdot(\vec{b}+\vec{c})=\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{a}\cdot\vec{c}$
ګډوله اسوشایاتیو قانون	$(k\vec{a})\cdot\vec{b}=k(\vec{a}\cdot\vec{b})$
د وکتور (مطلق) ارزښت	$\vec{a}\cdot\vec{a}=\vec{a}^2=\|a\|^2=a^2$

نو سړی د اویکلید یا اقلیدس فضا څخه غږیږي یا دا د اقلیدس فضا بولو.

یادونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

یوه وکتور ته نسبت سکالار ضرب ته معکوس یا په ځت توکی نه شته. دا په دې معنا، چې سړی د وکتور سره وېشنه نه شي کولی.
د وکتورونو نسبت سکالار ضرب ته نا پیلی توکی نه شته، حکه چې نتیجه یو حقیقي عدد دی او وکتور نه دی.

وکتوري ضرب

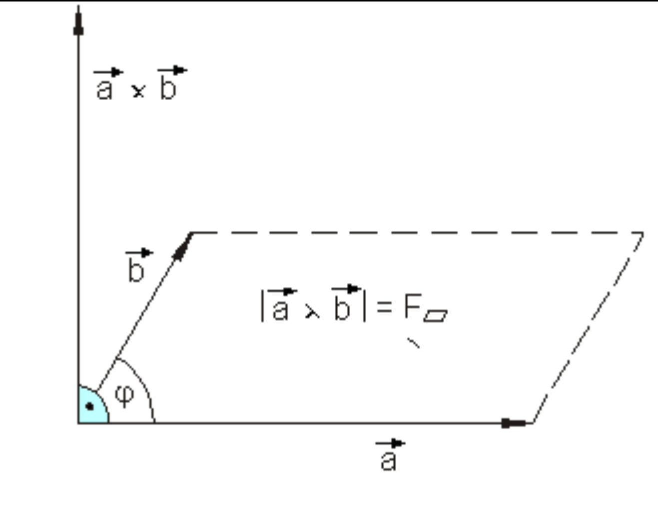
د وکتوري ضرب پیژند یا تعریف:
که یو هوکتور د یوه عدد سره ضرب شي، نو نتیجه بیرته یو وکتور دی. د ضرب دا ډول S –ضرب بلل کیږي.
که یو وکتور د یوه وکتور سره ضرب شي، نو نتیجه یې یو عدد دی، داسې په نامه سکالار بډول ضرب.
برسیره له دې د وکتورونو ضربډول شته، د کومو سره چې ضرب بیرته وکتور دیول وکتور ضرب یا وکتوري ضرب بلل کیږي، کله کله اتیران ضرب یا صلیبي ضرب(زه صلیبيي ضرب ته اتیران ضرب وایم اتران د لوبو هغه ځیره ده، چې دوه کربښې سره په کې پریکوي).
پخوا له دې چې موږ د دې ضرب ځانونه په کار اچوو یا مشغولوو، باید روښانه شي، چې دا ډول ضرب څنګه تعریف دی.

پیژند(تعریف):
د دوه وکتورونو $\vec{a}$ او $\vec{b}$ د ضرب لاندې یو وکتور $\vec{a}\times\vec{b}$ پوهیږو، چې د لاندې خویونو سره خویز کرکتري شوی دی:
لومړی: $\vec{a}\times\vec{b}$ په $\vec{a}$ او $\vec{b}$ نیغ ولاړ دی یعنې قایم دی.
دویم: $\vec{b}$ ، $\vec{a}$ او $\vec{a}\times\vec{b}$ په دې ترتیب یو ښی سیستم جوړوي.
دریم: $\left|\vec{a}\times\vec{b}\right| = \left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|\cdot\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)$ چیرته چې $0 \le \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{b}\right) \le \pi.$
له پورته تعریف څخه سیده لرو:
د ده وکتورونو وکتوري ضرب ارزښت صفر لري، که لږ تر لږه له دواړو وکتورونو یو صفر وکتور وي یا دواړه وکتورونه غبرګ یا موازي وي.
معکوس یا په ځت هم باور لري:
که د دوه وکتورونو ضرب له کومو، چې یو یې هم صفروکتور نه وي، نو دا غبرګ دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تعریف د دریم شرط څخه لاس ته راځي، چې هلته خپل لوي ارزښت لري، که له هغوی رابند کونج 90 درجې وي.

ترڅنګ ولاړه څیره دې وکتوري ضرب ګرافيکي روښانه کړي.
$\vec{a}\times\vec{b}$ يو وکتوري ضرب دی، کوم چې په $\vec{a}$ او $\vec{b}$ نيغ ولاړ يا قايم دی، داسې چې: $\vec{a}$ ، $\vec{b}$ او $\vec{a}\times\vec{b}$ يو ښي سيستم جوړوي.



د دې ارزښت له دې دواړو وکتورونو غزيدلې غبرګ اړخيز يا موازی الاضلاع سطحې خونديونه ده.

ښی سيستم په دې معنا دی:
که لومړی وکتور د ساعت څرخوني(لړمک ورته وايي که څنګه؟) په موخه د دويم وکتور په لور وڅرخيږي، نو دا دريم داسې څرخي لکه يو پيچي ميخ په ښئ اوړېدني سره د مخ لور ته.
د وکتوري ضر بونو لپاره ښی سيستم.

جمله :
د هر $\{k\}\in\mathbb{R}$ عدد او $\{\vec{a};\vec{b};\vec{c}\}\in V^3$ د وکتور په حيث لپاره باور لري:

التر ناتيو قانون $\vec{a}\times\vec{b}=-(\vec{b}\times\vec{a})$

ديستريبوتيو قانون $\vec{a}\times(\vec{b}+\vec{c})=\vec{a}\times\vec{b}+\vec{a}\times\vec{c}$

ګډوله اسوځياتيو قانون $(k\vec{a})\times\vec{b}=k(\vec{a}\times\vec{b})$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې شمير قانون لپاره د استعمال لپاره جمله:

بيلگه۱:

وشميرئ: $\left(\vec{u}+\vec{v}\right)\times\left(\vec{u}+\vec{v}\right)$

حل يا اوبي:

$$\left(\vec{u}+\vec{v}\right)\times\left(\vec{u}+\vec{v}\right)=\vec{u}\times\vec{u}+\vec{u}\times\vec{v}+\vec{v}\times\vec{u}+\vec{v}\times\vec{v}$$

$$=\vec{0}-\left(\vec{v}\times\vec{u}\right)+\left(\vec{v}\times\vec{u}\right)+\vec{0}=\underline{\underline{\vec{0}}}$$

د دې لپاره وکارول شو $\vec{u}\times\vec{u}=\vec{v}\times\vec{v}=\vec{0}$ او $\vec{u}\times\vec{v}=-\left(\vec{v}\times\vec{u}\right)$.

بيلگه ۲ : ددوه وکتورونو ترمنځ کونج فورمال وشميرئ

وشميرئ: $\tan\left(\vec{a},\vec{b}\right)$

حل:

$$\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|=a\cdot b\cdot\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)\Leftrightarrow\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{a\cdot b}$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=a\cdot b\cdot\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)\Leftrightarrow\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a\cdot b}$$

$$\tan\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\frac{\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)}{\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)}=\frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{a\cdot b}:\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a\cdot b}=\frac{a\cdot b\cdot\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{a\cdot b\cdot\vec{a}\cdot\vec{b}}=\underline{\underline{\frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{\vec{a}\cdot\vec{b}}}}$$

بيلگه ۳ :

ددوه وکتورونو ترمنځ کونج فورمال وشميرئ

وشميرئ: $\tan\left(\vec{a},\vec{b}\right)$

حل يا اوبي:

$$\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|=a\cdot b\cdot\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)\Leftrightarrow\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{a\cdot b}$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=a\cdot b\cdot\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)\Leftrightarrow\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a\cdot b}$$

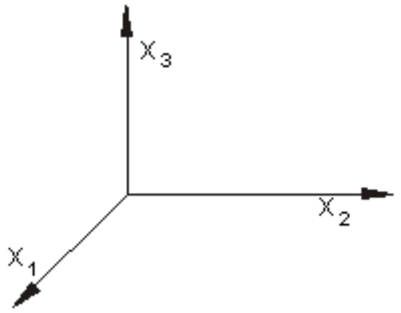
(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\tan(\vec{a},\vec{b}) = \frac{\sin(\vec{a},\vec{b})}{\cos(\vec{a},\vec{b})} = \frac{|\vec{a}\times\vec{b}|}{a\cdot b} : \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a\cdot b} = \frac{a\cdot b\cdot|\vec{a}\times\vec{b}|}{a\cdot b\cdot\vec{a}\cdot\vec{b}} = \frac{|\vec{a}\times\vec{b}|}{\vec{a}\cdot\vec{b}}$$

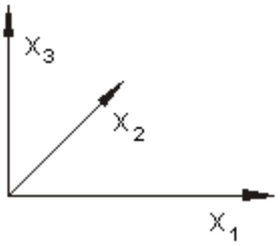
د وکتورونو برخ انځورونه(کمپوننتي انځورونه)

د وکتورونو برخ انځورونه(کمپوننتي انځورونه)
شمیرنه کې تر اوسه تنها یا ځانله د برخلرونکو وکتورونو یو بل ته ترتیب یا نظم لور لوباوه. د دې سره د وکتورونو فضایي ځای غوره نه وو.

