تقریظ

داوسنۍ هر اړخیز ناورین څخه د افغان ولس د خلاصون لاره یوائې په علم کښې نښتي ده. یوه ټولنه هغه وخت پرمختګ کولي شي ،کله چه د علم په ډګر کښې مخکې لاړه شي. په نړي کښې هغه ملتونه مخکې ، اسوده او سوکاله ژوند لري په کومو کښې چه علمیت خپور شوي ده. که وغواړو چه د پرمختللو هیوادونو په شمار کښې راشو نوباید په خپل ځوان نسل باندي زیاته سرمایه ګذاري وکړو ،دغه ځوانان باید په تعلیمي او تحصیلي اډکامیو کې وروزل شي تر څو هغه تشه چه زمونږ په ټولنه کښې وجود لري ډکه شي.

زه د زړه له تله د دلاور(رضا) دغه نیک اقدام ستایم ، دلاور رضا یو هیوادپاله ،احساس پاله اومسولیت پاله ځوان ده.تل مدام زیار او کوشش کوي چه په ټولنه کښې علمي او کولتوري خدمت وکړي .د نوموړي دغه اثار(لوګارتم) علمي او څیړنیز اثر په علمي او کولتوري ډکر کښې نه هیریدونکي اقدام ده.

لوګارتم په روزمره ژوند کې ډیر استعمال ساحه لري ،د ښاغلې استاد دلاور رضا دغه هڅه ټولو ډیر هغو اشخاصو لپاره موثُر تمامیدلي شي ،کوم چې په طبعي علومو کښې لوړي زده کړي ،ماستري او حتي کوم چې دوکتورا کوي.ځکه ټولي بهترین علمي منابع او سرچیني او حتي دنن ورځي بهترین کتابتون(انترنیت) چې دنړي موثره کتابونه په کښې په کم نرخ اوهر ځاي کښې ترلاسه کیداشي، په هغي کې هم اکثره کتابونه په انګلیسي ژبه خپریږي .

زه ښاغلي دلاور (رضا) ته ددي کتاب مبارکي وایم .او هیله ورڅخه کوم چه تل همداسي د خپل ځوریدلي هیواد او هیوادالو خدمتګار ووسي ،له ښتن تعالي څخه ورته ددي ستر زیار او کوښښ بدله په دي او هغي ابدي دونیا کښې غواړم.

پوهیالي نورزمان (باوري)

ننګرهار پوهنتون

ساینس پوهنځي استاد

پیل خبرې

ریاضي د لاتیني کلمې(Mahatmata) څخه اخیستل شوی چه معنی یې جمناستیک دی، ځکه چه پخوانیو یونانیانو فکر کاوه چې لکه چه جمناستیک د بدن فزیکي فعالیتونو کې رول لري دغه رنګه ریاضي هم د دماغو په سالم ساتلو او فعالیتونو کې رول لري .

که چیرې یو څوک په ریاضي پوهیږي او ریاضي پر هغه تاثیر کړی وي نو لاندې خواص به په هغه کې لیدل کیږي. اول خدای پیژوندونکې ، دویم ځیرکتیا ، دریيم منطقي فکر ، څلورم پراخه لیدل ، پنځم لطیف روح او اخري ټکی نظم په واقیعت سره ریاضي پوه دی .

ریاضیات د ذهن او فکر د انکشاف او ودې له پاره ډېر ګټور او اغیزمن دی، لکه د ورزش او بدن ښکلا (باډي بلډینګ) لپاره تمرینات ضرور دي همدارنګه د مغزو رشد ، پراختیا او خرکت لپاره د ریاضي زده کړه اړینه ده .یعنې په دی معني که څوک غواړي چې پراخه لیدلوری ولري ، غښتلی منطقی نظر ولري نو ریاضي دې زده کړي .

هغه ماشومان چې کم ذهنه او ګوډل وي نو بهترینه خبره ده چې په نوموړي ماشوم باندې د حساب د زده کړې تمرین او کوشش وشي . په ښوونځیو کې هغه زده کوونکي په طبیعي ډول پر نورو مضامینو هم بر لاسي وي چې څه ناڅه په ریاضي پوهیږي او هغه زده کوونکي چې ریاضي یې نه وي ، زده نو پر نورو مضامینو هم نه پوهیږي.

په یو مطلب کې راغلي دي چې لومړۍ نړیواله جګړه د کیمیا پوهانو ترمنځ وه ، دویمه نړیواله جګړه د فزیک پوهانو تر منځ وه او خدای د ونکړي که چیرې دریمه نړیواله جګړه پېښه شي نو دغه جګړه به د ریاضیکي جګړه وي په نتیجه کې به نړۍ ته ستر زیان واوړي ، .د په ریاضي هکله د یو شمیر پوهانو ویناوي :

افلاطون د اکاډمي په دراوزې لیکل شوي وو ، هر هغه څوک چې په هندسه نه پوهیږی د ننه نه شي.

ریاضي پوهه ټایلور ویلي وه هندسه هغه پل دی چې انسان د ظلم نړۍ څخه یو د خقیقت یو نوراني ښار او محل ته رسوي.

افلاطون وایې : د ریاضي د کار کولو محصول د طبیعت ښکلا دی او هغه څوک چې پر ریاضي نه پوهیږی نو د طبیعت ښکلا په ښه ډول نشي درک کولای

راجر بیکن وو ایې : ریاضیات د علومو د دروازې کیلي دی ، په ریاضیاتو کې لتې کول ټولو علومو ته صدمه رسوي.

اریک تمپل بل وایې : ټول ریاضي پوهان د ریاضي ښوونکې ندي او ټول د ریاضي ښوونکې ریاضي پوهان ندي.

ګالیله وایې : په ریاضیاتو کې څه مهم دي؟ فکر کول ، ریاضیات الفبا دي چې د همدې الفبا پر مټ الله ج نړۍ خلق کړې دی.

حضرت علي کرم الله وجهه څخه یو چا پوښتنه وکړه چې 17 اوښان درانګه وویشی چې اول نفر $\frac{1}{2}$ برخه ، دویم برنفر $\frac{1}{3}$ برخه ، دریم نفر $\frac{1}{9}$ برخه واخلي او د قربانۍ یو اوښ هم حلال نشي؟

حضرت علي کرم الله وجهه یو نفر ته وویل ، چې یو اوښ له بیت المال څخه راوړی او د 17 اوښانو سره یې یو ځای کړی چې 18 اوښان کېږي ، او د معینه نسبتونو د ویش څخه وروسته پورته ذکر شوي برخې په لاس راځي یعنې : اول نفر ته 9 اوښان ، دویم نفر ته 6 اوښان او دریم نفر ته 2 اوښان وویشل شول ، چې ټول 17 اوښان کېږي او د بیت المال اوښ یې بیرته بیت المال ته وسپارلو.

په هر صورت د ریاضي زده کړه هر چاته ضرور ده چه یاده یې کړي ، مسلکي اشخاص باید خپلې ملي ژبې ته د ریاضیاتو استعمال را وژباړي .

د سوکاله او پرختللې افغانستان په هیله

استاد دلاور رضا معروف خیل

د ریاضي علوم

د ریاضیاتو په تعریف کې ویل کېږي، چې یو عقلاني پوهه (علم) دی، چې ځینې کمیتونه (مقادیر) د ځینې نورو کمیتونو په واسطه د هغو دقیقو روابطو په واسطه چې د دوی ترمینځ وجود لري، تعین او بحث کوي.

کمیت:

هر هغه څه چې د اندازه کولو وړتیا ولري، زیات او یا کم شي کمیت نومېږي؛ لکه سرعت، قوه، کتله او نور.

د اوولسم قرن مشهور ریاضي پوه له نظره (دګارت):

ریاضیات د نظرم او اندازې خالص علوم دی، ددې علم د کلیت قاطعیت او بارزوالي په پام کې نیولو سره چې د ریاضیاتو تعریف مو بشپړ کړی وي، ویل کېږي.

ریاضیات د کمیتونو غیر مستقیمه اندازه ګیري ده او د کمیتونو ترمینځ روابط برقراروي.

دا علم نظر د کمیتونو د څېړنې لپاره په کوچنیو څانګو وېشل کېږي؛ لکه حساب، هندسه، مثلثات، الجبر، انالیز، وکتور، مترکس او نور، چې په عمومي ډول حساب د منفصل کمیتونو او هندسه د منتصل کمیتونو څخه (اشکال، اجسام) څخه بحث کوي.

کله د اعدادو پرځای د حروفونو څخه استفاده کوي؛ مثلاً:

$$(3+4)^2 = 3^2 + 2.3.4 + 4^2$$
$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

دا ډول فورمولونــه چــې پــه واقعیــت کــې د غیــر مشــخص کمیتونــو اړیکــې څرګنــدوي، د ریاضــي پــه الجبــر څــانګې پــورې اړه لــري، پــه دې توګــه الجبــر د فورمولونو په پلي کولو د حساب عملي ساده او عمومیت ورکوي.

دکـارت پـه اوولسـم قـرن کې یـو هندسي شـکل د یـو الجبري معـادلې پـه واسطه ارایـه کـړ، چـې د مختصـاتو پـه سیسـتم پـورې اړه درلـوده او تحلیلـي هندسـه یـې مینځتــه راوړه، پــه دې ترتیــب الجبــر د ریاضــي هغــه برخــه ده، چــې هــم منفصــل او هم منتقل کمیتونه تر څېړنې لاندې نیسي.

د ریاضـي مفـاهیمو د منشـاء پـه هکلـه بایـد ووایـو چـې دا مفـاهیم د انسـان ذهـن تـه د خـارجي جهـان د تجربـې او لیـدنې کتنـې څخـه حاصـل او پـه لاس راغلـی، چـې وروسته ذهن هغه ته انکشاف او جوړښت ورکړی او یا یې نومولی وي.

غیـر مـنظم شـکل یـې مـنظم او یـا مـنظم شـکل تـه یـې غیـر مـنظم شـکل ورکـړی، لـېکن مشـهور فیلسـوف او ملګـري یـې هـر ډول مفهـوم د تجربـې او عمـل محصـول ګڼـي، ولـې پـه مقابـل کـې یـې عقلـي فلاسفه لکـه دکـارت واسـپیتیوزوا ، اولایـب ننـز پـه عقـل ممتـاز او مسـتقل لـه تجربـې څخـه ګڼـي او پـه دې عقیـده دي، چـې انتـان لرونکـي د فطـري افکـارو دي او لـه تجربـې څخـه یـې مسـتقل ګڼـي؛ مـثلا دکـارت او کانـت پـه دې عقیـده دي، چـې پـه طبیعـت کـې اساسـاً عـدد وجـود نـه لـري او دا ذهن دی، چې واحد په واحد زیات او اعداد مینځته راوړي.

همدارنګـه د هندسـې پـه اړه نومـوړي وایـي، چـې اصـلاً هندسـي اشـکال پـه طبیعـت کـې وجـود نـه لـري او ټـول اجسـام درې بعـدي دي، پـه دې ترتیـب دوه یـو اړخیـزې قطـري مینځتـه راځـي، چـې یـوه یـې محـض د تجربـې او عمـل اصـالت دی او بل یې محض د عقل اصالت دی.

پــه هــر ترتیــب پــه لنــډ ډول وایــو ، دا تجربــه ده، چــې د ریاضــي لــومړني مفــاهیم انســان تــه تلقــین او بیــا د ذهــن عقــل او فکــر فعالیــت دي، چــې هغــه لــه ســره نــوي، کامـل او یـا متغیـر شـکل ورکـوي او د خپـل د علاقـې وړ شـکل، حالـت تـه یـې راولــي؛ مــثلا د تســبیح دانــې او داســې نــور د اعــدادو د ښــودلو لپــاره پــه کــار یووړل شو ، چې وروسته بیا مختلف عددونه مینځته راغلل.

د فکر متداوم او فعال جریان حتی منفي او موهومي عددونه رامینځته کړل، همدارنګه هندسي مفاهیم د ډېر کوچني شي د لیدلو څخه د نقطې مفهوم د نازک او باریک سیم د لیدلو څخه د خط مفهوم د سپوږمۍ د لیدلو څخه د دایرې مفهوم د هګۍ د لیدلو څخه، د بیضوي مفهوم رامینځته شو، چې وروسته یې انکشاف او پرمختګ وکړ.

په مصر کې د نیل د سیند طغیان چې ځمکې به یې خرابې او حدود به یې له مینځه وړل، د مثلث، مربع او مستطیل او مساحت مفاهیمه مینځته راغلل، چې د نن ورځې د عصري هندسې اساسات جوړوي.

د ریاضي اصول او روش

د ریاضیاتو روش ددې علم په مبداء او منشاء کې د یو شمېر اصولو وضع کول دي، چې ددې اصولو په کار اچولو سره او په هغوی استدلال کول، یو سلسله قضیې مینځته راوړي، چې په منطقي ډول له لومړني اصولو څخه په لاس راځي.

په بل عبارت:

د ریاضیاتو روش یو جوړوونکی قیاس یا قضیې دي، چې پایلې یې د وضع شوو اصولو په کار اچولو څخه حاصلېږي.

دا لومړني اصول عبارت دي له:

۱. د ریاضي تعریف. ۲. بدیهي اصول یا متعارف اصول. ۳. موضوعه اصول.

i. د ریاضي تعریف:

هغه څه چې د یو شي طبیعت، ذات، خواص واضح او روښانه کړي، یا د هغه په اړه یو فکر رامینځته کړي، تعریف نومېږي.

په بل عبارت؛ د ریاضي تعریف یو قضیه ده، چې د یو معین مقدار ذات معلوم کړي، د مثال په ډول د (α)زاویه، چې $0^{0} < \alpha < 90^{0}$ وي، حاده زاویه ده.

ii. بدیهه اصول (متعارف اصول):

هغه قضیه ده، چې بدیهه څرګند او د معینو مقادیرو ترمینځ د یوې ضروري رابطې ښوونکې وي؛ مثلاً کل د جز څخه لوی دی، یا که: $A=B$, $B=C$ وي، نو $A=C$ دی او نور.

iii. موضوعه اصول:

دا هغه اصول دي، چې اثبات یې ناممکن وي، کېدای ش د هغه نه انکار وشي او یا تجدید شي، ولې دا اصول قبلول ددې لپاره چې هغه دلایل چې دا اصول یې مبدا او منشا ګڼل کېږي، ځای په ځای پاتې نه شي او استدلال ادامه وکړي، له نوم نه یې معلومېږي، دا اصول د اشخاصو له خوا وضع او قرار دادي جنبه لري او پرته له دې چې ضرور وي قبلېږي او منطقي ضرورت نه لري؛ مثلاً د اقلیدوس موضوعه اصول.

د ریاضي استدلال او برهان:

معمولاً ویل کېږي، چې د ریاضي استدلال قیاس دی او دا په هغه استدلال اطلاق کېږي، چې ذهن د یوې کلي قضیې څخه د هغه جز خواته ځي او د هغه اصولو څخه چې په ابتداء د دغه علم کې وضع شوي وي، منطقا نورې قضیې نتیجه ګیري کېږي؛ مثلاً د یو مستطیل د تعریف څخه چې یوه کلي قضیه ده، د مستطیل نور خواص نتیجه ګیري کېږي.

ولې اکثر د ریاضي علما د ریاضیاتو قیاس روش نه قبلوي او وایي چې زیاضیات په لومړي سر کې د تجربې بڼه درلوده او استقرایي روش یې درلود، چې بیا د استقرا نه قیاس ته لاره بدله کړې ده.

مثلا؛ د حساب نه الجبر او د مسطحه هندسې نه فضایي هندسې ته رسېدلي دي.

د ریاضي استدلال کې ذهن د خارجي جهان د واقعیتونو په اساس خپل فعالیت ته ادامه ورکوي، هر هغه څه چې بهتر او مناسب وي، پایلو ته د

رسېدلو په خاطر انتخاب او حاصل شوي نتایج بیا د بعدي استدلال لپاره په کاروي.

معمولا د ریاضي په استدلال کې د تجربې او تحلیل روش نه کار اخلي، چې دا په حقیقت کې د کل څخه تجزیه تلل دي او یا هم د تکریبي روش څخه کار اخلي، چې د جز څخه کل ته تلل دي.

یادونه کېږي، چې تحلیل او ترکیب یو د بل تکمیل کوونکي دي، د تجزیې پرته ترکیب او د ترکیب پرته تجزیه ناقصه ده، د ریاضي له تعریف نه شروع او مطلوب قضیې ته رسېږي، ولې په تحلیل او تجزیه کې د قضیې نه تعریف ته رسېږو، په دې ترتیب تحلیل له قضیې نه پر تعریف ختمېږي او ترکیب له تعریف نه پر قضیه ختمېږي.

د ریاضیاتو علمي ارزش او استعمال یې په نورو علومو کې:

همغسې چې مخکې یادونه وشوه، علوم د عمل او تجربې څخه سرچینه اخلي او وروسته توسعه او پراختیا پیدا کوي.

د ریاضي په برخه کې هم لومړني مفاهیم له عیني جهان او تجربې څخه اخیستل شوي دي او بیا یې توسعه او انکشاف کړی دی، چې ثابت او استوار قوانین او روابط لري.

چې یو کمیت د بل کمیت له مخې تعین او پیدا کوي، د ریاضي علومو لړۍ اوس کچې ته رسېدلې، چې د تجربې پرته د مقادیرو تر مینځ ثابت روابط او قوانین رامینځته کړي.

په داسې حال کې چې ریاضیات یو ذهني علم شمېرل کېږي، خو لومړني مفاهیم په تجربه او عینیت استوار ده.

دې علم کاملاً دقیق، قاطع او مسلم احکام یې حقیقي دقیق او مطمین دي، چې هیڅوک په کې تردید نه لري، په همدې دلیل هر تجربې علم چې د ریاضي

په چوکاټ کې ولوېږي او د رياضي فورمولونه پرې تطبيق شي، همغومره به قاطع، دقيق او د اعتماد وړ وي.

په اوسني عصر او زمان کې حتی د اجتماعي علومو عالمان او استادان کوښښ کوي، ترڅو خپل نظريات او تيوري ګانې د رياضي په قالب او فورمولونو کې ارايه کړي.

په دې مورد کې لارډکالوين د فزيک يو مشهور عالم وايي:

((کله چې د يو موضوع په هکله صحبت کوې، که وتوانېږې هغه اندازه او د اعدادو په ژبه يې ارايه کړې، که د هغه باره کې ډېر هم پوهېږې، خو له دې کار نه بغير به مو معلومات نيمګړي وي.))

بله دا چې ځينې عالمان وايي:

((شناخت عبارت د اندازه ګيرۍ څخه ده.))

د نجوم فزيک عالمان غالباً داسې روابط په رياضي کې برقرار او قايموي چې د غسې جهان سره انطباق لري، يعنې د رياضي قوانينو ته د تجربې جنبه ورکوي.

د اوسني عصر فزيک، نجوم، تحليلي او محاسبوي کيميا، روانشناسي، انجينري، ساختمان، بانکداري... دا هغه علوم دي، چې د رياضي د پوښښ او قالب پرته به نيمګړي او کم اعتباره وي، د پورته خبرو حقيقت به خپله د ساينس پوهنځي په څلورو کلونو کې احساس کړي.

لوګاریتم (Logarithm)

د ریاضـي اوومـه عملیـه ده، چـې ریاضـي د عملیـو د ډېـرو لویـو او یـا د ډېـرو کوچنیـو عـددونو پـه محاسـبه کـې؛ لکـه ضـرب، تقسـیم، طاقـت، جـذر، نمـایي (اکسپوننشـیل) معـادلې، نفوسـو د تکثـر مسـایل، د بکتـر یـا دوه ګـوني وېـش، د رادیـو اکتیـف مـوادو تخریـب، بـانکونو پـه مرکبـه ربحـه او اداسـې نـورو ځـایونو کې ترې استفاده کېږي.

لوګـاریتم هغـه عملیـه ده، چـې د ضـرب او تقسـیم عملیـې پـه جمـع او تفریـق پـه عملیو ، د توان او جذر عملیې په ضرب او تقسیم په عملیو بدلوي.

لوګـاریتم یـوه داسـې عملیـه ده، چـې نـه یـوازې محاسـبه سـاده کـوي، بلکـې د محاسبې وخت هم لنډوي.

دا عملیـه د لـومړي ځـل لپـاره د یـو مسـلمان ریاضـي پـوه (الخـوارزمي AL-Khwarizmi) لـه خـوا وپېژنـدل شـوه او د یـوه سـکاټلندي ریاضـي پـوه (جـان نیپـر Jhon Napier) په واسطه پراختیا ورکړل شوه.

وروسـته د جـان نیپـر د مړینـې څخـه (بـرکس Briggs) نـومې عـالم د جـان نیپـر د زوی پـه مرسـته د لـومړي ځـل لپـاره د لوګـاریتم جـدول د لسـو (10) پـه قاعـده ترتیب او منتشر کړ.

بـالاخره د دې عملیـې پـه واسـطه د محاسـبې خطکـش، د حسـاب ماشـین او داسې نور شیان اختراع شوي دي.

د لوګـاریتم پـه واسطه مسـایل پـه اسـانه، ژر، پـه لـږ وخـت او پـه دقیـق ډول سره

حل کېږي.

لوګاریتمي تابع (Logarthm Function)

لوګاریتم پـه لغـت کـې د متناسـبو اعـدادو شـمېرلو تـه وايـي او پـه اصـطلاح کې د اکسپوننشیل معادلې معکوسې معادلې ته لوګاریتم وایي.

اکسپوننشیل معادله:

هغـه معادلـه ده، چـې تـوان یـې مجهـول وي، عمـومي شـکل $a^x = b$ ، چـې a او b ثابت عددونه دي، او x په کې مجهول دی؛ لکه $2^x = 16$

دا چـې د اکسپوننشـیل معـادلې معکـوس شـکل تـه لوګـاریتم وایـي، نـو لیکـو چې:

$b = a^x$ یـو اکسپوننشـیل معادلـه ده، نـو معکوسـه شـکل یـې عبـارت ده لـه $Log_a^b = x$ څخه.

پاملرنه:

کـولی شـو، چـې اکسپوننشـیل معادلـه پـه لوګـاریتمي معـادلو او لوګـاریتمي معادلې په اکسپوننشیل معادلو بدلې کړو.

مثال: لوګاریتمي $x = 2^3 \Rightarrow Log_2^x = 3$ اکسپوننشیل.

اکسپوننشیل $2^x = 16 \Rightarrow Log_2^{16} = x$

پـه بـل عبـارت سـره: لوګـاریتم د x عـدد ($x > 0$) د a پـه قاعـده ($a \neq 1 , a > 0$) عبـارت لـه هغـه عـدد څخـه دی، چـې a د نومـوړي عـدد پـه تـوان رفـع شـي، نـو حاصل یې د x سره مساوي کېږي؛ مثلاً:

$Log_a^x = y \Rightarrow a^y = x$

1). $Log_8^{64} = 2 \Rightarrow 8^2 = 64$

2). $Log_5^{25} = 2 \Rightarrow 5^2 = 25$

3). $Log_9^{81} = 2 \Rightarrow 9^2 = 81$

4). $Log_{12}^{144} = 2 \Rightarrow 12^2 = 144$
5). $Log_{3}^{9} = 2 \Rightarrow 3^2 = 9$
6). $Log_{25}^{625} = 2 \Rightarrow 25^2 = 625$
7). $Log_{13}^{169} = 2 \Rightarrow 13^2 = 169$
8). $Log_{21}^{441} = 2 \Rightarrow 21^2 = 441$
9). $Log_{20}^{400} = 2 \Rightarrow 20^2 = 400$
10). $Log_{30}^{900} = 2 \Rightarrow 30^2 = 900$

په بل عبارت سره:

فرضوو چې N او b دوه داسې مثبت حقیقي عددونه دي، چې $b \neq 0$ او $a \neq 1$ وي، نو د N عدد لوګاریتم د b په قاعده د a شخه عبارت دی، که چېرې b د a په توان رفع شي، د N عدد لاسته راشي؛ دارنګه چې:

$$Log_b^N = a \Leftrightarrow b^a = N$$

$Ex: 4^2 = 16 \Leftrightarrow Log_4^{16} = 2$

$Ex: 10^3 = 1000 \Leftrightarrow Log_{10}^{1000} = 3$

$Ex: 6^0 = 1 \Leftrightarrow Log_6^1 = 0$

په بل عبارت سره:

که $y = a^x$ اکسپوننشیل تابع وي، نو x ته د (a) په قاعده د (y) لوګاریتم وایي، چې دغه عبارت په ریاضي کې داسې $(x = Log_a^y)$ ښودل کېږي.

یا په بل عبارت سره:

که $a > 0$ او $a \neq 1$ او هم $N > 0$ وي، د N عدد لوګاریتم د a په قاعده د x عدد دی، که a په توان د x رفع شي، نو د N عدد لاسته راشي.

پورته تعریف ریاضي په ژبه داسې لیکل کېږي:

معادل روابط $\begin{cases} Log_a^N = x \\ N = a^x \end{cases}$ لوګاریتمي تابع
نمایي (اکسپوننشیل) تابع

1). $Log_6^{36} = 2 \Rightarrow 36 = 6^2$

2). $Log_2^{1/16} = -4 \Rightarrow \frac{1}{16} = 2^{-4}$

3). $Log_7^{49} = 2 \Rightarrow 49 = 7^2$

یا په بل عبارت:

د یوه طاقت توان ته لوګاریتم وایي.

$x = Log_a^y \Rightarrow y = a^x$

په لنډ ډول د توان محاسبه کولو ته لوګاریتم وایي.

$Ex: 256 = 16^2 \Rightarrow Log_{16}^{256} = 2$

$Ex: 289 = 17^2 \Rightarrow Log_{17}^{289} = 2$

د ټولو ذکر شوو تعریفونو له مخې د یوه عدد لوګاریتم مفهوم او مقصد دا دی، چې د یوه عدد لوګاریتم نظر یوې قاعدې ته هغه عدد دی، چې که قاعده پرې رفع شي، نو خپله عدد په لاس راځي.

یاملرنه:

له یوه څخه د لویو عددونو لوګاریتم مثبت او له یوه څخه د کوچنیو عددونو لوګاریتم منفي دی.

همدارنګه لوګاریتم صرف مثبت عددونه لري، خو منفي عددونه لوګاریتم نه لري.

همدا شان د یو لوګاریتم صفر دی، او د صفر لوګاریتم منفي لایتناهي ($-\alpha$) دی.

$Ex: Log_2^{32} = 5 \Rightarrow 32 = 2^5$

$Ex: Log_{125}^{5} = \frac{1}{3} \Rightarrow 5 = (125)^{\frac{1}{3}}$

$Ex: Log_{10}^{0,1} = -1 \Rightarrow 0,1 = 10^{-1}$

$Ex: Log_{10}^{0,01} = -2 \Rightarrow 0,01 = 10^{-2}$

(ا). له (1) نه د لوی عددونو لوګاریتم تل مثبت وي.

$10^0 = 1 \longrightarrow Log_{10}^{1} = 0$

$10^1 = 10 \longrightarrow Log_{10}^{10} = 1$

$10^2 = 100 \longrightarrow Log_{10}^{10^2} = 2$

$10^3 = 1000 \longrightarrow Log_{10}^{10^3} = 3$

$10^4 = 10000 \longrightarrow Log_{10}^{10^4} = 4$

(II). له (1) نه د کوچنیو عددونو لوګاریتم تل منفي وي.

$10^0 = 1 \longrightarrow Log_{10}^{1} = 0$

$10^{-1} = 0,1 \longrightarrow Log_{10}^{10^{-1}} = -1$

$10^{-2} = 0,01 \longrightarrow Log_{10}^{10^{-2}} = -2$

$10^{-3} = 0,001 \longrightarrow Log_{10}^{10^{-3}} = -3$

$10^{-4} = 0,0001 \longrightarrow Log_{10}^{10^{-4}} = -4$

(III). د صفر لوګاریتم ($-\alpha$) دی.

(IV). د صفر څخه کوچني عددونه یعنې منفي عددونه لوګاریتم نه لري.

د لوګاریتم ساده مثالونه

Number	Exponential Expression	Logarthm
10000	10^4	4
1000	10^3	3
100	10^2	2
10	10^1	1
1	10^0	0
$\frac{1}{10} = 0,1$	10^{-1}	-1
$\frac{1}{100} = 0,01$	10^{-2}	-2
$\frac{1}{1000} = 0,001$	10^{-3}	-3
$\frac{1}{10000} = 0,0001$	10^{-4}	-4

لوګاریتمي تابعګانې

(Logarithmic Function)

لوګاریتمي تابع:

که $y = a^x$ یوه نمایي (اکسپوننشیل) تابع وي، نو x ته د (a) په قاعده د y لوګاریتمي تابع ویل کېږي.

یعنې د نمایي تابع معکوس حالت ته لوګاریتمي تابع ویل کېږي.

او په $y = a^x \Leftrightarrow x = Log_a^y$ شکل سره ښودل کېږي.

$$f(x) = a^x : \begin{cases} a > 0 \\ a \neq 1 \end{cases} , \qquad \begin{Bmatrix} Domin\ f(x) = IR \\ Range\ f(x) = IR > 0 \end{Bmatrix}$$

$$f^{-1}(x) = Log_a^x \qquad , \qquad \begin{cases} a > 0 \\ a \neq 1 \\ x > 0 \end{cases}$$

$$Dom\ f(x)^{-1} = IR > 0$$

$$Range\ f(x)^{-1} = IR$$

یعنې د لوګاریتمي تابع ډومین د نمایي تابع رینج او د لوګاریتمي تابع رنج د نمایي تابع ډومین دی.

د لوګاریتمي تابع خاصیتونه

(Logarthmic Function Laws):

۱. د لوګاریتمي تابع د کمیتونو ساحه د مثبتو عددونو له سیټ څخه عبارت ده.

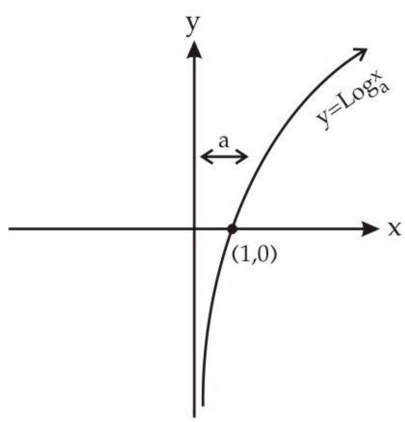
۲. څرنګه چې Log_a^1 د هرې اختیاري قاعدې لپاره مساوي په صفر سره ده، نو په دې اساس ویلی شو، چې هر لوګاریتمي تابع یوازې یو جذر $x_0 = 1$ لري، چې په دې ترتیب د هر لوګاریتمي تابع ګراف په قایمو مختصاتو کې د $(1,0)$ له نقطې څخه تېرېږي.

۳. هره لوګاریتمي تابع یو په یو یا (Injection) ده، یعنې د هر $x_1 = x_2$ لپاره تل $f(x_1) = f(x_2)$ او یا د هر $x_1 \neq x_2$ لپاره تل $f(x_1) \neq f(x_2)$ ده.

که $y = Log_a^x$ تابع ولري، دلته (a) دوه حالته لري، چې ګراف یې هم فرق کوي.

