له اوم تر دولسم ټولګي پورې

د ښوونځي د شمیرپوهنی کتابونو ته یو ځغلند پام.

د ښوونځي په کتابونو کې ستونځې هر اړخیزه دي، چې زه یې دلته په ټولو اړخونو نه غږیږم، داسې لنډ لیکم: کتابوه پنډ او په ځانګړې توګه یې په نور منځ پانګې برسیره، چې ګوته ورته نیسم په یاد راوړم، چې د ټولو ټولګیو په کتابونو کې د احصایي او احتمالاتي برخه باندې نه لیکونکي پوه شوی، نه به پرې استاد او نه زده کوونکي پوه شي، داپه دې معنا، چې دا برخې باید ترې لرې شي .

زه په لاندې کې یواځې د کتابونو ناسمون ته ګوته نیسم. د هر کتاب څخه داسې د نمونې په څیر څه رااخلم.

د اوم ټولګي کتاب یوې برخې ته ځغلند پام:

له هرڅه لومړی د سټ تعریف ورکوم، چې په راتلونکي کې د ګران نصاب لیکونکي تعریف سره یو څه د پرتلې ولرو:

تعریف: سټ د څرګند ټاکلو یو له بل کره توپیرېدونکو شیانو ټولګه ده. شیان چې سټ ترې جوړ شوی دی، د سټ توکي یا غړي او که غواړی عناصر بللکیږي.

انګریزي پیژند یې:

A mathematical *set* is defined as an unordered collection of distinct elements

سټ چې له توکو 2,3,4,5, جوړ وي، داسې لیکو: A = {2, 3,4, 5}

دلته 2 د سټA توکی دی، چې داسې یې لیکو: $2 \in A$ **(ویل 2 له A څخه یا 2 په A کې) او 6 د سټ Aتوکی نه دی، چې داسې یې لیکو:** $6 \notin A$ **(ویل: 6 له Aڅخه نه یا 6 په A کې نه).**

یا دالاندې د کانتور تعریف، چې غوره یې همدا دی.

... G. **Cantor**, the principal founder of **set theory**, **defined** a set as "a collection into a whole, of definite,
well-distinguished objects (called the 'elements' of the set) of our perception or of our thought."

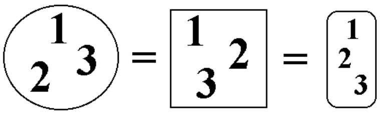
Ketabton.com

سټ په درې ډوله لیکل کیږي:

۱ - شمیرنیزه لیکنډول: A = {2, 3,4, 5}

۲ - شننیز لیکنډول: **A={x|** $x \in N \wedge$ **1< x<6}**

د ۲ - لوستل: ست A د ټولو x سټ دی، چې x یو طبیعي عدد دی، له 1 لوي او له 6 کوچنی دی. پورته $\wedge$ د او په معنا دی.
۳ – د ون دیاګرام سره سټ آنځوریږي:



تشسټ: تشسټ یو سټ دی، چې کوم توکی نه لري

Downloaded from: ketabton.com

ليکندود:
❶ تشسټ په ښوونځي کې داسی ليکل، کيږي : { }
❷ بل ډول ليکندود يې داسي دیØ

پام : دا مخامخ ليکندود د تش سټ لپاره ناسم یا ناتیک دی : {Ø}

دا پورته يومخ په شپږو مخونو کې ليکل شوي. وبه ګورو، چې هغه ناسم دي.

اوس کتاب ته راځو

په دريم او څلورم مخ کې ليکي(دا بيخي هغه پيل دی)

هريک از تيم‌های فوق يک خصوصيت مشترک دارند يا به عبارۀ ديگر هر يک از اين تيم‌ها يک مجموعه(ست) را تشکيل می‌دهند.

د ليکونکي سور ليکلی غوره دی او څه تري نه پوهيدل کيږي.

،، خصوصيت مشترک ،، يعني څه؟ او دا چي ،،سټ جوړوي،، يعني سټ څه شي دی؟ تراوسه د سټ تعريف نه شته. دا لاندې هم ناسم څه ورکوي يعني د سټ د ليکنې يو ډول يې په څو ډوله نوموي او بيا د سټ د ليکلو ځخه په ناسمه توګه غږيږي.