دا پای لاس ته راوړنې ته اجازه ورکوي، چې وکتورشمیرنه د کواوردینات- یا پروتولاړسیستم څخه خپلواک دی. د ټاکلو پرابلمونو لپاره دابیاهم ډېر ګټور دی، که سرې د وکتور انځورونې لپاره یو پروتولاړ-یا کواوردینات سیستم په بنسټ کې کینولی شي یا ولري.
د پسې شمیرنو لپاره کارتیزي پروتولاړ- یا کارتیزي کواوردینات سیستم پهبنسټ کې اینولکیږي. دا درې یو په بل ولاړ یا قایم محورونه دي، چې په ترتیب د x_1, x_2 او x_3 سره په نخښه کیږي.
یادونه: د x_1, x_2 او x_3 لپاره یا پرځای کیدی شي دا د x, y او y محورونه هم وبلل شي، مګر د n بعدي یا n پراخیدوني وکتورونو لپاره به دا انځورونه په کمه کچه مناسب وي.
د کارتیزي کواوردیناتسیستم لپاره لاندې دوه انځورونې، لکه په عمل کې چې ډېر کار ترې اخستل کیږي.



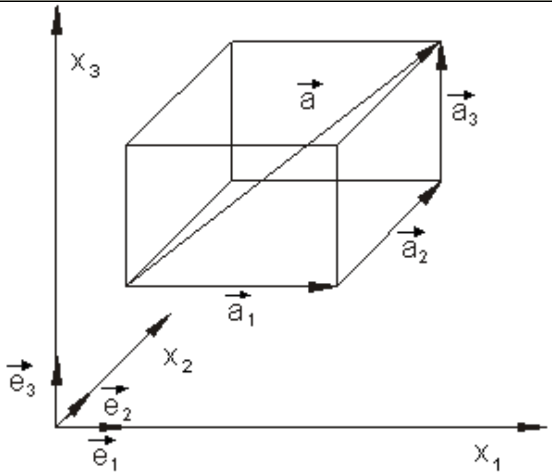
د x_2او x_3 محورونه په رسمسطحه



د x_1 اوx_3 محورونه په رسمسطحه کې پرتې دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثبت x_2محور د شالور ته ښايي	کې پراته دي. مثبت x_1 محوردمخ لور ته ښايي.

 	وکتور $\vec{a}$ په یوه فضايي کارتيزي کواودیناتسیتم کې ا نځوريږي. دا د کواوردیناتونو محور کمپوننتونو سره غبرګ توټه کیږي. $\vec{a}=\vec{a}_1+\vec{a}_2+\vec{a}_3$ هره د دې درې کواوردیناتونو کیدی شي ځان د همغه اړونده واحد وکتور ځو ځله انځور کړي: $\vec{a}=a_1\vec{e}_1+a_2\vec{e}_2+a_3\vec{e}_3$ درې سکالار a_1 , a_2 او a_3 هغه چې د کواوردینات په لور د وکتورونو اوږدوالی ورکوي، د وکتور کواوردینات په نوم بلل کيږي.

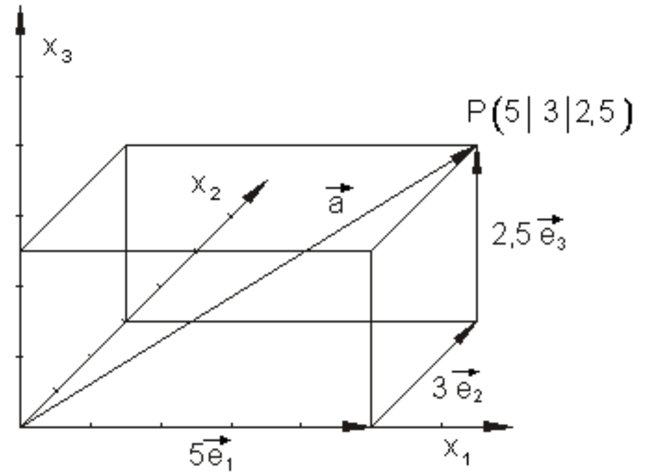
بیلګه ۱

وکتور $\vec{a}=5\vec{e}_1+3\vec{e}_2+2,5\vec{e}_3$

دې په فضايي کارتيزي کواوردیناتسیستمکې رسم شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره چې وکتورونه انځور کړای شو، د هغه پیل ټکی په د کواوردینات په پیل ټکي کې ایښول کیږي.وکتور بیا له یوه کمپوننت څخه د وکتور جمعي قا نون له مخې سره یوځای کیږي. په دې بیلګه کې دا رسم شوی وکتور د P په ټکي کې پای مومي، چې کواوردیناتونه P(5| 3 |2 ,5) یې لري



بیلګه ښایي:

هغه وکتور، چې په درې بعدي- یا پراخیدونې فضا کې له کواوردینات پیل څخه راوځي، هلته په یوه ټکي کې پای مومي. همداسې هر ټکي په درې بعدې فضا کې د خپلو کواوردیناتونو له لارې یواځنی ټاکلی، دا کیدی شي د وکتورونو له لارې هم پیښه شي، چې د کواوردینات له پیله مو دې ټکي ته لارښودوي یا بیایي. داسي وکتورونه سرې ځای وکتورونه بولي.

ځای وکتور $\vec{r} = 5\vec{e_1} + 3\vec{e_2} + 2{,}5\vec{e_3}$ په ټکي $P(5|3|2{,}5)$ کې پای کیږي

ټولیز باور لري: $\vec{r} = x_1\vec{e_1} + x_2\vec{e_2} + x_3\vec{e_3}$ په ټکي $P(x_1|x_2|x_3)$ کې پیا کیږي.

دا چې په درې بعدي فضا کې د وکتور لویوالی او لور د کواوردینات د ورکړې سره یواځنی ټاکلی دی، سړی کړی شي د وکتور په لیکلو کې د واحدوکتور په ور کړه

(c) ketabton.com: The Digital Library

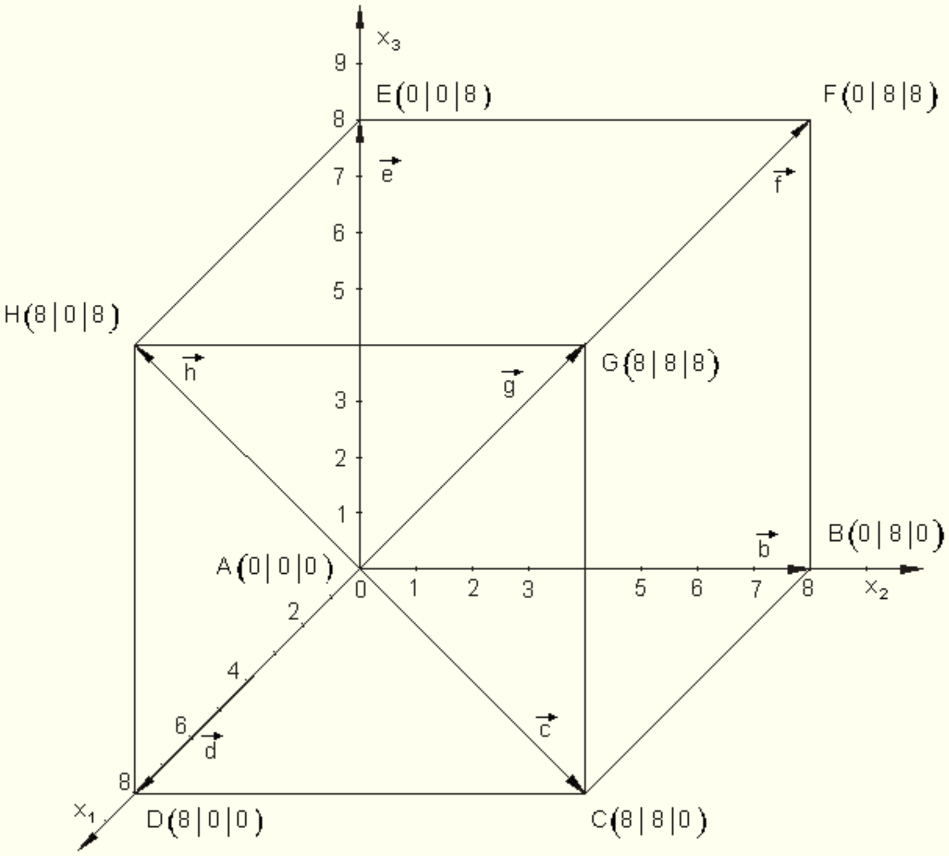
صرف نظر وکړي. یو وکتور کیدی د دې نیونو یافرضیو لاندې ځان د درځ یا متې متریکی په توګه همم ولیکي.

د کمپوننت انځورونه او کواوردینات انځورونه دوه مختلفي مګر برابر ارزښته لیکندولونه دي. یو وکتور چې ټکي P ته مو بیایي، لکه چې ترې لاس ته راځي ا نځوریږي: $\vec{r} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ په $P(x_1 \| x_2 \| x_3)$ تنظیم دی.	الماني له کیڼ ښي لورته: کمپوننتونو انځورونه، کواوردیناتونو انځورونه $\underbrace{\vec{a} = a_1\overrightarrow{e_1} + a_2\overrightarrow{e_2} + a_3\overrightarrow{e_3}}_{\text{Komponentendarstellung}} \Leftrightarrow \underbrace{\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}}_{\text{Koordinatendarstellung}}$ ځانګړی: $\vec{a} = 5\overrightarrow{e_1} + 3\overrightarrow{e_2} + 2{,}5\overrightarrow{e_3} \Leftrightarrow \vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 2{,}5 \end{pmatrix}$

په پام کې ونیول شي، چې ځایوکتور، ې له ټرلو وکتورونو په حیث د کواوردینات یا پروتولاړ سیستم له سرچینې څخه یوه ټکي ته لارښودوي یا بیایي، هغو ازادو وکتورونو سره، چې په یوه فضا کې غبرګ راکښل کیږي بدل نه شي.