۱. که چېرې $a > 1$ وي، نو لرو چې:

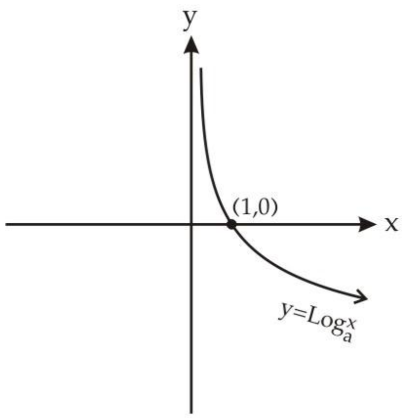
$y = Log_a^x$



x	Log_{aX}
0	-5
1	0
a	1
$+\alpha$	$+\alpha$

۲. که چېرې $0 < a < 1$ وي، نو په دې حالت کې لرو چې:

$y = Log_a^x$, $0 < a < 1$



x	Log_{aX}
0	$+\alpha$
a	1
1	0
$+\alpha$	$-\alpha$

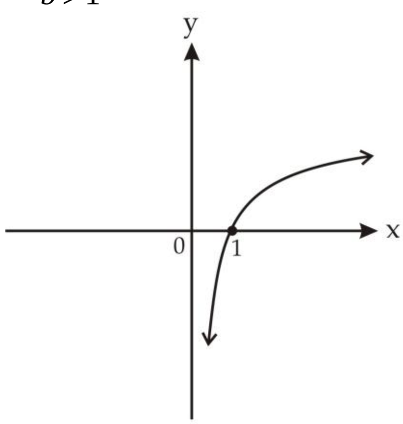
$y = Log_a^X$ گراف

دلته b دوه حالتونه لري:

۱. که چېرې $b > 1$ وي، نو گراف يې په لاندې ډول دی:

$y = Log_a^X$

$b > 1$



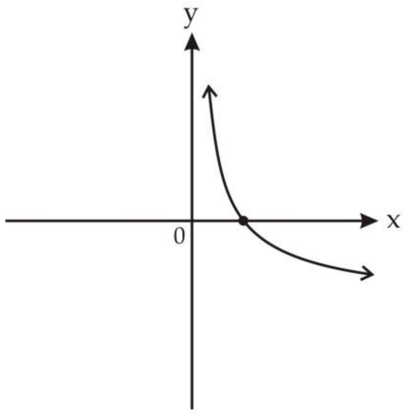
$Domain = (0, \alpha)$

$Range = (-\alpha, \alpha)$

۲. کـه چېـرې $0 < b < 1$ وي، نـو گـراف، دومـين او رنـج يـې پـه لانـدې ډول سـره دی.

$y = Log_a^X$

$0 < b < 1$



$Domain = (0, \alpha)$
$Range = (-\alpha, \alpha)$

په عمومي ډول د لوګارتمي تابع د ګراف د رسمولو لپاره د لوګاریتمي $y = Log_a^x$ او نمايي $y = a^x$ تابع ګرافونه نسبت $y = x$ مستقيم خط ته متناظر دی.

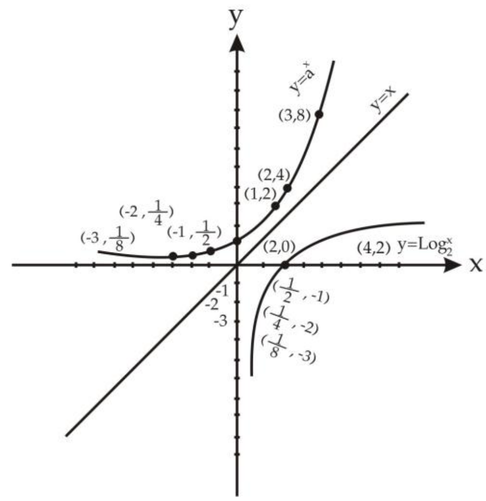
دلته (a) دوه حالتونه لري:

۱. که $a > 1$ وي، مثلا $y = Log_2^x$ ، يعنې $a = 2$ فرض شي، نو دې ډول تابع ګراف صعودي دی او قايم مجانب يې $x = 0$ خط دی.

x	$y = 2^x$	نمايي تابع
3	8	$\Rightarrow (3,8)$
2	4	$\Rightarrow (2,4)$
1	2	$\Rightarrow (1,2)$
-1	$1/2$	$\Rightarrow (-1,1/2)$
-2	$1/4$	$\Rightarrow (-2,1/4)$
-3	$1/8$	$\Rightarrow (-3,1/8)$

x	Log_a^y	لوګاریتمي تابع
1	0	$\Rightarrow (1,0)$
2	1	$\Rightarrow (2,1)$
$1/2$	-1	$\Rightarrow (1/2,-1)$
4	2	$\Rightarrow (4,2)$
$1/4$	-2	$\Rightarrow (1/4,-2)$
$1/8$	-3	

الف شکل:



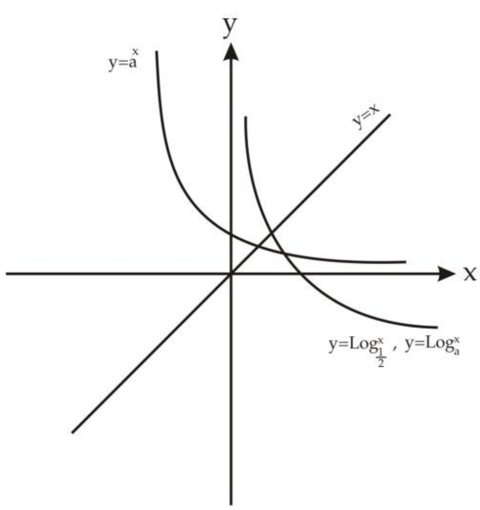
$$Do\min of\ \ y = 2^x \Rightarrow (-\alpha ,\alpha) \Leftrightarrow Range of\ \ y = Log_2^x$$
$$Range of\ \ y = 2^x \Rightarrow (0,\alpha) \Leftrightarrow Do\min of\ \ y = Log_2^x$$

۲. که چېرې $0 < a < 1$ وي، یعنې $a = \frac{1}{2}$ فرض شي، $y = Log_{\frac{1}{2}}^x$ وساتو، په دې صورت کې تابع نزولي ده.

نو په هغه صورت کې چې $0 < a < 1$ وي، د $y = Log_x^a$ تابع ګراف په لاندې ډول ده.

دیترګراف په خېر کمیتونه ورکوو:

ب شکل:



له بلې خوا پوهېږو چې لوګاریتمي او اکسپونشنل تابعګانې یو د بل معکوس دي، او س که چېرې f ته نمایي تابع او f^{-1} ته لوګاریتمي تابع ووایو، نو د دوی ترکیب هم په لاندې ډول دی:

$$fof^{-1} = f^{-1}of$$
$$fof^{-1} = f(f(x)^{-1}) = f(\log_a^x) = a^{\log_a^x} = x$$
$$f^{-1}of = f(f(x)) = f^{-1}(a^x) = \log_a^{a^x} = x$$

نتیجه: نو له دې ترکیب څخه لاندې نتیجه لاس ته راځي.

$$\left.\begin{array}{l} Log_a^{a^x} \Rightarrow \\ a^{Log_a^x} = x \end{array}\right\} Log_a^{a^x} = a^{Log_a^x} = x$$

مثال: د $f(x) = Log_5^x$ تابع قیمتونه په $f(5)$, $f(1)$, $f(\frac{1}{25})$ او $f(125)$ کې پیدا کړئ؟

حل: په راکړل شوي تابع کې د x پرځای قیمتونه لیکو، چې په نتیجه کې د تابع قیمت په لاس راځي.

$$f(x) = \log_5^x \Rightarrow f(5) = \log_5^5 = 1$$
$$f(x) = \log_5^x = f(1) = \log_5^1 = 0$$
$$f(x) = \log_5^x = f(\frac{1}{25}) = \log_5^{(\frac{1}{125})} = \log_5^{5^{-2}} = -2.\log_5^5 = -2.1 = -2$$
$$f(x) = \log_5^x = f(125) = \log_5^{125} = \log_5^{5^3} = 3.\log_5^5 = 3.1 = 3$$

مثال: د $f(x) = \log_3^x$ تابع قیمتونه په $f(1)$ ، $f(3)$ ، $f(27)$ او $f(81)$ کې په لاس راوړو.

حل: راکړل شوي قیمتونه په تابع کې د x پرځا وضع کوو.

$$f(x) = Log_3^X \Rightarrow f(1) = \log_3^1 = 0$$
$$f(x) = Log_3^x \Rightarrow f(3) = \log_3^3 = 10$$
$$f(x) = Log_3^x \Rightarrow f(27) = \log_3^{27} = \log_3^{3^3} = 3.\log_3^3 = 3$$
$$f(x) = Log_3^x \Rightarrow f(81) = \log_3^{81} = \log_3^{3^4} = 4.\log_3^3 = 4$$

تمرین (Excerces):

۱. د $f(x)=Log_4^x$ تابع قیمتونه په $f(4), f(16), f(1)$ او $f(\frac{1}{16})$ کې پیدا کړئ؟

۲. د $f(x)=Log_2^x$ تابع قیمتونه په $f(1), f(64), f(32)$ او $f(\frac{1}{4})$ کې پیدا کړئ.

لوګاریتمي او اکسپوننشیل (نمایي) تابع ګانې یو پر بل تبدیلول
(Logarithmic Function)

لاندې نمایي مساوات په لوګاریتمي حالت تبدیلوو:

$1).\ 100^0 = 1 \Rightarrow \log_{100}^{1} = 0$

$2).\ 10^{-4} = 0{,}0001 \Rightarrow \log_{10}^{0,0001} = -4$

$3).\ 10^{\frac{1}{3}} = 10^{-3} \Rightarrow \log_{10}^{10^{\frac{1}{3}}} = -3$

$4).\ 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{2} \Rightarrow \log_{2}^{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$

$5).\ (\frac{1}{2})^{-4} = 16 \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}}^{16} = -4$

$6).\ 10^3 = 1000 \Rightarrow \log_{10}^{1000} = 3$

لاندې لوګاریتمي مساوات په نمایي حالت تبدیلوو:

$1).\ \log_2^{4x} = x \Rightarrow 2^x = 4x$

$2).\ \log_{\frac{2}{3}}^{\frac{4}{9}} = 2 \Rightarrow (\frac{2}{3})^2 = \frac{4}{9}$

$3).\ \log_c^{\frac{1}{x}} = -y \Rightarrow c^{-y} = \frac{1}{x}$

$4).\ \log_{10}^{0,01} = -2 \Rightarrow 10^{-2} = 0{,}01$

$5).\ \log_8^1 = 0 \Rightarrow 8^0 = 1$

$6).\ \log_2^{32} = 5 \Rightarrow 2^5 = 32$

عملي مثالونه:

د اکسپونشيل شکل څخه لوګاریتمي شکل ته د معادلو تبديلول:

1). $4^2 = 16 \Rightarrow \log_4^{16} = 2$

2). $10^3 = 1000 \Rightarrow \log_{10}^{1000} = 3$

3). $6^0 = 1 \Rightarrow \log_6^1 = 0$

4). $3^4 = 81 \Rightarrow \log_3^{81} = 4$

5). $12^2 = 144 \Rightarrow \log_{12}^{144} = 2$

6). $10^5 = 100000 \Rightarrow \log_{10}^{100000} = 5$

لوګاریتمي معادلې په اکسپوننشيل شکل بدلول:

1). $\log_{10}^{100} = 2 \Rightarrow 10^2 = 100$

2). $\log_7^{49} = 2 \Rightarrow 7^2 = 49$

3). $\log_5^{125} = 3 \Rightarrow 5^3 = 125$

4). $\log_{10}^1 = 0 \Rightarrow 10^0 = 1$

5). $\log_3^3 = 1 \Rightarrow 3^1 = 3$

6). $\log_{10}^{0,1} = -1 \Rightarrow 10^{-1} = 0,1$

7). $\log_{10}^{0,001} = 3 \Rightarrow 10^{-3} = 0,001$

8). $\log_{10}^{0,0001} = -4 \Rightarrow 10^{-4} = 0,0001$

9). $\log_{125}^5 = \dfrac{1}{3} \Rightarrow 5 = (125)^{\frac{1}{3}}$

10). $\log_2^{32} = 5 \Rightarrow 2^5 = 32$

11). $\log_3^{27} = 3 \Rightarrow 3^3 = 27$

12). $\log_6^{36} = n \Rightarrow 6^n = 36 \Rightarrow 6^n = 6^2 = n = 2$

13). $\log_3^{81} = 4 \Rightarrow 3^4 = 81$

14). $\log_2^8 = 3 \Rightarrow 2^3 = 8$

15). $\log_7^{\frac{1}{49}} = -2 \Rightarrow 7^{-2} = \dfrac{1}{49}$

16). $\log_{10}^{\frac{1}{1000}} = -3 \Rightarrow 10^{-3} = \dfrac{1}{1000}$

17). $\log_2^{16} = 4 \Rightarrow 2^4 = 16$

عملي مثالونه:

لوګاریتمي شکل په اکسپوننشيل (نمايي) شکل بدلول او اکسپوننشيل شکل په لوګاریتمي شکل بدلول.

1). $Ex : \log_x^y = m \Leftrightarrow x^m = y$

2). $Ex : \log_{10}^{10^3} = 3 \Leftrightarrow 10^3 = 10^3$

3). $Ex : \log_7^{49} = 2 \Leftrightarrow 7^2 = 49$

4). $Ex : \log_{10}^{10000000} = 7 \Leftrightarrow 10^7 = 10000000$

5). $Ex : \log_y^{\frac{1}{8}} = -3 \Leftrightarrow y^{-3} = \frac{1}{8}$

6). $Ex : \log_5^{625} = 4 \Leftrightarrow 625 = 5^4$

7). $Ex : \log_{12}^{144} = 2 \Leftrightarrow 12^2 = 144$

8). $Ex : \log_a^{\frac{1}{m}} = n \Leftrightarrow a^n = \frac{1}{m}$

9). $Ex : \log_4^{64} = 3 \Leftrightarrow 4^3 = 64$ ذ

10). $Ex : \log_{10}^1 = 0 \Leftrightarrow 10^0 = 1$

عملي مثالونه:

لاندې افادې د اکسپوننشیل نه په لوګاریتمي او د لوګاریتمي شکل نه په اکسپوننشیل واړوئ.

1). $4^3 = 64 \Rightarrow \log_4^{64} = 3$

2). $3^3 = 27 \Rightarrow \log_3^{27} = 3$

3). $10^{-3} = \frac{1}{1000} \Rightarrow \log_{10}^{\frac{1}{1000}} = -3$

4). $\log_9^{\frac{1}{9}} = -1 \Rightarrow 9^{-1} = \frac{1}{9}$

5). $\log_9^9 = 1 \Rightarrow 5 = 5^1 \Rightarrow \log_9^9 = 1 \Rightarrow 9^1 = 9 \Rightarrow 9 = 9$

6). $\log_b^{\frac{1}{y}} = d \Rightarrow \frac{1}{y} = b^d$

7). $\log_{10}^{10000000} = 7 \Rightarrow 10000000 = 10^7$

8). $\log_{10000}^1 = 0$

9). $\log_{10^3}^{10^3} = 1$

10). $\log_8^{8^{-3}} = -3.\log_8^8 = -3.1 = -3$

11). $\log_{13}^{13^{-\frac{1}{2}}} = -\frac{1}{2}.\log_{13}^{13} = -\frac{1}{2}.1 = -\frac{1}{2}$

تمرین:

لاندې لوګاریتمي افادې په نمايي شکل ولیکئ.

1). $\log_8^2 = \frac{1}{3}$

2). $\log_{27}^3 = \frac{1}{3}$

3). $\log_4^{\frac{1}{32}} = -\frac{5}{2}$

4). $\log^{0,01} = -2$

5). $\log^{1000} = 3$

6). $\log^1 = 0$

7). $\log_{144}^{12} = \frac{1}{2}$

8). $\log_5^{\frac{1}{625}} = -3$

9). $\log_{100}^{1000} = \frac{3}{2}$

10). $\log_{32}^4 = \frac{2}{5}$

تمرین:

لاندې اکسپوننشيل (نمايي) رابطې په لوګاریتمي شکل ولیکئ؟

1). $5^4 = 625$

2). $7^{-1} = \frac{1}{7}$

3). $10^{-4} = 0,0001$

4). $32^{2/5} = 4$

5). $256^{-1/4} = \frac{1}{4}$

6). $8^{2/3} = 4$

7). $4^{3/2} = 8$

8). $11^{-2} = \frac{1}{121}$

9). $10^{-2} = 0,01$

10). $4^{-1} = 0,25$

د لوګاریتم قوانین او مثالونه

د لوګاریتم قضیې او خواص
(Property of Logarithm)

لومړی خاصیت: د یو لوګاریتم د هر مثبت عدد په قاعده صفر (0) دی.

$\log_a^1 = 0$

$Proof: \quad \log_a^1 = 0 \;\Rightarrow\; a^0 = 1$

$\log_{1000}^1 = 0 \;\Rightarrow\; 1000^0 = 1$

دوهم خاصیت: د هر مثبت عدد لوګاریتم په خپله قاعده مساوي کېږي، له یو سره.

$\log_a^a = 1$

$Proof \;\Rightarrow \log_a^a = 1 \Rightarrow\; a = a^1$

د طاقت قانون دی:

$\log_{1000}^{1000} = 1 \;\Rightarrow\; 1000^1 = 1000$

$\log_a^1 = 0$

دریم خاصیت: د یوه طاقت عدد لوګاریتم په خپله قاعده د توان څخه عبارت دی.

$\log_b^{b^r} \Rightarrow r \qquad\qquad b \neq 1$

$Proof = \log_b^{b^r} = r \qquad \Rightarrow\; b^r = b^r$

$Ex = \log_{20}^{20^2} = 2 \Rightarrow 20^2 = 20^2$

$Ex = \log_{x}^{x^6} = 6 \Rightarrow x^6 = x^6$

ثلورم خاصيت: د يوه حاصل ضرب لوګاريتم په يوه قاعده باندې د ضربي عواملو د لوګاريتمو د مجموعې سره مساوي دی.

$\log_a^{m.n} = \log_a^m + \log_a^n$

$\text{Proof} = \quad \log_a^m = x \Rightarrow a^x = m$

$\log_a^n = y \Rightarrow a^y = n$

$a^x.a^y = m.n$

طرف په طرف ضربوو او د طاقت قانون پرې عملي کوو.

$a^{x+y} = m.n$ دا چې اکسپوننشيل (نمايي تابع) شکل لري، نو لوګاريتمي شکل ته اړوو.

$a^{x+y} = m.n \Rightarrow \log_a^{m.n} \Rightarrow x+y$

پورته معادله کې د x او y پرځای مخکيني قيمتونه ذکر کوو.

$\log_a^{m.n} = \log_a^m + \log_a^n \qquad \left.\begin{matrix} x = \log_a^m \\ y = \log_a^n \end{matrix}\right\}$

$Ex: \log_2^{(2x)} \Rightarrow \log_2^2 + \log_2^x \Rightarrow 1 + \log_x^2$

$Ex: \log_m^{my} \Rightarrow \log_m^m + \log_m^y \Rightarrow 1 + \log_m^y$

$Ex: \log_2^{14} \Rightarrow \log_2^{2.7} \Rightarrow \log_2^2 + \log_2^7 \Rightarrow 1 + \log_2^7$

$Ex: \log_A^{ARAZAN} = \log_A^A + \log_A^R + \log_A^A + \log_A^Z + \log_A^A + \log_A^N$

$= 1 + \log_A^R + 1 + \log_A^Z + 1 + \log_A^N \Rightarrow 3 + \log_A^R + \log_A^Z + \log_A^N$

لاندې افادې چې د ضرب په شکل ليکلی شوي دي، د جمعې په شکل (فورمول) باندې ليکو:

$1: \log_6^{(6x^2)} = ?$

$Solution: \log_6^{(6x^2)} = \log_6^6 + \log_6^{x^2} \Rightarrow 1 + 2\log_6^x$

$2: \log_{10}^{(10x^2.y)} = ?$

$Solution: \log_{10}^{10} + \log_{10}^{x^2} + \log_{10}^y \Rightarrow 1 + 2\log_{10}^x + \log_{10}^y$

$3: \log_2^{(x.y.z)} = ?$

$Solution: \log_2^{(x.y.z)} = \log_2^x + \log_2^y + \log_2^z$

لاندې افادې چې د جمعې په شکل لیکل شوي، د ضرب په شکل یې تبدیل کړئ؟

$$1.\ \log_7^{\frac{x^3}{5y^4}}+\log_7^{\frac{5.y^4}{x^2}}=?$$

$$Solution:\ \log_7^{(\frac{x^3}{5.y^4}\cdot\frac{5.y^4}{x^2})}=\log_7^{(\frac{x}{1})}\Rightarrow\log_7^x$$

$$2.\ \log_{10}^4+\log_{10}^5\Rightarrow\log_{10}^{4.5}\Rightarrow\log_{10}^{20}$$

$$3.\ \log_9^9+\log_3^3\Rightarrow 1+1=2$$

$$4.\ \log_{10}^{1000}+\log_{10}^{\frac{1}{100}}\Rightarrow\log_{10}^{(1000\frac{1}{100})}=\log_{10}^{10}=1$$

$$5.\ \log_{12}^{36}+\log_{12}^4=\log_{12}^{36.4}=\log_{12}^{144}=\log_{12}^{12^2}=2$$

$$6.\ \log_3^{(\frac{8x}{3y^3})}+\log_3^{(3.y^4)}=\log_3^{(\frac{8x}{3y^3}.3y^4)}=\log_3^{8x.y}\Rightarrow\log_3^8+\log_3^x+\log_3^y$$

$$7.\ \log_{10}^5+\log_{10}^{20}\Rightarrow\log_{10}^{5.20}=\log_{10}^{1000}=\log_{10}^{10^2}=2\Rightarrow 3-\log_5^2$$

لاندې د خارج قسمت افادې د تفاضل په شکل لیکو:

$$1.\ \log_4^{\frac{32}{2}}\Rightarrow\log_4^{16}=\log_4^{4^2}=2.\log_4^4=2.1\Rightarrow 2$$

$$2.\ \log_5^{\frac{250}{160}}=\log_5^{\frac{25}{16}}=\log_5^{25}-\log_5^{16}\Rightarrow\log_5^{5^2}-\log_5^{16}$$

$$\Rightarrow 2\log_5^5-\log_5^{2^4}\Rightarrow 2.1-4.\log_5^2\Rightarrow 2-4\log_5^2$$

$$3.\ \log_7^{(\frac{63}{49})}=\log_7^{63}-\log_7^{49}=\log_7^{7.9}-\log_7^{7^2}=$$

$$\Rightarrow\log_7^7+\log_7^9-2.\log_7^7\Rightarrow 1+\log_7^9-2$$

$$\Rightarrow\log_7^9-1$$

$$4.\ \log_m^{(\frac{x.y.z}{d})}=\log_m^{(x.y.z)}-\log_m^d\Rightarrow\log_m^x+\log_m^y+\log_m^z-\log_m^d$$

لاندې د تفاضل افادې د خارج قسمت په شکل لیکو:

$$1.\ \log_a^{y^2a}-\log_a^{y^2}=\log_a^{\frac{ay^2}{y^2}}=\log_a^a=1$$

$$2.\ \log_2^{32}-\log_2^{16}=\log_2^{\frac{32}{16}}=\log_2^2=1$$

$$3.\ \log_{10}^{10000}-\log_{10}^{1000}=\log_{10}^{\frac{10000}{1000}}=\log_2^2=1$$

$$4.\ \log_5^{625}-\log_5^{25}=\log_5^{\frac{625}{25}}=\log_5^4$$

$$5.\ \log_5^{125}-\log_5^{25}=\log_5^{\frac{125}{25}}=\log_5^5=1$$

شپږم خاصیت: د یوه طاقت لرونکي عدد لوګاریتم پر بله قاعده د توان او همغه عدد دلوګاریتم د حاصل ضرب سره مساوي ده.

$\log_b^{m^r} \Rightarrow r.\log_b^m$

$\Pr oof = \log_b^m = x \Rightarrow m = b^x$

اوس دواړه خواوې د (r) په توان پورته کوو.

$m^r = (b^x)^r \Rightarrow m^r = b^{x.r}$

په لوګاریتمي معادله يې بدلوو.

$\log_b^{m^r} = x.r$

په آخر کې د x پر ځای ذکر شوی قیمت وضع کوو.

$\log_b^{m^r} = x.r \Rightarrow \log_b^{m^r} = \log_b^m .r$

$\log_b^{m^r} = r.\log_b^m$

$Ex: \log_2^{49^3} \Rightarrow 3.\log_2^{49}$

$Ex. \log_9^{81^5} \Rightarrow 5.\log_9^{81} \Rightarrow 5.\log_9^{9^2} \Rightarrow 5.2.1 = 10$

$Ex: \log_5^{(5x)^3} \Rightarrow 3(\log_5^{5x}) \Rightarrow 3(\log_5^5 + \log_5^x) \Rightarrow 3(1+\log_5^x) \Rightarrow 3+3\log_5^x$

$Ex: \log_3^{(\frac{9}{2})5} \Rightarrow 5.\log_3^{\frac{9}{2}} \Rightarrow 5(\log_3^9 - \log_3^2) \Rightarrow 5(\log_3^{3^2} - \log_3^2) \Rightarrow 5(2-\log_3^2) \Rightarrow 10-5\log_3^2$

اووم **خاصیت:** د یوه عدد لوګاریتم د یوه طاقت لرونکي عدد پر قاعده عبارت دی د قاعدې د توان معکوس ضرب يې د همغه عدد لوګاریتم د قاعدې د قاعدې په قاعده.

$\log_{a^b}^m = \dfrac{1}{b}\log_a^m$

$\Pr oof \Rightarrow \log_a^m = y \Rightarrow m = a^y ....I$

(I) رابطه په عین ضرب او تقسیموو ، کوم فرق نه کوي، یو طرف.

$m = a^y \Rightarrow m = (a^y)^{\frac{b}{b}} \Rightarrow m = (a^b)^{\frac{y}{b}} ....II$

(II) د رابطې لوګاریتم نیو.

$m = (a^b)^{\frac{y}{b}} \Rightarrow \log a^{b^m} = \dfrac{y}{b}$

$\log a^{b^m} = \dfrac{1}{b}.y \Rightarrow \log_a^{b^m} = \dfrac{1}{b}.\log_a^m$

پاملرنه:

د پورته قضیې شخه لاندې قضیې نورې هم لاسته راځي.

1. $\log_{a^n}^{x^m} = \frac{m}{n}\log_a^x$

2. $\log_{a^n}^{x^n} \Rightarrow \frac{n}{n}\log_a^x \Rightarrow \log_a^x$

3. $\log_{\frac{1}{3}}^{\frac{1}{x}} = \log_a^x$

د یادې قضیې په اثبات په لوګاریتم کې د لاندې خواصو نه هم استفاده کولای شو.

1. $a^{\log_a^m} = x \Rightarrow x = m$

2. $\log_b^a . \log_a^b . \log_d^c \ldots\ldots\ldots\ldots \log_m^n \Rightarrow \log_n^a$

3. $\log_a^{\log_b^{\log_c^x}} = n \Rightarrow x = \left[(C^b)^a\right]^n$

مثالونه:

$Ex: \log_5^3 . \log_8^5 . \log_9^8 \Rightarrow \log_9^3$

$Ex: 5^{\log_5^{12}} \Rightarrow 12$ $\qquad$ $Ex: \log_2^{\log_3^{\log_5^x}} = 8 \Rightarrow x = \left[(5^3)^2\right]^8$

$Ex: \log_{16}^{32} \Rightarrow \log_{2^4}^{32} \Rightarrow \frac{1}{4}\log_2^{32} \Rightarrow \frac{1}{4}.\log_2^{2^5} = \frac{5}{4}.1 = \frac{5}{4}$

اتم خاصیت: د یوه جذر لرونکي عدد لوګاریتم د عدد لوګاریتم او جذر د درجې د تقسیم له حاصل سره مساوي دی.

$\log_a^{\sqrt[n]{m}} \Rightarrow \frac{1}{n}\log_a^m$

$\Pr oof : \sqrt[n]{m} = m^{\frac{1}{n}}$

د دواړو خواوو نه لوګاریتم نیسو ، د a په قاعده:

$\log_a^{\sqrt[a]{m}} = \log_a^{m^{\frac{1}{n}}} \Rightarrow \log_a^{\sqrt[n]{m}} = \frac{1}{n}\log_a^m$

$Ex: \log_4^{\sqrt[3]{16}} \Rightarrow \log_4^{16^{\frac{1}{3}}} \Rightarrow \frac{1}{3}\log_4^{4^2} \Rightarrow \frac{1}{3}.2.1 = \frac{2}{3}$

$Ex: \log_5^{\sqrt[2]{5}} \Rightarrow \frac{1}{2}\log_5^5 \Rightarrow \frac{1}{2}$

$Ex: \log_R^{\sqrt[D]{R}} \Rightarrow \frac{1}{D}.\log_R^R = \frac{1}{D}.1 \Rightarrow \frac{1}{D}$

$Ex:\ \log_{10}^{\sqrt[3]{1000}} \Rightarrow \frac{1}{3}.\log_{10}^{1000} \Rightarrow \frac{1}{3}.3=1$

نهم خاصیت: که قاعده د لوګاریتم په طاقت سره وي، نو په هغه صورت کې چې د لوګاریتم قاعده او د نیمایي تابع قاعده سره مساوي وي، خپله د عدد سره مساوي دي.

$a^{\log_a^y} = y$

$\Pr oof = \log_a^y = x \Rightarrow y = a^x \Rightarrow y = a^{\log_a^y}$

$Ex:\ 10^{\log 10^4} = 4$

$Ex:\ 0,2^{\log_{0,2}^5} = 5$

$Ex:\ 2^{\log_2^3} = 3$

پاملرنه:

هیڅ وخت په لاندې ډول لوګاریتم نه شو لیکلی:

$Ex:\ \log_5^{4^5} \neq 4$

ځکه چې هیڅ قاعدې ته برابر نه دی.

$Ex:\ 3^{\log_4^3} \neq 4$

ځکه چې هیڅ قاعدې ته برابر نه دی.

$Ex:\ 8^{\log 3^8} \neq 8$

ځکه دا هم هیڅ قانوني قاعدې ته نه ده جوړه.