ست ها را می توانيم توسط اشکال مختلف نشان دهيم که بنام **دياگرام وين** ياد می شوند.
طور مثال می‌توان ست های B,A و C را در اشکال زير نشان دهيم.

،، ستها را ميتوان توسط اشکال مختلف نشان دهيم،، . پورته درې ډوله ليکل شوي دي. دا دون دياګرام په توګه ليکنه ده، چې د سټ يو ډول ليکنډول دی، اشکال يې په دي توګه چې ليکونکي غواړي وليکي، پا ي ته نه رسيږي. ،، بې شميره نه ليکم، ځکه چې دا په رياضي کې يو بله تري پوهيدنه لري.

زما په اند به ـ که څه هم ګران ليکونکي دې ته ګوته نه ده نيولې- دا لاندې د سټ تعريف وي، چې زما له پورته تعريف سره نيمګرې دی، چې اوس يې ورکړي.

يو شمير ځانګړو شيانو ته سټ او يخپله شيانو ته د سټ عناصر(غړي) وايي.

شيان ځانګړي نه دي بلکه شيان ټاکلي يا تعين دي، ګورو چې په پورته کې دا نه دي ليکل شوي، چې توکي يا عناصر يې يو له بل کره توپير لري، چې بې له دي تعريف ناسم دی.

Downloaded from: ketabton.com

ketabton.com - The Digital Library

اوس باید پوه شو، چې د سټ تعریف کوم دی؟

هودا اخر یې باید تعریف وي، چې له دې د مخه یې تش سټ په ګوته کړي او د سټ لیکل هم. دا هرڅه سره ګډوډ او هم ناسم دي.

۵ – مخ

عناصر یک ست(Members of a Set)

لیکونکي دا په دوه مخه کې لیکلي او دا لاندې یې هم په دوه مخ کې لیکلي، چې موږ پورته د تعریف سره یوځای لیکلي او باید داسې هم وي.

اتم مخ

طرق نوشتن یک ست

د اتم مخ پورې نور څه لیکل شوي؟

لیکونکي د سټ د لیکلو طریقې دوه ښایي او موږ وښوده چې په درې ډوله لیکل کیږي. لیکونکي دا یو ځل پورته لیکلي هم دي، چې دا یې تکرار دی.

مخ ۹

ست‌های مساوی و ست‌های معادل(Equal and Equivalent Sets)

د لاندې څخه به وپوهیږو، چې داپورته عنوان داسې لیکلی شو:

مساوي سټونه اوبرابر زوریز - یا ایکویوالنټ سټونه

The **cardinality** of a set A, written as IAI or #(A), is the number of elements in A. Cardinality may be interpreted as "set size" or "the number of elements in a set".

د سټ زور: د سټ د توکو تعداد ته د سټ زور وایو. په پورته تعریف کې یې د سټ د توکو تعداد لیکلی او یا د سټ پراخوالی. خو موږ او تاسې یې زور بللی شو او داسې یې لیکو:,IAI or #(A)

For example, given the set **A = { 1,2,kanada, afghanistan,0,3}**

we can count the number of elements it contains, a total of six. Thus, the cardinality of the set A is 6, or $|A| = 6$. Since sets can be infinite, the cardinality of a set can be an infinity

دا لاندې تعریف ۲ او تعریف ۳ اړیین نه دی،چې ویې لیکو، خو د لړ روښانولو له امله یې لیکو.

دوه سټونه برابرزوریز دي - که ایکویوالنټ ورته وایې هم خوښه مو- که د توکو تعداد یې سره برابر وي. په لاندې کې دا موضوع د فنکشن له لارې روښانه شوې، چې زه یې د روښانه ونې لپاره راوړم. د دې ټولګي لپاره یې دا پیژند نه دی.

Downloaded from: ketabton.com

Definition 1: | *A* | = | *B* |[edit]

Two sets *A* and *B* have the same cardinality if there exists a bijection, that is, aninjective and surjective function, from *A* to *B*. Such sets are said to be *equipotent*,*equipollent*, or *equinumerous*.

For example, the set *E* = {0, 2, 4, 6, ...} of non-negative even numbers has the same cardinality as the set **N** = {0, 1, 2, 3, ...} of natural numbers, since the function*f*(*n*) = 2*n* is a bijection from **N** to *E*.