بیلګه ۲
یو سترګی یا مکعب دې د ۸ سطحې واحدونو یا یوونونو سره داسې په یوه کارتیزي (دیسکارتي) کواوردیناتسیستم کې ر سم شي، چې یو ګوډ یا کونج یې د کواوردینات په سرچینه کې پروت وي. د دې مکعب(سترګی، چې موږ ورته دانه وایو) ټولو ګوډونو یا کونجونو کې دې ځایوکتورونه وکښل شي. ځایوکتورونه دې په کواوردینات سیستم کې ورکړل شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



د ځایوکتورونو لپاره باور لري:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 8 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{d} = \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{e} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix} \quad \vec{f} = \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \\ 8 \end{pmatrix} \quad \vec{g} = \begin{pmatrix} 8 \\ 8 \\ 8 \end{pmatrix} \quad \vec{h} = \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix}$$

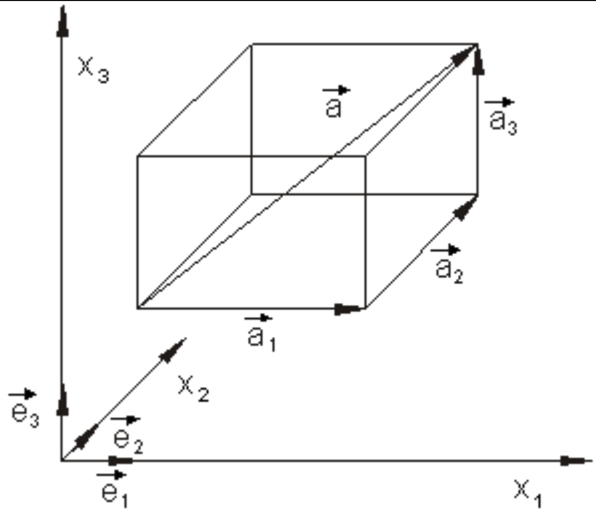
(c) ketabton.com: The Digital Library

دا پورته انځورونه له ډېرو ښخه يوه ده. دا مکعب يه لومړئ اتمه (1. Oktanten) کې پروت دی. يوه بله انځورونه کيدی شي په کوورديناتسيستم يا پروتولاړ سيستم کې صورت ونيسي(ځان جوړ کړي)، په کوم کې چې د x_1-محور د شا ته په لور ښايي. د هرګړډ-يا کونجټکو د په نخښه کوني ا و د دوي د ترتيبوني وروسته کيدی شي وکتورونه بل ډول نخښه ونه ونيول شي او هم نور کواورديناتونه ولري.

د وکتورونو ارزښت او لوريز کوسائين

ديوه وکتور ارزښت

د يوه وکتور ارزښت دې وشميرل شي، که دا په کمپننت ډوله يا کواوردينات ډوله ورکړ شوی وي



تر څنګ انځورونه را اخلو، نو پيژنوو چې وکتور

$$\vec{a} = \vec{a_1} + \vec{a_2} + \vec{a_3} =$$
$$= a_1\vec{e_1} + a_2\vec{e_2} + a_3\vec{e_3}$$

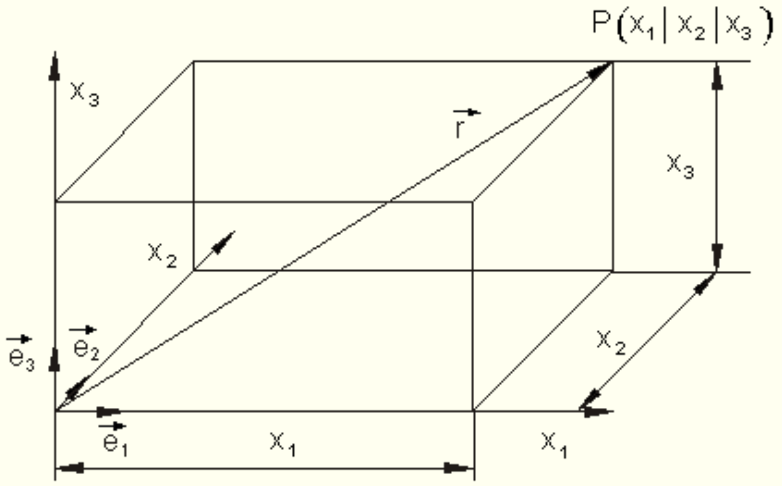
د يوه کوادر لوريزې فضا دوه کونترې(قطر) ده، چې د ژيو اوږدوالی يې $a_1, a_2,$ او a_3 دي.

دوکتور ارزښت له دې امله د فضا دوه کونترې سره سر خوري. د پيتاګوراس له جملې سره سم د وکتور د ارزښت لپاره لاس ته راځي:

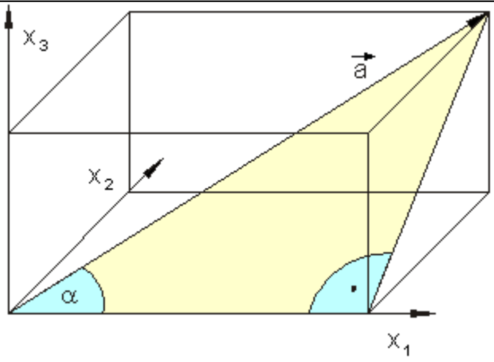
$$\vec{a} = a_1\vec{e_1} + a_2\vec{e_2} + a_3\vec{e_3}$$

$$\text{Betrag: } |\vec{a}| = a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



د یویه وکتور د لور کوساین(لنډ: لورکوساین)
په فضا کې د یوه په کمپوننتونو همداسې کواوردیناتونو بڼه ورکړشوي وکتور د لور ټاکنه ښايي، چې سرې کونج کاروي يا استعمالوي، کوم چې دا وکتور يې د يوون-يا واحد وکتور سره جوړوي.

	کونج، چې د فضا دوه کونجتړې (قطر که وتر؟)همداسې د دوه کونجتړې يا قطروکتور يې د x_1 محور سره او له دې سره د واحدوکتور سره هم جوړوي، په يوه درېګوډي يامثلث کې پروت دی، کوم چې د فضا قطر (دوه کوجتړې)،د کوادر د ښي اړخ سطحه لکه څنګه د قطر يا دوه کونجتړې وکتور x_1کمپوننتونه يا اجزاوې يې چې جوړيدی شي. $\cos(\alpha) = \frac{a_1}{\lvert\vec{a}\rvert} = \frac{x_1}{\lvert\vec{a}\rvert}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ورته نخښوني د نورو دواړو کونجونو لپاره هم لاس ته راوړو، داسي چي سړی لیکلی شي:

$$\cos(\alpha)=\frac{a_1}{|\vec{a}|}=\frac{x_1}{|\vec{a}|},\qquad \cos(\beta)=\frac{a_2}{|\vec{a}|}=\frac{x_2}{|\vec{a}|},\qquad \cos(\gamma)=\frac{a_3}{|\vec{a}|}=\frac{x_3}{|\vec{a}|}$$

د درې کونجونو د کوساین د تابع ارزښت د وکتور د لورکوساین بلل کیږي.

د لور کوساین دجمعې لپاره باور لري:

$$\cos^2(\alpha)+\cos^2(\beta)+\cos^2(\gamma)=1$$

داپهدې معنا: د لور کوساین مربع جمعه(څلورئ زیاتون) تل ۱ دی.

دا اړوندوالی کیدی شي د یوې ساده شمیرني له لارئ وښوول شي:

$$\cos^2(\alpha)+\cos^2(\beta)+\cos^2(\gamma)=\frac{a_1^2}{|\vec{a}|^2}+\frac{a_2^2}{|\vec{a}|^2}+\frac{a_3^2}{|\vec{a}|^2}$$
$$=\frac{a_1^2+a_2^2+a_3^2}{|\vec{a}|^2}$$

د $|\vec{a}|^2=\left(\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}\right)^2=a_1^2+a_2^2+a_3^2$ سره ترې لرو

$$=\frac{a_1^2+a_2^2+a_3^2}{a_1^2+a_2^2+a_3^2}=1$$

له $\cos(\alpha)=\frac{a_1}{|\vec{a}|},\qquad \cos(\beta)=\frac{a_2}{|\vec{a}|},\qquad \cos(\gamma)=\frac{a_3}{|\vec{a}|}$ څخه

(c) ketabton.com: The Digital Library

د وکتور $\vec{a}$ کواوردینات لپاره لاس ته راځي:

$$a_1 = \left|\vec{a}\right|\cos(\alpha), \qquad a_2 = \left|\vec{a}\right|\cos(\beta), \qquad a_3 = \left|\vec{a}\right|\cos(\gamma)$$

اوس له دې سره شونی دی چې یو وکتور د هغه د ټاکونکو لویو ارزښت او لور سره ولیکو:

$$\vec{a} = a_1\overrightarrow{e_1} + a_2\overrightarrow{e_2} + a_3\overrightarrow{e_3} = \left|\vec{a}\right|\cos(\alpha)\overrightarrow{e_1} + \left|\vec{a}\right|\cos(\beta)\overrightarrow{e_2} + \left|\vec{a}\right|\cos(\gamma)\overrightarrow{e_3}$$

$\left|\vec{a}\right|$ له نوکنو راوځي او دواړه اړخونه په $\left|\vec{a}\right|$ باندې وېشل کیږي

$$\Rightarrow \vec{a} = \left|\vec{a}\right|\left(\cos(\alpha)\overrightarrow{e_1} + \cos(\beta)\overrightarrow{e_2} + \cos(\gamma)\overrightarrow{e_3}\right) \,|: \left|\vec{a}\right|$$

$$\Leftrightarrow \frac{\vec{a}}{\left|\vec{a}\right|} = \overrightarrow{a_e} = \cos(\alpha)\overrightarrow{e_1} + \cos(\beta)\overrightarrow{e_2} + \cos(\gamma)\overrightarrow{e_3} = \begin{pmatrix}\cos(\alpha)\\ \cos(\beta)\\ \cos(\gamma)\end{pmatrix}$$

په پام ولره: د یوه واحدوکتور کواوردیناتونه د هغه د لور کوساین دی

$$\overrightarrow{a_e} = \cos(\alpha)\overrightarrow{e_1} + \cos(\beta)\overrightarrow{e_2} + \cos(\gamma)\overrightarrow{e_3} = \begin{pmatrix}\cos(\alpha)\\ \cos(\beta)\\ \cos(\gamma)\end{pmatrix} \text{ mit } \left|\overrightarrow{a_e}\right| = 1$$

د شمیرنې بیلګې

بیلګه ۱ :

د لاندې وکتورونو لپاره دې ارزښتونه اد لورکوساین وشمیرل شي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف-
$$\vec{a} = 4\overrightarrow{e_1} + 3\overrightarrow{e_2} + 2\overrightarrow{e_3} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

ب –

$$\vec{b} = 2\overrightarrow{e_1} - 3\overrightarrow{e_2} - 1\overrightarrow{e_3} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

نتیجي له لسمیز(عشاریه) څخه وروسته د درې ځایونو په تیکوالي سره ورکړئ.