لسم خاصیت: که چېرې $a,b \in R$ او خلاف د یو $(a \neq 1\ ,\ b \neq 1)$ وي، نو لرو، چې:

$\log b^a = \frac{1}{\log_a^b} \Rightarrow \log_b^a.\log_a^b = 1$

$\Pr oof:\ \log_b^a = y \Rightarrow a = b^y$

که د اطراف لوګاریتم د a په قاعده ونیسو، لرو چې:

$a = b^y \Rightarrow \log_a^a = \log_a^{b^y} \Rightarrow 1 = y.\log_a^b \Rightarrow y = \frac{1}{\log_a^b}$

$\Rightarrow \log b^a = \frac{1}{\log_a^b}$

$Ex:\ \log_3^5 . \log_5^3 = 1$

$Ex:\ \log_2^{1000} . \log_{1000}^2 = 1$

$Ex:\ \log_y^x . \log_x^y = 1$

$Ex:\ \log_{64}^2 = ?$

$$\log_{64}^2 = \frac{1}{\log_2^{64}} = \frac{1}{\log_2^{2^6}} = \frac{1}{6}$$

يوولسم خاصيت: د يوه معکوس عدد لوګاريتم د خپله عدد د منفي لوګاريتم سره مساوي دي، چېد يوه عدد منفي لوګاريتم ته د هغه عددونو لوګاريتم هم وايي.

$$\log_a^{\frac{1}{A}} = -\log_a^A \Rightarrow Co\log_a^A$$

$$\Pr oof:\ \log_a^{\frac{1}{A}} = \log_a^1 - \log_a^A = 0 - \log_a^A \Rightarrow -\log_a^A \Rightarrow co\log_a^A$$

$$\Rightarrow \log_a^{\frac{1}{A}} = -\log_a^A = Co\log_a^A$$

دولسم خاصيت: د قاعدې د بدلولو فارمول:

که د يو عدد لوګاريتم په يوه قاعده غوښتل شوي وي، مګر د دغه عدد لوګاريتم پر دغه قاعده مشکل وي، نو د عدد او د لوګاريتم د قاعدې لوګاريتم پر يوه بله قاعده پيدا کوو، د عدد لوګاريتم پر دغه قاعده د لوګاريتم د قاعدې په لوګاريتم باندې وېشو، مطلوب عدد په لاس راځي.

$$\log_a^m = \frac{\log_b^m}{\log_b^a}$$

ثبوت:

که چېرې $\log_a^m = x$ وښيو، نو په اکسپوننشيل شکل يې بدلوو.

$$\log_a^m = x \Rightarrow m = a^x$$

د دواړو خواوو لوګاريتم د b په قاعده نيسو.

$$\log_b^m = \log_b^{a^x} \Rightarrow x\log_b^a$$

$$\log_b^m = \log_a^m . \log_b^a$$

$$\frac{\log_b^m}{\log_b^a} = \frac{\log_a^m . \log_b^a}{\log_b^a} \Rightarrow \log_a^m = \frac{\log_b^a}{\log_b^a}$$

د تبـــدیلۍ ($\log_a^x = \frac{\log_b^a}{\log_b^a} \Rightarrow \log_a^x.\log_b^a = \log_b^x$) فـــارمول پـــه مرســـته لانـــدې مثالونه حلوو:

1. $\log_{64}^{16} = ?$

$$Solutin: \ \log_{64}^{16} = \frac{\log_2^{16}}{\log_2^{64}} = \frac{\log_2^{2^4}}{\log_2^{2^6}} = \frac{4.\log_2^2}{6.\log_2^2} = \frac{1.4}{6.1} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

2. $\log_{100}^{0,0001} = ?$

$$Solution: \ \log_{10}^{0,0001} = \frac{\log_{10}^{0,0001}}{\log_{10}^{100}} = \frac{\log_{10}^{10^{-4}}}{\log_{10}^{10^2}} = \frac{-4.\log_{10}^{10}}{2.\log_{10}^{10}} \Rightarrow \frac{-4.1}{2.1} = \frac{-4}{2} \Rightarrow -2$$

3. $\log_{0,01}^{10000} = ?$`

$$Solution: \ \log_{0.01}^{10000} = \frac{\log_{10}^{10000}}{\log_{10}^{0,01}} = \frac{\log_{10}^{10^4}}{\log_{10}^{10^{-2}}} = \frac{4.\log_{10}^{10}}{-2.\log_{10}^{10}} = \frac{4.1}{-2.1} = \frac{4}{-2} = -2$$

4. $\log_{16}^{32} = ?$

$$Solution: \ \log_{16}^{32} = \frac{\log_2^{32}}{\log_2^{16}} = \frac{\log_2^{2^5}}{\log_2^{2^4}} = \frac{5.\log_2^2}{4.\log_2^2} = \frac{5.1}{4.1} = \frac{5}{4}$$

5. $\log_{121}^{14641} = ?$

$$Solution: \log_{121}^{14641} = \frac{\log_{11}^{14641}}{\log_{11}^{121}} = \frac{\log_{11}^{11^4}}{\log_{11}^{11^2}} = \frac{4.\log_{11}^{11}}{2.\log_{11}^{11}} = \frac{4.1}{2.1} = \frac{4}{2} \Rightarrow 2$$

6. $\log_{0,001}^{0,0001} = ?$

$$Solution: \log_{0,001}^{0,0001} = \frac{\log_{10}^{0,0001}}{\log_{10}^{0,001}} = \frac{\log_{10}^{10^{-3}}}{\log_{10}^{10^{-2}}} = \frac{-3.\log_{10}^{10}}{-2.\log_{10}^{10}} \Rightarrow \frac{-3.1}{-2.1} = \frac{3}{2}$$

7. $\log_{0,1}^{1000} = ?$

$$Solution: \log_{0,1}^{1000} = \frac{\log_{10}^{1000}}{\log_{10}^{0,1}} = \frac{\log_{10}^{10^3}}{\log_{10}^{10^{-1}}} = \frac{3.\log_{10}^{10}}{-1.\log_{10}^{10}} = \frac{3.1}{-1.1} \Rightarrow -3$$

8. $\log_9^{27} = ?$

$$Solution: \log_9^{27} = \frac{\log_3^{27}}{\log_3^9} = \frac{\log_3^{3^3}}{\log_3^{3^2}} = \frac{3.\log_3^3}{2.\log_3^3} = \frac{3.1}{2.1} = \frac{3}{2}$$

9. $\log_{25}^{625} = ?$

$$Solution: \log_{25}^{625} = \frac{\log_5^{625}}{\log_5^{25}} = \frac{\log_5^{5^4}}{\log_5^{5^2}} = \frac{4.\log_5^5}{2.\log_5^5} = \frac{4.1}{2.1} = \frac{4}{2} = 2$$

10. $\log_{27}^{81} = ?$

$$Solution: \ \log_{27}^{81} = \frac{\log_3^{81}}{\log_3^{27}} = \frac{\log_3^{3^4}}{\log_3^{3^3}} = \frac{4.\log_3^3}{3.\log_3^3} = \frac{4.1}{3.1} = \frac{4}{3}$$

11. $\log_8^{16} = ?$

$Solution: \log_8^{16} = \dfrac{\log_2^{16}}{\log_2^{8}} = \dfrac{\log_2^{2^3}}{\log_2^{2^3}} = \dfrac{4.\log_2^2}{3.\log_2^2} = \dfrac{4}{3}$

12. $\log_b^a . \log_c^b . \log_a^d = 1$

$Solution: \dfrac{\log_m^a}{\log_m^b} . \dfrac{\log_m^b}{\log_m^c} . \dfrac{\log_m^c}{\log_m^a} . \dfrac{\log_m^d}{\log_m^a} = 1 \Rightarrow 1 = 1$

دیارلسم خاصیت: د $\log_a^{A^n} = n\log_a^A$ او $\log_{a^\alpha}^A = \dfrac{1}{\alpha}\log_a^A$ څخه په استفادې بل خاصیت هم رامینځته کېږي.

$$\log_{a^\alpha}^{A^n} = \frac{n}{\alpha}\log_a^A$$

پاملرنه:

د $\log_a^{A^n} = n\log_a^A$ او $\log_{a^m}^A = \dfrac{1}{m}\log_a^A$ خاصیتونو څخه په استفادې سره لیکلی شو.

1. $\log a^{m^{x^n}} \Rightarrow \dfrac{n}{m}\log_a^x$
2. $\log a^{x^m} \Rightarrow \log a^{\frac{1}{m}^x}$
3. $\log a^{m^x} \Rightarrow \log a^{x^{\frac{1}{m}}}$

مقصد دا دی، چې پورته شکلونه د خپل د ګټې لپاره په دا شان تبدیلولی شو.

څوارلسم خاصیت: که عدد او قاعده د یو واحد په یوه خوا کې قرار ولري، نو لوګاریتم یې مثبت او که یو یې یوه خوا او بل یې بله خوا قرار ولري، نو لوګاریتم یې منفي دی.

یعنې؛

۱. پوهېږو چې $a^x>1$ دی، کله چې $a>1$ او هم $x>0$ وي او یا دا رنګه چې $a<1$ او هم $x<0$ وي.

۲. که $a>1$ او $x<0$ او یا $a<1$ او $x>0$، نو پوهېږو چې $a^x<1$ لاسته راځي.

$a>1 \ , \ N<1 \Rightarrow \log_a^N < 0$

$a>1 \ , \ N>1 \Rightarrow \log_a^N > 0$

$a<1 \ , \ N>1 \Rightarrow \log_a^N < 0$

$a<1 \ , \ N<1 \Rightarrow \log_a^N > 0$

مثال: د لاندې لوګاریتمونو څخه کوم یو یې مثبت او کوم یو یې منفي دی.

$a) \ \log_5^{13}$

$b) \ \log_9^{8}$

$c) \ \log_{2,1}^{0,3}$

حل:

a) $\log_5^{13} > 0$ دی، ځکه چې (13) او هم 5 دواړه په یوه خوا قرار لري.
یعنې 13>1 او هم 5>1 ،نو په نتیجه کې ویلی شو، چې نوموړی لوګاریتم مثتب دی.

b) $\log_9^{8} > 0$ دی، ځکه 8 او هم 9 په یوه خوا قرار لري، یعنې 8>1 او 9>1 دي، نو په نتیجه کې یاد لوګاریتم مثتب دی.

c) $\log_{2,1}^{0,3} < 0$ دی، ځکه چې 0,3<1 او 2,1>1 دی، یعنې یو د بل په مختلف لوري قرار لري، په نتیجه کې ویلی شو، چې دغه لوګاریتم منفي دی.

مثال: د لاندې لوګاریتمونو څخه کوم یو یې مثبت او کوم یو یې منفي دی؟

$a). \ \log_{0,9}^{0,2}$

$b). \ \log_{0,3}^{8}$

$c). \ \log_{2}^{0,5}$

حل:

a) جز: $\log_{0,9}^{0,2} > 0$ دی، ځکه چې 0,2<1 او هم 0,9<1 دی، یعنې دواړه په یو خوا قرار لري، په نتیجه کې ویلی شو، چې دغه لوګاریتم مثتب دی.

b) جز: $\log_{0,3}^{8} < 0$ دی، ځکه چې 8>1 او 0,3<1 دی، یعنې یو په یو خوا او بل یې په بله خوا قرار لري، په نتیجه کې ویلی شو، چې دغه لوګاریتم منفي دی.

c) جز: $\log_{2}^{0,5} < 0$ دی، ځکه 0,5<1 او 2>1 دی، یعنې یو د بل په مختلف لوري سره قرار لري، په نتیجه کې ویلی شو، چې دغه لوګاریتم منفي دی.

پنځلسم خاصیت lemma : که چېرې $\log_a^M = \log_a^N$ وي، نو M=N دی.

$$proof:\ M=N\Leftrightarrow a^{\log_a^M}=a^{\log_a^N}$$

د طاقت د خاصیت نه په استفاده لرو، چې:

$$M=N\Leftrightarrow \log_a^M=\log_a^N$$

شپاړلسم خاصیت: که a>1 او هم N>M>0 وي، نو:

$$\log_a^N>\log_a^M$$

ثبوت:

که چېرې N>M>0 وي، نو $\frac{N}{M}>1$ دی او

$$\log_a^{\frac{N}{M}}=\log_a^N-\log_a^M>0$$

او له دې څخه لرو، چې:

$$\log_a^{\frac{N}{M}}\Rightarrow \log_a^N>\log_a^M$$

مثالونه:

د لوګاریتم قوانین عملي کول:

$$1).\ \log_2^{\frac{1}{8}}=\log_2^{\frac{1}{2^3}}=\log_2^{2^{-3}}=(-3)\log_2^2=(-3).1=-3$$

$$2).\ \log_{\frac{1}{\sqrt[3]{2}}}^{\frac{1}{4}}=\log_{\frac{1}{2^{\frac{1}{3}}}}^{\frac{1}{2^2}}=\log_{2^{-\frac{1}{3}}}^{2^{-2}}=\frac{-2}{-\frac{1}{3}}\log_2^2=\frac{-2}{-\frac{1}{3}}.=2.\frac{3}{1}=6$$

$$3).\ \log_{10}^{(20x2y)}-\log_{10}^{\left(\frac{1}{5}x^2y\right)}=\log_{10}^{\left(\frac{20x^2y}{\frac{1}{5}x^2y}\right)}=\log_{10}^{\left(\frac{20}{\frac{1}{5}}\right)}=\log_{10}^{100}=\log_{10}^{(10)^2}=2.\log_{10}^{10}=2$$

$$4).\ \frac{\log_5^{16}}{\log_5^8+\log_5^4}=\frac{\log_5^{16}}{\log_5^{8.4}}=\frac{10\log_5^{16}}{\log_5^{32}}=\log_{32}^{16}$$

$$\left(\log_b^a=\frac{\log_c^a}{\log_c^b}\right)$$

$$=\log_{2^5}^{2^4}=\frac{4}{5}\log_2^2=\frac{4}{5}$$

$$5).\ \log_a^{\left(\frac{\sqrt{3x-5}}{7x^3}\right)}=\log_a^{\sqrt{3x-5}}-\log_a^{7x^3}=\log_a^{(3x-5)^{\frac{1}{2}}}-\left[\log_a^7+\log_a^{x^3}\right]$$

$$=\frac{1}{2}\log_a^{3x-5}-\log_a^7-\log_a^{x^3}=\frac{1}{2}\log_a^{3x-5}-\log_a^7-3\log_a^x$$

6). $\log_a^{\left(\frac{5x^2}{y}\right)^3} = 3\left[\log_a^{\frac{5x^2}{y}}\right] = 3\left[\log_a^{5x^2} - \log_a^y\right] = 3\left[\log_a^5 + \log_a^{x^2} - \log_a^y\right]$

$= 3\left[\log_a^5 + 2\log_a^x - \log_a^y\right] = 3\log_a^5 + 6\log_a^x - 3\log_a^y$

7). $\frac{1}{2}\log_{10}^x - 3\log_{10}^{(x-1)} = \log_{10}^{x^{\frac{1}{2}}} - \log_{10}^{(x-1)^3} = \log_{10}^{\frac{\sqrt{x}}{(x-1)^3}}$

8). $2\log(x+1) - \frac{1}{3}\log x + \frac{1}{3}\log y =$

$= \log(x+1)^2 - \frac{1}{3}(\log x - \log y)$

$= \log(x+1)^2 - \frac{1}{3}\left[\log\frac{x}{y}\right]$

$= \log(x+1)^2 - \log\sqrt[3]{\frac{x}{y}}$

$= \log\left[\frac{(x+1)^2}{\sqrt[3]{\frac{x}{y}}}\right]$

9). $\frac{1}{\log_2^{12}} + \frac{1}{\log_6^{12}} = \log_{12}^2 + \log_{12}^6 \ldots\ldots\ldots\ldots \left(\log_b^a = \frac{1}{\log_a^b}\right)$

10). $\log_x^{\left(\sqrt{x\sqrt[3]{x}\sqrt[5]{x}}\right)} = \log_x^{\sqrt[30]{x^{15}.x^5.x}} = \log_x^{\sqrt[30]{x^{15+5+1}}} = \log_x^{\sqrt[30]{x^{21}}}$

$= \log_x^{\frac{21}{30}} = \log_x^{\frac{7}{10}} = \frac{7}{10}\log_x^x = \frac{7}{10}$

11). $(49)^{\left[1+\log_7^{\frac{1}{2}}\right]} = (49)^{\left[\log_7^7 + \log_7^{\frac{1}{2}}\right]} = 49^{\log_7^{\frac{7}{2}}} = (\frac{7}{2})^{\log_7^{49}}$

$= (\frac{7}{2})^{\log_7^{7^2}} = (\frac{7}{2})^{2\log_7^7} = (\frac{7}{2})^2 = \frac{49}{4}$

12). $(10)^{(2\log 5-1)} = 10^{(2\log 5 - \log_{10}^{10})} = 10^{\log 5^2 - \log 10} = 10^{\log\frac{25}{10}}$

$= \frac{25}{10}\log 10 = \frac{25}{10} = \frac{5}{2}$

13). $\dfrac{(\sqrt{3})^{(2\log 5 - \log 7)}}{\left(\frac{5}{\sqrt{7}}\right)^{\log(0,3)}} = \dfrac{(\sqrt{3})^{\log 5^2 - \log 7}}{\left(\frac{5}{\sqrt{7}}\right)^{\log 0,3}} = \dfrac{(\sqrt{3})^{\log 25 - \log 7}}{\left(\frac{25}{7}\right)^{\log\sqrt{0,3}}}$

$$=\frac{(\sqrt{3})^{\log\frac{25}{7}}}{\left(\frac{25}{7}\right)^{\log\sqrt{0,3}}}=\frac{(\frac{25}{7})^{\log\sqrt{3}}}{(\frac{25}{7})^{\log\sqrt{0,3}}}$$

$$=\left(\frac{25}{7}\right)^{\log\sqrt{3}}-\log^{\sqrt{0,3}}=\left(\frac{25}{7}\right)^{\log\sqrt{\frac{3}{0,3}}}$$

$$=\left(\frac{25}{7}\right)^{\log\frac{1}{\sqrt{0,1}}}=\left(\frac{25}{7}\right)^{\log^{10^{-\frac{1}{2}}}}$$

$$=\left(\frac{25}{7}\right)^{-\frac{1}{2}}=\left(\frac{7}{25}\right)^{\frac{1}{2}}=\sqrt{\frac{7}{25}}=\frac{\sqrt{7}}{5}$$

لانـدې سـوالونه او ځوابونـه درکـړل شـوي، تاسـې پـر سـوالونو عمليـه اجـرا کړئ او درکړل شوي ځوابونه مربوطه سوالونو ته په خانه خالي کې وليکئ؟

1). $5\log 2+\log 3-\log 8=?$ ( ) $A=-4\log 2$

2). $\log_6^{2.\sqrt{3}}+\log_6^{3.\sqrt{2}}=?$ ( ) $B=\log 12$

3). $\log_{x.\sqrt{x}}^{(x.\sqrt[3]{x})}=?$ ( ) $C=0$

4). $5^{(2.\log_5^2+3.\log_5^3)}=?$ ( ) $D=\frac{3}{2}$

5). $a^{\log_x^b}-b^{\log_x^a}=?$ ( ) $E=\frac{8}{9}$

6). $2^{\log_4^9}=?$ ( ) $F=108$

7). $\log_y^x.\log_m^y.\log_x^m=?$ ( ) $G=\log\left(\frac{256}{3}\right)$

8). $\log\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{27}}=?$ ( ) $H=1$

9). $\log 2^4-\log 3+\log 16=?$ ( ) $I=3$

10). $\sqrt{\log 2(0,5)^4}=?$ ( ) $J=\frac{1}{6}$

د لوګاریتم د خاصیتونو لنډیز

Property of Logarithm

1. $\log a^{1} = 0$

2. $\log_{a}^{(x.y)} \Rightarrow \log_{a}^{x} + \log_{a}^{y}$

3. $\log_{a}^{a} = 1$

4. $\log_{b}^{b^{r}} = r$

6. $\log_{b}^{m^{r}} = r.\log_{b}^{m}$

7. $\log_{a}^{b^{m}} = \frac{1}{b}\log_{a}^{m}$

8. $a^{\log_{a}^{m}} = m$

9. $\log_{b}^{a}.\log_{a}^{b}.\log_{d}^{c} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \log_{n}^{m} = \log_{n}^{a}$

10. $\log a^{\sqrt[n]{m}} = \frac{1}{n}\log_{a}^{m}$

11. $\log_{N}^{m} = \frac{\log_{a}^{M}}{\log_{a}^{N}}$

12. $\log_{a}^{m} = \frac{1}{\log_{m}^{a}}$

13. $\log a^{\frac{1}{A}} = -\log_{a}^{A} = co\log_{a}^{A}$

14. $\log a^{m^{x^{n}}} = \frac{n}{m}\log_{a}^{x}$

15. $\log a^{x^{m}} = \log a^{\frac{1}{m}^{x}}$

16. $\log_{a^{m}}^{x} = \log a^{x^{\frac{1}{m}}}$

17. $a^{\log_{a}^{x} - \log_{a}^{y}} = \frac{x}{y}$

18. $a^{\log_{a}^{x} + \log_{a}^{y}} = x.y$

19. $a^{\log_{b}^{x}} = x^{\log_{b}^{a}}$

$20.\log_a^b . \log_b^a = 1$

$21.\dfrac{\log_a^m}{\log_{ab}^m} = 1 + \log_a^b$

$22.\log a^{\log_b^{\log_c^x}} = m \Rightarrow x = c^{b^{a^m}}$

$23.\log_{ab}^c = \dfrac{1}{\log_c^a + \log_c^b}$

$24.\log_a^x = \log_a^y \Rightarrow x = y$

$25.\log_a^{(\frac{x}{y})} = \log_a^x - \log_a^y$

پاملرنه:

په لاندې ډول ليکل صحيح نه دي.

$1.\ \log \dfrac{b^N}{a^N} \neq \log_b^M - \log_b^N$

دا ځکه چې د ښي خوا نه موږ چپ طرف لاسته نه شو راوړلی، ګورو چې:

$\log_b^M - \log_b^N \ \Rightarrow \log_b^{(\frac{M}{N})}$

نو بناءً داسې $\log \dfrac{b^N}{a^N} \neq \log_b^M - \log_b^N$ ليکل غلط دي.

$2.\ \log_b^{(M+N)} \neq \log_b^M + \log_b^N$

دا ځکه چې د ښي طرف نه چپ طرف لاسته نه راځي.

ثبوت:

په ښي طرف د لوګاريتم خواص تطبيقوو، ګورو که چپ طرف تر لاس ته راغی صحيح ده او که نه، نو غلط ده.

نوټ: جمع په ضرب بدلېږي:

$\log_b^M + \log_b^N = \log_b^{(M.N)}$

نو ثبوت شوه چې $\log_b^{(M+N)} \neq \log_b^M + \log_b^N$ ليکل غلط دي.

$3.(\log_b^x)^2 \neq \log_b^{x^2}$

دا ځکه چې د ښي طرف نه چپ طرف لاسته نه راځي، د لوګاريتم د خواصو په تطبيقولو سره، اوس چپ طرف د لوګاريتم خواص تطبيقوو، که چېرې چپ

طرف ترې لاسته راغ، نو صحیح ده او که رانه غی، نو غلطه ده.

$\log_b^{x^2} = 2.\log_b^x$

نو ثبوت شوه چې:

$(\log_b^x)^2 \neq \log_b^{x^2}$

لاندې سوالونه څلور ځوابونه لري، تاسې په کې صحیح ځواب په لاس راوړئ؟

1. $\log_{10}^{0,0001} = ?$

$a).\ -4 \qquad b).\ 4 \qquad c).\ -3 \qquad d).\ 3$

2. $\log_{\frac{1}{2}}^{8^{-3}} = ?$

$a).\ 3 \qquad b).\ -3 \qquad c).\ 9 \qquad d).\ 3$

3. $\log_{10}^{(1000)^{\frac{5}{3}}} = ?$

$a).\ 3 \qquad b).\ -3 \qquad c).\ 5 \qquad d).\ -5$

4. $\log_{\frac{1}{5}}^{(625)^{-4}} = ?$

$a).\ 4 \qquad b).\ \frac{1}{5} \qquad c).\ -4 \qquad d).\ -\frac{1}{5}$

5. $\log_b^{(y^2.b)} - \log_b^{y^2} = ?$

$a).\ 2 \qquad b).\ 1 \qquad c).\ -2 \qquad d).\ -1$

6. $\log_{\frac{1}{76}}^{8} = ?$

$a).\ -\frac{3}{2} \qquad b).\ \frac{1}{2} \qquad c).\ \frac{3}{2} \qquad d).\ 3$

7. $\log_{\frac{1}{36}}^{216} = ?$

$a).\ \frac{3}{2} \qquad b).\ -\frac{3}{2} \qquad c).\ 3 \qquad d).\ 2$

د لوګاریتم د خواصو په اساس انکشاف ورکړئ؟

1. $\log_b^{u^2v^7}$

2. $\log_b^{\frac{u}{vw}}$

3 $\log_b^{\sqrt[3]{x^2-y^2}}$

4. $\log \sqrt[4]{\frac{x^2y^3}{\sqrt{z}}}$

5. $\log_b^{n^{\frac{1}{2}}.m^{\frac{1}{3}}}$

6. $\log_b^{\sqrt{n^2+1}}$

7. $\log_b^{\sqrt[5]{(\frac{x}{y^2.z^9})^3}}$

8. $\log_b^{\frac{m^{\frac{2}{3}}}{n^{\frac{1}{3}}}}$

9. $\log_b^{\frac{1}{a^2}}$

10. $\log\frac{\sqrt[3]{n}}{p^2q^3}$

11. $\log_b^{\frac{m^3}{n^5}}$

12. $\log_2^{\frac{1}{x^2}}$

13. $\log_a^{\frac{m^4n^3}{\sqrt{P}}}$

پر لاندې مثالونو د حل شوي مثال په څېر عملیه اجرا کړئ؟

مثال:

$$\log_b^{u^2}-\log_b^{v}=\log_b^{(\frac{u^2}{v})}$$

1. $2\log_b^x-\log_b^y=?$

2. $\log_a^m-\log_a^n-\log_a^p=?$

3. $9.\log_a^x+2\log_a^y-\frac{1}{4}\log_a^z=?$

4. $5.(\frac{1}{2}\log_b^m-2\log_b^n)=?$

5. $\frac{1}{8}(2.\log_b^x+3\log_b^y)=?$

6. $\log_b^w+\log_b^x-\log_b^y=?$

7. $\frac{1}{3}\log_b^w-3\log_b^x-5.\log_b^y=?$

8. $7(4\log_b^m+\frac{1}{3}\log_b^n)=?$

9. $\frac{1}{3}(4\log_b^x-2\log_b^y)=?$

د لوګاریتم اقسام

Kind of Logarithm

۱. اعشاري یا برګس لوګاریتم:

هغه لوګاریتم ته وایي، چې قاعده یې لس (10) وي، د اعشاري لوګاریتم جدول په 1931 م کال د هانربریکس امریکایي ریاضي دان له خوا ترتیب شوی دی، څرنګه چې د دغه لوګاریتم قاعده (10) ده، نو لیکلو ته ضرورت نه شته.

$$\log_{10}^{x} = \log x$$

۲. معمولي لوګاریتم:

هغه لوګاریتم ته وایي، چې قاعده یې یو کیفي عدد وي، دا چې کیفي هر عدد کېدای شي، نو په هر سوال کې مربوطه قاعده لیکل ضرور ده.

$$\log_{a}^{x} \quad , \quad a \in IR^{+} \setminus \{1\}$$

۳. طبیعي لوګاریتم یا نیپرین لوګاریتم:

هغه لوګاریتم ته وایي، چې قاعده (e) وي، دغه لوګاریتم په (1614) م کال د نیپرین انګلیسي ریاضي دان له خوا کشف شوی، دغه لوګاریتم په لاندې ډول لیکل کېږي.

$$\log_{e}^{x} = \ln x$$

e یو غیر نسبتي عدد دی، چې د نیپرین عدد په نوم هم یادېږي، او تقریبي

قیمت یې په لاندې ډول سره دی.

$$\ln_{x\to\alpha}(1+\frac{1}{x})^x = 2 = 2{,}718281824$$

استعمال ځایونه:

د طبیعي لوګاریتم نه په عالي ریاضیاتو، ساینس، انجینري، تخنیک او طبابت کې ډېره ګټه اخیستل کېږي.

د اعشاري لوګاریتم او معمولي لوګاریتم څخه په بانکي، مالي، د راکټ په فیر، د اوازونو د سرعت په معلومولو، د زلزلې په اندازه او د محاسباتو په ساده کولو کې ډېره ګټه اخیستل کېږي.

Table of Logarithm

Common Logarithm	Natural Logarthim
$\log x.y = \log x + \log y$	$\ln xy = \ln x + \ln y$
$\log\frac{x}{y} = \log x - \log y$	$\ln\frac{x}{y} = \ln x - \ln y$
$\log x^y = y.\log x$	$\ln x^y = y.\ln x$
$\log\sqrt[y]{x} = \frac{1}{y}\log x$	$\ln\sqrt[y]{x} = \frac{1}{y}\ln x$
$\log x = \log y \ if \ \ x = y$	$\ln y = \ln x \ \ if \ \ x = y$

د lnx او logx ترمینځ رابطه

د ln او log یو د بل له جنسه پیدا کول:

مخکې ثبوت شو، چې $\log_a^x = \log_b^x . \log_a^b$ اوس که چېرې a او b مثبت عددونه او b,a خلاف د یو وي، که چېرې a=10 او b=e وضع کړو، نو لرو چې:

دا چې وي، $e = 2,71828281$ نو :

$$\log_{10}^x = \log_e^x . \log_{10}^e \Rightarrow \log x = \ln x . \log e$$

فورمول:

$$\Rightarrow \log x = 0,4343 . \ln x$$

نو:

او یا که د مساوات دواړه خواوې په 0,4343 تقسیم کړو، نو:

$$\log x = 0,4343 \ln x \Rightarrow \frac{1}{0,4343} . \log x = \frac{0,4343}{0,4343} \ln x$$

$$\Rightarrow 2,3026 \log x = \ln x$$

فورمول:

$$\Rightarrow \ln x = 2,3026 \log x$$

د ذکر شوو فورمولونو په واسطه کولی شو، چې د لسو د قاعدې د یو عدد لوګاریتم د e قاعدې ته او د e د قاعدې د یو عدد لوګاریتم د لسو قاعدې ته تبدیل کړو.

مثال: ln4,69 پیدا کړئ، داسې چې log4,69=0,6712

حل: د $\ln x = 2,3026\log x$ فورمول څخه استفاده کوو.

$\ln 4,69 = 2,3026 \log 4,69 \Rightarrow$

$\ln 4,69 = 2,3026.0,6712$

$\ln 4,69 = 15455$

مثال: $\ln 8910$ پیدا کړئ؟

$\ln x = 2,3026\log x \qquad \ln 8910 = 2,3026 . \log 8910$

$\Rightarrow \ln 8910 = 2,3026.\log 8,91.10^3 \Rightarrow \ln 8910 = 2,3026.\log 8,91 + \log 10^3$

$\ln 8910 = 2,3026(\log 8,91 + 3\log 10) \Rightarrow 2,3026(0,9499+3) = 9,095$

مثال: تاسې ln70,9 پیدا کړئ، په هغه صورت کې چې Log70,9=1,8506 وي؟

$\ln 70,9 = 2,3026.\log 70,9 \Rightarrow 2,3026.1,8506 = 4,25981$

$\ln 70,9 = 4,2,5981$

مثال: تاسې $\ln 15$ پیدا کړئ، داسې چې $\log 15 = 1,17609$

$\ln 15 = 2,3026.\log 15 = 2,3026.1,1709 = 2,69611434$

$\ln 15 = 2,69611434$

مثال: $\ln(\frac{3}{4})$ پیدا کړئ، داسې چې $\log(\frac{3}{4}) = -0,12486$ وي.

$$\ln(\frac{3}{4}) = 2,3026.\log(\frac{3}{4}) = 2,3026.(-0,12486) = -0,287502$$

$\ln(\frac{3}{4}) = -0,287502$

مثال: که $\ln 11 = 2,3978952$ وي، $\log 11 = ?$ پیدا کړئ؟

$\log 11 = 0,4343.\ln x = 0,4343.2,3978952$

$\log 11 = 1,04140589$

مثال: که $\log_{10}^{1} = 0$ وي، نو $\ln_e^1 = ?$ ده.