Definition 2: | *A* | ≥ | *B* |[edit]

A has cardinality greater than or equal to the cardinality of *B* if there exists an injective function from *B* into *A*.

Definition 3: | *A* | > | *B* |[edit]

A has cardinality strictly greater than the cardinality of *B* if there is an injective function, but no bijective function, from *B* to *A*.

If $|A| \geq |B|$ and $|B| \geq |A|$ then $|A| = |B|$ (Cantor–Bernstein–Schroeder theorem). The axiom of choice is equivalent to the statement that $|A| \geq |B|$ or $|B| \geq |A|$ for every *A*,*B*.[3][4]

۲۱ ــم مخ

هرگاه $A = \{a, b\}$ باشد، A دارای دو عنصر و هرگاه $B = \{1,2,3,4\}$ باشد، B دارای چهار عنصر می‌باشند. هرگاه ست اعداد طبیعی طاق بین 2 تا 20 را به C نشان دهیم، $C = \{3,5,7,9,11,13,15,17,19\}$ بوده و دارای 9 عنصر می‌باشد.

مثال اول: ست حروف صدا دار زبان انگلیسی یک ست متناهی است:

که عناصر آن قابل شمار اند $A = \{a, e, i, o, u\}$

اما ست اعداد طبیعی یک ست نامتناهی بوده که طور زیر نشان داده می شود.

که عناصر آن قابل شمار نمیباشند $N = \{1,2,3,4...\}$

اگر عناصر یک ست قابل شمارش(معین) باشند، به نام **ست متناهی** یاد می شوند. و اگر عمل شمارش عناصر یک ست به انتها نرسد، این گونه ست را **ست نا متناهی** می گویند. ست خالی نیز یک ست متناهی است.

لاندې پښتو

Downloaded from: ketabton.com

ketabton.com - The Digital Library

که $A = \{a,b\}$ وي، A دوه عنصره او که $B = \{1,2,3,4\}$ وي، B څلور عنصره لري. که د 2 او 20 ترمنځ د طبیعي طاقو عددونو سټ په C سره ښکاره کړو، نو $C = \{3,5,7,9,11,13,15,17,19\}$ دی او 9 عناصر لري.

لومړی مثال: د انګلیسي ژبې د غږ لرونکو تورو سټ یو معین سټ دی.

چې عناصر یې د شمېر وړ دي: $A = \{a,e,i,o,u\}$

خو د طبیعي عددونو سټ یو غیر معین سټ دی چې په لاندې ډول ښودل کېږي.

چې عناصر یې د شمېر وړ نه دي: $N = \{1,2,3,4...\}$

دا چې دی لیکي،،، که عناصر ان قابل شمارس نمیباشد،، یا چې ،، عناصر یې د شمیر وړ نه دي،، ناسمه ده.

سم یې: عناصر یې د شمیر وړ دي، خو پای نه لري یعني ناپای دي، یعني هغه د عربي لامتناهي دي. دا په دې معنا، چې ټاکلي دي یعني معین دي، شمیرل یې پای ته نه رسیږي.

ناشمیرنوړ هم شته، خو هغه بیا بله موضوع ده، دومره به یې یاد کړم، چې ریل عددونه ناشمیرنوړ دي، چې دا په پوهنتون کې ښوول کیږي.

دوه څه ته ګوته ونیول شوه، چې:

۱ - ،، چې عناصر یې د شمیرلو نه دي،، ناسمه ده او

۲ – د (Finite and Infinite Sets)

ژباړه یا متناهي او نا متناهي ده او یا معین او نا معین ده، دواړه نه شي کیدی. معین او نامعین لیکنه ورته ناسمه ده.

په سټ کې مهمې عملیې دي، چې لیکونکي یې ځنې یادې کړي، خو نه په ترتیب.

۱۲ – م مخ

اگر هر عنصر ست A در ست B و برعکس هر عنصر ست B در ست A شامل باشد می گویيم که این دو ست با همدیگر مساوی اند و میتوانیم بنویسیم:

$A \subset B$ و $B \subset A \Rightarrow A = B$

پورته لیکنه باید داسې وي::

$A \subseteq B \wedge B \subseteq A \Leftrightarrow A = B$

پورته ∧ د او په معنا دی.

دا اصلاً داسې لنډ لیکل کیږي: که د A توکي په B کې خوندي وي یا د B توکي وي او د B توکي د A توکي وي، نو A او B سره مساوي دي یا A=B او په څټ یا برعکس..