حل: لومړی-

(مطلق) ارزښت:

$$|\vec{a}| = a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$$
$$= \sqrt{4^2 + 3^2 + 2^2}$$
$$= \sqrt{16 + 9 + 4}$$
$$= \sqrt{29} \approx 5{,}385$$

لورکوساین:

$$\cos(\alpha) = \frac{a_1}{|\vec{a}|} = \frac{a_1}{a} = \frac{4}{\sqrt{29}} \approx 0{,}743 \Rightarrow \alpha \approx 42{,}031^0$$
$$\cos(\beta) = \frac{a_2}{|\vec{a}|} = \frac{a_2}{a} = \frac{3}{\sqrt{29}} \approx 0{,}557 \Rightarrow \beta \approx 56{,}145^0$$
$$\cos(\gamma) = \frac{a_3}{|\vec{a}|} = \frac{a_3}{a} = \frac{2}{\sqrt{29}} \approx 0{,}317 \Rightarrow \gamma \approx 68{,}199^0$$

وکتور د نږدې
5,385 LE

(LE د اوږدوالي
واحد)اوږدوالی لري

د ب حل:

(c) ketabton.com: The Digital Library

ارزښت: لورکوساين:

$$|\vec{b}| = b = \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2} = \sqrt{2^2 + (-3)^2 + (-1)^2} = \sqrt{4+9+1} = \sqrt{14} \approx 3,742$$

$$\cos(\alpha) = \frac{b_1}{|\vec{b}|} = \frac{b_1}{b} = \frac{2}{\sqrt{14}} \approx 0,535 \Rightarrow \alpha \approx 57,688^0$$

$$\cos(\beta) = \frac{b_2}{|b|} = \frac{b_2}{b} = \frac{-3}{\sqrt{14}} \approx -0,802 \Rightarrow \beta \approx 143,301^0$$

$$\cos(\gamma) = \frac{b_3}{|\vec{b}|} = \frac{b_3}{b} = \frac{-1}{\sqrt{14}} \approx -0,267 \Rightarrow \gamma \approx 105,501^0$$

وکتور د نږدې 3,742
LE

(LE د اوږدوالي
واحد)اوږدوالی

لري

يادونه: که د يوه کونج کوساين کميز يا منفي وي، نو د کونج ارزښتونه د 90^0 او 180^0 ترمنځ پراته دي.

بيلګه ۲: د ځا ی وکتور، چې اوږدوا لی يې ۲ دی، غواړو پيد کړو، چې د x_1 محور سره 60^0کونج، دx_2 محور سره 135^0 کونج جوړوي او د x_3 محور سره يو تيره کونج (حاده زاويه؟؟) جوړوي.

حل: ځا وکتور $\vec{r}$ د اوږدوالي 2 په دې معنا دی، چې $|\vec{r}| = 2$

$$\alpha = 60^0 \Rightarrow \cos(\alpha) = \cos(60^0) = \frac{1}{2}, \quad \beta = 135^0 \Rightarrow \cos(\beta) = \cos(135^0) =$$

$$) = -\frac{1}{2}\sqrt{2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\cos^2(\alpha)+\cos^2(\beta)+\cos^2(\gamma)=1 \Leftrightarrow \cos(\gamma)=\pm\sqrt{1-\cos^2(\alpha)-\cos^2(\beta)}$$

$$\Leftrightarrow \cos(\gamma)=\pm\sqrt{1-\left(\frac{1}{2}\right)^2-\left(-\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)^2}=\pm\sqrt{1-\frac{1}{4}-\frac{1}{2}}=\pm\sqrt{\frac{1}{4}}=\pm\frac{1}{2}$$

دا چې γ دې تیره کونج وي ، باور لري: $\cos(\gamma)=\frac{1}{2}\Rightarrow\gamma=60^0$

یوونوکتور یا واحد وکتور دی: $\overrightarrow{e_r}=\cos(\alpha)\overrightarrow{e_1}+\cos(\beta)\overrightarrow{e_2}+\cos(\gamma)\overrightarrow{e_3}$

$$=\cos(60^0)\overrightarrow{e_1}+\cos(135^0)\overrightarrow{e_2}+\cos(60^0)\overrightarrow{e_3}=\frac{1}{2}\overrightarrow{e_1}-\frac{1}{2}\sqrt{2}\overrightarrow{e_2}+\frac{1}{2}\overrightarrow{e_3}$$

او دا وکتور پخپله: $\vec{r}=|\vec{r}|\overrightarrow{e_r}=2\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{e_1}-\frac{1}{2}\sqrt{2}\overrightarrow{e_2}+\frac{1}{2}\overrightarrow{e_3}\right)$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{\vec{r}=\overrightarrow{e_1}-\sqrt{2}\overrightarrow{e_2}+\overrightarrow{e_3}}}$$

تولګه:

د وکتورونو لپاره شمیرقوانین په کواوردیناتي انځورونو کې.

وکتورونه سره زیاتیږي یا جمعه کیږي همداسې کمیږي یا منفي کیږي، که اړونده کمپوننتونه سره جمعه یا سره منفي شي.

$$\vec{a}=a_1\overrightarrow{e_1}+a_2\overrightarrow{e_2}+a_3\overrightarrow{e_3}=\begin{pmatrix}a_1\\a_2\\a_3\end{pmatrix},\ \vec{b}=b_1\overrightarrow{e_1}+b_2\overrightarrow{e_2}+b_3\overrightarrow{e_3}=\begin{pmatrix}b_1\\b_2\\b_3\end{pmatrix}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\vec{a} \pm \vec{b} = (a_1 \pm b_1)\overrightarrow{e_1} + (a_2 \pm b_2)\overrightarrow{e_2} + (a_3 \pm b_3)\overrightarrow{e_3} = \begin{pmatrix} a_1 \pm b_1 \\ a_2 \pm b_2 \\ a_3 \pm b_3 \end{pmatrix}$$

د یوه وکتور ضرب د یوه سکالار سره

د یوه وکتور ضرب د یوه سکالار سره، د وکتور ټو ل کمپوننتونه د سکالار سره ضربیږي.

$$\vec{a} = a_1\overrightarrow{e_1} + a_2\overrightarrow{e_2} + a_3\overrightarrow{e_3} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow u\cdot\vec{a} = ua_1\overrightarrow{e_1} + ua_2\overrightarrow{e_2} + ua_3\overrightarrow{e_3} = u\cdot\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u\cdot a_1 \\ u\cdot a_2 \\ u\cdot a_3 \end{pmatrix}$$

بیلګه

درې وکتورونه ورکړ شوي دي:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

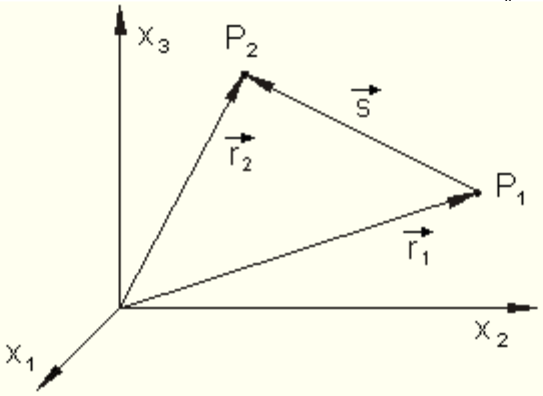
لاندې وکتور وشمیرئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\vec{d} = \overrightarrow{3a} - \overrightarrow{2b} + \overrightarrow{4c}$$

$$\vec{d} = 3\cdot\begin{pmatrix}3\\2\\1\end{pmatrix} - 2\cdot\begin{pmatrix}4\\-1\\3\end{pmatrix} + 4\cdot\begin{pmatrix}-1\\2\\4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}9\\6\\3\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}8\\-2\\6\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}-4\\8\\16\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}9-8-4\\6+2+8\\3-6+16\end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix}-3\\16\\13\end{pmatrix}}}$$

بيلگه: په دوه پراخيدوني- يا بعدي فضا کې دې د دوه ټکو P_1 او P_2 واټن وټاکل شي.