$\ln_e^1 = 2,3026.\log_{10}^1 = 2,3026.0 = 0$

$\ln_e^1 = 0$

مثال: $\ln 10^4 = 9,2104$ ده، نو $\log 10^4 = ?$ پیدا کړئ؟

$\log 10^4 = 0,4343.\ln 10^4 = 0,4343.9,2104 = 4,0007$

مثال: $\log 10^4 = 4$ ده، نو $\ln 10^4 = ?$ پیدا کړئ؟

$$\ln 10^4 = 2{,}3026 . \log 10^4 = 2{,}3026 . 4 = 9{,}2104$$
$$\ln 10^4 = 9{,}2104$$

تمرین:

۱. د $\log 6{,}73$ قیمت پیدا کړئ، داسې چې $\ln 6{,}73 - 1{,}906$ وي؟

۲. د $\ln 481 = ?$ قیمت پیدا کړئ، داسې چې $\log 481 = 2{,}6821$ وي؟

۳. د $\ln(48100)$ قیمت پیدا کړئ، داسې چې $\log 48100 = 4{,}6821$ وي؟

۴. د $\ln 0{,}0481$ قیمت پیدا کړئ، داسې چې $\log 0{,}0481 = \bar{2}{,}6821$ وي؟

انتي لوګاریتم Anti Logarithm

هر عدد د خپل لوګاریتم انتي لوګاریتم دی.

مثلاً ؛ $\log 1000 = 3$ دی، نو $Anti\log 3 = 1000$ دی.

عمومي قاعده:

که چیرې $\log_a^y = x$ وي، نو y د x انتي لوګاریتم دی.

$$\log_a^y = x \;\Rightarrow\; y = Anti\log x$$

د انتي لوګاریتم پیدا کول:

که د یوه عدد لوګاریتم راکړل شوی وي او وغواړو چې انتي لوګاریتم یې پیدا کړو، نو مانتیس یې په جدول کې پیدا کوو.

هغه عدد چې د مانتیس د ستون او د N په کرښه واقع دی، لیکو او هغه رقمونه چې د مانتیس د کرښې او د N په ستون کې واقع دی، وروسته یې لیکو، په دې ترتیب هغه رقمونه او د هغوی ترتیب پیدا کېږي، چې لوګاریتم یې نیول شوی وي.

بیا کرکترستیک ته ګورو، کرکترستیک د انتي لوګاریتم د رقمونو څخه یو کم دی او که کرکترستیک منفي وو، نو د اعشاریې د علامې د دواړو خواوو د صفرونو د شمېر سره مساوي دي، یو صفر د اعشاریې د علامې چپې خواته او نورې ښي خواته دي.

مثال: $Anti\log 4{,}6590 = ?$

0,6590 د یو لوګاریتم په جدول کې پیدا کوو، په ستون کې یې 6 او په کرښه کې یې 45 دی، 6 په یویز مرتبه کې او 45 ورپسې لیکو، چې 456 ورنه

جوړېږي.

بيا کرکترستيک ته ګورو، کرکترستيک يې 4 دی، نو هغه عدد چې لوګاريتم يې نيول شوی دی، رقمونه يې پنځه دي، نو 456 مخې ته دوه صفرونه ليکو، چې 45600 په لاس راځي.

يعنې: $Anti\log 4{,}5690 = 45600$ دی.

مثال: $\log\bar{3}{,}3598$ پيدا کړئ؟

حل: 0,3598 په جدول کې پيدا کوو، د 0,3598 په ستون کې 9 او په کرښه کې يې 22 دی، نو 229 هغه رقمونه دي، چې مانتيس 0,3598 دی، بيا کرکترستيک ته ګورو، کرکترستيک يې 3- دی، نو عدد اعشاري دی او د اعشاري د علامې دواړو خواوو ته يې 3 صفرونه ږدو، نو:

$$Anti\log\bar{3}{,}3598 = 0{,}00229$$

مثال: $Anti\log(-5{,}2628)$ پيدا کړئ؟

حل: د 5- څخه (1+) منفي کوو او د (0,2628-) سره (1+) جمع کوو، په نتيجه کې کرکترستيک (6-) او مانتيس يې 0,7372+ په جدول کې پيدا کوو، په نتيجه کې 549 کېږي، د دې رقمو شاته د اعشاري د علامې دواړو خواوو ته 6 صفرونه ږدو.

$$Anti\log(-5{,}2628) = 0{,}00000546$$

مثال: $\log x = 3{,}9939$ راکړل شوی دی، نو x يې پيدا کړئ؟

حل: د دې عدد کرکترستيک 3 دی، نو x بايد څلور رقمي عدد ولرو، څرنګه چې 0,9939 په جدول کې په 9,8 سطر او 6 ستون کې واقع دی، نو:

$$\log x = 3{,}9939 \Rightarrow x = 9860 \Rightarrow \log 9860 = 3{,}9939$$

$$Anti\log 3{,}9939 = 9860$$

مثال: $\log N = 3{,}82530$ دی، د N قيمت پيدا کړئ؟

حل: څرنګه چې کرکترستيک 3 دی، نو مطلوب عدد بايد څلور رقمي وي او د راکړل شوي عدد مانتيس په 668 سطر او 8 ستون کې پروت دی، نو ليکو چې:

$$\log N = 3{,}82530 \;\Rightarrow\; N = 6688$$

مثال: د 3,8182 انتي لوګاریتم پیدا کړئ؟

حل: د 0,8182 په ستون کې د N په کرښه کې (8) او د 0,8182 په کرښه او د N په ستون کې 6,5 لیکل شوی دی، نو د هغه عدد رقمونه چې لوګاریتم یې نیول شوی 658 دی، بیا کرکترستیک ته ګورو کرکترستیک (3) دی، نو عدد څلور رقمه دی، یعنې $Anti\log 3{,}8182$ عبارت د 6580 څخه دی، نو:

$$Anti\log 3{,}8182 = 6580$$

انتي لوګاریتم یې پیدا کړئ؟

1. $x = anti\log 3{,}3214$
2. $x = anti\log 4{,}5436$
3. $x = anti\log 5{,}7180$
4. $x = anti\log 2{,}4935$
5. $x = anti\log \bar{1}{,}4982$
6. $x = anti\log 4{,}8972$
7. $x = anti\log \bar{4}{,}4256$
8. $x = anti\log 2{,}23852$
9. $x = anti\log 0{,}5093$
10. $x = anti\log(-5{,}5744)$
11. $x = anti\log(-4{,}3645)$
12. $x = anti\log 2{,}4416$
13. $x = anti\log 2{,}5946$
14. $x = anti\log 5{,}7180$

کرکترستیک او مانتیس

راکړل شوی عدد په عملي ډول (Scientific Notation) لیکو:

مثلا ؛ که x یو مثبت عدد وي، نو $x = S.10^{n}$

په پورته مساوات کې $1 \le S < 10$ او n یو تام عدد دی.

$$\log x = \log(S.10^{n}) \Rightarrow \log x = \log S + \log 10^{n} \Rightarrow \log x = \log 5 + n.\log 10$$

$$\log x = \log S + n.1 \Rightarrow \log x = n + \log S$$

په پورته مساوات کې $\log S$ په لاندې ډول پیدا کېږي.

$$\begin{array}{l} \log 1 \le \log S < \log 10 \\ \ \downarrow \quad \downarrow \\ \ 0 \le \log S < 1 \end{array}$$

لیـــدل کېـــږي، چـــې $\log x$ او n مجموعـــه ده، د $\log S$ کســـري برخـــه (Mantissa) مـــانتیس او n یـــو تـــام عـــدد ، چـــې د $\log x$ د صـــحیح یـــا مشخصـــي یـــا کرکترســـتیک (Characteristic) په نوم یادېږي.

یـــا پـــه بـــل عبـــارت ســـره د یـــوه عـــدد لوګـــاریتم دوه برخـــې لـــري، یـــوه برخـــه یـــې صـــحیح او بلـــه برخـــه یـــې اعشـــاري ده، صـــحیح برخـــې تـــه یـــې کرکترســـتیک (Characteristic) او اعشاري برخې ته یې مانتیس وایي.

کرکترســـتیک د محاســـبې پـــه واســـطه پیـــدا کېـــږي او مـــانتیس د حســـاب د ماشین یا د لوګاریتم د جدول له مخې پیدا کېږي.

$\log x =$ مانتیس + کرکترستیک

د کرکترستیک یا مشخصې ټاکل په اعشاري لوګاریتم:

Finding the Characteristic of a Common Logarithm

د یو عدد د لوګاریتم مشخصه (کرکترستیک) د لاندې دوو قاعدو (اصولو) له مخې ټاکل کېږي.

۱. د هغه عدد کرکترستیک چې د یوه څخه لوی وي، د عدد د صحیح برخې د رقمونو له شمېر څخه یو کم دی، که عدد په صحیح برخه کې n رقمونه ولري، نو کرکترستیک به یې د (n-1) سره مساوي وي.

۲. د هغه عدد کرکترستیک چې له یوه څخه کوچنی د صفر او یو ترمینځ وي، د هغو صفرونو له شمېر څخه یو زیات دی، کوم چې د اعشاري علامې او د اعشاري برخې د کیڼې خوا د لومړي رقم په مینځ کې وجود لري، خو علامه یې منفي ده، که د نوموړو صفرونو شمېر n وي، نو کرکترستیک یې (n+1)- دی، له صفر څخه کوچنی یعنې د منفي عدد لوګاریتم نه لري.

مثال: که چېرې P یو عدد او n د صحیحو رقمونو شمېر وي، نو:

$$10^{n-1} < P < 10^n$$

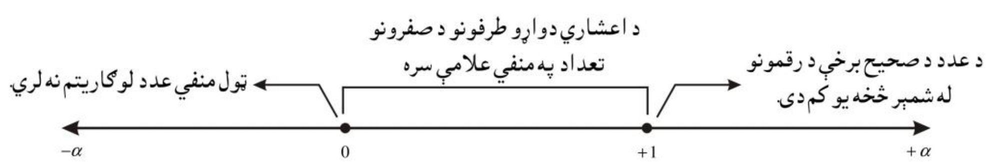
که چېرې د ټولو طرفونو څخه لوګاریتم ونیسو، نو $\log 10^{n-1} < \log P < \log 10^n$

$$n-1 < \log P < n$$

دا چې د n او (n-1) عددونو ترمینځ کوم عدد وجود نه لري، نو لهذا:

$\log P = n-1+$ کسري عدد

له دې څخه دا نتیجه لاس ته راځي، چې P کرکترستیک عدد چې لرونکی د n تامو عددونو عبارت دی، له (n-1) څخه:



مثال: د $\log 814,6$ کرکترستیک (ch) وټاکئ؟

حل: دلته ګورو چې د صحیح ارقامو شمېر 3 دی، نو د قاعدې مطابقت

کرکترستیک (Ch) يې 2=1-3 دی.

مثال: د $\log 0,009$ کرکترستیک (Ch) وټاکئ؟

حل:

$$\log 0,009 = \log 9.10^{-3} = \log 9 + \log 10^{-3}$$
$$= \log 9 - 3.\log 10 \Rightarrow \log 9 - 3$$

نو کرکترستیک يې عبارت دی له 3- څخه.

یا همدا مثال حل په بله وینا سره:

دلته ګورو $\log 0.009$ چې عدد د یو څخه کوچنی دی او دغه قسم عددونو کرکترستیک د اعشاري د علامې د ښي خوا د صفرونو له شمېر څخه د یوه عدد په اندازه زیات دی، خو علامه منفي نیول کېږي.

په یاد مثال کې ګورو، چې د اعشاري علامې نه ښي خواته دوه صفرونه موجود دي، نو د قاعدې له مخې یو ورسره جمع کوو، چې دري عدد لاسته راځي، خو د قاعدې له مخې علامه ورته منفي نیسو، نو د $\log 0,009$ کرکترستیک عبارت دی له 3- څخه.

له تېرو مثالونو څخه په ګټه اخیستنې سره د لاندې عددونو کرکترستیک په لاس راوړو.

$1.Ex: \ \log 0,27 \Rightarrow Characteristic = -1$

$2.Ex: \ \log 0,0783 \Rightarrow Ch = -2$

$3.Ex: \log 0,0008 \Rightarrow Ch = -4$

$4.Ex: 0,00005 \Rightarrow Ch = -5$

$5.Ex: \ \log 0,000000000321 = Ch = -11$

$6.Ex: \ \log 5 \Rightarrow Ch = 0$

$7.Ex: \ \log 12 \Rightarrow Ch = 1$

$8.Ex: \ \log 4,2 \Rightarrow Ch = 0$

$9.Ex: \ \log 49,7 \Rightarrow Ch = 1$

$10.Ex: \log 547,11 \Rightarrow Ch = 2$

$11.Ex: \log 2134632 = 3$

$12.Ex:\log 10000000 \Rightarrow Ch=6$

$13.Ex:\log 93{,}41 \Rightarrow ch=1$

$14.Ex:\log 1{,}42305 \Rightarrow ch=0$

$15.Ex:\log 0{,}010002 \Rightarrow ch=-2$

$16.Ex:\log 0{,}00004 \Rightarrow ch=-5$

$17.Ex:\log 8 \Rightarrow ch=0$

$18.Ex:\log 3466 \Rightarrow ch=3$

$19.Ex:\log 0{,}8 \Rightarrow ch=-1$

$20.Ex:\log 0{,}00008 \Rightarrow ch=-5$

$21.Ex:\log 33{,}02 \Rightarrow ch=1$

د مانتیس ټاکل:

مانتیس همېشه مثبت وي او د لوګاریتم په ټولو جدولونو کې مثبت حفظ او ترتیب شوی دی، که چېرې کوم مانتیس منفي په لاس راشي، نو ددې لپاره چې مانتیس مثبت شي، نو مانتیس سره یو جمع او له کرکترستیک سره یو تفریق کوو.

$Ex:\log=-2{,}6198$

دا چې مانتیس او کرکترستیک دواړه منفي دي، نو ددې لپاره چې مانتیس مثبت شي؛ لرو چې:

$\log=-2{,}6198 \Rightarrow -0{,}6198+(-2) \Rightarrow (-0{,}6198+1)+(-2+1)$

$\log x=0{,}3802-3 \Rightarrow \bar{3}{,}3802$

نو اوس په دې ځای کرکترستیک منفي او مانتیس یې مثبت دی.

پاملرنه:

کرکترستیک کله مثبت او کله منفي وي، مګر مانتیس همېشه لپاره مثبت وي، خو کله چې په سوال کې منفي راکړل شوی وي، باید مثبت ته یې د پورته

طریقې په شان مثبت ته واړوو.
د اعدادو د لوګاریتمونو مشخصه یا کرکترستیک په خپله د عدد څخه په لاس راځي، حال دا چې اعشاري برخه د ترتیب شوو جدولونو له مخې چې څلور رقمي او پینځه رقمي ... دي په لاس راځي.
د عددونود لیکلو د علمي روش (طریقې) او د لوګارېتم د قوانینو څخه په استفادې سره هم کولای شو، د عددونو لوګاریتم لاس ته راوړو.

1). $\log 0{,}035 = \log(3{,}5.10^{-2}) \Rightarrow \log 3{,}5 + \log_{10}^{-2} = 0{,}5441 + (-2) \Rightarrow \bar{2}{,}5441$

2). $\log 85300 \Rightarrow \log(8{,}33.10^{10}) = \log 8{,}33 + \log 10^{4} \Rightarrow 0{,}7657 + 4 \Rightarrow 4{,}7657$

3). $\log 0{,}00024 \Rightarrow \log(2{,}4.10^{-4}) = \log 2{,}4 + \log 10^{-4} \Rightarrow 0{,}3802 + (-4) \Rightarrow \bar{4}{,}3802$

4). $\log 0{,}000428 \Rightarrow \log(9{,}28.10^{-5}) \Rightarrow \log 9{,}28 + \log 10^{-5} \Rightarrow 0{,}9675 + (-5) \Rightarrow \bar{5}{,}9675$

مثال: په هغه صورت کې چې $\log 9{,}28 = 0{,}9675$ وي، نو د لاندې عددونو لوګاریتم پیدا کړئ، البته د عملي روش نه ګټه پورته کړئ؟

a). $\log 92800$

b). $\log 92{,}800$

c). $\log 0{,}00928$

d). $\log 0{,}0000928$

حل:
د (a) جز حل:

a). $\log 92800 \Rightarrow \log(9{,}28.10^{4}) \Rightarrow \log 9{,}28 + \log 10^{4} \Rightarrow 0{,}9675 + 4 \Rightarrow 4{,}9675$

د (b) جز حل:

b). $\log 92{,}800 \Rightarrow \log(9{,}28.10) \Rightarrow \log 9{,}28 + \log 10 \Rightarrow 0{,}9675 + 1 \Rightarrow 1{,}9675$

د (c) جز حل:

c). $\log(9{,}28.10^{-3}) \Rightarrow \log 9{,}28 + \log 10^{-3} \Rightarrow 0{,}9675 + (-3) \Rightarrow \bar{3}{,}9675 = -2{,}0325$

د (d) جز حل:

d). $\log 0{,}0000928 \Rightarrow \log(9{,}28.10^{-5}) = \log 9{,}28 + \log 10^{-5}$

$\Rightarrow 0{,}9675 + (-5) \Rightarrow \bar{5}{,}9675 \Rightarrow -4{,}0325$

لاندې عددونه په علمي روش ولیکئ؟

1.) 789000
2). 0.00521
3). 6753102
4). 405
5). 8600000
6). 0.00052
7). 0,780905
8). 0,00081202
9). 0,00001111
10). 10000

د لوګاریتم د جدول ترتیب

$$\ln(1+x)=x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}+\frac{x^5}{5}-\frac{x^6}{6}+\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(I)$$

په پورته رابطه کې د x پرځای (x-) لیکو.

$$\ln(1-x)=-x-\frac{(-x)^2}{2}+\frac{(-x)^3}{3}-\frac{(-x)^4}{4}+\frac{(-x)^5}{5}-\frac{(-x)^6}{6}+\ldots\ldots\ldots$$

$$\ln(1-x)=-x-\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}-\frac{x^5}{5}-\frac{x^6}{6}+\ldots\ldots\ldots\ldots(II)$$

اوس د (I) رابطې نه دوېم (II) رابطه منفي کوو.

$$Ln(1+x)-\ln(1-x)=x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}+\frac{x^5}{5}-\frac{x^6}{6}\ldots\ldots\ldots-(-x-\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}-\frac{x^5}{5}-\frac{x^6}{6})$$

$$\ln\frac{(1+x)}{(1-x)}=x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}+\frac{x^5}{5}-\frac{x^6}{6}+\ldots\ldots\ldots+x+\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}+\frac{x^4}{4}+\frac{x^5}{5}+\frac{x^6}{6}$$

$$\ln\frac{(1+x)}{(1-x)}=2x+\frac{2x^3}{3}+\frac{2x^5}{5}+\frac{2x^7}{7}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\ln\frac{(1+x)}{(1-x)}=2(x+\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}+\frac{x^7}{7}+\ldots..)\ldots\ldots\ldots(III)$$

په (III) رابطه کې د x پرځای $\frac{1}{2n+1}$ وضع کوو.

$$\ln\frac{1+\frac{1}{2n+1}}{1-\frac{1}{2n+1}}=2(\frac{1}{2n+1}+\frac{1}{3(2n+1)^3}+\frac{1}{5(2n+1)^5}+\frac{1}{7(2n+1)^7}\}\ldots\ldots(IV)$$

اوس نو که په (IV) رابطه کې د n پرځای (1) وضع کړو ، نو ln2 کېږي.

$$\ln 2=2\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{3.3^3}+\frac{1}{5.3^5}+\frac{1}{7.3^7}\right)$$

$$\ln 2=0{,}693147180$$

اوس د ln2 د کمیت څخه log2 هم پیدا کولی شو.

$$\log 2 = 0{,}434294.\ln 2$$

$$\log 2 = 0{,}30103$$

که چېرې د n=2 وضع کړو ، نو Ln3 لاسته راځي.

$$\ln\frac{1+\frac{1}{2.2=1}}{1-\frac{1}{2.2+1}} = 2\left(\frac{1}{2.2+1}+\frac{1}{3(2.2+1)^3}+\frac{1}{5(2.2+1)^5}+\frac{1}{7(2.2+1)^7}.......\right)$$

$$\ln\frac{\frac{6}{5}}{\frac{4}{5}} = 2\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{3.5^3}+\frac{1}{5.5^5}+\frac{1}{7.5^7}+.....\right)$$

$$\ln\frac{6}{4} = 2\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{3.5^3}+\frac{1}{5.5^5}+\frac{1}{7.5^7}+\frac{1}{9.5^9}+.......\right)$$

$$\ln\frac{3}{2} = 2\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{3.5^3}+\frac{1}{5.5^5}+\frac{1}{7.5^7}+\frac{1}{9.5^9}+....\right)$$

$$\ln 3-\ln 2 = 2\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{3.5^3}+\frac{1}{5.5^5}+\frac{1}{7.5^7}+\frac{1}{9.5^9}\right)$$

$$\ln 3 = \ln 2+2\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{3.5^3}+\frac{1}{5.5^5}+\frac{1}{7.5^7}+\frac{1}{9.5^9}\right)$$

$$\ln 3 = 1{,}0986122$$

اوس log3 هم پیدا کولی شو.

$$\log 3 = 0{,}434294.\ln 3$$

$$\log 3 = 0{,}434294.1{,}0986122 \Rightarrow \log 3 = 0{,}47712$$

اوس نو log4 د log2 څخه په اسانه پیدا کولی شو.

$$\log 4 = \log 2^2 = 2.\log 2 = 2.0{,}30103 = 0{,}60206$$

$$\log 4 = 0{,}60206$$

د log5 پیدا کولو لپاره n=4 وضع کوو ، په (IV) رابطه کې.

$$\ln\frac{1+\frac{1}{2.4+1}}{1-\frac{1}{2.4+1}} = 2\left(\frac{1}{2.4+1}+\frac{1}{3(2.3+1)^3}+\frac{1}{5(2.4+1)^5}+\frac{1}{7(2.4+1)^7}\right)$$

$$\ln\frac{\frac{10}{9}}{\frac{8}{9}} = 2\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{3.9^3}+\frac{1}{5.9^5}+\frac{1}{7.9^7}+\frac{1}{9.9^9}\right)$$

$$\ln 5-\ln 4=2.\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{3.9^3}+\frac{1}{5.9^5}+\frac{1}{7.9^7}+\frac{1}{9.9^9}\right)$$

$$\ln 5=\ln 4+2\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{3.9^3}+\frac{1}{5.9^5}+\frac{1}{7.9^7}+\frac{1}{9.9^9}\right)$$

$$\ln 5=2.\ln 2+2\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{3.9^3}+\frac{1}{5.9^5}+\frac{1}{7.9^7}+\frac{1}{9.9^9}\right)$$

$$\ln 5=2.0{,}693147180+2(0{,}11156)$$

$$\ln 5=1{,}386254360+0{,}22312$$

$$\ln 5=1{,}609414360\Rightarrow \log 5=0434294.1{,}60941436=0{,}698466$$

$$\log 5=0{,}69896676$$

Log6 هم په اسانه د log2 او log3 نه پیدا کېږي.

$$\log 6=\log 2.3=\log 2+\log 3$$

$$=0{,}30103+047712$$

$$\log 6=0{,}77815$$

د log7 پیدا کولو لپاره په (IV) رابطه د n پر ځای 6 لیکو.

$$\ln\frac{6+1}{6}=2\left\{\frac{1}{13}+\frac{1}{3.13^3}+\frac{1}{5.13^5}+\frac{1}{7.13^7}+\frac{1}{9.13^9}\right\}$$

$$\ln\frac{7}{6}=2\left(\frac{1}{13}+\frac{1}{3.13^3}+\frac{1}{5.13^5}+\frac{1}{7.13^7}+\frac{1}{9.13^9}\right)$$

$$\ln 7-\ln 6=2\left(\frac{1}{13}+\frac{1}{3.13^3}+\frac{1}{5.13^5}+\frac{1}{7.13^7}+\frac{1}{9.13^9}\right)$$

$$\ln 7=\ln 6+2\left(\frac{1}{13}+\frac{1}{3.13^3}+\frac{1}{5.13^5}+\frac{1}{7.13^7}+\frac{1}{9.13^9}\right)$$

$$\ln 7=0{,}84510$$

اوس نو log7 لاسته راوړو، له ln7 څخه.

$$\log 7=0{,}434294.\ln 7=0{,}434294.0{,}84510$$

$$\log 7=0{,}36702186$$

Log8 هم د log2 له جنسه په اسانه پیدا کولی شو.

$$\log 8=\log 2^3=3.\log 2=3.0{,}30103=0{,}90309$$

$$\log 8=0{,}90309$$

Log9 د log3 له جنسه اسانه پیدا کولی شو.

$$\log 9 = \log 3^2 = 2.\log 3 = 2.0{,}47712 = 0{,}95424$$

$$\log 9 = 0{,}95424$$

Log10 د log2 او log5 له جنسه په اسانه پیدا کولی شو.

$$\log 10 = \log 2.5 = \log 2 + \log 5 = 0{,}30103 + 0{,}69896676$$

$$\log 10 = 0{,}9999676 \sim 1$$

$$\log 10 = 1$$

معلومه شوه چې log10=1 دی.

په هم دې ترتیب د ټولو عددونو لوګاریتم پیدا کولی شو.

د لوګاریتم د جدول استعمال

د اعشاري لوګاریتم (برکس لوګاریتم) مانتیسونه محاسبه او په جدول کې لیکل شوي دي، ځینې جدولونه تر اوو، ځینې تر پینځو، ځینې تر څلورو او درېو اعشاري مرتبو پورې مانتیسونه لري، چې د همدې مرتبو له مخې جدولونه اووه رقمیز، پینځه رقمیز او داسې نور نومول کېږي، هغه جدول چې له ټولو نه زیات استعمالېږي، څلور رقمیز جدول دی.

۱. د پینځه رقمیز جدول د استعمال طریقه:

په دې جدول کې د یوه څلور رقمي عدد مانتیس د پیدا کولو لپاره د هغه د چپې خوا درې رقمونه د عددونو په ستون (N) کې پیدا کوو او ورپسې څلورم رقم د جدول په سر (لومړي کرښه) کې پیدا کوو.

هغه عدد چې په دې کرښه او نومووړي ستون کې واقع دي، د راکړل شوي عدد مانتیس دی.

مثال: د $\log 7545$ پیدا کولو لپاره د پینځه رقمیز جدول څخه استفاده کوو؟

حل: د راکړل شوي عدد کرکترستیک 3 دی او مانتیس یې په جدول کې د 5 تر ستون لاندې په 754 کرښه کې 0,87766 دی، نو لیکلای شو، چې:

$$\log 7545 = 3 + 0{,}87766$$

مثال: $\log 0{,}008743$ په لاس راوړئ؟

حل: ددې عدد کرکترستیک 3- او مانتیس یې په 874 کرښه کې د 3 تر ستون لاندې 0,94166 دی، نو:

$$\log 0{,}0038743 = 0{,}94166 + (-3) = \bar{3}{,}94166$$

۲. د څلور رقمیز جدول د استعمال طریقه:

په دې جدول کې د یوه درې رقمي عدد مانتیس د پیدا کولو لپاره د هغه د چپې خوا دوه رقمونه د (N) په ستون او دریم رقم یې د (N) په سطر کې پیدا کوو، چې د دې سطر او ستون تقاطع د راکړل شوي عدد مانتیس دی.

مثال: $\log 431$ په لاس راوړئ؟

حل: د دې عدد کرکترستریک 2 دی او مانتیس یې په 41 کرښه کې د 3 ستون لاندې 0,1660 دی، نو لیکلای شو، چې:

$$\log 431 = 2{,}6160$$

مثال: $\log 0{,}0452$ پیدا کړئ.

حل: د دې کرکترستیک (2-) دی او مانتیس یې د جدول د 45 کرښه کې د 2 ستون لاندې (0,6551) دی، نو :

$$\log 0{,}0452 = \bar{2}{,}6551$$

مثلا د 386 لوګاریتم په لاس راوړو.

$$386 = 3{,}86.10^2$$

$$\log 386 = \log(3{,}86.10^2)$$

$$\Rightarrow \log 3{,}86 + \log 10^2$$

$$= \log 3{,}86 + 2$$

اوس $\log 3{,}86$ په جدول کې ګورو او داسې یې په لاس راوړو.

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
3,5	5563	5575	5587	5599	5611		5835		5658	
3,6						5623		5658		5670
3,7										
3,8	5789	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899
3,9										
40										

د چپ خوا دوه رقمه یعنې 3,8 د N په سطر کې او د (6) عدد د N په ستون

کې پیدا کوو.

هغـه عـدد چـې د 3,8 د کرښـې او د (6) سـتون د تقـاطع پـه ځـای کـې واقـع وي، د 3,86 عـدد لوگـاریتم د مـانتیس ښخـه عبـارت دی، (لکـه چـې پـه جـدول کـې لیـدل کېږي)، یعنې:

$$\log 3{,}86 = 0{,}5866$$

$$\log 386 = \log 3{,}86 + 2$$

$$\log 386 = 0{,}5866 + 2$$

$$\log 386 = 2{,}5866$$

لوګاریتمي افاده

Logarithmic Expressions

هـره الجبـري افـاده او يـا عـدد چـې لـه دې سـره (log) موجـود وي، نـو د لوګـاريتمي افـادې پـه نـوم يـادېږي. د دې د سـاده کولـو لپـاره د لوګـاريتم د مربوطو قضيو څخه استفاده کېږي.

د لوګـاريتمي افـادې د حـل کولـو لپـاره بايـد کوښـښ وشـي، چـې وروسـتۍ نتيجه يې $\log_a^a = 1$ شي، چې له دې څخه آخري ځواب لاسته راځي.

پاملرنه:

افاده (Expression): د حدونو د جمع او تفريق حالاتونو ته افاده وايي.