هر سټ د خپل ځان برخسټ یا سبسټ دی.

Downloaded from: ketabton.com

ketabton.com - The Digital Library

۷۵ او ۷۶ ـ م مخ

قیمت مطلقهٔ یک عدد

د پورته عنوان لاندې ګران لیکونکی د دوه مخونو په لویوالي دا تعریف لیکي:

آموختیم که:
• هر عدد که صفر نباشد (مثبت یا منفی) قیمت مطلقهٔ آن یک عدد مثبت است، قیمت مطلقهٔ صفرمساوی به صفر است، یعنی: $|0| = 0$ می باشد.
• قیمت مطلقهٔ یک عدد و قیمت مطلقهٔ متضاد آن باهم مساوی اند؛ یعنی:
$|-7| = |+7| = 7$

دا پورته څه چې لیکل شوي د عددونو مطلقه قیمت دی، خو د مطلقه قیمت تعریف باید وشي:

موږ داسې لیکو:

تعریف: قیمت مطلقه یک عدد قرار زیل میباشد:

$$|x| = x; x > o$$
$$|x| = 0; x = 0$$
$$|x| = -x; x < 0$$

۱۳۰ ـم مخ

دا لاندې یوه د هندسې ښخه:

اگر مجموع دو ضلع از ضلع سوم کوچکتر باشد، مثلث تشکیل نمی‌شود.

داسې لیکنه ناسمه ده ،، اگر......،، . که مثلث نه تشکیل کیږي، نو بیا ضلعې د کومه شوې، چې کوچنیوالی او لویوالی یې سره پرتله کوې؟

اګر نه خواهي مثلث تشکیل نه میشود اګر به قسمي دیګر هم باشد. یو څه چې لیکل کیږي باید لیدوړ وي. یوه خیره چې نه وي، نو ضلع نه شته. له ضلعې چې غږیږي باید ضلعه وي.

دا خو کوم شکل یا څه شي نه دی.

ګران لیکونکی باید دا داسې ولیکي:

د یوه مثلث د دوه ضلعو (د مجموعي) اوږدوالی د دریمي ضلعې د اوږدوالي ښخه لوی دی یا د یوه مثلث د دوه ضلعو د اوږدوالي مجموعې ښخه د دریمي ضلعې اوږدوالی کوچنی دی.

یا که غواړی، نو داسې ولیکی:

که د دوه کرښو د اوږدوالي مجموعه   د یوې دریمي کرښې له اوږدوالي کوچنۍ وي، نو دا درې کرښې مثلث نه شي جوړولي. چې مثلث نه جوړوي، نو مخ د مخه یې ضلع هم نه شي بللی.

۱۴۸ ـم مخ

Downloaded from: ketabton.com

ketabton.com - The Digital Library

دو مثلثی که یک ضلع و دو زاویهٔ همجوار آن ها با هم مساوی باشند، یا یک زاویه و دو ضلع همجوار آن باهم مساوی و یا سه ضلع آنها باهم مساوی باشند مثلث ها انطباق پذیر می باشند
اما در مثلث های قایم الزاویه دو حالت دیگر نیز وجود دارد:
1- اگر وتر و یک زاویهٔ حادهٔ یک مثلث قایم الزاویه با وتر و یک زاویهٔ حادهٔ مثلث قایم الزاویهٔ دیگر مساوی باشند، این دو مثلث با هم انطباق پذیراند.
2- اگر وتر و یک ضلع قایم یک مثلث قایم الزاویه با وتر و یک ضلع قایم مثلث قایم الزاویهٔ دیگری مساوی باشند، این دو مثلث انطباق پذیراند.

اګر استاد محترم دقت ورزد، این دو حالت در مثلثهای قایمالزاویه، حالتهای دیګرې نیست.

در ۱ – دو زاویه و ضلع همجوار دو مثلث با هم مساوي ميباشد و

در ۲ – در اينجا خم دو ضلع و زاويه بيني ان با هم مساوي مي باشد، اين حالت ديگر نيست.

دې باندې بسيا کوو. دا نور درسونه هم همداسې دي. زما په ليکنو کې دا شته. زما د کتابونو د کتلو نړۍوال جال هم تاسو ته په ګوته کوم.