ټکو ته د ځای وکتورونه دي:

$$P_1(x_{11} \mid x_{12} \mid x_{13}) \Rightarrow r_1 = \begin{pmatrix}x_{11}\\x_{12}\\x_{13}\end{pmatrix}$$

$$P_2(x_{21} \mid x_{22} \mid x_{23}) \Rightarrow r_2 = \begin{pmatrix}x_{21}\\x_{22}\\x_{23}\end{pmatrix}$$

د دواړو ټکو ترون وکتور دې s وي.

$$\vec{r_1} + \vec{s} = \vec{r_2} \mid -\vec{r_1} \Leftrightarrow \vec{s} = \vec{r_2} - \vec{r_1} = \begin{pmatrix}x_{21}-x_{11}\\x_{22}-x_{12}\\x_{23}-x_{13}\end{pmatrix}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دواړو ټکو ترنوکتور ارزښت یو د بل څخهواټن یه ګوته کوي او دا په درې بعدي (درې پراخیدوني) فضا کې.

$$\text{Wegen } |\vec{a}| = a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \text{ gilt:}$$

$$|\vec{s}| = s = \sqrt{(x_{21} - x_{11})^2 + (x_{22} - x_{12})^2 + (x_{23} - x_{13})^2} = \overline{P_1P_2}$$

یادونه: د کواوردیناتو په ایندکس یا پیژندنخښهباندې x_{ij} سمبالولو سره دا لومړی ایندکی د ټکي P_i لپاره ولاړ دی او دویم ایندکس د کواوردینات محور لپاره

سکالار ضرب

دوه لاندې وکتورونه دې ورکړ شویوي

$$\vec{a} = a_1\overrightarrow{e_1} + a_2\overrightarrow{e_2} + a_3\overrightarrow{e_3} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$$ او $$\vec{b} = b_1\overrightarrow{e_1} + b_2\overrightarrow{e_2} + b_3\overrightarrow{e_3} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$$

دا یو د بل سره فورما ضربیږي:

$$\begin{aligned}\vec{a}\cdot\vec{b} &= \left(a_1\overrightarrow{e_1} + a_2\overrightarrow{e_2} + a_3\overrightarrow{e_3}\right)\cdot\left(b_1\overrightarrow{e_1} + b_2\overrightarrow{e_2} + b_3\overrightarrow{e_3}\right) \\ &= a_1b_1\overrightarrow{e_1}\cdot\overrightarrow{e_1} + a_1b_2\overrightarrow{e_1}\cdot\overrightarrow{e_2} + a_1b_3\overrightarrow{e_1}\cdot\overrightarrow{e_3} \\ &+ a_2b_1\overrightarrow{e_2}\cdot\overrightarrow{e_1} + a_2b_2\overrightarrow{e_2}\cdot\overrightarrow{e_2} + a_2b_3\overrightarrow{e_2}\cdot\overrightarrow{e_3} \\ &+ a_3b_1\overrightarrow{e_3}\cdot\overrightarrow{e_1} + a_3b_2\overrightarrow{e_3}\cdot\overrightarrow{e_2} + a_3b_3\overrightarrow{e_3}\cdot\overrightarrow{e_3}\end{aligned}$$

په پام کې دې وي، چې د دوه یو په بل عمود ولاړو وکتورونو سکالار ضرب صفر دی او د یوه یوون-یا واحد وکتور تربع ۱ دی،پورته ولاړه وینا ډېره ساده کوي.

$$\overrightarrow{e_1}\cdot\overrightarrow{e_2} = \left|\overrightarrow{e_1}\right|\cdot\left|\overrightarrow{e_2}\right|\cdot\cos\left(\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2}\right) = 1\cdot 1\cdot\cos\left(90^0\right) = 1\cdot 1\cdot 0 = 0 \text{ da } \overrightarrow{e_1} \perp \overrightarrow{e_2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\overrightarrow{e_1}\cdot\overrightarrow{e_2} = \overrightarrow{e_2}\cdot\overrightarrow{e_1} = 0 \quad \overrightarrow{e_1}\cdot\overrightarrow{e_3} = \overrightarrow{e_3}\cdot\overrightarrow{e_1} = 0 \quad \overrightarrow{e_2}\cdot\overrightarrow{e_3} = \overrightarrow{e_3}\cdot\overrightarrow{e_2} = 0}$$

$$\overrightarrow{e_1}\cdot\overrightarrow{e_1} = \left|\overrightarrow{e_1}\right|\cdot\left|\overrightarrow{e_1}\right|\cdot\cos\left(\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_1}\right) = 1\cdot 1\cdot\cos\left(0^0\right) = 1\cdot 1\cdot 1 = 1 \text{ da } \overrightarrow{e_1} \text{ parallel zu } \overrightarrow{e_1}$$

$$\Rightarrow \boxed{\overrightarrow{e_1}\cdot\overrightarrow{e_1} = 1 \quad \overrightarrow{e_2}\cdot\overrightarrow{e_2} = 1 \quad \overrightarrow{e_3}\cdot\overrightarrow{e_3} = 1}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

------ --

له دې سره کيږي:

$$\boxed{\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3}$$

سکالار ضرب هم کیدی شي ددرځ- یا مټې یا ستن - یا ولاړ وکتورونو سره سرته ورسول شي.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \left(a_1 \mid a_2 \mid a_3\right)^T \quad \text{او} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \left(a_1 \mid a_2 \mid a_3\right)^T \cdot \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

بیلګه۱ :

دواړه وکتورونه یو د بل سره کوم کونج جوړوي؟

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}) \Leftrightarrow \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (3 \mid -2 \mid 1)^T \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} = 12 + 2 + 3 = 17$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\left|\vec{a}\right| = \sqrt{\vec{a}\cdot\vec{a}} = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} = \sqrt{9+4+1} = \sqrt{14} \approx 3{,}742$$

$$\left|\vec{b}\right| = \sqrt{\vec{b}\cdot\vec{b}} = \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2} = \sqrt{16+1+9} = \sqrt{26} \approx 5{,}099$$

$$\cos(\alpha) = \cos\left(\vec{a},\vec{b}\right) = \frac{17}{\sqrt{14}\cdot\sqrt{26}} \approx 0{,}891 \Rightarrow \underline{\underline{\alpha \approx 26{,}996^0}}$$

وکتوري ضرب

لکه د سکالار ضرب لومړی فورمال ضر بيږي. له د ې وروسته ساده کيږي. د دې لپاره دي د سليب يا ا ټيران ضرب قوانين بيا وکتل شي.

باور لري:

$\vec{a}\times\vec{b}$ په $\vec{a}$ او $\vec{b}$ او $\vec{a}\times\vec{b} = -\left(\vec{b}\times\vec{a}\right)$ نيغ ولاړ يا قايم دی

$\vec{a},\vec{b}$ او $\vec{a}\times\vec{b}$ په دې لړئ پرلپسې يو ښی سيسيتم

$\left|\vec{a}\times\vec{b}\right| = \left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|\cdot\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)$ چيرته چې $0 \le \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{b}\right) \le \pi.$ دی

د کارتيزي کواوردیناتسيستم وکتورونو لپاره په ځانګړې توګه باور ري:

$$|e_1 \times e_1| = |e_1|\cdot|e_1|\cdot\sin(e_1, e_1) = 1\cdot 1\cdot\sin\left(0^0\right) = 1\cdot 1\cdot 0 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\overrightarrow{e_1}\times\overrightarrow{e_1} = \vec{0} \qquad \overrightarrow{e_2}\times\overrightarrow{e_2} = \vec{0} \qquad \overrightarrow{e_3}\times\overrightarrow{e_3} = \vec{0}}$$

$$|e_1 \times e_2| = |e_1|\cdot|e_2|\cdot\sin(e_1, e_2) = 1\cdot 1\cdot\sin\left(90^0\right) = 1\cdot 1\cdot 1 = 1$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{e_1}\times\overrightarrow{e_2} = \overrightarrow{e_3}$$

دا چې $\overrightarrow{e_1} \perp \overrightarrow{e_3}$ او $\overrightarrow{e_2}$ (يعنې $\overrightarrow{e_3}$ په $\overrightarrow{e_1}$ او $\overrightarrow{e_2}$ عمود يا ولاړ) دی اوو ارزښت ۱ لري.

لاندې اړيکې شتون لري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\begin{array}{|lll|}\overrightarrow{e_1}\times\overrightarrow{e_2}=\overrightarrow{e_3} & \overrightarrow{e_2}\times\overrightarrow{e_3}=\overrightarrow{e_1} & \overrightarrow{e_3}\times\overrightarrow{e_1}=\overrightarrow{e_2} \\ \overrightarrow{e_2}\times\overrightarrow{e_1}=-\overrightarrow{e_3} & \overrightarrow{e_3}\times\overrightarrow{e_2}=-\overrightarrow{e_1} & \overrightarrow{e_1}\times\overrightarrow{e_3}=-\overrightarrow{e_2}\end{array}$$

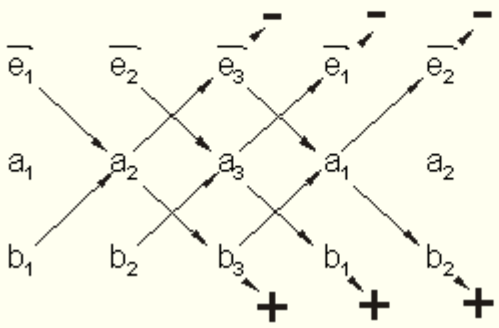
فورمال ضرب:

$$\begin{aligned}\vec{a}\times\vec{b} &= \left(a_1\overrightarrow{e_1}+a_2\overrightarrow{e_2}+a_3\overrightarrow{e_3}\right)\times\left(b_1\overrightarrow{e_1}+b_2\overrightarrow{e_2}+b_3\overrightarrow{e_3}\right) \\ &= a_1b_1\left(\overrightarrow{e_1}\times\overrightarrow{e_1}\right)+a_1b_2\left(\overrightarrow{e_1}\times\overrightarrow{e_2}\right)+a_1b_3\left(\overrightarrow{e_1}\times\overrightarrow{e_3}\right) \\ &+ a_2b_1\left(\overrightarrow{e_2}\times\overrightarrow{e_1}\right)+a_2b_2\left(\overrightarrow{e_2}\times\overrightarrow{e_2}\right)+a_2b_3\left(\overrightarrow{e_2}\times\overrightarrow{e_3}\right) \\ &+ a_3b_1\left(\overrightarrow{e_3}\times\overrightarrow{e_1}\right)+a_3b_2\left(\overrightarrow{e_3}\times\overrightarrow{e_2}\right)+a_3b_3\left(\overrightarrow{e_3}\times\overrightarrow{e_3}\right) \\ &= 0+a_1b_2\overrightarrow{e_3}-a_1b_3\overrightarrow{e_2}-a_2b_1\overrightarrow{e_3}+0+a_2b_3\overrightarrow{e_1}+a_3b_1\overrightarrow{e_2}-a_3b_2\overrightarrow{e_1}+0 \\ &= \underline{\underline{\left(a_2b_3-a_3b_2\right)\overrightarrow{e_1}+\left(a_3b_1-a_1b_3\right)\overrightarrow{e_2}+\left(a_1b_2-a_2b_1\right)\overrightarrow{e_3}}}\end{aligned}$$