لکه: $\log_{12}^{36}+\log_{12}^{4}-\log_{5}^{5}=?$ لوګاريتمي افاده

Logarithmic Expression

اسانه مثالونه

1). $\log_{10}^{100}=2$

2). $\log_{3}^{81}=4 \Rightarrow 3^4=81$

3). $\log_{7}^{49}=2 \Rightarrow 7^2=49$

4). $\log_{5}^{25}=2 \Rightarrow 5^2=25$

5). $\log_{2}^{4}=2 \Rightarrow 2^2=4$

6). $\log_{12}^{144}=2 \Rightarrow 12^2=144$

7). $\log_5^1 = 0 \Rightarrow 5^0 = 1$

8). $\log_5^{\frac{1}{5}} = -1 \Rightarrow \frac{1}{5} = 5^{-1}$

9). $\log_2^{0,002} = -3 \Rightarrow 0,002 = 2^{-3}$

10). $\log_{\sqrt{2}}^1 = 0 \Rightarrow \sqrt{2}^0 = 1$

11). $\log_{100}^{100} = 1 \Rightarrow 100 = 100^1$

1). $\log_e^1 = 0$

2). $\log_e^{e^{2x+2}} = 2x+2$

3). $e^{\log_e^{x^2+1}} = x^2+1$

4). $\log_e^{e^{m+n}} = m+n$

5). $e^{\log_e^{(x^4+1)}} = x^4+1$

6). $\log\dfrac{mn}{b^{pq}} = \log_b^{mn} - \log_b^{pq} = \log_b^m + \log_b^n - (\log_b^p + \log_b^q)$

7). $\log_b^{(m.n)^{\frac{2}{3}}} = \dfrac{2}{3}\log_b^{(m.n)} = \dfrac{2}{3}(\log_b^m + \log_b^n)$

Logarthim Expressions

1). $Ex:\log_{\frac{1}{3}}^{625^{-1}} \Rightarrow \log_{\frac{1}{5}}^{\frac{1}{625}} = \log_{\frac{1}{5}}^{(\frac{1}{5})^4} = 4.\log_{\frac{1}{5}}^{\frac{1}{5}} = 4$

2). $Ex:\log_3^{(9.27)} \Rightarrow \log_3^9 + \log_3^{27} \Rightarrow \log_3^{3^2} + \log_3^{3^3} \Rightarrow 2\log_3^3 + 3\log_3^3 \Rightarrow 2+3=5$

3). $Ex:\log_{10}^{(20x^2z)} - \log_{10}^{(\frac{1}{5}x^2z)} \Rightarrow \log_{10}^{(\frac{20x^2z}{\frac{1}{5}x^2z})} \Rightarrow \log_{10}^{\frac{20}{\frac{1}{5}}} \Rightarrow \log_{10}^{100} = 8$

4). $Ex:\log_5^{(10y^2x)} - \log_5^{(2xy^2)} \Rightarrow \log_{50}^{(\frac{10y^2x}{2xy^2})} = \log_5^5 = 1$

5). $Ex:\log_2^{8^{-\frac{1}{3}}} = -\frac{1}{3}.\log_2^{2^3} = -\frac{1}{3}.3\log_2^2 = -1$

6). $Ex:\log_4^{\sqrt{256}} \Rightarrow \log_4^{(256)^{\frac{1}{2}}} \Rightarrow \frac{1}{2}\log_4^{4^4} = \frac{1}{2}.4.\log_4^4 = \frac{1}{2}.4 = 2$

7). $Ex:\log_9^{27} \Rightarrow \frac{\log_3^{27}}{\log_3^9} = \frac{\log_3^3}{\log_3^{3^2}} = \frac{3.\log_3^3}{2.\log_3^3} = \frac{3}{2} = 1,5$

8). $Ex:\log_{10}^{(0,1)^5} \Rightarrow \log_{10}^{(\frac{1}{10})^5} \Rightarrow \log_{10}^{10^{(-1)^5}} \Rightarrow 5.-1\log_{10}^{10} = -5$

9). $Ex:\log 0,0001 \Rightarrow \log_{10}^{(\frac{1}{4})} \Rightarrow \log_{10}^{-4} = -4$

10). $Ex:\log\frac{1}{1000} \Rightarrow \log\frac{1}{10^3} \Rightarrow \log 10^{-3} = -3$

11). $Ex:\ln(e,e.e) \Rightarrow \ln e + \ln e + \ln e = 1+1+1 = 3$

12). $Ex:\ln\left(\frac{1}{e.e}\right) \Rightarrow \ln\frac{1}{e^2} \Rightarrow \ln e^{-2} = -2$

13). $Ex:\log\frac{1}{10^{-2}} \Rightarrow \log 10^2 = 2$

14). $Ex:\log 0,01 = \log 10^{-2} = -2$

15). $Ex:\log 0,001 = \log 10^{-3} = -3$

16). $Ex:\log_{10}^{100} + \log_{10}^{\frac{1}{10}} \Rightarrow \log_{10}^{100.\frac{1}{10}} = \log_{10}^{10} = 1$

17). $Ex:\log_{10}^5 + \log_{10}^{20} \Rightarrow \log_{10}^{5.20} = \log_{10}^{100} = \log_{10}^{10^2} = 2$

18). $Ex:\log_{12}^{36} + \log_{12}^4 \Rightarrow \log_{12}^{36.4} = \log_{12}^{144} \Rightarrow \log_{12}^{(12)^2} = 2$

19). $Ex:\log_a^{ax^2} - \log_a^{x^2} \Rightarrow \log_a^{\frac{ax^2}{x^2}} \Rightarrow \log_a^a = 1$

20). $Ex:\log_{10}^{0,001} \Rightarrow \log_{10}^{0,0011.10^{3}.10^{-3}} \Rightarrow \log_{10}^{1.10^{-3}} \Rightarrow \log_{10}^1 + \log_{10}^{-3} = 0-3 = -3$

21). $Ex:\log_{\frac{1}{2}}^{8^{-3}} \Rightarrow -1.\log_2^{8^{-3}} \Rightarrow -1.\log_2^{(2^3)^{-3}} \Rightarrow -1.\log_2^{2^{-9}} \Rightarrow -1.9.\log_2^2 = 9$

22). $Ex:\log_{\frac{1}{5}}^{625^{-1}}=\log_{\frac{1}{5}}^{\frac{1}{625}}=\log_{\frac{1}{5}}^{(\frac{1}{5})^{4}}=4.1=4$

23). $Ex:\log_{16}^{32}=\log_{2^4}^{2^5}=\frac{5}{4}\log_{2}^{2}=\frac{5}{2}$

24). $Ex:\log_{3}^{81}=\log_{3}^{3^4}=4.\log_{3}^{3}=4$

25). $Ex:\log_{0,01}^{0,001}=\log_{10^{-2}}^{10^{-4}}=\frac{-4}{-2}\log_{10}^{10}=2$

26). $Ex:10^{\log_{10}^{10}+\log_{10}^{\frac{9}{4}}}\Rightarrow 10^{\log_{10}^{10\frac{9}{4}}}\Rightarrow 10^{\log_{10}^{\frac{90}{4}}}\Rightarrow 10^{\log_{10}^{\frac{45}{2}}}=\frac{45}{2}=22,5$

27). $Ex:5^{\log_{5}^{7}}=7$

28). $Ex:3,2^{\log_{3,2}^{100}}=100$

29). $Ex:\log_{3}^{\frac{1}{9}}=\log_{3}^{3^{-2}}=-2$

30). $Ex:\log_{8}^{\sqrt[5]{8}}\Rightarrow \log_{8}^{8^{\frac{1}{5}}}=\frac{1}{5}\log_{8}^{8}=\frac{1}{5}$

31). $\log_{\sqrt{5}}^{25}\Rightarrow \log_{5^{\frac{1}{2}}}^{5^2}=2.\log_{5^{\frac{1}{2}}}^{5}=2.\frac{1}{\frac{1}{2}}.\log_{5}^{5}=2.2.1=4$

1). $\log_{10}^{1000^{\frac{4}{3}}} = \log_{10}^{(10^3)^{\frac{4}{3}}} = \log_{10}^{10^4} = 4.\log_{10}^{10} = 4.1 = 4$

2). $\log_2^{16} = \log_2^{2^4} = 4.\log_2^2 = 4.1 = 4$

3). $\log_3^{81} = \log_3^{3^4} = 4.\log_3^3 = 4.1 = 4$

4). $\log_5^{625} = \log_5^{5^4} = 4.\log_5^5 = 4.1 = 4$

5). $\log_4^{256} = \log_4^{4^4} = 4.\log_4^4 = 4.1 = 4$

6). $\log_3^{27} = \log_3^{3^3} = 3.\log_3^3 = 3.1 = 3$

7). $\log_5^{125} = \log_5^{5^3} = 3.\log_5^5 = 3.1 = 3$

8). $\log_2^{8} = \log_2^{2^3} = 3.\log_2^2 = 3.1 = 3$

9). $\log_{10}^{(100)^{\frac{3}{2}}} = \log_{10}^{(10^2)^{\frac{3}{2}}} = \log_{10}^{10^3} = 3.\log_{10}^{10} = 3.1 = 3$

10). $\log_4^{64} = \log_4^{4^3} = 3.\log_4^4 = 3.1 = 3$

11). $\log_2^{4} = \log_2^{2^2} = 2.\log_2^2 = 2.1 = 2$

12). $\log_5^{25} = \log_5^{5^2} = 2.\log_5^5 = 2.1 = 2$

13). $\log_3^{9} = \log_3^{3^2} = 2.\log_3^3 = 2.1 = 2$

14). $\log_{216}^{1296} = \log_{6^3}^{6^4} = 4.\frac{1}{3}\log_6^6 = \frac{4}{3}\log_6^6 = \frac{4}{3}.1 = \frac{4}{3}$

15). $\log_{\frac{1}{16}}^{8} = \log_{\frac{1}{2^4}}^{2^3} = \log_{2^{-4}}^{2^3} = 2.-\frac{1}{2}\log_2^2 = -\frac{3}{2}.\log_2^2 = \frac{-3}{2}.1 = \frac{-3}{2}$

16). $\log_{\frac{1}{36}}^{216} = \log_{6^{-2}}^{6^3} = -\frac{3}{2}\log_6^6 = \frac{-3}{2}.1 = \frac{-3}{2}$

17). $\log_{49}^{7} = \log_{7^2}^{7} = \frac{1}{2}\log_7^7 = \frac{1}{2}.1 = \frac{1}{2}$

18). $\log_{84}^{4} = \log_{4^3}^{4} = \frac{1}{3}\log_4^4 = \frac{1}{3}.1 = \frac{1}{3}$

19). $\log_{64}^{2} = \log_{2^6}^{2} = \frac{1}{6}\log_2^2 = \frac{1}{6}.1 = \frac{1}{6}$

20). $\log_{10000}^{10} = \log_{10^4}^{10} = \frac{1}{4}.\log_{10}^{10} = \frac{1}{4}.1 = \frac{1}{4}$

21). $\log_{125}^{5} = \log_{5^3}^{5} = \frac{1}{3}\log_5^5 = \frac{1}{3}.1 = \frac{1}{3}$

22). $\log_3^{(9.27)} = \log_3^{3^2} + \log_3^{3^3} = 2.\log_3^3 + 3.\log_3^3 = 2.1 + 3.1 = 2 + 3 = 5$

23). $\log_2^{\frac{1}{16}} = \log_2^{2^{-4}} = -4.\log_2^2 = -4.1 = -4$

24). $\log_{10}^{\frac{1}{10^8}} = \log_{10}^{10^{-8}} = -8.\log_{10}^{10} = -8.1 = -8$

25). $\log_2^8 = \log_2^{2^3} = 3.\log_2^2 = 3.1 = 3$

26). $2^{\log 4^x} \Rightarrow 2^{\log 2^{2x}} = 2x$

27). $\log_4^{\frac{1}{4}} \Rightarrow \log_{2^2}^{4^{-1}} = \dfrac{1}{2}\log_2^{2^{-2}} = \dfrac{-2}{2}\log_2^2 = -1$

28). $\log_7^8 - \log_7^2 + \log_7^3 \Rightarrow \log_7^{\frac{8}{2}} + \log_7^3 = \log_7^4 + \log_7^3 \Rightarrow \log_7^{4.3}$

حل شوي مثالونه:

1). $\log_{10}^{0,001} = ?$

حل:

$$\log_{10}^{0,001 1 10^{3}.10^{-3}} \Rightarrow \log_{10}^{1.10^{-3}} \Rightarrow \log_{10}^{1} + \log_{10}^{10^{-3}} = 0 - 3\log_{10}^{10}$$
$$\Rightarrow 0 - 3.1 = -3$$

2). $\log_{3}^{81} = ?$

حل:

$$\log_{3}^{81} \Rightarrow \log_{3}^{3^{4}} \Rightarrow 4.\log_{3}^{3} \Rightarrow 4.1 = 4$$

3). $\log_{0,01}^{0,001} = ?$

حل:

$$\log_{0,01}^{0,001} \Rightarrow \log_{10^{-2}}^{10^{-3}} \Rightarrow -3.\frac{1}{-2}\log_{10}^{10} \Rightarrow \frac{-3}{-2} = \frac{3}{2}$$

4). $\log_{10}^{(100)^{\frac{3}{2}}} = ?$

حل:

$$\log_{10}^{(100)^{\frac{3}{2}}} \Rightarrow \log_{10}^{(10^{2})^{\frac{3}{2}}} \Rightarrow \log_{10}^{10^{3}} \Rightarrow 3.\log_{10}^{10} \Rightarrow 3.1 = 3$$

5). $\log_{64}^{16} = ?$

حل:

$$\log_{64}^{16} = 2.\frac{1}{3}\log_{4}^{4} \Rightarrow \frac{2}{3}.\log_{4}^{4} = \frac{2}{3}.1 = \frac{2}{3}$$

6). $\log_{a}^{ax^{2}} - \log_{a}^{x^{2}} = ?$

حل:

$$\log_{a}^{\frac{ax^{2}}{x^{2}}} \Rightarrow \log_{a}^{a} = 1$$

7). $\log_{7}^{\frac{63}{49}} = ?$

حل:

$$\log_{7}^{63} - \log_{7}^{49} \Rightarrow \log_{7}^{7.9} - \log_{7}^{7^2} \Rightarrow \log_{7}^{7} + \log_{7}^{9} - 2\log_{7}^{7}$$

$$\Rightarrow 1 + \log_{7}^{9} - 2 \Rightarrow -1 + \log_{7}^{9} \Rightarrow \log_{7}^{9} - 1$$

8). $\log_{\frac{1}{5}}^{(625)^{-1}} = ?$

حل:

$$\log_{\frac{1}{5}}^{(\frac{1}{5})^4} \Rightarrow 4.\log_{\frac{1}{5}}^{\frac{1}{5}} \Rightarrow 4.1 = 4$$

9). $\log_{\frac{1}{2}}^{8^{-3}} = ?$

حل:

$$\log_{\frac{1}{2}}^{(2^3)^{-3}} \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}}^{2^{-9}} \Rightarrow \log_{2^{-1}}^{2^{-9}} \Rightarrow -1\log_{2}^{2^{-9}} \Rightarrow -1.-9\log_{2}^{2}$$

$$\Rightarrow +9\log_{2}^{2} \Rightarrow 9.1 = 9$$

10). $\log_{10}^{100} + \log_{10}^{\frac{1}{10}} = ?$

حل:

$$\log_{10}^{100} + \log_{10}^{\frac{1}{10}} \Rightarrow \log_{10}^{100\frac{1}{10}} \Rightarrow \log_{10}^{\frac{100}{10}} = \log_{10}^{10} = 1$$

11). $\log_{10}^{5} + \log_{10}^{20} = ?$

حل:

$$\log_{10}^{5.20} \Rightarrow \log_{10}^{100} \Rightarrow \log_{10}^{10^2} \Rightarrow 2.\log_{10}^{10} = 2.1 = 2$$

12). $\log_{12}^{6^2} + \log_{12}^{2^2} - \log_{5}^{5} = ?$

حل:

$$\log_{12}^{6^2} + \log_{12}^{2^2} - \log_{5}^{5} \Rightarrow 2.\log_{12}^{6} + 2.\log_{12}^{2} - \log_{5}^{5} \Rightarrow 2(\log_{12}^{6} + \log_{12}^{2}) - \log_{5}^{5}$$

$$\Rightarrow 2\left(\log_{12}^{6.2}\right)-1 \Rightarrow 2\left(\log_{12}^{12}\right)-1 \Rightarrow 2(1)-1 \Rightarrow 2.1-1 \Rightarrow 2-1=1$$

13). $\log_5^{5x^2} = ?$

حل:

$$\log_5^{5x^2} \Rightarrow \log_5^5 + \log_5^{x^2} \Rightarrow 1 + 2\log_5^x$$

14). $-\log_n^{mp} + \log_{\frac{1}{n}}^{\frac{1}{mp}} = ?$

حل:

$$-\log_n^{mp} + \log_{n^{-1}}^{(mp)^{-1}} \Rightarrow -\log_n^{mp} + -1.-1\log_n^{mp}$$

$$-\log_n^{mp} + \log_n^{mp} \Rightarrow 0$$

15). $\log_{27}^{3c} = ?$

حل: که $\log_3^c = 0,2$ Note: if

$$\log_{27}^{3c} \Rightarrow \log_{27}^{3} + \log_{27}^{c} \Rightarrow \log_{3}^{3^3} + \log_{3^3}^{c}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}\log_3^3 + \frac{1}{3}\log_3^c \Rightarrow \frac{1}{3}.1 + \frac{1}{3}.0,2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} + \frac{0,2}{3} \Rightarrow \frac{1+0,2}{3} \Rightarrow \frac{1,2}{3}$$

16). $9^{2\log_9^8} = ?$

حل:

$$9^{2\log_9^8} \Rightarrow 9^{\log_9^{8^2}} \Rightarrow 8^2 = 64$$

17). $\log_{27}^{(\frac{1}{3})^{18}} = ?$

حل:

$$\log_{27}^{(3^{-1})^{18}} \Rightarrow \log_{3^3}^{3^{-18}} \Rightarrow -18.\frac{1}{3}\log_3^3 \Rightarrow \frac{-18}{3}.1 = -6$$

18). $\log_{\frac{1}{10}}^{\frac{1}{10^{10}}} = ?$

حل:

$$\log_{10^{-1}}^{10^{-10}} \Rightarrow -10.-1\log_{10}^{10} \Rightarrow +10.1 = 10$$

19). $\dfrac{\log_5^{125} + \log_{12}^{144}}{\log_{1000}^{10^6}} = ?$

حل:

$$\frac{\log_5^{5^3} + \log_{12}^{12^2}}{\log_{10^3}^{10^6}} \Rightarrow \frac{3.\log_5^5 + 3.\log_{12}^{12}}{6.\frac{1}{3}\log_{10}^{10}} = \frac{3.1 + 2.1}{\frac{6}{3}.1}$$

$$\Rightarrow \frac{3+2}{2} = \frac{5}{2} \Rightarrow 2\frac{1}{2}$$

20). $\log_2^8 + \log_4^{16} + \log_3^{27} = ?$

حل:

$$\log_2^{2^3} + \log_4^{4^2} + \log_3^{3^3} \Rightarrow 3.\log_2^2 + 2.\log_4^4 + 3.\log_3^3$$

$$\Rightarrow 3.1 + 2.1 + 3.1 \Rightarrow 3 + 2 + 3 \Rightarrow 8$$

21). $1 + \log_n^{\frac{1}{n}} = ?$

حل:

$$1 + \log_n^{\frac{1}{n}} \Rightarrow 1 + \log_n^{n^{-1}} \Rightarrow 1 - 1\log_n^n \Rightarrow 1 - 1.1 \Rightarrow 0$$

22). $\log_{p^2}^{p^3} + \log_{\frac{1}{m}}^{m^2} = ?$

حل:

$$\log_{p^2}^{p^3} + \log_{\frac{1}{m}}^{m^2} \Rightarrow \frac{1}{2}.3\log_p^p + \log_{m^{-1}}^{m^2}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2}.1 + -1.2 \Rightarrow \frac{3}{2} - 2 \Rightarrow -\frac{1}{2}$$

23). $\log_n^{n^2}+\log_m^{m^3}=?$

حل:

$$\log_n^{n^2}+\log_m^{m^3}\Rightarrow 2.\log_n^{n}+3.\log_m^{m}\Rightarrow 2.1+3.1\Rightarrow 2+3=5$$

24). $a^{\frac{1}{2}\log_a^{16}}=?$

حل:

$$a^{\frac{1}{2}\log_a^{16}}\Rightarrow a^{\log_a^{16^{\frac{1}{2}}}}\Rightarrow 16^{\frac{1}{2}}=\sqrt{16}\Rightarrow 4$$

25). $2^{1-\log_2^5}=?$

حل:

$$2^{1-\log_2^5}\Rightarrow 2^1-2^{\log_2^5}\Rightarrow 2^1.\frac{1}{2^{\log_2^5}}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{2^{\log_2^5}}\Rightarrow \frac{2}{5}$$

لاندې افادې ثبوت کړئ؟

$Ex:\ \log_3^7 . \log_5^3 . \log_7^5 = ?$

$Solve:\ \log_3^7 . \log_5^3 . \log_7^5 = \log_3^7 . \dfrac{\log_3^3 . \log_3^5}{\log_3^5 . \log_3^7} = \log_3^3 = 1$

$Ex:\ \log_{0,1}^{\sqrt{2}} . \log_{\sqrt{3}}^{0,1} . \log_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} = ?$

$Solve:\ \log_{0,1}^{\sqrt{2}} . \dfrac{\log_{0,1}^{0,1} . \log_{0,1}^{\sqrt{3}}}{\log_{0,1}^{\sqrt{3}} . \log_{0,1}^{\sqrt{2}}} = \log_{0,1}^{0,1} = 1$

$Ex:\ \log_b^a . \log_c^b . \log_a^c = ?$

$Solve:\ \log_b^a . \dfrac{\log_b^b . \log_b^c}{\log_b^c . \log_b^a} = \log_b^b = 1$

مثال: که $\log 2 = 0{,}3010$ او $\log 6 = 0{,}7782$ وي، $\log 12$ پيدا کړئ؟

$\log 12 = \log 2.6 = \log 2 + \log 6 = 0{,}3010 + 0{,}7782$

$\log 12 = 1{,}0792$

مثال: که $\log 6 = 0{,}7782$ او $\log 5 = 0{,}6990$ وي، نو $\log 30$ به څو وي؟

$\log 30 = \log 6.5 = \log 6 + \log 5 = 0{,}7782 + 0{,}6990$

$\log 30 = 1{,}4772$

مثال: که $\log 7 = 0{,}367021$ او $\log 4 = 0{,}60206$ وي، نو $\log \frac{4}{7}$ به څو وي؟

$\log \frac{7}{4} = \log 7 - \log 4 = 0{,}367021 - 0{,}60206$

$\log(\frac{7}{4}) = -0{,}235039$

مثال: که $\log 31 = 1{,}4914$ او $\log 17 = 1{,}2305$ وي، نو $\log \frac{31}{17}$ پيدا کړئ؟

$\log \frac{31}{17} = \log 31 - \log 17 = 1{,}4914 - 1{,}20305 = 0{,}2609$

$\log \frac{31}{17} = 0{,}2609$

مثال: که $\log_e^3 = 1{,}10$ او $\log_e^7 = 1{,}95$ کميت ولري، نو د لاندې افادو کميتونه پيدا کړئ؟

$find:\ (A)\ \log_e^{(\frac{7}{3})}$

$Solution:\ \log_e^{(\frac{7}{3})} = \log_e^7 - \log_e^3 = 1{,}95 - 1{,}10 = 0{,}85$

$find:\ \log_e^{\sqrt[3]{21}} = \log_e^{(21)^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{3}.\log_e^{(3.7)} = \frac{1}{3}(\log_e^3 + \log_e^7)$

$= \frac{1}{3}(1{,}95 + 1{,}10) = 1{,}02$

مثال: که $\log_e^5 = 1{,}609$ او $\log_e^8 = 2{,}079$ کميت ولري، نو تاسې د لاندې افادې کميتونه پيدا کړئ؟

$find:\ \log_e^{\left(\frac{5^{10}}{8}\right)} = ?$

$Solution:\ \log_e^{\left(\frac{5^{10}}{8}\right)} = \log_e^{5^{10}} - \log_e^8 = 10.\log_e^5 - \log_e^8$

$$=10.1{,}609-2{,}079 \Rightarrow 14{,}011$$

مثـال: کــه $\log_e^5=1{,}609$ او $\log_e^8=2{,}079$ کمیـت ولـري، نـو تاسـې د لانـدې افـادې کمیت پیدا کړئ؟

$$find:\ \log_e^{\sqrt[4]{\frac{8}{5}}}=?$$

$$Solution:\ \log_e^{\left(\frac{8}{5}\right)^{\frac{1}{4}}}=\frac{1}{4}.\log_e^{\left(\frac{8}{5}\right)}=\frac{1}{4}\left(\log_e^8-\log_e^5\right)$$

$$=\frac{1}{4}(2{,}079-1{,}609)=\frac{1}{4}(0{,}47)\Rightarrow 0{,}1175$$

مثال: لاندې مثال محاسبه کړئ؟

$$Ex:\ \log 5000-\log\frac{1}{0{,}01}-\log_2^5=?$$

په داسې حال کې چې $\log 2=0{,}3010$ او $\log 5=0{,}6990$ وي.

$$Slove:\ \log 5.10^3-\log\frac{1}{10^{-2}}-\log_2^5$$

$$\Rightarrow \log 5+\log 10^3-\log 10^2-\frac{\log 5}{\log 2}=0{,}6990+3-2-\frac{0{,}6990}{0{,}3010}$$

$$\Rightarrow 0{,}6990+1-2{,}32=-0{,}621$$

مثال: که $\log 5=0{,}6990$ وي، نو تاسې د $\log 25+\log\sqrt{5}-\log 125$ پیدا کړئ؟

$$Solve:\ \log 5^2-\log 5^{\frac{1}{2}}-\log 5^3=2.\log 5+\frac{1}{2}.\log 5-3.\log 5$$

$$\Rightarrow 2.0{,}6990+\frac{1}{2}.0{,}6990-3.0{,}6990\Rightarrow 1{,}398+0{,}3495-2{,}097$$

$$\Rightarrow 1{,}7475-2{,}097$$

$$\Rightarrow -0{,}3495$$

مثال: که $\log 3=0{,}4771$ او $\log 5=0{,}6990$ وي، نو $\log 16875$ محاسبه کړئ؟

$$Solve:\ \log 16875=\log(27.625)=\log 27+\log 625$$

$$\Rightarrow \log 3^3+\log 5^4=3.\log 3+4.\log 5$$

$$\Rightarrow 3(0{,}4771)+4(0{,}6990)=1{,}4313+2{,}796$$

$$\log 16875=4{,}495$$

کـــه چېـــرې $\log_b^2 = 0{,}69$ او $\log_b^3 = 1{,}10$ او $\log_b^5 = 1{,}61$ وي، نـــو تاســـې د لانـــدې افادو کمیتونه د دوی له مخې پیدا کړئ؟

1). $\log_b^{30} = ?$

2). $\log_b^{16} = ?$

3). $\log_b^{16} = ?$

4). $\log_b^{\sqrt[3]{2}} = ?$

5). $\log_b^{\sqrt{3}} = ?$

6). $\log_b^{\left(\frac{2}{5}\right)} = ?$

7). $\log_b^{\left(\frac{5}{3}\right)} = ?$

8). $\log_b^{\sqrt{0,9}} = ?$

9). $\log_b^{27} = ?$

10). $\log_b^{\sqrt[3]{1,5}} = ?$

کــــه چېـــرې $\log 5 = 0,6990$ ، $\log 2 = 0,3010$ وي، نـــو تاســـې د لانـــدې افــــادو لوګاریتم محاسبه کړئ؟

1). $\log\frac{410}{16} - \log 41 = ?$

2). $3.\log 5 - \log 64 = ?$

3). $\log 27 = ?$

مثال:

$$\ln(e.e.e) = \ln e + \ln e + \ln e = 1+1+1 = 3$$

پورته مثال په لاندې طریقه هم حلولی شو:

$$\ln(e.e.e) = \ln e^3 = 3.\ln e = 3.1 = 3$$

مثال:

$$\ln\frac{1}{e.e} = ?$$

$$\ln\frac{1}{e.e} = \ln\frac{1}{e} + \ln\frac{1}{e} = \ln e^{-1} + \ln e^{-1} = -1.\ln e + (-1).\ln e$$

$$\Rightarrow -1.1 + (-1).1 = -1-1 = -2$$

پورته مثال په لاندې طریقه هم حلولی شو:

$$\ln\frac{1}{e.e} = \ln\frac{1}{e^2} = \ln e^{-2} = -2.\ln e = -2.1 = -2$$

مثال:

$$\ln 12e = ?$$

$$\ln 12e = \ln 12 + \ln e = \ln 12 + 1$$

$$\Rightarrow 1 + \ln 12$$

مثال:

$$\ln\frac{30}{e} = ?$$

$$\ln\frac{30}{e} = \ln 30 - \ln e = \ln 6.5 + 1$$

$$\Rightarrow \ln 6 + \ln 5 + 1$$

د لوګاریتمي افادو تمرینات

لاندې لوګاریتمي افاده محاسبه کړئ؟

1). $\log 30 + 1 - \log \sqrt[5]{100} = ?$

2). $\log \frac{7100}{64} - \log 71 = ?$

3). $\log_{3}^{\sqrt[5]{243}} - \log 100 + 2 = ?$

4). $\log_{3}^{\frac{1}{81}} + 5 = ?$

5). $(\log 4 + \log 8 - \log 16) - \log 2 = ?$

6). $\log_{10}^{3} + \log_{10}^{2} + \log_{10}^{4} = ?$

7). $\log_{2}^{6} + \log_{2}^{5} - \log_{2}^{10} = ?$

8). $\log_{4}^{3} + \log_{4}^{2} = ?$

9). $\log_{5}^{250} - \log_{5}^{2} = ?$

10). $\log_{4}^{32} + \log_{4}^{2} = ?$

11). $\log_{7}^{2} + \log_{4}^{2} = ?$

12). $4.\log_{5}^{2} - \log_{5}^{8} = ?$

13). $\log_{3}^{405} - \log_{3}^{5} = ?$

14). $\log_{25}^{3} - \log_{3}^{5} = ?$

15). $\log_{7}^{8} - \log_{7}^{2} + \log_{7}^{3} = ?$

16). $\log_{5}^{24} - \log_{5}^{50} = ?$

17). $\log_{8}^{2} + \log_{8}^{4} = ?$

18). $\log_{2}^{25} - \log_{2}^{5} = ?$

19). $5\log_3^2 - \log_3^4 + 2\log_3^5 = ?$

20). $\log 7 - \log 4 + \log 2 = ?$

21). $2\log_4^6 + \log_4^9 - 3\log_4^3$

22). $\log_8^2 + \log_8^4 + \log_8^1 = ?$

23). $2\log_7^4 - \log_7^4 = ?$

24). $4\log_2^3 - \log_2^9 + \log_2^7 = ?$

25). $6\log_3^2 + \log_3^4 - 3\log_3^2 = ?$

26). $\log_8^5 + \log_8^3 + \log_8^6 = ?$

27). $2\log 9 - \log 4 = ?$

28). $\log 11 + 4\log 8 = ?$

29). $\log 4 + \log 6 + \log 5 = ?$

30). $5\log_3^2 - \log_3^4 + \log_3^5 = ?$

31). $\log_3^{\sqrt{5}} = 5$

32). $\log 0{,}1 = -1$

33). $\log_{16}^{64} = \frac{3}{2}$

34). $\log_8^2 = \frac{1}{3}$

تمرین:

لاندې لوګاریتمي افادې ساده کړئ؟

35). $\log 30 + 1 - \log \sqrt[5]{1000} = ?$

36). $(\log 4 + \log 8 - \log 16) - \log 2 = ?$

37). $\log_3^{\frac{1}{81}+5} = ?$

38). $\log \dfrac{4100}{64} - \log 71 = ?$

39). $\log_3^{\sqrt[5]{243}} - \log 100 + 2 = ?$

40). $\log 210(\log 32) - \log 21 = ?$

تمرین:

د لوګاریتم قوانین پرې تطبیق کړئ؟

1). $\ln\dfrac{\sqrt{a}.b^{-2}}{\sqrt[3]{c}.d^{-3}}$

2). $\ln\sqrt{\dfrac{5e}{e^{\ln 5}}}$

3). $\ln\left(\sqrt{e}\right)^3$

4). $\ln\sqrt{\dfrac{1}{\sqrt[3]{e^2}}}$

5). $\ln\sqrt{e^{3(\ln e^2+\ln e^6)}}$

6). $\log\dfrac{x^2.\sqrt{y}}{\sqrt{x^5.y^3}}$

7). $\log\sqrt[\frac{1}{3}]{\dfrac{xy^2}{m.n}}$

8). $\log 8.\sqrt{3.\sqrt[3]{x^2.y.\sqrt[4]{x.p^2}}}$

9). $\log\dfrac{x^2y^3}{p^2}$

10). $\dfrac{1}{5}.\log(x+y)+\dfrac{1}{5}\log(x-y)^{-1}$

11). $\log x-\dfrac{1}{8}\log p+\dfrac{5}{2}\log y$

12). $\log x+m.\log(x+y)+m.\log(x-y)$

13). $\dfrac{1}{4}\log(x^2-y^2)-\dfrac{1}{2}\log(x-y)-\dfrac{1}{2}\log(x+y)$

14). $\dfrac{1}{2}\log(x^2+y^2)-\dfrac{1}{3}\{\log(x-y)+\log(x+y)\}$

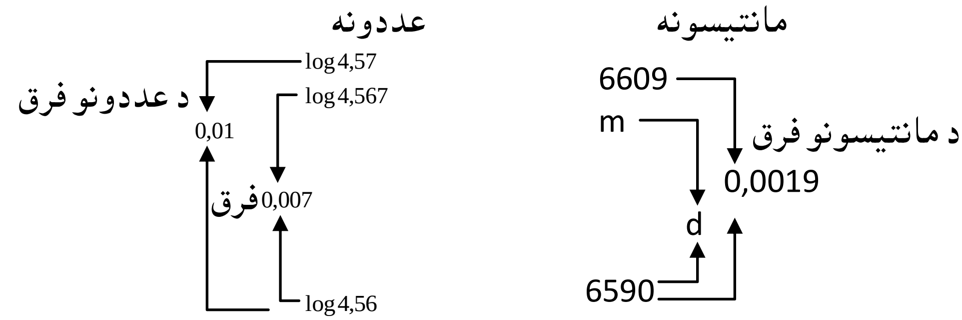
15). $(\log x+3\log y)^{\frac{1}{3}}-(4\log y-2\log p)^{\frac{1}{2}}$

انترپولېشن
Interpolation

انترپولېشن په لغت کې پر بل عبارت اړولو ته وايي.