اتم ټولګی

د اتم ټولګي کتاب کې يو عنوان:

،، د حقيقي عددونو مفهوم،، لاندې ښاغلی ليکونکي شپږ مخونه ليکي او هلته د هندسي څېرو تشريح راوړي، حال دا چې موږ له رياضي څخه غږېږو. که په قايمالزاويه مثلث کې ضلعي سره پرتله کو، هغه يوه رياضيکي موضوع ده. په هر صورت ډېره اوږده ليکنه، چې متن يې دومره بايد نه وي، چې له چا څخه په کې لار ورکه شي.

د عددونو په عمليو کې ـ که د اووم ټولګي دي يا د اتم ټولګي- سيستم نه شته او پوره هم نه دي راوړل شوي. دلته پوره روښانتيا ته اړتيا شته.

۱۸ مخ

1- د جذرالمربع عدد په خپل ځان کې ضرب، د ضرب حاصل جمع پاتې مساوي له اصلي عدد سره وي.
2- د جذرالمربع دوه برابره جمع يو(1) له پاتې څخه زيات دي.

موږ په جذر کې درې څه لرو. لومړي جذر، دويم د جذر لاندې عدد، دريم د جذر وېستلی عدد يعنې هغه عدد، چې د جذر نيونې څخه لاس ته راغلی وي. دې ته دې فکر وشي، چې له جذر وېستلي عدد څخه د جذر لاندې عدد څنګه بېرته لاس ته راوړو؟ ....

زه پوهېږم، چې ګران ليکونکی څه ليکل غواړي، خو دا په خبرو سم نه شي ليکلی. که د د ه دا خبرې په رياضي ژبه وليکل شي، نو يو څه به ترې لاس ته راشي چې پرې پوه به نه شو . راځي چې دا د خبرو څخه د رياضي په ژبه وليکو او وګورو، چې ليکونکی څه غواړي:

1 - جذرالمربع عدد دې $\sqrt{5}$ وي. په خپل ځان کې ضرب يې 5 دی. جمعه يې پاتې نه پوهېږم خو ?+5، چې څه شي. برابر په اصلي عدد؟ يعنې څه. اصلي عدد کوم دی.

2 - جذر مربع $\sqrt{5}$، دوه برابره يې $2\sqrt{5}$ جمعه يې ۱ يعنې $2\sqrt{5}+1$ دی او پاتې به څه وي ، چې دا ترې لوی وي؟

Downloaded from: ketabton.com

ketabton.com - The Digital Library

ګورو، چي هرڅه ګډ وډ دي او نه پوهيږم، چي دا څه به ده ولي ليکلي و؟.

۱۹ مخ

د جذري عددونو جمع او تفريق په داسي حال کې کيداى شي، چي تر جذرالمربع لاندي عدد او د جذرالمربع درجه يو ډول وي. د ورته(مشابه) حدونو ضريبونه يو له بل سره جمع او يا يو له بله تفريقوو.

په عمومي توګه: $x\sqrt[n]{a} \pm y\sqrt[n]{a} = (x \pm y)\sqrt[n]{a}$

سم يې: د جذري عددونو يا په ټوليزه توګه د ريل عددونو جمعه او تفريق هر وخت کيږي. د دې لاندې او پورته ليکنو خو څوک نه شي پوهيدلی، چې ګران ليکونکی اصلاً څه ليکي يا وايي؟

په پورته سره ليکنه، چې د ليکونکي لپاره غوره ده، څوک نه پوهيږي، خو موخه يې دا لاندې ده:

که $x\sqrt[n]{a} \pm y\sqrt[n]{a}$ **ولرو، نو په دواړو د جمعي- تفريق اعضاو کې ګډ ضريب له قوس دباندې راباسو او ليکو:**

$x\sqrt[n]{a} \pm y\sqrt[n]{a} = (x \pm y)\sqrt[n]{a}$

.

په داسي موضوعاتو کې ډيرو خبرو ته اړتيا نه شته او ځای هم نه لري.