د فرمول جوړول کيدی شي د درې لړئ بيزې ديترمينانت په څير انځور شي. دا کيدی شي د ساروس قا نون يا لار له مخې وشميرل شي داسې چې دا د شميرلو فرمول راکړي. د دې لپاره چې د ساروس قا نون وکاروو، بايد لومړئ او دويمه د ديترمينانتې درځونه يا متې يو بل پسې وليکل شي. بالاخره ټول قطرونه يا دوه کونجترې ترنې او دا درې واره له کينې پورته لور ښي کښته خوا ته، همداسې درې ځله له کينې کښته خوا ته ښي پورته خوا ته.دا ډول ضربونه د جمعې په ډول سره يوځای کيږي او په حقيقت کې داسې چې ضربونه له کينې کښته ښی پورته کميز يا منفي ګڼ يا شميرل کيږي.

$$\vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix}\overrightarrow{e_1} & \overrightarrow{e_2} & \overrightarrow{e_3} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3\end{vmatrix}\Rightarrow$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$= \overrightarrow{e_1} a_2 b_3 + \overrightarrow{e_2} a_3 b_1 + \overrightarrow{e_3} a_1 b_2 - b_1 a_2 \overrightarrow{e_3} - b_2 a_3 \overrightarrow{e_1} - b_3 a_1 \overrightarrow{e_2}$$

$$= (a_2 b_3 - a_3 b_2)\overrightarrow{e_1} + (a_3 b_1 - a_1 b_3)\overrightarrow{e_2} + (a_1 b_2 - a_2 b_1)\overrightarrow{e_3}$$

وکتورونه ورکړ شوي:

د دواړو وکتورونو وکتوري ضرب دې جوړ شي.

نتیجه دې د مناسب شمیرنې سره وازمایل شي.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

ازماېښت د سکالار ضرب سره سرته رسیدی شي.

د دواړو وکتورونو وکتور ضرب بیرته یووکتور دی، چې هغه هغې سطحې باندې، چې له دواړو و کتورونو غزېدلې عمود دی. د دې په تعقیب د دواړو وکتورونو سره د نتیجه وکتور سکالار ضرب ارزښت صفر ورکوي.

بیلګه: د یوه مثلث ګوډټکي یا د کونجونو ټکي A, B او C لاندې کواوردیناتونه لري

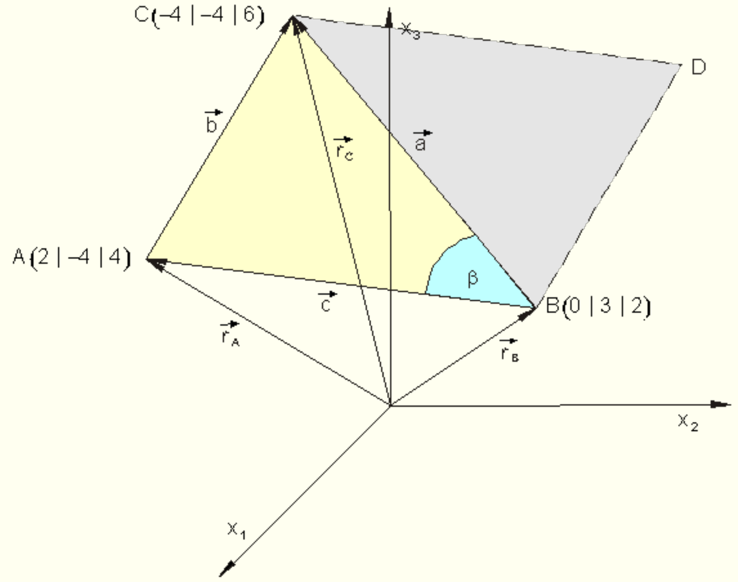
A(2 | -4 | 4); B(0 | 3 | 2) او C(-4 | -4 | 6). د مثلث سطحه دې وشمیرل شي.نتیجه دې د سطحې مثلثاتو یا درېګوډیکچ فرمول سره و ازمایل شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ترمخ پام:

يو رسم دې هندسي(ځمككچيز) ا نځور وښا يي.

د دوه وكتورونو وكتوري ضرب يا x ضرب يو وكتور دی، چې هغه له دې دواړو وكتورونو غزيذلي سطحې ته عمود يا ولاړ ځغلي او د هغې د سطحې خونديونه له دوي جوړ غبرگ اړخيز يا موازی الاضلاع ارزښت دي. د غبرگ اړخيز دوهكونجتړي يا كه غواړئ قطر دا په يو بل پټيونې مساوي برخو وېشي. له دې سره د درېكوډي سطحه د وكتورې ضرب ارزښت نيمايي سره برابره ده.



ځای اړوند وكتور او د درې گوډي يا مثلث اړخونو وكتورونه داسې لاس ته راځي:

$$\vec{r_A} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix} \qquad \vec{r_B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad \vec{r_C} = \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a}: \quad \vec{r_B} + \vec{a} = \vec{r_C} \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{r_C} - \vec{r_B} = \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4-0 \\ -4-3 \\ 6-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -7 \\ 4 \end{pmatrix}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\vec{b}: \quad \vec{r_A} + \vec{b} = \vec{r_C} \Leftrightarrow \vec{b} = \vec{r_C} - \vec{r_A} = \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4-2 \\ -4+4 \\ 6-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{c}: \quad \vec{r_B} + \vec{c} = \vec{r_A} \Leftrightarrow \vec{c} = \vec{r_A} - \vec{r_B} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-0 \\ -4-3 \\ 4-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -7 \\ 2 \end{pmatrix}$$

د دې رسم شوي غبرګ اړخيز(موازيالا ضلاع) سطحه د سکالار يا صليب يا اتيرن ضرب سره سړی لاس ته راوړي.

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{e_1} & \vec{e_2} & \vec{e_3} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} \vec{e_1} & \vec{e_2} & \vec{e_3} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} \begin{matrix} \vec{e_1} & \vec{e_2} \\ a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{matrix}$$

$$= (a_2 b_3 - a_3 b_2)\vec{e_1} + (a_3 b_1 - a_1 b_3)\vec{e_2} + (a_1 b_2 - a_2 b_1)\vec{e_3}$$

نورپسې باورور لري: $\left|\vec{a} \times \vec{b}\right| = \left|\vec{a}\right| \cdot \left|\vec{b}\right| \cdot \sin\left(\vec{a}, \vec{b}\right)$

$$\vec{a} \times \vec{c} = \begin{vmatrix} \vec{e_1} & \vec{e_2} & \vec{e_3} \\ -4 & -7 & 4 \\ 2 & -7 & 2 \end{vmatrix} \begin{matrix} \vec{e_1} & \vec{e_2} \\ -4 & -7 \\ 2 & -7 \end{matrix} = -14\vec{e_1} + 8\vec{e_2} + 28\vec{e_3} - \left(-14\vec{e_3} - 28\vec{e_1} - 8\vec{e_2}\right)$$

$$= -14\vec{e_1} + 8\vec{e_2} + 28\vec{e_3} + 14\vec{e_3} + 28\vec{e_1} + 8\vec{e_2}$$

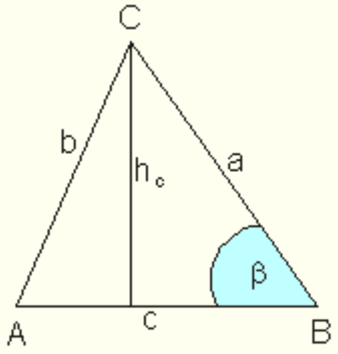
$$= 14\vec{e_1} + 16\vec{e_2} + 42\vec{e_3} = \begin{pmatrix} 14 \\ 16 \\ 42 \end{pmatrix}$$

$$\left|\vec{a} \times \vec{c}\right| = \sqrt{14^2 + 16^2 + 42^2} = \sqrt{2216} \approx 47{,}074$$

ددرې ګوډي يا مثلث سطحه: $A = \dfrac{\left|\vec{a} \times \vec{c}\right|}{2} = \dfrac{\sqrt{2216}}{2} \approx 23{,}537$

د نتيجې کنترول

(c) ketabton.com: The Digital Library



$A = \frac{c \cdot h_c}{2}$ د $c = |\vec{c}|$ او $a = |\vec{a}|$ سره.

h_c د β کونج د ساین سره شمیرل کیږي

$$\cos(\beta) = \frac{a \cdot c}{|\vec{a}| \cdot |\vec{c}|} \Rightarrow \beta = a\cos\left(\frac{a \cdot c}{|\vec{a}| \cdot |\vec{c}|}\right)$$

$$\sin(\beta) = \frac{h_c}{|\vec{a}|} \Leftrightarrow h_c = |\vec{a}| \cdot \sin(\beta) \Rightarrow A = \frac{|\vec{c}| \cdot |\vec{a}| \cdot \sin(\beta)}{2}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{16+49+16} = \sqrt{81} = 9 \qquad |\vec{c}| = \sqrt{4+49+4} = \sqrt{57}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{c} = (-4 \mid -7 \mid 4)^T \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -7 \\ 2 \end{pmatrix} = -8+49+8 = 49$$

$$\cos(\beta) = \frac{49}{9 \cdot \sqrt{57}} \approx 0{,}712 \Rightarrow \beta = a\cos\left(\frac{49}{9 \cdot \sqrt{57}}\right) \approx 43{,}852^0$$

$$\sin(\beta) = \sin\left(a\cos\left(\frac{49}{9 \cdot \sqrt{57}}\right)\right) \approx 0{,}693$$

$$\Rightarrow A = \frac{\sqrt{57} \cdot 9 \cdot \sin\left(a\cos\left(\frac{49}{9 \cdot \sqrt{57}}\right)\right)}{2} \approx \underline{\underline{23{,}537}}$$