او په اصطلاح کې انترپولېشن د هغه طریقې نوم دی، چې د هغه اعدادو مانتیس پیدا کوي، کوم چې جدول یې ترتیب شوی نه وي.
یا د یو عدد انتي لوګاریتم د پیدا کولو لپاره چې په لوګاریتمي جدول کې مجود نه وي، د انترپولېشن څخه کار اخلو.

طریقه:
د انترپولېشن په واسطه د یوه عدد د مانتیس پیدا کولو لپاره په جدول کې دوه پرلپسې عددونه چې یو عدد درکړل شوی عدد څخه زیات او بل ورڅخه کوچنی وي پیدا کوو.
بیا ددې دوو عددونو مانتیسونه له جدول څخه لاسته راوړو، بیا د عددونو او د هغوی د مانتیسونو له فرق څخه یو تناسب جوړوو، له دې تناسب څخه مجهول فرق پیدا کوو او د کوچني عدد له مانتیس سره یې جمع کوو، دغې د جمعې حاصل ته د راکړل شوي عدد مانتیس وایي.
د $\log 4567$ لوګاریتم مانتیس پیدا کړئ، په داسې حال کې چې ددې لوګاریتم مانتیس په جدول کې وجود نه لري.



$$\frac{0,007}{0,01}=\frac{d}{0,0019}\Rightarrow d=\frac{0,007.0,0019}{0,01}$$

$$\Rightarrow d=\frac{7.19}{100000}\Rightarrow\frac{133}{100000}\Rightarrow d=0,00133$$

$m=0,6590+0,0013\Rightarrow m=0,6603$ مربوط مانتيس

$\log 4567=3,6603$

مثـــال: $\log 2245,8$ مـــانتيس پيـــدا کـــړئ، پـــه داســـې حـــال کـــې چـــې ددې عـــدد مانتيس په جدول کې وجود نه لري؟

$$\frac{x}{0,00019}=\frac{0,8}{1}$$

$x=(0,8.0,00019)\Rightarrow x=0,000152$

اوس د x قيمــت د کــوچني عــدد لــه مــانتيس ســره جمــع کــوو او يــا يــې د لــوی عدد له مانتيس څخه تفريقوو.

$m=0,35122+0,000152\Rightarrow 0,351372$ دغه مانتيس دی

$\log 2245{,}8 = 4{,}351372$

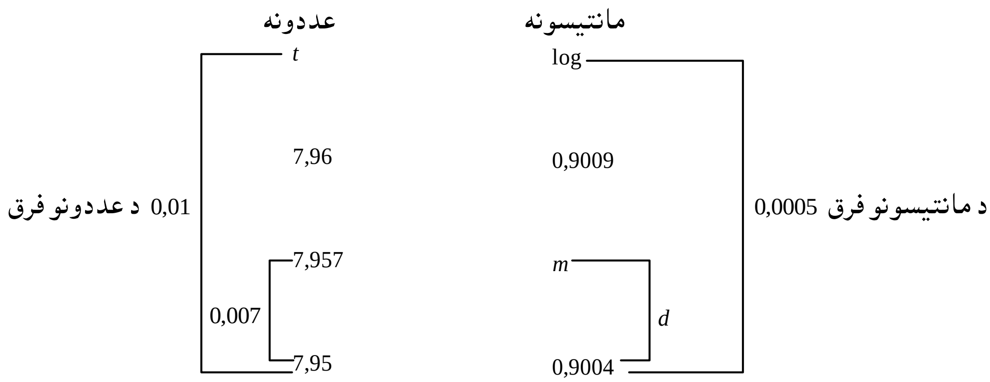
مانتیس + کرکترستیک = لوګاریتم

مثال: $\log 0{,}0007957$ پیدا کړئ؟

$\log 0{,}0007957 \Rightarrow \log 7{,}957.10^{-4} \Rightarrow \log 7{,}957 + \log 10^{-4}$

$\Rightarrow m-4$

دا چې $7{,}95 < 7{,}957 < 7{,}96$ نو m د لاندې جدول په استفادې سره پیدا کوو.



$$\Rightarrow \frac{0{,}007}{0{,}01} = \frac{d}{0{,}0005} \Rightarrow d = \frac{(0{,}007).(0{,}0005)}{0{,}01}$$

$\Rightarrow d = 0{,}00035 \approx 0{,}0004$

$m = 0{,}9004 + d \Rightarrow 0{,}9004 + 0{,}0004 \Rightarrow 0{,}9008$

$\log 0{,}0007957 \Rightarrow 0{,}9008$

$\log 0{,}0007957 \Rightarrow 0{,}9008 - 4 \Rightarrow \bar{4}{,}9008 \Rightarrow -3{,}0992$

انترپولېشن بله طريقه:

مثال: د 7453,27 عدد لوګاريتم غواړو پيدا کړو، کوم جدول په خپله وجود نه لري، ددې عدد نه لوى عدد مانتيس د جدول څخه راخلو او له دې د کوچني عدد مانتيس له جدول څخه راخلو او د عددونو او د دوى د مانتيسونو فرق پيدا کوو.

مانتيسونه		عددونه	
0,87239		7454	لوى له 7453,27
0,78233		7453	کوچنى له 7453,27
0,00006	د مانتيسونو فرق	1	د عددونو ترمينځ فرق
x		0,27	د کوچني عدد او خپله اصل عدد فرق

$$x = \frac{0,27 . 0,00006}{1} \Rightarrow 0,0000162$$

دا چې د عددونو 0,27 دى، نو تفاوت مانتيس 0,0000162 ده، چې دغه د مانتيس تفاوت د کوچني عدد له مانتيس سره جمع کوو، چې د 7453,27 عدد حاصل په لاس راځي.

$$0,8723 + 0,0000162 \Rightarrow 0,8723462$$

چې دغه مانتيس د 7453,27 عدد دى.

دا چې اولنى عدد چې لوګاريتم يې هدف وو، عبارت دى له 745327 چې شپږ رقمي عدد دى، ددې عدد کرکترستيک 5 دى، نو له دې ځايه نتيجه کېږي.

$$\log 745327 \Rightarrow 5,872362$$

مثال: $\log 8752,8$ پیدا کړئ؟

حل: 8752,8 عدد تقریبا د 8752 او 8753 په مینځ کې موجود دی.

$$\begin{array}{c} 8753 \\ 8752 \\ \hline 1 \end{array} \qquad \begin{array}{c} 94216 \\ 94211 \\ \hline 5 \end{array}$$

0,8 د عدد فرق — x د مانتیسونو فرق

$$x = \frac{5.0,8}{1} = \frac{4}{1} = 4$$

د 4 عدد د کوچني عدد له مانتیس سره جمع کوو.

$$94211 + 4 = 94215$$

دا چې په خپله عدد 87,528 دوه رقمي دی، نو کرکترستیک یې (1) دی، نو لوګاریتم یې عبارت دی له:

$$\log 87,528 \approx 1,94215$$

که وغواړو چې د څلور رقمه عدد لوګاریتم پیدا کړو، نو دریم رقم لوګاریتمي جدول په پام کې نیسو.

مثال: 3275 لوګاریتم په لاس راوړو.

پوهېږو چې:

$$3270 < 3275 < 3280$$

څرنګه چې د لوګاریتم په جدول کې 327 او 328 موجود دی، نو لیکو:

$$\left.\begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} \log 3270 \\ \log 3275 \end{array}\right\} 5 \\ \log 3280 \end{array}\right\} 10 \qquad \left.\begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} =3,5145 \\ =X \end{array}\right\} d \\ =3,5159 \end{array}\right\} 0,0014$$

یعنې لرو چې:

$$3275-3270=5$$

$$3280-3270=10$$

او:

$$3{,}5159-35145=0{,}0014$$
$$x-3{,}5145=d$$

او له دې ځایه لیکو چې:

$$\frac{5}{10}=\frac{d}{0{,}0014}\Rightarrow d=\frac{5}{10}.0{,}0014=0{,}007$$

اوس که $0{,}0014$, $3{,}5145$ سره جمع شي، په لاس راځي.

$$3{,}5145+0{,}007=3{,}5152$$

یعنې د 3275 لوګاریتم عبارت دی له 3,5152

$$\log 3275=3{,}5152$$

مثال: د 31,76 عدد لوګاریتم په لاس راوړو.

لیکلی شو چې:

$$3170<3176<3180$$

$$\left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}\log 3{,}170\\ \log 31{,}76\end{array}\right\}6\\ \log 31{,}90\end{array}\right\}10\qquad \left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}=1{,}5011\\ =X\end{array}\right\}d\\ =1{,}5024\end{array}\right\}0{,}0013$$

یعنې:

$$\frac{6}{10}=\frac{d}{0{,}0013}\Rightarrow d=\frac{6}{10}.0{,}0013$$

نو:

$$1{,}5011+0{,}0008=1{,}5019$$

او په دې ډول لرو:

$$\log 31{,}76=1{,}5019$$

که وغواړو چې د پینځه رقمي عدد لوګاریتم په لاس راوړو، نو د څلور رقمي لوګاریتمي جدول څخه استفاده کوو.

مثال: د 51826 لوګاریتم محاسبه کړئ؟

حل: ګورو چې:

$$51800 < 51826 < 51900$$

دی او څرګنده ده، چې:

$$\left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}\log 51800\\ \log 51826\end{array}\right\}26\\ \log 51900\end{array}\right\}100 \qquad \left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}=4,7143\\ =X\end{array}\right\}d\\ =4,7152\end{array}\right\}0,0009$$

په دې ډول لرو چې:

$$\frac{26}{100} = \frac{d}{0,0009} \Rightarrow d = \frac{26}{100}.0,0009$$

اوس که 0,0002 د 4,7143 سره جمع کړو، په لاس راوړو.

$$4,7143 + 0,0002 = 4,7145$$

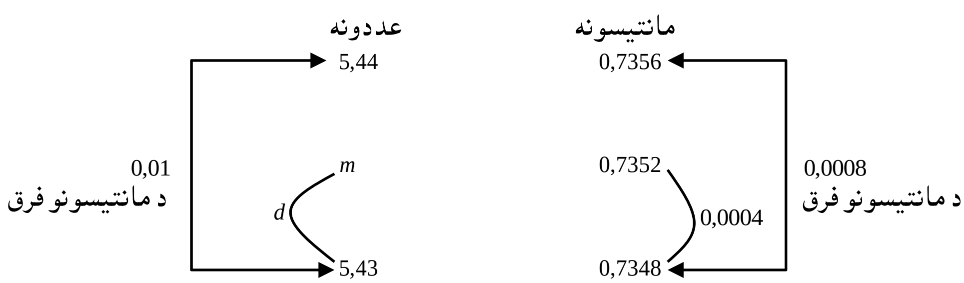
نو د ورکړل شوي عدد لوګاریتم دا دی:

$$\log 51826 = 4,7145$$

د انترپولېشن په واسطه د انتي لوګاریتم پیدا کول

د انتي لوګاریتم د پیدا کولو لپاره مانتیس په جدول کې لټوو، که مانتیس په جدول کې نه وو، نو دغه مانتیس انتي لوګاریتم په یوه حرف ښیو، د مانتیس نه ښکته او پورته مانتیسونه په جدول کې پیدا کوو، شپږ عددونه چې یو یې مجهول او نور پینځه یې معلوم دي لاسته راځي، دوه دوه عددونه یو له بل څخه منفي کوو، چې څلور عددونه لاس ته راځي، چې یو یې مجهول او درې یې معلوم دي، د تناسب په واسطه مجهول عدد پیدا کوو، بالاخره د راکړل شوي مانتیس انتي لوګاریتم پیدا کېږي.

مثال: $Anti\log = 3{,}7352$ پیدا کړئ؟



$$\frac{d}{0{,}01} = \frac{0{,}0004}{0{,}0008} \Rightarrow \frac{d}{0{,}01} = \frac{4}{8}$$

$$\Rightarrow d = \frac{4\ .\ 0{,}01}{8} \Rightarrow d = \frac{4}{800} \Rightarrow d = 0{,}005$$

$$m = 0,005 + 5,43 \Rightarrow 5,435$$

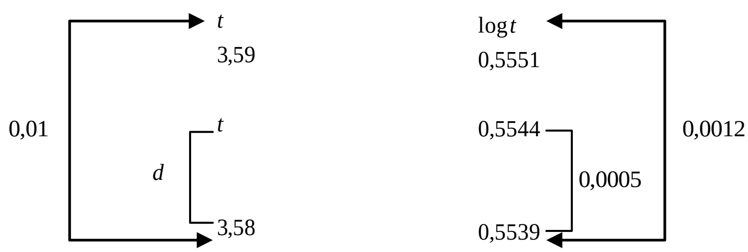
$$Anti \log 3,7352 = 5,435$$

مثال: د 4,5544 عدد انتي لوګاریتم پیدا کړئ؟

$$x = anti \log 4,5544$$

$$\log x = 4,5544 \Rightarrow 0,5544$$

0,5544 په جدول کې نشته، خو 0,5539 او 0,5551 په جدول کې شته، د دغو عددونو انتي لوګاریتم پیدا کوو، د دغه عددونو او انټرپولېشن په مرسته د x قیمت پیدا کوو.



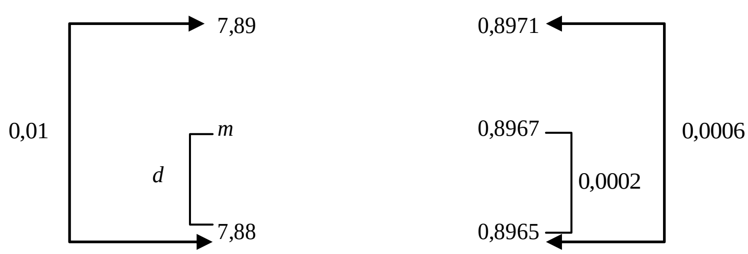
$$\frac{d}{0,01} = \frac{0,0005}{0,0012} \Rightarrow d = 0,0042$$

$$t = 3,58 + d \Rightarrow 3,58 + 0,0042 \Rightarrow 3,5842$$

$$\log x = \log(3,5842 . 10^4) \Rightarrow \log 35842$$

$$x = 35842$$

مثال: $Anti \log 5,8967$ پیدا کړئ؟



$$\frac{d}{0,01}=\frac{0,0002}{0,0006}\Rightarrow\frac{d}{0,01}=\frac{2}{6}\Rightarrow d=\frac{2.0,01}{6}=\frac{2}{600}=\frac{1}{300}$$

$$d=0,03$$

$$m=0,03+7,88\Rightarrow 7,883$$

دا چې کرکترستيک (5) دی، نو انتي لوګاريتم صحيح عدد دی او د ارقامو شمېر (6) دی، يعنې

$$Anti\log 5,8967=788300$$

مثال: $\log N=4,4713$ وي، نو N په لاس راوړو.

حل: څرګنده ده، چې په دې مثال کې مانتيس 0,4713 دی، هغه عدد چې په لوګاريتمي جدول کې د 0,4713 سره مطابقت کوي، 296 دی او څرنګه چې مشخصه 4 ده، نو بايد ورکړل شوي عدد (5) رقمي وي.

يعنې:

$$N=29600$$

مثال: که $\log N=2,6459$ وي، نو N په لاس راوړو.

حل: څرنګه چې 0,6459 مستقيم په لوګاريتمي جدول کې وجود نه لري، نو ښکاره ده، چې په جدول کې نوموړی عدد داسې موقعيت لري.

$$6454<6459<6466$$

نو پوهېږو چې:

$$\left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}\log 442\\ \log N\end{array}\right\} X\\ \log 443\end{array}\right\} 1 \qquad \left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}=2,6454\\ =2,6459\end{array}\right\} 0,0005\\ =2,6464\end{array}\right\} 0,001$$

$$\Rightarrow\frac{5}{10}=\frac{x}{1}\Rightarrow x=\frac{5}{10}\Rightarrow x=0,5$$

په دې ډول لرو، چې:

$$N=442+0,5\Rightarrow 442,5$$

مثال: د 1,9358 انتي لوګاریتم په لاس راوړو.

حل: څرنګه چې 0,9358 مستقیما په جدول کې نشته دی او لیدل کېږي، چې:

$$9355 < 9358 < 9360$$

$$\left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}\text{Log}862\\ \text{log}N\end{array}\right\}X\\ \text{log}863\end{array}\right\}1 \qquad \left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}=1,9355\\ =1,9358\end{array}\right\}0,0003\\ =1,9360\end{array}\right\}0,0005$$

$$\frac{x}{1}=\frac{3}{5}\Rightarrow x=0,6$$

په دې ډول لرو، چې:

$$N=862+0,6=862,6$$

څرنګه چې مشخصه (1) ده، نو باید عدد دوه رقمي وي، یعنې:

$$N=86,26$$

خطي انترپولیشن
Linear Interpolation

کله چې درې رقمي لوګاریتمي جدول ولرو، نشو کولای چې د څلور رقمي عدد لوګاریتم په مستقیمه توګه ترې په لاس راوړو، خو د انترپولیشن په مرسته یې لوګاریتم پیدا کولی شو، چې دغه طریقه په لاندې مثالونو کې روښانه کوو.

مثال: $\log 1{,}234$ پیدا کړئ؟

حل: د 1,234 او 1,24 لوګاریتمونه په درې رقمي جدول کې شته، د انترپولیشن په مرسته کولی شو، د نوموړي عدد لوګاریتم پیدا کړو.

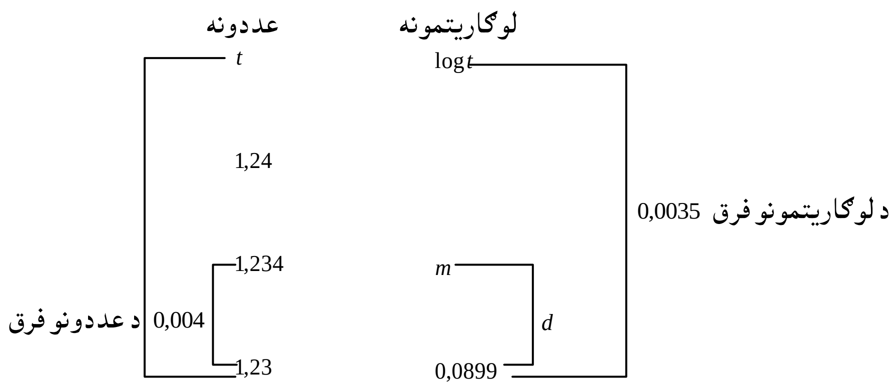
$\log 1{,}24 = 0{,}0934$, $\log 1{,}23 = 0{,}0899$

$1{,}23 < 1{,}234 < 1{,}24$

$\log 1{,}23 < \log 1{,}234 < \log 1{,}24$

$0{,}0899 < m < 0{,}0934$

د m قیمت په لاندې ډول پیدا کوو.



په خطي انترپولېشن کې فرض شوی، چې دغه څلور عددونه متناسب دي، يعنې:

$$\frac{d}{0,0035} = \frac{0,004}{0,01}$$

$$d = \frac{(0,0035).(0,004)}{0,01} 0,0014$$

$$m = \log 1,234 = 0,899 + d \Rightarrow 0,0899 + 0,0014$$

$$\Rightarrow 0,0913$$

په نتيجه کې:

$$m = \log 1,234 = 0,0913$$

لوګاریتمي معادلات
Logarthmic Equations

د لوګاریتمي افادو چې په هغه کې متحول (مجهول) وي، د لوګاریتمي معادلاتو په نوم یادېږي.

د لوګاریتمي معادلاتو د حل لپاره باید لومړی معادله د لوګاریتم د قضیوو په اساس کار پرې وشي او وروسته پرې د الجبر قوانین تطبیق شي.

بعضې وخت ضرورت پیدا کېږي، چې د اکسپوننشیل (نمایي) تابع د خواصو څخه استفاده وشي، نو معادله ساده کېږي او په نتیجه کې د مجهول قیمت لاسته راځي.

په لاندې افادو کې د x، y و z قیمتونه پیدا کوو:

1). $\log_{10}^{10^{-6}} = y \quad , \quad y = ?$

Solution: $\log_{10}^{10^{-6}} = y \Rightarrow 10^{-6} = 10^{y} \Rightarrow y = -6$

2). $\log_{10}^{100} = x \quad , \quad x = ?$

Solution: $\log_{10}^{100} = x \Rightarrow \log_{10}^{10^{3}} = x \Rightarrow 10^{3} = 10^{x} \Rightarrow x = 3$

3). $\log_{8}^{x} = 2 \quad , \quad x = ?$

Solution: $\log_{8}^{x} = 2 \Rightarrow x = 8^{2} \Rightarrow x = 64$

4). $\log_x^{36} = 2 \quad , \quad x = ?$

$Solution: \ \log_x^{36} = 2 \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x^2 = 6^2 \Rightarrow x = 6$

5). $\log_5^{\sqrt[5]{625}} = y \quad , \quad y = ?$

$Solution: \ \log_5^{\sqrt[5]{625}} = y \Rightarrow \sqrt[5]{625} = 5^y \Rightarrow \sqrt[5]{5^4} = 5^y \Rightarrow 5^{\frac{4}{5}} = 5^y \Rightarrow y = \dfrac{4}{5}$

6). $\log_2^{32} = z \quad , \quad z = ?$

$Solution: \ \log_2^{32} = z \Rightarrow 32 = 2^z \Rightarrow 2^5 = 2^z \Rightarrow z = 5$

7). $\log_y^{\sqrt[3]{64}} = \dfrac{1}{3} \quad , \quad y = ?$

$Solution: \ \log_y^{\sqrt[3]{64}} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow \sqrt[3]{64} = y^{\frac{1}{3}} \Rightarrow \sqrt[3]{4^3} = y^{\frac{1}{3}} \Rightarrow 4 = y^{\frac{1}{3}} \Rightarrow 4^3 = y \Rightarrow 64 = y$

8). $\log_6^{216} = x \quad , \quad x = ?$

$Solution: \ \log_6^{216} = x \Rightarrow 216 = 6^x \Rightarrow 6^3 = 6^x \Rightarrow x = 3$

9). $\log_{100}^{100} = y \Rightarrow 100 = 100^y \Rightarrow 100^1 = 100^y \Rightarrow y = 1$

10). $\log_{10}^{10^{-3}} = x \quad , \quad x = ?$

$Solution: \ \log_{10}^{10^{-3}} = x \Rightarrow 10^{-3} = 10^x \Rightarrow x = -3$

11). $\log_2^x = 6 \quad , \quad x = ?$

$Solution: \ \log_2^x = 6 \Rightarrow x = 2^6 \Rightarrow x = 64$

12). $\log_2^x = 3$

$Solution: \ \log_2^x = 3 \Rightarrow x = 2^3 \Rightarrow x = 8$

په لاندې مساوات کې د x کمیت پیدا کړئ؟

$$Q2:\ \log_m^x = \frac{2}{3}\log_m^8 + \frac{1}{2}\log_m^9 - \log_m^6$$

$find\ m = ?$

$$Solution:\ \log_m^x = \frac{2}{3}\log_m^8 + \log_m^{9^{(\frac{1}{2})}} - \log_m^6$$

$$= \log_m^{(8)^{\frac{2}{3}}} + \log_m^3 - \log_m^6$$

$$= \log_m^4 + \log_m^3 - \log_m^6$$

$$= \log_m^{(4.3)} - \log_m^6 = \log_m^{12} - \log_m^6$$

$$\log_m^x = \log_m^{(\frac{12}{6})} = \log_m^2$$

$$\log_m^x = \log_m^2$$

نو د لوګاریتم له خواصو څخه لیکلای شو:

$$m = m \Rightarrow x = 2$$

لوګاریتمي معادلو د حل طریقه

د لوګاریتمي معادلو د حل لپاره د لوګاریتم له خواصو څخه استفاده کوو.

1). $Ex:\log_a^{(x+4)}-\log_a^{(x+2)}=\log_a^x$

$Solution:\ \log_a^{(\frac{x+4}{x+2})}=\log_a^x$

$\frac{x+4}{x+2}=x\Rightarrow x^2+2x=x+4\Rightarrow x^2+x-4=0$

$\Delta=1^2-4.1.-4=1+16=17$

$x_1=\frac{-1+\sqrt{17}}{2}\qquad,\qquad x_2=\frac{-1-\sqrt{17}}{2}$

2). $Ex:\frac{\log(35-x^3)}{\log(5-x)}=3$

$Solution:\ \log(35-x^3)=3.\log(5-x)\Rightarrow\log(35-x^3)=\log(5-x)^3$

$\Rightarrow 35-x^3=(5-x)^3$

$\Rightarrow 35-x^3=125-75x+15x^2-x^3$

$\Rightarrow 35=125-75x+15x^2$

$\Rightarrow 15x^2-75x+125-35$

$\Rightarrow 15x^2-75x+90$

$\Rightarrow x^2+5x+6=0$

$\Rightarrow (x-2)(x-3)=0$

$\Rightarrow x_1=2\qquad,\qquad x_2=3$

3). $Ex:\log_2^{(11x-1)} 5$

$Solution:\log_2^{(11x-1)} = 5 \Rightarrow 2^5 = 11x - 1$

$\Rightarrow 32 + 1 = 11x$

$\Rightarrow 11x = 33$

$\Rightarrow x = 3$

4). $\log_3^{2^x-7} = 2$

$Solution: lo_3^{2^x-7} = 2 \Rightarrow 2^x - 7 = 3^2$

$\Rightarrow 2^x - 7 = 9$

$\Rightarrow 2^x = 9 + 7$

$\Rightarrow 2^x = 16$

$\Rightarrow 2^x = 2^4$

$\Rightarrow x = 4$

5). $Ex:\log^3\sqrt{x}^{25} = 18$

$Solution:\log^3\sqrt{x}^{25} = 18 \Rightarrow 25 = \sqrt[3]{x}^{25}$

$\Rightarrow 25 = x^{(\frac{1}{3})^{18}}$

$\Rightarrow 25 = x^6$

$\Rightarrow 5^2 = (x^3)^2$

$\Rightarrow x^3 = 5$

$\Rightarrow x = \sqrt[3]{5}$

6). $Ex:\log(x^2 - 1) - \log(x + 1) = \log 2$

$Solution:\log\frac{(x^2 - 1)}{x + 1} = \log 2$

$\frac{x^2 - 1}{x + 1} = 2 \Rightarrow x^2 - 1 = 2x + 2$

$x^2 - 2x - 3 = 0$

$\Rightarrow (x+1)(x-3)=0$

$\Rightarrow x+1=0 \Rightarrow x=-1$

$\Rightarrow x-3=0 \Rightarrow x=3$

7). $Ex: x^{\log 10^{x}} = 10$

$Solution: \log x^{\log 10^{x}} \log 10$

$\Rightarrow \log_{10}^{x} . \log_{10}^{x} = 1$

$\Rightarrow \log_{10}^{x} = 1$

$\Rightarrow x = 10^{1}$

$\Rightarrow x = 10$

8). $Ex: \log\sqrt{x} + \log x^{\frac{3}{2}} = \log 100$

$\Rightarrow \log\sqrt{x}\sqrt{x^{3}} = \log 100$

$\Rightarrow \log\sqrt{x^{4}} = \log 100$

$\Rightarrow x^{2} = 100$

$\Rightarrow x = 10$

9). $\log_{3}^{(x+1)} - \log_{3}^{(x-1)} = 1$

$\Rightarrow \log_{3}^{\left(\frac{x+1}{x-1}\right)} = 1$

$\Rightarrow \frac{x+1}{x-1} = 3^{1}$

$\Rightarrow x+1 = 3x-3$

$\Rightarrow 3x - x - 3 - 1$

$\Rightarrow 2x - 4 = 2x = 4$

$\Rightarrow x = 2$

10). $Ex: \log_{4}^{(3x-3)} = \log_{2}^{3}$

$\Rightarrow \log_{2}^{2^{3x-3}} = \log_{2}^{3}$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\log_2^{3x-3} = \log_2^3$$

$$\Rightarrow \log_2^{(3x-3)^{\frac{1}{2}}} = \log_2^3$$

$$\Rightarrow \log_2^{\sqrt{3x-3}} = \log_2^3$$

$$\Rightarrow (\sqrt{3x-3})^2 = 3^2$$

$$\Rightarrow 3x-3=9$$

$$\Rightarrow 3x=9+3$$

$$\Rightarrow 3x=12$$

$$\Rightarrow x=4$$

11). $Ex: \log\sqrt{x} + \log_x^{\frac{3}{2}} = \log 100$

$Solution: \log\sqrt{x}.x^{\frac{3}{2}} = \log 100$

$$\Rightarrow \sqrt{x}.x^{\frac{3}{2}} = 100$$

$$\Rightarrow x^{\frac{1}{2}}.x^{\frac{3}{2}} = 100$$

$$\Rightarrow x^{\frac{1}{2}+\frac{3}{2}} = 100$$

$$\Rightarrow x^{\frac{4}{2}} = 100$$

$$\Rightarrow x^2 = 100$$

$$\Rightarrow x = \pm\sqrt{100}$$

$$\Rightarrow x_1 = 10 \qquad , \qquad x_2 = -10$$

12). $Ex: \log_3^{(2+\frac{1}{x})} = \log_2^4$

$Solution: \log_3^{(2+\frac{1}{x})} = \log_2^{2^2}$

$$\Rightarrow \log_3^{(2+\frac{1}{x})} = 2.\log_2^2$$

$$\Rightarrow \log_3^{(2+\frac{1}{x})} = 2.1$$

$$\Rightarrow \log_3^{(2+\frac{1}{x})} = 2$$

$$\Rightarrow 2+\frac{1}{x} = 3^2$$

$\Rightarrow 2+\frac{1}{x}=9$

$\Rightarrow \frac{1}{x}=9-2$

$\Rightarrow \frac{1}{x}=7$

$\Rightarrow x=\frac{1}{7}$

13). $\log_a^{\{1+\log_b[1+\log_c(1+\log_p^x)]\}}=0$

$Solution1:1+\log_b^{[1+\log_c(1+\log^x)]}=a^0=1$

$\Rightarrow \log_b^{\left[1+\log_c^{(1+\log_p^x)}\right]=1-1=0}$

$\Rightarrow 1+\log_c^{(1+\log_p^x)}=b^0=1$

$\Rightarrow \log_c^{(1+\log_p^x)}=1-1=0$

$1+\log_p^x=c^0\Rightarrow 1$

$\log_p^x=1-1=0\Rightarrow \log_p^x=0$

$x=p^0\Rightarrow x=1$

14). $Ex:\log_9^3.\log_2^x=1$

$Solution:\log_{3^2}^3.\log_2^x=1$

$\Rightarrow \frac{1}{2}\log_3^3.\log_2^x=1$

$\Rightarrow \frac{1}{2}\log_2^x=1$

$\Rightarrow \log_2^{x^{\frac{1}{2}}}=1$

$\Rightarrow x^{\frac{1}{2}}=2^1$

$\Rightarrow x=4$

15). $Ex:\log.\log_2^x=\log 5$

$Solution:\log_2^x=5$

$\Rightarrow x = 2^5$

$\Rightarrow x = 32$

16). $Ex: \log^{3\log 2^{(x-1)}} = 2$

$Solution: \log_2^{(x-1)} = 3^2$

$\Rightarrow \log_2^{(x-1)} = 9$

$\Rightarrow x - 1 = 2^9$

$\Rightarrow x - 1 = 512$

$\Rightarrow x = 513$

17). $Ex: \log x = \dfrac{\log_3^{12}}{\log_3^{10}}$

حل: د قاعدې د بدلولو له مخې:

$\Rightarrow \log x = \dfrac{\log_3^{12}}{\log_3^{10}}$

$\Rightarrow \log x = \log_{10}^{12}$

$\Rightarrow x = 12$

18). $Ex: \log_{10}^{x} = 1$

$Solution: \log_{10}^{x} = 1$

$\Rightarrow x = 10^1$

$\Rightarrow x = 10$

19). $Ex: \log_x^{\sqrt[5]{625}} = \dfrac{4}{5}$

$\Rightarrow \sqrt[5]{625} = x^{\frac{4}{5}}$

$\Rightarrow \sqrt[5]{625} = \sqrt[5]{x^4}$

$\Rightarrow x^4 = 625$

$\Rightarrow x^4 = 5^4$

$\Rightarrow x = 5$

20). $Ex: \dfrac{\log_{\sqrt{2}}^{r}}{\log_{\sqrt{2}}^{5}} = \log_x^r$

$\Rightarrow \log_5^r = \log_x^r$

$\Rightarrow 5 = x$

$\Rightarrow x = 5$

21). $Ex: \sqrt{\log x} + 3 = 4$

$\Rightarrow \sqrt{\log x} = 4 - 3$

$\Rightarrow \sqrt{\log x} = 1$

$\Rightarrow \sqrt{\log x}^2 = 1^2$

$\Rightarrow \log x = 1^2$

$\Rightarrow \log x = 1$

$\Rightarrow x = 10^1$

$\Rightarrow x = 10$

22). $Ex: \log 3 + \log 5 = \log x \qquad x = ?$

$Solution: \log 3.5 = \log x$

$\Rightarrow \log 15 = \log x$

$\Rightarrow 15 = x$

23). $Ex: \log_2^{(x^2-9)} = 4 \qquad , \qquad x = ?$

$Solution: \log_2^{(x^2-9)} = 4$

$\Rightarrow x^2 - 9 = 2^4$

$\Rightarrow x^2 - 9 = 16$

$\Rightarrow x^2 = 16 + 9$

$\Rightarrow x^2 = 25$

$\Rightarrow x = \pm\sqrt{25}$

$\Rightarrow x_1 = -5 \qquad x_2 = 5$

24). $Ex: \log_5^{(x-1)} - \log_5^{(x-2)} = \log_5^2 \qquad x = ?$

$\Rightarrow \log_5^{\frac{x-1}{x-2}} = \log_5^6$

$\Rightarrow \dfrac{x-1}{x-2} = 2$

$\Rightarrow x - 1 = 2(x-2)$

$\Rightarrow x - 1 = 2x - 4$

$\Rightarrow 2x - x = -1 + 4$

$\Rightarrow x = 3$

25). $Ex: \dfrac{7}{\log m + 4} = 1 \qquad m = ?$

$Solution: \log m + 4 = 7$

$\Rightarrow \log m = 7 - 4$

$\Rightarrow \log m = 3$

$\Rightarrow m = 10^3$

$\Rightarrow m = 1000$

26). $Ex: \log_x^{\frac{1}{25}} = \dfrac{-2}{3} \qquad x = ?$

$Solution: \log_x^{\frac{1}{25}} = \dfrac{-2}{3}$

$\Rightarrow \dfrac{1}{25} = x^{\frac{-2}{3}}$

$\Rightarrow x^{\frac{-2}{3}} = \dfrac{1}{5^2}$

$\Rightarrow x^{\frac{-2}{3}} = 5^{-2}$

$\Rightarrow x^{(\frac{-2}{3})^3} = 5^{(-2)^3}$

$\Rightarrow x^{-2} = 5^{-6}$

$\Rightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{1}{5^6}$

$\Rightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{1}{(5^3)^2}$

$\Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{5^3}$

$\Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{125}$

$\Rightarrow x = 125$

27). $Ex: \log x = \log 5 - \log 25 \quad , \quad x = ?$

$Solution: \log x = \log\frac{5}{25}$

$\Rightarrow \log x = \log\frac{1}{5}$

$\Rightarrow x = \frac{1}{5}$

28). $Ex: \log_{\sqrt{5}}^{x} - \log_{\sqrt{5}}^{3} - \log_{\sqrt{5}}^{5} + \log_{\sqrt{5}}^{4} = 0 \quad , \quad x = ?$

$Solution: \log_{\sqrt{5}}^{x} = \log_{\sqrt{5}}^{3} + \log_{\sqrt{5}}^{5} - \log_{\sqrt{5}}^{4}$

$\Rightarrow \log_{\sqrt{5}}^{x} = \log_{\sqrt{5}}^{3.5} - \log_{\sqrt{5}}^{4}$

$\Rightarrow \log_{\sqrt{5}}^{x} = \log_{\sqrt{5}}^{15} - \log_{\sqrt{5}}^{4}$

$\Rightarrow \log_{\sqrt{5}}^{x} = \log_{\sqrt{5}}^{\frac{15}{4}}$

$\Rightarrow x = \frac{15}{4}$

29). $Ex: \log x = \log r^2 + \log z^2 \quad , \quad x = ?$

$Solution: \log x = \log r^2.z^2$

$x = r^2.z^2$

30). $Ex: \log x^{2\log x} = \log 10x \quad , \quad x = ?$

$\Rightarrow \log_x^{2\log x} = \log 10x$

$\Rightarrow 2\log x.\log x = \log 10x$

$\Rightarrow 2\log x.\log x = \log 10 + \log x$

$\Rightarrow 2\log x^2 = 1 + \log x$

$\Rightarrow 2y^2 = 1 + y$

$\Rightarrow 2y^2 - y - 1 = 0$

$\Rightarrow 2y^2 - y - 1 = 0$

$\Rightarrow (y-1)(2y+1) = 0 \qquad y = \log x$

$\Rightarrow y - 1 = 0 \qquad 2y + 1 = 0$

$\Rightarrow y_1 = 1 \qquad 2y = -1$

$\Rightarrow y_2 = \frac{-1}{2}$

اوس يې له اصلي مجهول سره ګورو.

$\log x = y$

$y_1 = 1$

$\log x = 1$

$\Rightarrow x_1 = 10^1$

$\Rightarrow x = 10$

$y_2 = \frac{-1}{2}$

$\log_{10}^x = \frac{-1}{2}$

$\Rightarrow x = 10^{\frac{-1}{2}}$

$\Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{10}}$

31). $Ex: \sqrt{10^{2+\frac{1}{2}\log 16}} = x \qquad x = ?$

$Solution: x = 10^{(2+\frac{1}{2}\log 4^2)^{\frac{1}{2}}}$

$$\Rightarrow 10^{(2+\frac{1}{2}.2\log 4)^{\frac{1}{2}}}$$

$$\Rightarrow x = 10^{(2+\log 4)^{\frac{1}{2}}}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{10^{2+\log 4}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{10^{\log 100+\log 4}}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{10^{\log 400}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{10^{\log_{10}^{400}}}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{400}$$

$$\Rightarrow x = 20$$

32). $Ex: \log_4\left\{2\log_3^1\left[\log_2(1+3\log_2^x)\right]\right\} = \frac{1}{2}$

$Solution: 2\log_3\left[1+\log_2(1+3\log_2^x)\right] = 4^{\frac{1}{2}} = 2$

$$\Rightarrow 1+\log_2^{(1+3\log_2^x)} = 3^1$$

$$\Rightarrow \log_2^{(1+3\log_2^x)} = 3-1$$

$$\Rightarrow \log_2^{(1+3\log_2^x)} = 2$$

$$\Rightarrow 1+3\log_2^x = 2^2 = 4$$

$$\Rightarrow 3\log_2^x = 4-1 = 3$$

$$\Rightarrow 3\log_2^x = 3$$

$$\Rightarrow \log_2^x = 1 \Rightarrow x = 2$$

33). $Ex: \log_9^{3\log_2^x} = 1$

$Solution: \log_9^{3\log_2^x} = 1$

$$\Rightarrow 3\log_2^x = 9^1$$

$$\Rightarrow \log_2^{x^3} = 9$$

$$\Rightarrow x^3 = 2^9$$

$$\Rightarrow x^3 = (2^3)^3$$

$$\Rightarrow x = 2^3 \Rightarrow x = 8$$

34). $Ex: \log_{(x^2-x+4)}^{(x^2+5x-1)} = 1$

$Solution: \log_{(x^2-x+4)}^{(x^2+5x-1)} = 1$

$\Rightarrow (x^2+5x-1) = (x^2-x+4)$

$\Rightarrow x^2+5x-1 = x^2-x+4$

$\Rightarrow 5x-1 = -x+4$

$\Rightarrow 5x+x = 4+1$

$\Rightarrow 6x = 5$

$\Rightarrow x = \frac{5}{6} \Rightarrow x = \frac{5}{6}$

35). $Ex: \log\sqrt{x} = \sqrt{\log x}$, $x = ?$

$Solution: \log\sqrt{x} = \sqrt{\log x}$

$\Rightarrow \frac{1}{2}\log x = \sqrt{\log x}$

$\Rightarrow \log x = 2\sqrt{\log x}$

$\Rightarrow \log x^2 = (2\sqrt{\log x})^2$

$\Rightarrow \log 2x = 4\log x$

$\Rightarrow \log 2x - 4\log x = 0$

$\Rightarrow \log x(\log x - 4) = 0$

$\Rightarrow \log x = 0$

$\Rightarrow x_1 = 10^0 \Rightarrow x_1 = 1$

$\Rightarrow \log x = 4 \Rightarrow x_2 = 10^4$

د 100 عدد طبیعي لوګاریتم محاسبه کړئ.

$\ln 100 = 2{,}3026.\log 100$

$\ln 100 = 2{,}3026.2 = 4{,}6052$

36). $Ex: \log_2\{2+\log_3(x+3)\} = 0$

$$2+\log_3(x+3)=2^0=1$$

$$\log_3(x+3)=-1 \Rightarrow x+3=3^{-1}$$

$$x=\frac{1}{3}+3 \Rightarrow x=\frac{10}{3}=\frac{-8}{3}$$

37). $Ex: \log_b^x=\log_b^{30}+\frac{1}{5}\log_b^{32}-\frac{2}{3}\log_b^8$

$$\log_b^x=\log_b^{30}+\log_b^{32^{\frac{1}{5}}}-\log_b^{8^{\frac{2}{3}}}$$

$$=\log_b^{30}+\log_b^{(2^5)^{\frac{1}{5}}}-\log_b^{(2^3)^{\frac{2}{3}}}$$

$$=\log_b^{30}+\log_b^2-\log_b^{2^2}$$

$$=\log_b^{30}+\log_b^2-2\log_b^2=\log_b^{30}-\log_b^2$$

$$\log_b^x=\log_b^{\frac{30}{2}} \Rightarrow x=15$$

38). $Ex: \log_5^{2x}=3 \qquad x=?$

$$\Rightarrow \log_5^{2x}=3$$

$$\Rightarrow 2x=5^3$$

$$\Rightarrow 2x=125$$

$$\Rightarrow x=\frac{125}{2}$$

$$\Rightarrow x=62{,}2$$

39). $Ex: x=\log_2^{128}+\log_{16}^{256} \qquad x=?$

$$Solution: x=\log_2^{2^7}+\log_{16}^{16^2}$$

$$\Rightarrow x=7.\log_2^2+2.\log_{16}^{16}$$

$$\Rightarrow x=7.1+2.1$$

$$\Rightarrow 7+2=9$$

40). $Ex: \log_x^{16}=4$

$Solution: \log_x^{16} = 4$

$\Rightarrow 16 = x^4$

$\Rightarrow 2^4 = x^4$

$\Rightarrow 2 = x$

41). $Ex: \log x + \log 10 = 2 \qquad x = ?$

$Solution: \log x.10 = 2$

$\Rightarrow \log 10x = 2$

$\Rightarrow 10x = 10^2$

$\Rightarrow 10x = 100$

$\Rightarrow x = 10$

42). $Ex: \log_2^{4.3^x-6} - \log_2^{9^x-6} = 1 \qquad x = ?$

$Solution: \log_2^{\frac{4.3^x-6}{9^x-6}} = 1$

$\Rightarrow \log_2^{\frac{4.3^x-6}{9^x-6}} = \log_2^2$

له log2 څخه صرف نظر کوو.

$\Rightarrow \frac{4.3^x-6}{9^x-6} = 2$

$\Rightarrow 4.3^x - 6 = 2.9^x - 6.2$

$\Rightarrow 4.3^x - 6 = 2.3^{2x} - 12$

$\Rightarrow 4.y = 2.y^2 - 12 + 6$

$3^x = y$

$\Rightarrow 2y^2 - 4y - 12 + 6 = 0$

$\Rightarrow 2y^2 - 4y - 6 = 0$

$\Rightarrow y^2 - 2y - 3 = 0$

$\Rightarrow (y-3)(y+1) = 0$

$y - 3 = 0 \Rightarrow y_1 = 3$

$y+1=0 \Rightarrow y_2=-1$

اوس يې له اصلي مجهول سره پرتله کوو.

۱ جز:

$3^x = y \Rightarrow 3^x = 3^1$

$3=3$

$x=1$

۲ جز:

$3^x = y \Rightarrow 3^x = -1$

دوېم جز نه شي صحيح کېدلی، ځکه چې 1- له 3 سره نه شي مساوي کېدلی، نو لهذا دا کميت په کې صدق هم نه کوي.

امتحان:

$\log_2^{4.3^x-6} - \log_2^{a^x-6} = 1$

$y=3$ وضع کوو.

$\log_2^{4.3^1-6} - \log_2^{9^1} = 1 \Rightarrow \log_2^{12-6} - \log_2^{3} = 1$

$\log_b^x = \log_b^{\frac{30}{2}} \Rightarrow x = 15$

43). $Ex: \log_3^{(2x-7)} = 2 \qquad x=?$

$Solution: \log_3^{(2x-7)} = 2$

$\Rightarrow 2x-7 = 3^2$

$\Rightarrow 2x-7 = 9$

$\Rightarrow 2x = 9+7$

$\Rightarrow 2x = 16$

$\Rightarrow x = \dfrac{16}{2} \Rightarrow x = 8$

44). $Ex: \log(x^2-1) - \log(x+1) = \log 2 \qquad x=?$

$Solution: \log\dfrac{x^2-1}{x+1} = \log 2$

$$\Rightarrow \frac{x^2-1}{x+1}=2$$
$$\Rightarrow \frac{(x-1)(x+1)}{(x+1)}=2$$
$$\Rightarrow x-1=2$$
$$\Rightarrow x=2+1 \Rightarrow x=3$$

45). $Ex:\log_3^{(x+1)}-\log_3^{(x-3)}=1 \qquad x=?$

$Solution:\log\frac{x+1}{x-3}=1$

$$\Rightarrow \frac{x+1}{x-3}=3^1$$
$$\Rightarrow x+1=3(x-3)$$
$$\Rightarrow x+1=3x-9$$
$$\Rightarrow x=3x-9-1$$
$$\Rightarrow 3x-x-10=0$$
$$\Rightarrow 2x-10=0$$
$$\Rightarrow 2x=10 \Rightarrow x=5$$

46). $Ex:\log_2^{(11x-1)}=5 \qquad x=?$

$Solution:\log_2^{(11x-1)}=5$

$$\Rightarrow 11x-1=2^5$$
$$\Rightarrow 11x-1=32$$
$$\Rightarrow 11x=32+1$$
$$\Rightarrow 11x=33$$
$$\Rightarrow x=3$$

47). $Ex:\log_3^{(2^x-7)}=2 \qquad x=?$

$Solution:\log_3^{2^x-7}=2$

$\Rightarrow 2^x - 7 = 3^2$

$\Rightarrow 2^x - 7 = 9$

$\Rightarrow 2^x = 9 + 7$

$\Rightarrow 2^x = 16$

$\Rightarrow 2^x = 2^4$

$\Rightarrow x = 4$

48). $Ex : \log_{\sqrt[3]{x}}^{25} = 18 \qquad x = ?$

$Solution : \log_{\sqrt[3]{x}}^{25} = 18$

$\Rightarrow 25 = (\sqrt[3]{x})^{18}$

$\Rightarrow 25 = x^3$

$\Rightarrow 5^2 = (x^3)^2$

$\Rightarrow x = \sqrt[3]{5}$

49). $Ex : \log x = \dfrac{\log_3^{12}}{\log_3^{10}} \qquad x = ?$

$Solution : \log x = \dfrac{\log_3^{12}}{\log_3^{10}}$

$\Rightarrow \log x = \log_{10}^{12}$

$\Rightarrow \log x = \log 12$

$\Rightarrow x = 12$

50). $Ex : 3^{\log_4^{16}} = 27^x \qquad x = ?$

$Solution : 3^{\log_4^{16}} = 27^x$

$\Rightarrow 3^{\log_4^{4^2}} = (3^3)^x$

$\Rightarrow 3^{2\log_4^4} = 3^{3x}$

$\Rightarrow 3^{2.1} = 3^{3x}$

$$\Rightarrow 3^2 = 3^{3x}$$

$$\Rightarrow 2 = 3x$$

$$\Rightarrow x = \frac{2}{3}$$

51). $Ex : \log_4^{(3x-3)} = \log_2^3 \qquad x = ?$

$Solution : \log_{2^2}^{(3x-3)} = \log_2^3$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\log_2^{(3x-3)} = \log_2^3$$

$$\Rightarrow \log_2^{(3x-3)^{\frac{1}{2}}} = \log_2^3$$

$$\Rightarrow \log_2^{\sqrt{3x-3}} = \log_2^3$$

$$\Rightarrow \sqrt{3x-3} = 3$$

$$\Rightarrow \sqrt{3x-3}^{\,2} = 3^2$$

$$\Rightarrow 3x-3 = 9$$

$$\Rightarrow 3x = 9+3$$

$$\Rightarrow 3x = 12$$

$$\Rightarrow x = \frac{12}{3}$$

$$\Rightarrow x = 4$$

52). $Ex : \log_3^{\log_2^{(x-1)}} = 2 \qquad x = ?$

$Solution : \log_3^{\log_2^{(x-1)}} = 2$

$$\Rightarrow \log_2^{(x-1)} = 3^2$$

$$\Rightarrow \log_2^{(x-1)} 9$$

$$\Rightarrow x-1 = 2^9$$

$$\Rightarrow x-1 = 512$$

$$\Rightarrow x = 512+1$$

$$\Rightarrow x = 513$$

53). $Ex:\log_{x^2-x+4}^{(x^2+5x-1)}=1 \qquad x=?$

$Solution:\log_{3}^{\log_{2}^{(x-1)}}=2$

$\Rightarrow x^2+5x-1=x^2-x+4$

$\Rightarrow 5x-1+x-4=0$

$\Rightarrow 6x-5=0$

$\Rightarrow 6x=5$

$\Rightarrow x=\dfrac{5}{6}$

په لاندې مساوات کې د x کمیت پیدا کړئ؟

$\log_b^x=\dfrac{2}{3}.\log_b^{27}+2.\log_b^2-\log_b^3$

$find \;\; x=?$

$Solution:\log_b^x=\dfrac{2}{3}\log_b^{27}+2\log_b^2-\log_b^3$

$=\log_b^{(27)^{\frac{2}{3}}}+\log_b^{2^2}-\log_b^3$

$=\log_b^9+\log_b^4-\log_b^3$

$=\log_b^{(9.4)}-\log_b^3$

$\log_b^x=\log_b^{\frac{9.4}{3}}=\log_b^{(\frac{36}{3})}=\log_b^{12}$

$\log_b^x=\log_b^{12}$

پاملرنه:

دا چې قاعدې د لوګاریتم سره مساوي دي، نو:

$x=12$

د لوګاریتمي معادلاتو سیستم

د لوګـاریتم معـادلاتو د سیسـتم د حـل کولـو لپـاره د لوګـاریتم لـه قوانینـو څخـه ګټه اخلو.

مثال: لاندې لوګاریتمي معادلاتو سیستم حل کړئ؟

$$\begin{cases}\log x + 2\log y = 0\\ \log x - \log y = 0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\log x + \log y^2 = 0\\ \log x - \log y = 0\end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases}\log(x.y^2) = 0\\ \log(\dfrac{x}{y}) = 0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x.y^2 = 10^3\\ \dfrac{x}{y} = 10^0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x.y^2 = 1\\ \dfrac{x}{y} = 1\end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases}x.y^2 = 1\\ x = y\end{cases} \Rightarrow \quad x.x^2 = 1 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = y = 1$$

مثال: لاندې لوګاریتمي معادلاتو سیستم حل کړئ؟

1). $\begin{cases}\log_2^{(x^2+y^2)} = 5\\ \log_2^x + \log_2^x = 4\end{cases}$ $\quad find\ x = ?\ \ find\ y = ?$

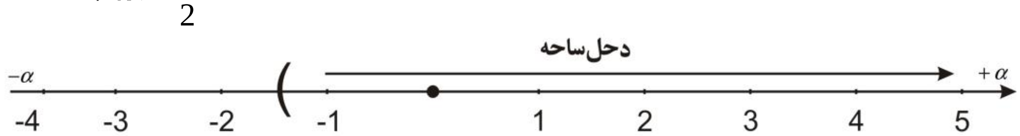
2). $\begin{cases}3.\log x + \log y^2 = 5\\ \log x^2 - 2\log y = 0\end{cases}$ $\quad find\ x = ?\ \ find\ y = ?$

لوګاريتمي غير مساوات

د لوګاريتمي غير مساوات د حل کولو لپاره په لومړي قدم کې غير مساوات د لوګاريتم څخه خلاصوو ، له دې وروسته د غير مساوات له خواصو څخه استفاده کوو ، د دې په نتيجه کې د مجهول د حل ساحه لاسته راځي.

مثال: د $\log_2^{(x+2)} > -1$ غير مساوات د حل ساحه معلومه کړئ؟

$$\log_2^{(x+2)} > -1$$
$$\Rightarrow (x+2) = 2^{-1}$$
$$\Rightarrow x+2 = \frac{1}{2}$$
$$\Rightarrow x = \frac{1}{2} - 2$$
$$\Rightarrow x > \frac{1-4}{2}$$
$$\Rightarrow x > \frac{-3}{2}$$



مثال: د لاندې غير مساواتونو د حل ساحه معلومه کړئ؟

1). $\log_{\frac{1}{2}}^{(3x+1)} > 0$

2). $\log_{\frac{1}{2}}^{(x^2-5x+6)} > -1$

3). $x^2 - 5x + 4 = 0$

د لوګاریتمي معادلو تمرین

تمرین:

لاندې لوګاریتمي معادلې حل کړئ؟

1). $\log 2 + \log 8 = \log x \qquad x = ?$

2). $\log 6 + \log 12 - \log 5 - \log x = 0 \qquad x = ?$

3). $\log_4^{\frac{1}{32}} = x \qquad x = ?$

4). $\log_x^4 = \dfrac{2}{3} \qquad x = ?$

5). $\log_4^{(2x-5)} = \log_4^{16} \qquad x = ?$

6). $\log_2^{(\log_3 (2x-5)} = 2 \qquad x = ?$

7). $\dfrac{\log y}{\log y - 3} = 2 \qquad y = ?$

8). $\log_2^{(x^2-5x+22)} = 4 \qquad x = ?$

9). $\log_{\sqrt{2}}^x - \log_{\sqrt{2}}^8 - \log_{\sqrt{2}}^7 + \log_{\sqrt{2}}^5 = 0 \qquad x = ?$

10). $\log_{125}^{25} = x \qquad x = ?$

11). $\log_3^{(x+3)} - \log_3^{(x-4)} = \log_3^4 \qquad x = ?$

12). $3^{\log x} = 3x$

13). $x^{\log x} = 100x$

14). $\ln(\ln x) = 1$

15). $\log(\log x) = 1$

16). $(\log x)^3 = \log x^4$

17). $(\ln x)^3 = \ln x^4$

18). $\ln x = \ln(2x-1) - \ln(x-2)$

19). $\log(2x+1) = 1 - \log(x-1)$

20). $\ln(x+1) = \ln(3x+1) - \ln x$

21). $\log(6x+5) - \log 3 = \log 2 - \log x$

22). $\log(2x+1) = 1 + \log(x-2)$

23). $\log(x-0) + \log 100x = 3$

24). $\ln(2x+1) - \ln(x-1) = \ln x$

25). $\ln(\log x) = 1$

26). $(\ln x)^3 = \ln x^9$

27). $(\log x)^3 = \log x^9$

28). $\ln(2x-1) = \ln(x+3)$

29). $\log(x^2-3) = 2.\log(x-1)$

30). $\log_x^9 = 2$

31). $10^{\log_{10}^{x}} = 44$

32). $\log x + \log(x+15) = 2$

33). $\ln(x+4) - \ln(x-4) = 2.\ln 3$

34). $\log_9^x = -\frac{3}{2}$

35). $\log(\ln x) = -1$

36). $\ln(2x^2+2) = 2\ln(2x-4)$

37). $e^{\ln x} = 2,5$

38). $\log_x^{e^s} = s$

39). $\log_{\frac{1}{4}}^{16} = x$

40). $\log_{16}^x = \frac{3}{2}$

41). $\log_5^{5x} = 2$

42). $\log_5^{(x-2)} + 2\log_5^{(x^3-2)} + \log_5^{(x-5)} = 4$

43). $\log_{10}^{x} = 1$

44). $\log(x-3) + \log(x+6) = \log 2 + \log 5$

45). $\log_2^{(\frac{8}{x}-1)} = x-2$

46). $x(1-\log 5) = \log 4^x - 12$

47). $\log_7^{15} - \log_2^{3} = \log_7^{n} \qquad n = ?$

48). $\log x = \log 4 - \log 20$

49). $\log(\sqrt{2})^n = \log(\sqrt{2})^3 + \log(\sqrt{2})^6$

50). $\log_8^2 - \log_2^x - 2 = 0$

51). $\log_5^{(x-1)} - \log_5^{(x-2)} = \log_5^2$

52). $\log_2^{(10x+4)} = \log_2^8$

53). $\log_2^{(x+5)} = 2\log_2^3$

54). $2.\log_5^x = \log_5^{(x^2-6x+2)}$

55). $\log_e^{(x+8)} - \log_e^x = 3\log_e^2$

56). $2.\log_3^x = \log_3^2 + \log_3^{(4-x)}$

57). $3.\log_b^2 + \frac{1}{2}\log_b^{25} - \log_b^{20} = \log_b^x$

58). $\log_{10}^{(5-x)} = 3\log_{10}^2$

59). $\log_{10}^{(x^2-2x-2)} = 2\log_{10}^{(x-2)}$

60). $\log_7^{4x} - \log_7^{(x+2)} = \frac{1}{2}\log_7^4$

61). $\log_4^x + \log_4^{(x+2)} = \frac{1}{2}\log_4^9$

62). $\frac{3}{2}.\log_b^4 - \frac{2}{3}\log_b^8 + 2\log_b^2 = \log_b^x$

63). $\log_{\frac{1}{2}}^x = \log_{\frac{1}{2}}^2 + \log_{\frac{1}{2}}^3 + \log_{\frac{1}{2}}^5$

64). $\log_4^x - \log_4^{(x-1)} = 2\log_4^3$

65). $\log|x+1| - \log|x-1| - \log 5 + \log 2 = 0$

66). $\log(3x-1)+\log 2-\log 3=0$

67). $\log_2^{\left|\frac{x+2}{x-1}\right|}=2$

68). $\log_2^{(x^2)}+2\log_2^x+1=0$

69). $\log x^2-3\log x-4=0$

70). $\log_{\frac{1}{2}}^x=\log_{\frac{1}{2}}^2+\log_{\frac{1}{2}}^3+\log_{\frac{1}{2}}^5$

71). $\log_7^{15}-\log_7^3=\log_7^x$

72). $\log_3^5+\log_3^6=\log_3^x$

73). $\log_3^5+\log_3^6=\log_3^x$

74). $\dfrac{7}{\log y+4}=1$

75). $2\log_3^{\sqrt{x}}=5$

76). $\log m+\log 25=\log 5$

77). $\dfrac{\log_5^{125}}{\log_5^{25}}=\log_{25}^x$

78). $\log x=\log 4-\log 20$

79). $\log_5^{(x-1)}-\log_5^{(x-2)}=\log_5^2$

80). $2\log_3^{\sqrt{x}}=5$

81). $\dfrac{\log_7^{343}}{\log_7^{49}}=\log_x^{343}$

82). $\log x=\log 4-\log 20$

83). $\log_7^{(2x-3)^2}=2$

84). $\log_x^3+\log_x^{(2x+9)}=2$

85). $\sqrt{(\sqrt{x})^{\log x}}=x$

86). $\sqrt{x.\log\sqrt{x}}=10$

87). $\log_3^5+\log_3^6=\log_3^x$

88). $\ln x+\ln(x+1)=2$

89). $\dfrac{3}{2}\log_2^4-\dfrac{1}{2}\log_2^x=3$

90). $\log_4^{(x^2-17)}=3$

91). $\ln(2x+3)=8$

92). $\log x = \log(2x^2) - 2$

93). $\log[\log 3(x-2)] = 0$

94). $\dfrac{\log_7^{343}}{\log_7^{49}} = \log_x^{343}$

95). $\log x^{\frac{3}{2}} - \log\sqrt{3} = 5$

96). $\log\sqrt{x+1} = 1 - \dfrac{1}{2}\log x$

97). $\ln x - \dfrac{1}{2}\ln 2 = \dfrac{1}{2}\ln(x+4)$

98). $\log(5x-1) - \log(x-3) = 2$

99). $\log_7^{(2x-1)} = \log_x^{(x+3)}$

100). $x(1-\log 5) - \log(4^x - 12)$

101). $\log 2^{(\frac{8}{2^x}-1)} = x - 2$

102). $3{,}2^{\log_x^{(3x-2)}} + 2{,}3^{\log_x^{(3x-2)}} = 5{,}6^{\log_{x^2}^{(3x-2)}}$

103). $2\log_3^{(x-2)} + \log_3^{(x-4)^2} = 0$

104). $\dfrac{\log_5^{125}}{\log_5^{25}} = \log_{25}^{x}$

105). $2\ln x + 3\ln 2 = 5$

106). $\ln(2x-1)^2 = 7$

107). $\ln(3x+5)^2 = 4$

108). $\log_a^{\left(\frac{x^2y}{z^3}\right)} = ?$

109). $\log_a^{\left(x^3.\sqrt{\frac{y^2}{z^4}}\right)} = ?$

110). $\log\sqrt[3]{x^2.y.\sqrt{z}} = ?$

111). $\log_3\left[7(2x-3)^2\right] = ?$

112). $\log\left(3\sqrt{\dfrac{x^2}{y.z^2}}\right) = ?$

113). $\log\sqrt{x.\sqrt{yz^3}} = ?$

114). $\log_a\left(\dfrac{\sqrt{x}.z^2}{y^4}\right) = ?$

115). $\log_3^{(6x^4y^{-2}-z^2)} = ?$

د لوګاريتم د استعمال ځيني ځايونه

استعمال:

محاسبه اسانوي، يعني هره عمليه له هغې څخه پر اسانه عمليه بدلوي.