۲۰ ـــ م مخ

فعاليت:

- د $\sqrt{16}+\sqrt{9}$ او $\sqrt{9+16}$ قيمتونه په لاس راوړئ، دا قيمتونه يو له بل سره پرتله کړئ؟
- د $\sqrt{100-36}$ او $\sqrt{100}-\sqrt{36}$ قيمتونه په لاس راوړئ، آيا دا دوه قيمتونه يوله بل سره مساوي دي؟

له پورته فعاليت څخه نتيجه اخيستل کيږي، چې:

$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a}+\sqrt{b}$

$\sqrt{a-b} \neq \sqrt{a}-\sqrt{b}$

زه دا دلته نه ښايم. وخت نيسي، فقط داسې ليکم:

که a او b دواړه او يا يو يې د صفر سره برابر وي، نوبيا څنګه؟

څوک چي هر څه ليکي، هغه بنديزونه يا غزېدني يې هم بايد ورسره وليکل شي.

۲۹ ـــ م مخ

په ياد ولرئ: که چيرې د يوه عدد توان او د جذر درجه يو له بل سره مساوي، وي داسي پايله لاسته راځي:

$\sqrt[n]{a^n} = a^{\frac{n}{n}} = a^1 = a$

زما د روښانه ونې پيل:

Downloaded from: ketabton.com

ketabton.com - The Digital Library

که ولرو $\sqrt{2^2}$ نو لاس ته ترې راځي $\pm 2 = \sqrt{4}$ بيا څه.
او

$\sqrt{(-2)^2}$ نو لرو $\sqrt{4} = \pm 2$

او که $(\sqrt{2})^2$ ولرو، نو فکر په کې وکړی. دلته دابرابر په ۲ کیږي.

څه چې لیکو، نو د سمون په هکله يې باید مسئول وو.

په دې هکله زما د شمیرپوهنې ستر کتاب کتلی شی.

۳۰ ــ مخ

په لاندې کې a,b,c د صفر سره نامساوي باید نه وي، بلکه باید منفي اعداد نه وي، په هغه حالت کې چې اکسپوننت يو جوړه يا جفت طبيعي عدد وي.

5^3

III- په عمومي توګه د ضرب په عمليه کې ويلای شو چې که چېرې قاعدې نامساوي او کسري توانونه يې مساوي وي، په داسې حال کې چې b،a او c حقيقي عددونه او د صفر خلاف وي:

$$a^{\frac{1}{n}} \cdot b^{\frac{1}{n}} \cdot c^{\frac{1}{n}} = (a \cdot b \cdot c)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{abc}$$

دلته باید دا نیونه یا فرصیه وي، چې د جذر لاندې عددونه منفي هم نه وي.

ستونځې : دلته ستونځې په دې کې دي، چې د يوه پلوه موضوع د وخت څخه د مخه لیکل شوي او له بله پلوه د ریښې درس پوره نه دی لیکل شوی او په همدې توګه د پوتنځ درس هم.

۳۰-م مخ

که د توان او جذر قوانین سم درس ته راوړل شوي وای، نو بیا دا هم لیکل کیده.
دا پورته په جملو تشریح ناسمه راځي.جمله سم یا پوره څه نه وايي.
لنډ: که مختلف ، د صفر سره نابرابر د قاعدې اعداد a,b,c همغه کسري توانونه ولري، نو ضرب يې داسې لیکل کیږي:

$$a^{\frac{1}{n}} \cdot b^{\frac{1}{n}} \cdot c^{\frac{1}{n}} = (a \cdot b \cdot c)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{abc}$$

۶۹ مخ

په ورته شکلونو کې هم ډوله زاويې يو له بله سره مساوي دي او د هم ډولو ضلعو نسبت د يو ثابت مقدار لرونکي دي چې دې ثابت مقدار ته د ورته والی نسبت وايي که چېرې دوه شکلونه داسې اړيکې ولري ، دا شکلونه، سره ورته شکلونه دي ، دوه ورته شکلونه د (~) نښې په واسطه ښيي.