ازماېښت لومړی شمیرنه تصدیقوي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټولګه:

د وکتورونو جمعه او تفریق(زیاتون او کمون):

$$\vec{a}\pm\vec{b}=(a_1\pm b_1)\overrightarrow{e_1}+(a_2\pm b_2)\overrightarrow{e_2}+(a_3\pm b_3)\overrightarrow{e_3}=\begin{pmatrix}a_1\pm b_1\\a_2\pm b_2\\a_3\pm b_3\end{pmatrix}$$

د یوه وکتور ضرب د یوه سکالار سره:

$$u\cdot\vec{a}=ua_1\overrightarrow{e_1}+ua_2\overrightarrow{e_2}+ua_3\overrightarrow{e_3}=u\cdot\begin{pmatrix}a_1\\a_2\\a_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u\cdot a_1\\u\cdot a_2\\u\cdot a_3\end{pmatrix}$$

سکالار ضرب:

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=(a_1\ |\ a_2\ |\ a_3)^T\cdot\begin{pmatrix}b_1\\b_2\\b_3\end{pmatrix}=a_1\cdot b_1+a_2\cdot b_2+a_3\cdot b_3$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos(\vec{a},\vec{b})\ \text{und}\ a=|\vec{a}|=\sqrt{\vec{a}\cdot\vec{a}}$$ نور پسې باور لري:

وکتوري ضرب:

$$\vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix}\overrightarrow{e_1}&\overrightarrow{e_2}&\overrightarrow{e_3}\\a_1&a_2&a_3\\b_1&b_2&b_3\end{vmatrix}\Rightarrow\begin{vmatrix}\overrightarrow{e_1}&\overrightarrow{e_2}&\overrightarrow{e_3}\\a_1&a_2&a_3\\b_1&b_2&b_3\end{vmatrix}\begin{matrix}\overrightarrow{e_1}&\overrightarrow{e_2}\\a_1&a_2\\b_1&b_2\end{matrix}$$

$$=(a_2b_3-a_3b_2)\overrightarrow{e_1}+(a_3b_1-a_1b_3)\overrightarrow{e_2}+(a_1b_2-a_2b_1)\overrightarrow{e_3}$$

$$|\vec{a}\times\vec{b}|=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\sin(\vec{a},\vec{b})$$ نور پسې باور لري:

وکتور ضرب:

د وکتوري ضرب پېژند(تعریف):

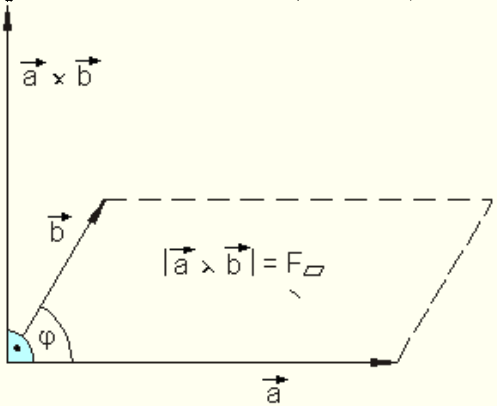
(c) ketabton.com: The Digital Library

که یو وکتور د یوه سکالار سره ضرب شیو نو نتیجه بیرته وکتور دی. دا ډول ضرب سرې د S - ضر ب بولي. که یو وکتور د یوه وکتور سره ضرب شي، نو نتیجه یې یو عدد دی، چې سکالار نومیږي. د وکتور دا ډول ضرب سکالار ضرب بلل کیږي.
په دې برسیره یو د ضرب ډول شتون لري، د کوم نتیجه چې بیرته یو وکتور دیږ د ضرب داډول وکتوري ضرب بلل کیږي،کله کله سلیبي یا اتیران ضرب بلل کیږي.

د مخه له دې چې موږ د دا ډول ضرب ډول سره مشغول کړو، لومړی دې روښانه شي،چې دا ډول ضرب څنګه تعریف شوی دی.
تعریف یا پیژند: د دوهوکتورونو $\vec{a}$ او $\vec{b}$ د ضرب لاندې سرې یو وکتور $\vec{a}\times\vec{b}$ $\vec{a}\times\vec{b}$ پوهیږي، کوم چې د لاندې شرایطو لاندې خوییز یا کرکتري شوی دی.

١ . $\vec{a}\times\vec{b}$ په $\vec{a}$ او $\vec{b}$ عمود یا سیخخ ولاړ دی.
٢ . $\vec{a},\vec{b}$ او $\vec{a}\times\vec{b}$ په دې لړئ پرلپسې. یو ښی سیستم جوړوي.
٣ . $\left|\vec{a}\times\vec{b}\right| = \left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|\cdot\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)$ چیرته چې $0 \le \measuredangle\left(\vec{a},\vec{b}\right) \le \pi$ دی.

په یاد ولره: د پورته پیژند څخه سیده لاس ته راځي:
د دوه وکتورونو وکتوري ضرب صفر دی، که لږ تر لږه یو له دواړو وکتورونو څخه صفر وکتور وي یا دواړه وکتورونه سره غبرګ وي.
په څټ یا معکوس هم باور لري:
که د دوه وکتورونوضرب، چې هیڅ یو یې صفر وکتور نه دي، صفر وي، نو دا سره غبرګ دي.
له دریم شرط څخه لرو، چې هلته خپل لوی ارزښت لري، چې له هغوي رابند کونج یا زاویه 90 درجې وي.
دا لاندې څیره دې وکتور ضر ب ګرافیکي روښانه کړي



(c) ketabton.com: The Digital Library

$\vec{a}\times\vec{b}$ یووکتور دی،
هغه چې په $\vec{a}$ او $\vec{b}$ نیغ ولاړ دی،
داسې چې $\vec{a}.\vec{b}$ او $\vec{a}\times\vec{b}$ یو ښی سیستم جوړوي.

د دې ارزښت له دواړو وکتورونو غزېدلې موازی الاضلاغ (غبرگ اړخیزې) سطحې مساحت دی.
ښی په دې معنا، چې:
که سړی لومړی وکتور د سا عتڅرخوني په لور (د ساعت ستنې لور) د دویم وکتور په لور وڅرخوي، نو دریم داسې خوزښت غوره کوي یا حرکت کوي لکه یو پیچتاو میخ دښي کړون سره په خپل لور د مخ خواته.

د وکتوري ضرب لپاره ښی سیستم:

جمله:
د هر عدد $\{k\}\in\mathbb{R}$ او $\{\vec{a};\vec{b};\vec{c}\}\in V^3$ لپاره د وکتور په حیث باور لري:

بدیلیدن قانون $\vec{a}\times\vec{b}=-(\vec{b}\times\vec{a})$

دیستریبوتیو قانون $\vec{a}\times(\vec{b}+\vec{c})=\vec{a}\times\vec{b}+\vec{a}\times\vec{c}$

گډوله اسوڅیاتیو قانون $(k\vec{a})\times\vec{b}=k(\vec{a}\times\vec{b})$

شمیرقوانینو استعمال ته بیلگې:

بیلگه ۱: وشمیرئ: $(\vec{u}+\vec{v})\times(\vec{u}+\vec{v})$
حل یا اوبې:

$$(\vec{u}+\vec{v})\times(\vec{u}+\vec{v})=\vec{u}\times\vec{u}+\vec{u}\times\vec{v}+\vec{v}\times\vec{u}+\vec{v}\times\vec{v}$$
$$=\vec{0}-(\vec{v}\times\vec{u})+(\vec{v}\times\vec{u})+\vec{0}=\underline{\underline{\vec{0}}}$$

دلته وکارول شو: $\vec{u}\times\vec{u}=\vec{v}\times\vec{v}=\vec{0}\text{ und }\vec{u}\times\vec{v}=-(\vec{v}\times\vec{u})$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلگه ۲

د دوه وکتورونو ترمنځ کونج فورمال وشمیرئ.

وشمیرئ: $\tan\left(\vec{a},\vec{b}\right)$

حل یا اوبې یا ځواب:

$$\left|\vec{a}\times\vec{b}\right| = a\cdot b\cdot \sin\left(\vec{a},\vec{b}\right) \Leftrightarrow \sin\left(\vec{a},\vec{b}\right) = \frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{a\cdot b}$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = a\cdot b\cdot \cos\left(\vec{a},\vec{b}\right) \Leftrightarrow \cos\left(\vec{a},\vec{b}\right) = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a\cdot b}$$

$$\tan\left(\vec{a},\vec{b}\right) = \frac{\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)}{\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)} = \frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{a\cdot b} : \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a\cdot b} = \frac{a\cdot b\cdot\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{a\cdot b\cdot\vec{a}\cdot\vec{b}} = \underline{\underline{\frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{\vec{a}\cdot\vec{b}}}}$$

بیلگه ۳

د دوه وکتورونو ترمنځ کونج فورمال وشمیرئ.