1). $x = (2{,}05).(0{,}74) = ?$

حل: د ضرب له مخې ځواب:

$$\begin{array}{r} 2{,}05 \\ \times \quad 0{,}74 \\ \hline 820 \\ +\ 1435 \\ 000 \\ \hline 1{,}5170 \end{array}$$

$x = (2{,}05)(0{,}74) = 1{,}517$

همدا سوال يعني $x = (2{,}05)(0{,}74)$ د لوګاريتم په طريقه اوس حل کوو.

چې ضرب يې په جمع بدلوي او د جمعي عمليه نظر ضرب ته اسانه ده.

$x = (2{,}05)(0{,}74)$

$\log x = \log[(2{,}05)(0{,}74)]$

$\log x = \log 2{,}05 + \log 0{,}74$

د جدول څخه په استفادې نو اوس يې وضع کوو.

$\log 2{,}05 = 0{,}3118$ او $\log 0{,}74 = \bar{1}{,}869$

$\Rightarrow \log x = \log 2{,}05 + \log 0{,}74$

$\log x = 0{,}3118 + 1{,}8692$

$\log x = 2{,}181$

$x = anti\log 2{,}181$

$x = 1{,}517$

۲ مثال: تقسیم او د ضرب محاسبه په اسانه طریقې سره:

3). $Ex:\ x = \dfrac{48{,}3}{(83{,}8)(3{,}14)} = ?$

د پورته سوال محاسبه د تقسیم او ضرب څخه جوړ شوی دی، داسې حل کوو، د تقسیم او ضرب په واسطه ډېر وخت او مشکلات لري، خو د لوګاریتم په واسطه یې محاسبه اسانه او ژر کېږي.

$\log x = \log \dfrac{48{,}3}{(83{,}8)(3{,}14)}$

$\Rightarrow \log x = \log y 48{,}3 - (\log(8{,}38)(3{,}14))$

$\log x = \log 48{,}3 - (\log 83{,}8 + \log 3{,}14)$

$\log x = 1{,}6875 - (1{,}9232 + 0{,}4969)$

$\Rightarrow 1{,}6875 - 2{,}4201$

$\log x = -0{,}7326 = \bar{1}{,}2674$

$anti\log(\log x) = anti\log(\bar{1}{,}2674)$

$x = 0{,}1851$

4). $Ex:\ \dfrac{(780{,}6)^2.\sqrt{3}}{4{,}000} = ?$

$Solution: \log x = \log \dfrac{(780{,}6)^2.\sqrt{3}}{4{,}000}$

$\log x = \log(78{-},6)^2 + \log\sqrt{3} - \log 4{,}000$

$\log x = 2\log(780{,}6) + \dfrac{1}{2}\log 3 - \log 4{,}000$

$\log x = 2.(2{,}8924) + \dfrac{1}{2}(0{,}4771) - 0{,}6021$

$\log x = 5{,}7848 + 0{,}2586 - 0{,}6021$

$\log x = 5{,}4213$

$anti\log(\log x) = anti\log 5{,}4213$

$x = 263800$

استعمال:

د لوګاریتم په ذریعه د توان لرونکي عدد محاسبه کول.

$(1{,}05)^6$ محاسبه کړئ؟

$\log(1{,}05)^6 = 6.\log 1{,}05 = 6(0{,}212) = 0{,}1272$

او $anti\log 0{,}1272 = 1{,}340$ دي.

یعنې $(1{,}05)^6$ دا داسې عددونو محاسبه کول پرته له لوګاریتم نه مشکل او د وخت ضایع کېدل دي، خو داسې مثالونه د لوګاریتم په ذریعه په ډېر کم وخت او مطمین ځواب لاسته راځي، یعنې $(1{,}05)^6 = 1{,}340$ سره دی.

استعمال:

د عددونو د n ام جذر موندلو لپاره استعمالېږي.

1). $Ex: \sqrt[7]{2187} = ?$

حل: د داسې ډېرو عددونو جذر پیدا کول ډېر وخت او په پیدا کولو کې یې زیات مشکل وي، مګر د لوګاریتم له طریقه په اسانه دقیق او کم وخت کې حل کېږي.

د جذر له طریقې څخه صرف نظر کوو او د لوګاریتم په طریقه یې حل کوو.

ګورو چې:

$x = \sqrt[7]{2187}$

$\Rightarrow \log x = \log(2187)^{\frac{1}{2}}$

$\Rightarrow \log x = \frac{1}{2}\log 2187 = 0{,}4771$

0,4771 له جدول څخه اخیستل شوی.

$\log x = 0{,}4771$

$\Rightarrow x = anti\log 0{,}4771 = 3$

$\sqrt[7]{2187} = 3$

2). $Ex: x = \sqrt[6]{2500{,}12}$

$\Rightarrow \log x = \log\sqrt[6]{2500{,}12}$

$\Rightarrow \log(2500{,}12)^{\frac{1}{6}}$

$\Rightarrow \frac{1}{6}\log 2500{,}12$

$\log x = 0{,}39969$

$\Rightarrow x = anti\log 0{,}39969 \Rightarrow 2{,}5101$

$x = \sqrt[6]{2500{,}12} = 2{,}5101$

مثال: $\frac{1}{\sqrt[5]{(0{,}34)^3}}$ عملیه د لوګاریتم نه په استفاده محاسبه کړئ؟

ددې عدد لوګاریتم د لوګاریتم د قوانینو نه په استفاده په اسانۍ سره حل کېږي، خو کولای شو، هغه داسې هم محاسبه کړو.

$\log 0{,}34 = \bar{1}{,}5315$

اوس $\bar{1}{,}5315$ په 3 کې ضربوو.

$\bar{1}{,}5315.3 = \bar{2}{,}594$

اوس ددې لپاره چې نتیجه په (5) تقسیم کړو، پر هغې هم 3 زیاتوو او هم 3 ورځنې کموو، ځکه ($\bar{2}$) په (5) نه تقسیمېږي.

$\bar{2}{,}5945 = (3+\bar{3}) + \bar{2}{,}5945$

$= \bar{5} + 0{,}5945 + 3$

$= \bar{5} + 3{,}5945$

کولای شو دا عدد پر (5) تقسیم کړو.

$\bar{2}{,}5945 \div 5 = (\bar{5} + 3{,}5945) \div 5$

$= \bar{1} + 0{,}7189 = \bar{1}{,}7189$

په حقیقت کې لرو چې:

$$\log\sqrt[5]{(0,34)^3}=\bar{1},7189$$

خرنګه چې اصلي عدد $\dfrac{1}{\sqrt[5]{(0,34)^3}}$ دی، نو لیکو:

$$\log\frac{1}{\sqrt[5]{(0,34)^3}}=\log 1-\log\sqrt[5]{(0,34)^3}$$

د جدول نه په لاس راوړ، چې:

$$\log 1=0,0000=\bar{1}+1,0000$$

دا د ښي خوا د عددونو د تفریق حاصل دی.

$$1,0000-\bar{1},7189=0,2811+\bar{1}$$

په دې ډول لرو ، چې:

$$\log x=0,2811+\bar{1}$$

په نتیجه کې کولای شو ، له جدول څخه په لاس راوړو.

$\dfrac{1}{\sqrt[5]{(0,34)^3}}=0,911$ یعني $x=0,911$

استعمال:

د نمایي تابع ګانو د حل لپاره استعمالیږي.

هغه محاسبات (سوالونه) چې په نمایي (اکسپوننشیل) شکل راکړل شوي وي، دغه ډول سوالونو حل په نورو طریقو ډیر مشکلات لري، زیات وخت نیسي، ځواب دومره زیات دقیق نه وي، خو همدغه سوالونه د لوګاریتم په واسطه په لږ وخت، په دقیق ډول سره صورت نیسي.

$Ex:\ x^{\sqrt{x}}=(\sqrt{x})^{x}$ نمایي تابع

حل:

له دواړو خواوو څخه log نیسو:

$$\log x^{\sqrt{x}}=\log(\sqrt{x})^{x}$$

$$\sqrt{x}\log x=x.\log\sqrt{x}$$

$$\sqrt{x}.\log x = x\log x^{\frac{1}{2}}$$

$$\sqrt{x}.\log = \frac{1}{2}.x\log x$$

$$\sqrt{x} = \frac{1}{2}x$$

$$\Rightarrow (\sqrt{x})^2 = (\frac{1}{2}x)^2$$

$$x = \frac{1}{4}x^2$$

$$\Rightarrow 4x = x^2$$

$$\Rightarrow \frac{4x}{x} = \frac{x^2}{x}$$

$$\Rightarrow x = 4$$

د لاندې مثالونو محاسبات د لوګاریتم له لارې وکړئ.

1). $(0,34).(15,7) = ?$

2). $(13,17).(4,2) = ?$

3). $(27,1).(6,231) \div (6,30) = ?$

4). $\dfrac{8,5}{(3,7).(7,3)} = ?$

5). $\dfrac{12,5}{(5,2).(3,2)} = ?$

6). $\dfrac{87;1}{(6;5).(2,4)} = ?$

7). $\sqrt[8]{250,7}$

8). $\sqrt[8]{2465}$

9). $\sqrt[12]{75,39}$

استعمال:

د عددونو د رقمو شمېر پرې معلومېږي.

مثال: که چېرې $\log 5 = 0,6990$ وي، نو معلوم چې 5^8 به څو رقمي عدد وي.

$$\log 5^8 = 8.\log 5 = 8.0,6990 = 5,592$$

نتیجــه: دا چــې 5 عــدد کرکترســتیک دي، نــو غوښــتل شــوی عــدد 6=(5+1) دی، یعنې دا عدد (6) رقمي دی.

مثال: که چېرې $\log 2 = 0{,}3010$ وي، نو 2^5 عدد به څو رقمي وي؟

$$\log 2^5 = 5.\log 2 = 5(0{,}3010) = 1{,}505$$

نتیجه:

دا چــې (۱) عــدد کرکترســتیک دی، نــو غوښــتل شــوی عــدد 2=1+1 ده، یعنــې اوس ګورو چې $2^5 = 32$ کېږي، چې دوه رقمه لري.

مثال: که چېرې $\log 5 = 0{,}6990$ وي، نو 5^4 عدد به څو رقمي وي؟

$$\log 5^4 = 4.\log 5 = 4(0{,}6990) = 2{,}766$$

اوس ګورو چې ایا 5^8 رښتیا هم 6 عدد لري.

$$5^8 = 5^4.5^4 = 625.625$$

$$\Rightarrow 390625$$

نتیجه:

دا چــې (2) عــدد کرکترســتیک دی، نــو غوښــتل شــوی عــدد 3=1+2 دی، نــو ثبــوت شــوه چــې دا عــدد (3) رقمــي ده، ځکــه چــې $5^4 = 625$ کېــږي او 625 هــم درې رقمي ده.

مثال: که $\log 2 = 0{,}3010$ وي، نو 2^{30} عدد څو رقمي وي؟

$$\log 2^{30} = 30.\log 2 = 30(0{,}3010) = 9{,}030$$

نتیجــه: دا چــې (9) عــدد کرکترســتیک دی، نــو غوښــتل شــوی عــدد (10=1+9) دی.

تمرین:

که چیرې $\log 5 = 0,6690$ او $\log 3 = 0,4771$ او $\log 31 = 1,4914$ وي؟

نو د لاندې عددونو د رقمونو شمېر پیدا کړئ؟

۱). نو د $(5^3 . 31^2)$ عدد به څو رقمي وي؟

۲). 2^6 عدد به څو رقمي وي؟

۳). $(31)^{12}$ عددبه څو رقمي وي؟

۴). $(\frac{5^3}{2^5})$ عددبه څو رقمي وي؟

۵). 2^{30} عدد به څو رقمي وي؟

استعمال:

د بانکدارۍ په حسابونو کې مهم رول لري.

مثال: احمد 100000 افغانۍ د 9% ربحې له قراره په بانک کې ذخیره کړې، د 20 کالو وروسته به د نوموړې سرمایه څو افغاني شوې وي.

حل:

$$C = C_0(1+r)^{20}$$

$$C = 100000(1+9\%)^{20}$$

$$C = 100000(1+0{,}009)^{20}$$

$$C = 100000(1{,}09)^{20}$$

$$\log C = \log 100000 + \log(1{,}09)^{20}$$

$$= 5 + 20\log(1{,}09)^{20}$$

$$= 5 + 20(0{,}0374) = 5 + 0{,}7480$$

$$\log C = 5{,}7480$$

$$C = anti\log 5{,}7480$$

$$C = 560000$$

استعمال:

د زلزلې په معمولو کې مهم رول لري.

د ریکتر مقیاس (معیار):

چارلس ریکتر امریکایي زلزله پېژندونکی (۱۹۰۰ متولد) د زلزلې د سنجش لپاره یو معیار رامنځته کړ، چې د هغه په نوم یادېږي او د لاندې فورمول له مخې سنجول کېږي.

$$R = \log(\frac{a}{T}) + B$$

چې دلته a د اهتزاز لمن (دامنه) د مایکرون له جنسه T د موج پریود په ثانیه او د B د تجربې ثابت دی، چې زلزلې د مرکز نه د اخذې تر ماشین پورې

جدا قیمتونه لري.

د مثال په ډول د زلزلې مرکز د اخذې ځخه 1000km فاصله لري، چې د B قیمت 6,8 کیږي، که د زلزلې د نوسان دامنه a=10Mm ثبت شوې وي او T=1sec وي د زلزلې قدرت د ریکتر له مخې څو دی؟

$$R = \log(\frac{10}{1}) + 6{,}8$$

$$R = 7{,}8$$

د ساینس له نظره د یوې زلزلې تېزوالی او لوړوالی د یو مقدار انرژۍ څخه عبارت دی، کوم چې د زلزلې په مرکز کې پیدا کیږي، د زلزلې د اندازه کولو واحد ریکتر (ریشتر) (Richter) ده.

E	E.30	E.30²	E.30³	E.30⁴	E.30⁵	E.30⁶	E.30⁷	E.30⁸	E.30⁹
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

مثال: په 1995 د مکسیکو په ښار کې د زلزلې ټکان تقریبا 8,0 درجې وه او په 2001 کال په واشنګټن ښار کې د زلزلې ټکان 6,8 درجې وه، د دې دواړو زلزلو ترمنځ د ټکان تفاوت عبارت دی له:

$$\text{د انرژۍ تفاوت} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{(30)^{8,0}}{(30)^{6,8}} = (30)^{8,0-6,8} = (30)^{1,2} \approx 59{,}2$$

نو معلومه شوه، کومه زلزله چې په مکسیکو کې شوې وه، تقریبا 59,2 ځلې زیاته وه، د هغې زلزلې له انرژۍ څخه کوم چې په واشنګټن کې شوې وه.

استعمال:

د زلزلې شدت(د زلزلې د انرژۍ اندازه):

د زلزلو په واسطه په ډېره زیاته اندازه د انرژۍ منځته راتګ امکان لري، چې د دغه انرژۍ په ژول (Joule) ښودل کیږي، چې تقریبا د کوچنۍ زلزلې په واسطه (100000000000) 100 بلیونه په اندازه انرژي تولید شوې ده، 150

کالـه پخـوا ډېـر خلکـو د انـرژي شـدت پـه مختلفـو طریقـو انـدازه کـړی دیـو پـه (1935) م کـال کـې یـو زلزلـه شـناس چـې (Charles Richter) نـومېږي، پـه کیلیفورنیـا کـې یـو لوګـاریتمي معیـار یـا انـدازه چـې د (Richter Scale) پـه نامـه یادېږي اختراع کړ، چې لاندې ذکر شوی دی.

$$M = \frac{2}{3}\log\frac{E}{E_0} \text{ Richter Scale}$$

پـه فـارمول کـې E هغـه انـرژي ده، چـې د زلزلـې پـه واسـطه مینځتـه راغلـې وي او پـه (Joule) سـره انـدازه کېـږي او E_0 هغـه انـرژي ده، چـې تـر ټولـو کمـه او لـږه وي او د یـوې زلزلـې پـه واسـطه پېژنـدل شـوی دی، چـې عبـارت ده لـه ($E_0=10^{4.410}$Joule) چې د E_0 معیاري قیمت دی.

مثـال: پـه فرانسیسـکو ایالـت کـې یـوې زلزلـې تقریبـا ($5.96x10^{16}$ Joule) انـرژي مینځتـه راوړې ده، نـو د (Richter Scale) یـا معیـار د فـارمول لـه مخـې یـې اندازه پیدا کړئ، محاسبه تر دوه عدد اعشاري پورې کار وکړئ؟

$$M = \frac{2}{3}\log\frac{E}{E_0}$$

$$= \frac{2}{3}\log\frac{5.96x10^{16}}{10^{4.40}}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3}\log(5.96x10^{11.6})$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3}(\log 5.96 + \log 10^{11.6})$$

$$= \frac{2}{3}(0{,}775 + 11.6) = 8{,}25$$

$$M = 8{,}25$$

مثـال: کـه یـوه زلزلـه (1000) چنـده لـه بلـې زلزلـې ښـخه لویـه وي، نـو د (Richte Scale) له مخې یې رابطه معلومه کړئ.

$M_1 = \frac{2}{3}\log\frac{E_1}{E_0}$ او $M_2 = \frac{2}{3}\log\frac{E_2}{E_0}$

$$E_2 = 1{,}000E_1$$

$$M_2 = \frac{2}{3}\log\frac{1{,}000E_1}{E_0}$$

$$=\frac{2}{3}(\log 10^3+\log\frac{E_1}{E_0})$$

له مخې لیکو: $M_1=\frac{2}{3}\log\frac{E_1}{E_0}$

$$=\frac{2}{3}(3)+\frac{2}{3}\log\frac{E_1}{E_2}$$

$$\Rightarrow 2+M_1$$

استعمال:

په کیمیاوي محاسبو کې مهم رول لري.

مثال: په یو محلول کې د $[OH]$ ایون غلظت 0,0004 دی، د محلول PoH لوګاریتم محاسبه کړئ.

حل:

$$[OH]^- = 0{,}0004 \Rightarrow 4.10^{-4}$$
$$PoH=-\log[OH]$$
$$\Rightarrow -\log 4.10^{-4}$$
$$\Rightarrow -(\log 4+\log 10^{-4})$$
$$\Rightarrow -(\log 4-4)$$
$$\Rightarrow -\log 4+4$$
$$\Rightarrow -0{,}7321+4$$

$-\log 4=-0{,}7321$ قیمت له جدول څخه اخیستل شوی.

پاملرنه:

دا چې مانتیس منفي دی، نو باید مثبت یې کړو.

$$\Rightarrow -0{,}7321+1+4-1$$
$$\Rightarrow 1-0{,}7321+3$$
$$\Rightarrow 0{,}2679+3$$
$$\Rightarrow 3{,}2679$$

$$\Rightarrow PoH = 3{,}2679$$

مثال: په یو محلول کې د $[H^{+}]$ ایون غلظت $3{,}2.10^{-4}$ دی، د محلول PH پیدا کړئ.

$$PH = -\log[H^{+}]$$
$$PH = -\log[3{,}2.10^{-4}] = -\{\log 3{,}2 + \log 10^{-4}\}$$
$$PH = -\{\log 3{,}2 - 4.\log 10\} = -\{\log 3{,}2 - 4\}$$
$$PH = -\log 3{,}2 + 4 = 4 - \log 3{,}2 = 4 - (0{,}5050) \approx 3{,}5$$
$$PH = 3{,}5$$

په عمومي ډول په ساینس او خاصتا کیمیا پوهان د معمولي لوګاریتم څخه ډېره استفاده کوي.

مثال: د لیمو جوس 2,3 PH او د شیدو 6,6 Ph دی، په دواړو کې د هایدروجن ایونونه معلوم کړئ.

د لیمو جوس:

$$PH = -\log[H^{+}]$$
$$2{,}3 = -\log[H^{+}]$$
$$\log[H^{+}] = -{,}3$$
$$[H^{+}] = (10)^{-2{,}3}$$
$$[H^{+}] \approx 5.10^{-3}$$

د شیدو جوس:

$$PH = -\log[H^{+}]$$
$$6{,}6 = -\log[H^{+}]$$
$$\log[H^{+}] = -6{,}6$$
$$[H^{+}] = (10)^{-6{,}6}$$
$$[H^{+}] \approx 10^{-7}$$

لیدل کېږي، چې د لیمو په جوس کې د هایدروجن د ایونو نسبت د شیدو د هایدروجن ایونو ته زیاته ده.

استعمال:

سرعت پرې معلومېږي.

مثال: کــه هــوایي جهــاز ســرعت $7{,}7\frac{Km}{Sec}$ وي، کــولای شــئ چــې 300Km د ځمکې څخه اوچت پرواز وکړي.

د یو راکټ اعظمي سرعت عبارت دی له:

$$V = -0{,}0098t + c.\ln R$$

کــه داســې فــرض کــړو ، چــې یــو راکــټ پــه (25) نســبتي کتلــې بانــدې حرکــت وکـړي، هـوايي جهـاز پـه حرکـت شـروع کـوي، هـر کلـه چـې تـاخيري سـرعت $2{,}8\frac{Km}{Sec}$ وي، آيـا پـه 100Sec وخـت کـولای شـي، چـې پـه هـوا کـې پـه (300) کيلـو متـرۍ کـې له ځمکې اوچت پرواز وکړي؟

حل: پوهېږو چې $t = 100Sec$ ، $C = 2{,}8\frac{Km}{Sec}$ او $R = 25$ ده.

پس:

سرعت $V = -0{,}0098t + c.\ln 12$

$$V = -0{,}0098.100 + 2{,}8\ln 25$$

د حساب ماشین څخه استفاده کوو ، نو ځواب:

$$V = 0{,}98 + 2{,}8(3{,}219) \approx 8{,}0\frac{Km}{Sec}$$

لاســته راغلــی ســرعت نســبت د $7{,}7\frac{Km}{Sec}$ څخــه زيــات دی، پــس هــوايي جهــاز د ځمکې څخه 300Km اوچت پرواز کوي.

استعمال:

د راکټ الوتنه یا د راکټ الوتلو تیوري:

راکټ الوتنـه پـه عـالي رياضـياتو او فزيـک پـورې اړه لـري، مـوږ د لوګـاريتم لـه مخې یو فارمول لرو ، چې د راکټ سرعت معلوموي.

$$(V = c\ln\frac{W_t}{W_b} = Rocket\ Equation)$$

پورته فارمول د (Rocket Equation) په نامه یادېږي.

پورتــه فــارمول کــې C د انجــن پــورې متعلــق ســرعت ښرګنــدوي، W_t د راکــټ د پورتــه کېــدو پــه وخــت کــې وزن او انــدازه ده او W_b هغــه انــدازه ده، چــې کلــه یــو راکټ پـه هـوا کـې هغـه وزن ولـري، چـې د هغـه تېـل او نـور سـونګ مـواد ختـم وي، د ځمکې جاذبې قوه عبارت ده له $9{,}0\frac{Km}{Sec}$ څخه.

مثال: که د یو راکټ د وزنونو نسبت $\frac{W_t}{W_b}$ مساوي وي له $\frac{W_t}{W_b} = 18{,}7$

او $C = 2{,}38\frac{Km}{Sec}$ وي، نو آیا دا راکټ به د $9{,}0\frac{Km}{Sec}$ سرعت ته ورسېږي.

$$V = C\ln\frac{W_t}{W_b}$$

$$= 2.38\ln 18{,}7$$

$$= 6{,}97\frac{Km}{Sec}$$

استعمال:

د اواز شدت (اواز د انرژۍ اندازه)

د یــو انســان غــوږ کــولای شــي، چــې اواز پــه ډېــر شــدت ســره واوري، کــه د اواز شـــدت (1) تـــرلین (1000,000,000,000) هـــم وي، نـــو یـــو صـــحتمند غـــوږ کـــولای شي چې په اسانۍ سره یې واوري.

نـو یـو عـدد چـې ډېـر لـوی وي، هغـه محاسـبه کـول ډېـر مغلـق او پېچلـی کـار دی، نــو مــوږ کــولای شــو، چــې د لوګــاریتم څخــه کــار واخلــو، چــې قاعــده یــې د (1) څخــه زیاتـــه وي، لوګـــاریتم اکثـــره ددې لپـــاره اســـتعمالېږي، چـــې ډېـــر ارام او هوســـا معیــار جــوړ کــړي، د (Decibel) پــه نامــه یــو انــدازه یــا معیــار لــرو، چــې دا یــو ښــه مثال دی د اندازه ګیرۍ چې د اواز د شدت یا انرژۍ اندازه معلوموي.

کلــه چــې د ټیلیفــون مختــرع (Alexancler Caraham) د غــه لانــدې فــارمول کشف کړ، نو په (decibel) یې ونوماوه.

$$D = 10\log\frac{1}{10} \Rightarrow Decibel\ \ Scale$$

D عبـارت د Decibel څخـه ده، چـې د اواز شـدت لیـول معلومـوي او 1 د اواز شـدت چـې انـدازه یـې $\frac{W}{m^2}$ ده واحـد دی او I_0 چـې د اواز تـر ټولـو کمـه انـدازه رشوت ښآیي او عبارت دی له:

$$I_0 = 10^{-12} W/m^2$$

مثـال: کـه د اواز د شـدت انـدازه $5.20x10^{-10}$ واټ پـر متـر مربـع یعنـې $\frac{W}{m^2}$ وي، نـو تاسـو د Decibel معیـاري واحـد محاسـبه او عـدد یـې پیـدا کـړئ، نـو 2 عـدد اعشاري پورې کار وکړئ.

$$D = 10\log\frac{1}{10}$$

$$= 10\log\frac{5.2x10^{-10}}{10^{-12}}$$

$$= 10\log(5.2x10^{2})$$

$$= 10(\log 5.2 + \log 10^{2})$$

$$= \log 5.2 = 0{,}716$$

$$= 10(0{,}716 + 2)$$

$$= 27{,}16\ Decibels$$

$$D = 27{,}16$$

د (Scientific Calculator) په مرسته د لوګاريتم پيدا كول

مهمه يادونه:

د حساب ماشين (Sciencific Calculator) په مرسته هم كولايب شو، چې د لوګاريتم (طبيعي او اعشاري لوګاريتمونو) محاسبه په ډېره اسانه او لږ وخت كې ترسره كړو.

د حساب ماشين په مرسته د لوګاريتم د محاسبه كولو طريقه:

مثال: د $\log_{10}^{3,184}$ عدد (Scientific Calculator) په مرسته وكړئ؟

حل: لومړى به په ماشين كې 3,184 داخل كړو، ورپسې به په ماشين كې د (log) په نوم تو كمه (بټنه) باندې به فشار راوړو، نو په اتوماتډول به 3,502973 عدد راشي، چې دا عدد $\log_{10}^{3,184} = 3,502973$ كميت په لنډ ډول:

Enter	Press	Display
3,184	log	3,502973

مثال: $\ln 0,000349$ پيدا كړئ؟

Enter in Calculator	Press Botton	Display
0,00349	ln	-7,960439

مثــــال: د (3,24-)log عـــدد لوګـــاریتم (Scientific Calculator) حســـاب ماشین په مرسته پیدا کړئ؟

حـل: د حســاب ماشـین دغـه قسـم عـددونو لوګـاریتم نـه شـي پیـدا کـولی، دا ځکه چې (3,24-) د لوګاریتمي تابع په دومین کې وجود نه لري.

مثال: $n = \frac{\log^2}{\log^{1,1}}$ د n کمیت (Scientific Calculator) په مرسته پیدا کړئ؟

حل: طریقه په لاندې ډول عملي کوو.

لـومړی بـه د 2 عـدد پـه ماشـین کـې کېکـاږو، بیـا ورپسـې د log بټنـې تـه فشـار ورکـوو، بیـا د (÷) تقسـیم بټنـه کېکـاږو، بیـا د 1,1 عـدد لیکـو، بیـا ورپسـې د log بټنــه Click کــوو او پــه آخـر کــې د = علامــه Click کــوو، نــو دا 7,273 ځـواب بـه راکړي.

$$\ln = \frac{\log 2}{\log 1{,}1} = 7{,}273$$

$$n = 7{,}273$$

Enter	Press	Press	Enter	Press	Display
2	log	÷	1,1	=	7,273

مثـــال: د n کمیـــت $n = \frac{\ln 3}{\ln 1{,}08}$ د حســـاب ماشـــین (Scientific Calculator) پـــه مرسته پیدا کړئ.

حل: په لنډ ډول عمل کوو.

$$n = \frac{\ln 3}{\ln 1{,}08}$$

Enter	Press	Press	Enter	Press	Display
3	ln	÷	1,08	=	14,275

تمرین:

لاندې لوګاریتمي کمیتونه (Scientific Calculator) په مرسته پیدا کړئ؟

1). $Ex: \log 0{,}013529 = ?$

2). $Ex: \log 0{,}1202 = ?$

3). $Ex : \log 28,693 = ?$

4). $Ex : \ln 21,69 = ?$

5). $Ex : \ln(-0,439) = ?$

6). $Ex : \log(-0,215) = ?$

7). $Ex : \log(-1,101) = ?$

8). $Ex : n = \dfrac{\ln 2}{\ln 1,1} \qquad , \quad n = ?$

9). $Ex : n = \dfrac{\log 3}{\log 1,03} \qquad , \quad n = ?$

10). $Ex : n = \dfrac{\log 2}{\log 3} \qquad , \quad m = ?$

11). $m = \dfrac{\ln 9}{\ln 2,2} \qquad , \quad m = ?$

ماخذونه

۱. عمومي رياضي، پوهاند عبدالحق ايمل.
۲. رياضی عمومی، پوهنوال دکتور محمد انور غوري.
۳. رياضي لارښود ، پوهيالی حميد الله شيرزی وردګ.
۴.رياضی عالی [۱] ، تورن فيضان الله صديقی.
۵. عمومي رياضي، استاد عبدالرشيد رشيد.
۶. عمومي رياضي، استاد شماس خان باورزی.
۷. رياضی عمومی، استاد محمد طاهر.
۸. معادلات، استاد شماس خان باورزی.
۹. عالي رياضيات، انجينر امدادالله.
۱۰. شمېر پوهنه، ډاکتر ماخان مېړی شينواری.
۱۱. رياضی برای همه، استاد محمد عظيم خاموش.
۱۲. کانکور وياړ، استاد جانداد وياړ.
۱۳. يوولسم ټولګي رياضي [نوی نصاب].
۱۴. د ۱۳۸۵ تر ۱۳۹۱ لمريز کال پورې د کانکور د فورمونو حل.
۱۵. د رياضي د تمرينونو حل، استاد شماس خان باورزی.

16. College Algebra.
Raymond A,Barmett.
Michael Ziegteg
17. Algebra XI Z.R Bhatti
M,K Chouri
18. Valemied Mathematics
K, Velsker