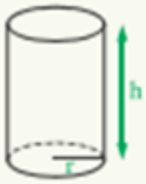
دې پورته کې روښانه نه ده او نه چیرته تعریف شوې، چې همډوله زاویې یا همډوله ضلعې په څه معنا دي؟ تیره کونجونه که مساوي وي یا نا مساوي، همډوله دي. همداسې پڅکونجونه، که برابر وي یا نابرابر، خو همډوله دي او له دې.
سم: ورته - یا برابرارزښته دربګوډي ځیرلي. دوه دربګوډي ورته دي، که اړونده کونجونه يې سره برابر وي.
دا يې له څو جملو یوه جمله ده.
۱۴۳ ــ مخ

Downloaded from: ketabton.com

ketabton.com - The Digital Library

قایمه استوانه له دوو انطباق منونکو دایروي قاعدو او یوې جانبي سطحې څخه چې پر قاعدو باندې عمود ده، جوړ شوې ده. که چېرې د هغې ارتفاع په h او د قاعدې شعاع یې په r سره وښیو نو د هغې ټول مساحت په A سره ښیو:

پورته له دویمي کرښې:،، ... که ... سره ...، نو ... سره ښایو.،،
دا د یوې وینا نتیجه نه ده.
که یو څه ولرې، نو ترې لاسته ... راځي. یعنې که... ، نو ..... .
دلته ګران لیکونکي سم نه لیکي.
سم: موږ د توتې اتفاع په... ، د دایرې وړانګه په... او ټوله سطحه په ... سره ښایو.



د جانبي سطحو مساحت $s = 2\pi r \cdot h$

د دوو قاعدو مساحت $= 2\pi r^2$

د استوانې کلي مساحت $A = 2\pi r^2 + 2\pi r \times h$

$A = 2\pi r(r + h)$

$\pi = 3.14$

د دایرې مساحت چیرته تعریف شوي؟؟؟؟
دایره په نهم ټولګي کې لوستل کیږي.

۱۵۹

له پورته فعالیت څخه لیکلای شو:

کولای شو د قاعدې او قانون د بیانولو لپاره د تورو څخه کار واخلو خرنګه چې د تورو په ځای مختلف قیمتونه لیکلای شو نو دغه ډول تورې متحول بلل کیږي.

۱۵۹

قاعده او قانون او بیانول یې او داسې لیکل یې چې له تورو څخه په کې کار اخلې؟

ګران لیکونکي غواړي، چې د واریابل یا متحول یا تغیرخوړونکي تعریف وکړي، خو ترې پیچلی کیږي او لار ترې ورکیږي. لاندې ورسره پرتله کړی.

موږ لیکو:

پیژند: هغه توري، چې د اعدادو ځاي نیونکي وي یا د اعدادو په ځای لیکل کیږي، متحول یا تغیر خوړونکي یا مجهول یا واریابل بلل کیږي،، چې په x,y,z;... سره ښول کیږي.

۱۸۳ ــ مخ

Downloaded from: ketabton.com

په پورته فعالیت کې د یوه کیلو ګرام بوري د تللو او د مختلفو وزنو سره په تعادل کې راوړل د معادلې د مفهوم لپاره لاندې نتیجه په لاس راوړو.

۱۸۳

تعریف

یو الجبري مساوات چې یو نامعلوم متحول ولري او د مجهول د ځینو قیمتونو لپاره صدق کوي معادله بلل کیږي، هغه عدد چې الجبري مساوات په یوه عددي مساوات بدلوي د معادلې حل یا ځواب بلل کیږي.

- هر هغه شی چې د معادلې په حل کې هغه ته قیمت پیدا کوو د معادلې مجهول بلل کیږي او هغه په X سره ښیي.

په پورته لیکنه کې ګران لیکونکي څه نه وایي او په څه ویلو هم نه پوهیږي. پښتو هم سمه نه لیکي.

سم یې داسې دی:

پیژند: که چیرې دوه ترمونه د مساوي نخښې له لارې سره تړلي وي، دا برابرون یا مسات یا معادله بلل کیږي.

اتم ټولګي ته کتنه همدلته بس کوو. دا پسې هم دومره غوړین نه دي.

نهم ټولګی

اوم څپرکی
دویمه درجه یو مجهوله معادله
۱۷۷ – م مخ
له دې د مخه چې د لیکونکي په لیکنه پیل کوو، زه دې موضوع ته لنډه کوته نیسم، چې دا څه دي؟
دویمه درجه یومجهوله معادله په ننیو ادباتو کې د مربع مساوات (څلورۍ برابرون) یا د مربع معادلې په نامه یادیږي،
چې دا لاندې درې بڼې یې په کې څیړل کیږي:

لومړۍ بڼه: $ax^2 + c = 0$
بڼه بدلون و $x^2 = ?$ ته او د ریښه نیونې له لارې حل
دویم بڼه یا ډول: $ax^2 + bx = 0$
د مجهولې یا متحولې x له نوکانو ایستلو له لارې حل.
$x(ax + b) = 0$ او د صفر ضرب جمله و کاروی.
دریمه بڼه: $ax^2 + bx + c = 0$
مساوات په نورمال بڼه راوړی
$x^2+px+q = 0$ او د P-q -فرمول سره حل کړی.