وشمیرئ: $\tan\left(\vec{a},\vec{b}\right)$

حل:

$$\left|\vec{a}\times\vec{b}\right| = a\cdot b\cdot \sin\left(\vec{a},\vec{b}\right) \Leftrightarrow \sin\left(\vec{a},\vec{b}\right) = \frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{a\cdot b}$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = a\cdot b\cdot \cos\left(\vec{a},\vec{b}\right) \Leftrightarrow \cos\left(\vec{a},\vec{b}\right) = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a\cdot b}$$

$$\tan\left(\vec{a},\vec{b}\right) = \frac{\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)}{\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)} = \frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{a\cdot b} : \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a\cdot b} = \frac{a\cdot b\cdot\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{a\cdot b\cdot\vec{a}\cdot\vec{b}} = \underline{\underline{\frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{\vec{a}\cdot\vec{b}}}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ډاکتر ماخان شینواري چاپ شوې لیکنې:

1988 Vienna (Austria):

لومړی:

H.K. Kaiser , M. Shinwari : Aproximation compact pological algebra : contributions to general algebra 6 ; Page 117 – 122

1987 Vienna (Austria):

دویم:

H.K. Kaiser , M. Shinwari : Interpolation und Aproximation durch Polynime in Universalen Algebren . Diss . Uni. Wien

لاندې د شمیرپوهنې پښتوټول کتابونه په المان کې د ،، افغانستان کلتوري ودې ټولنه،،له خوا چاپ شوي دي

2000 Bonn (Germany):

دریم: د شمیرپوهنې ستر کتاب : د شمیرپوهنې برسیره د انجنري، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زده کوونکو لپاره (دا کتاب په ۹۰۰ مخونو کې چاپ او دا نوې لیکنه به یې ځنو ځایونو غزېدلې او ځنې ځایونه ترې لرې شوي دي)

2003 Bonn (Germany):

څلورم: ځمککچپوهنه(هندسه) ، په سلو زرو کې شمیرنه، د ګټې – او کټې د کټې شمیرنه ، د اختمالوالي شمېرنه کتاب د ښوونځي ټولي اړتیاوې پوره کوي

2003 Bonn (Germany):

پنځم: الجبرونه (د الجبر بنسټونه دي)

2003 Bonn (Germany):

شپږم: د شمیرپوهنې انګرېزي – پښتو ډکشنري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

2003 Bonn (Germany):
اووم: د شمیرپوهنې الماني - پښتو- او پښتو الماني ډکشنري

Mathematical dictionary German/ Pashto and Pashto/German

2003 Bonn (Germany):
اتم: دفرنځیال برابرون (دا کتاب په دې ځانګه کې یو پیل دی، ساده لیکل شوی)

Differential equation Translation; An Introduction

Bonn (Germany): 2003
نهم: د شمیر پوهنې فرمولونو ټولګه

Mathematical Formulas

2003 Bonn (Germany):
لسم: شمیرپوهنه له عربي په پښتو

1997 Bonn (Germany):

یوولسم: د افغانستان په هکله سپیني خبرې: په المان کې

،،د افغانستان روغې او بیا ابادولو ټولنه،، له خوا

.یادونه: له ۲۰۰۰ کال دمخه ډاکتر ماخان شینواري د ،،د افغانستان روغې او بیا ابادولو ټولنه،، له خوا درې ساسي مجلې هم را وستلي.

د ډاکتر ماخان ،،میرې،، شینواري لیکنې او ژباړې چې په چاپیدو یې پیل کیږي

بن- المان، کابل – افغانستان ۲۰۱۲ ز ک

ژباړې:

لاندې د برینککن لیکنې چې له پرینمن ن ج څخه ژباړل شوي دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

---

۱ - شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره لومړی ټوک

۲ – شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره دویم ټوک

۳ – شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره دریم ټوک

۴ - د احتمالوالي شمیرنه

۵ – احصایه یا ستاتیستیک

لاندې کتابونه د شتوتګارت د پوهنتون د استادانو د لکچرونو څخه چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپاره شوي را ژباړل شوي.

۶ – انالیزی ۱

۷ – انالیزې ۲

۸ – کرښیز الجبر

۹ - د شمیرپوهنې بنسټونه

۱۰ - د فرمولونو ټولګه

۱۱ – فنکشنل انالیز

۱۲ – وکتور شمیرنه

نورې ژباړې

۱۳ – له www./grundstudium.info/linearealgebra څخه:کرښیز الجبر

۱۴ – Georg Gutenbrunner ګڼونپوهنه یا د اعدادو تیوري

(c) ketabton.com: The Digital Library

زما ليکني

Bonn (Germany):

۱۵ - د شميرپوهنې ستر کتاب دويم چاپ د پوره تغيراتو سره : دا کتاب د شميرپوهنې برخې برسيره د

انجنري، فزيک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زدهکوونکو لپاره پوره ګټور دی. په

کتاب کې د اړتيا سره زياتونه او کونه راغلې

۱۶ - ځمککچپوهنه (هندسه) دويم چاپ د پوره تغيراتو سره

۱۷ – الجبر بنسټونه دويم چاپ له تغيراتو سره

۱۸ - ډېرۍ پوهنه يا سټ تيوري

۱۹ – د شميرپوهنې سم اند (منطق رياضي)

۲۰ - د يو څو شميرپوهانو ژوندليک

۲۱ – د شمير پوهنې ګډې وډې ليکنې

۲۲- داهم ژباړه ده، خو ليکونکی يې متآسفانه راڅخه نابلد شوی: د مشتق او انټيګرال شميرنو ته

تمرينونه او اوبيونې يا حلونه يې

۲۳ – د شميرپوهنې انګريزي پښتو او عربي + درې ډکشنري

۲۵ – د شميرپوهنې پښتو انګرېزي ډکشنري

(c) ketabton.com: The Digital Library

---

۲۵ ــ د شميرپوهنې پښتو ډکشنري د شميرپوهنيزو وييونو په پښتو روښانه ونه

۲۶ - د زړه له کومې(دا هغه ليکنې دي، چې ځنې يې په نړيول جالونو کې خپرې شوي دي.)

۲۷ ــ د افغانستان په هکله سپيني خبرې، چې وبه غزيږي.

نوري ليکنې، چې په ژباړه يې پيل شوی، خو لا پوره نه دي

ــ د شتوتکارت پوهنتون لکچرنوټونو څخه ، چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپريږي:

د ګروپونو تيوري

- د ښوونځي لپاره فزيک د برينکمن ليکنه

له پنځم ټولګي څخه تر اووم ټولګې پورې ژباړل شوی (دا چې زما دويم مسلک فزيک دی، دا ليکنې ژباړم. دا هم د دې ليکوال يوه ډېره ښه ليکنه ده، چې -د شميرپوهنې په څير- دلته هم زيات تمرينونه د حل يا اوبيونې سره په کې راغلي او ماته زيات ګټور برېښي)

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ليکوال ژوند ته لنډه کتنه

ماخان په اولني نوم میرِي شینواری د اروابنادې پستو او اروابناد نوررحمان زوي په ۱۳۲۰ ؟ ه لمریز کې د شینوارو هسکه مینه کې دې نړۍ ته سترګې راغړولي.

د هسکې میني د لومړنې ښوونځي (د لومړنیو زده کوونکو څخه وو) څخه وروسته د رحمان بابا لیسه له ۱۹۵۴ تر ۱۹۶۵ پورې(ښوونځي له لومړي ټولګې پیل او د دویم ټولګې څخه ګام او پای).

د ۱۹۶۶ تر سپمتبر د کابل طب پوهنځی. له ۱۹۶۶ سپتمبر څخه د اتریش برس، چې هلته يې د شمیرپوهنې ډاکتري په پوره ستونځو تر لاسه کړه.

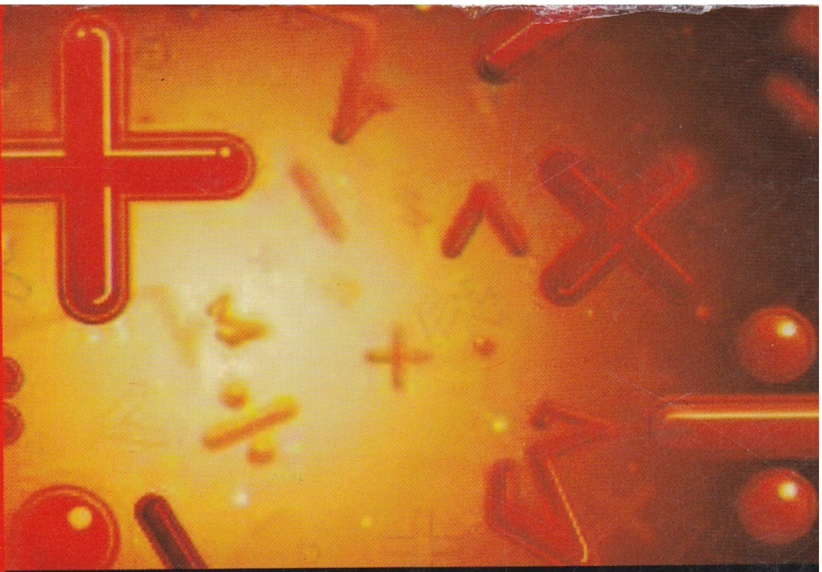
د۱۹۹۸۷ ش ک تر ۱۹۸۸ د فبروري تر پای د دباندنیو چارو وزارت کې مامور. د ۱۹۸۸ مارچ څخه تر ۱۹۹۲ جون پورې په بن کې د افغانستان جمهوریت سفارت شارژد افیر(صفر نه وو). له هغې وروسته په جرمنې کې سیاسي پناه. له ۲۰۰۸ مارچ څخه د ۲۰۰۹ دسمبر پورې د د ریاضي څانګه کې د پوهنې وزارت درسي نساب کې دنده.

ماخان میرِي په ۱۹۷۲ کې له لرې د میرمن ښاپیرۍ سره واده شوی، چې د واده خبر ورته اتریش ته راغئ. ده له میرمن ښاپیری سره په ۱۹۶۳ ز ک کې کوزده کړې وه.

دوي ته لوي څښتن په اتریش ویانا کې د مای په شلم ۱۹۷۹ ز ک دوه بچیان وبخښل، چې څانګه او اباسین نومیرِي. څانګه په المان کې د پوهنتون علمې همکاره وه او د حقوقو ډاکتره ده او اباسین ملي اقتصاد او ټولنیزه سایکولوژي لوستلې.

ماخان شینواري بې کاره نه دی او لږ تر لږه له ۱۹ ۹۷ څخه همدا د کتابونو لیکلو اوو د ژباړې دنده يې په غاړه اخستې، چې خپل فکر د شونې پولې تازه وساتي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



ډاکتر ماخان (مېږی) شینواری

د افغانستان د کلتوري ودې ټولنه _ جرمني
VEREIN ZUR FORDERUNG DER
AFGHANISCHEN KULTUR E.V

د خپرونو لړ (۱۲۹)

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library