Downloaded from: ketabton.com

ketabton.com - The Digital Library

د $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$ سره $D = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$:

د $D > 0$ لپاره دوه حلونه شتون لري. $L = \{x_1 ; x_2\}$

د $D = 0$ لپاره ډبل حل شتون لري $x_1 = x_2 \Rightarrow L = \{x_{1/2}\}$

د $D < 0$ لپاره حل شتون نه لري. $L = \{\ \} = \varnothing$

دا پورته د شميرپوهنې په ادبياتو د p-q -فرمول په نامه يادېږي.

د وييتا د ريښې جمله(موخه د مربع مساواتو د حلونو جمله هم کيدی شي. د ويتا جملې په مرسته د مربع مساوات سم يا نا سم حل ازمايل کيږي):

که مربع مساوات $ax^2 + bx = 0$ دوه حلوه ولري، نو باور لري:

$x_1 \cdot x_2 = q$ او $-x_1 - x_2 = p$

د يوه مربع مساوات کرښيزه بڼه:

$L = \{x_1 \mid x_2\}$ دې د يوه مربع مساوات حل وي.

$$\underbrace{(x - x_1)}_{\text{Faktor 1}} \cdot \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Faktor 2}} = 0$$

نو باور لري: (ضرب)

يا $a(x - x_1)(x - x_1) = 0 \Leftrightarrow L = \{x_1 \mid x_2\}$

لنډ او پوره پام ورته کړو: مربع مساوات يا دوه حله لري يا کوم حل نه لري او يا ډبل حلونه لري.

ليکونکي په اصلي برخه کې د مربع مساوات د لومړيو دوه بڼو سره تماس نه دی نيولی، يواځې دريمه بڼه يې تر ځيرنې نيولې او دا هم پوره ناسمه، چې روښانه به شي:

د ليکونکي ليکنه:

په ۱۷۷ مخ کې دروند ليکونکي لومړی بيلګه راوړي. تاسو دا وګورئ، چې څه ليکي او يا دلته يې دويمې درجې ته فکر کړی؟

بل مخ کې مثال راوړي او بيا حل وروسته ځيري. هغه به وګورو، چې هغه به څه وي. د معادلې حل نه شته مثالونه راوړي اونور څه نه شته. دا ۱۷۷ او ۱۷۸ مخونه د درس سره سر او کار نه لري.

دی د مکملې او نيمګړې معادلې عربيږي. زما ليکنه وګوري.

څو مخونه کار کوي، هغه هم ناسم او بيا په ۱۷۹ –م مخ کې د دويمې رجې معادلې حل ته راځي.

مخ ۱۸۱ کې بيا بل عنوان غير خطي اړيکي. زه نه پوهيږم چې ولې داسې زر زر دی خپل فکر بدلوي؟

ليکونکی لاندې ليکي:

$$(x + p)^2 = q^2$$

خو بيا يې د دې فرمول حل سره تماس نه دی نيولی

۱۸۷- م مخ

محمد بن موسی دا لاره(طريقه) د دويمه درجه معادلې لپاره پيدا کړله. د دې طريقې په پوره کيدو سره د دويمې درجه معادلو په حل کې په بشپړه(عمومي) توګه ګټه اخيستل کېږي، په دې تګلاره(روش) کې د $x^2 + bx + c = 0$ دويمه درجه معادله په $(x + p)^2 = q^2$ بڼه بدلېږي چې د تجزيي پراوونه يې عبارت له:

ليکونکي لاندې بيلګه هم د نورمال بڼې په ليکدود راوړي او د مربع د تکميل له لارې مخ ته تللي، خو ګورو، چې په اخر کې يې موضوع خرابه کړې او دا لاندې ناسم ليکي:

لومړی مثال راوړي:

Downloaded from: ketabton.com

لومړی مثال: د $x^2+2x-8=0$ معادله د تکمیل مربع په تګ لاره حل کړئ.

حل: لومړی معادله په لاندې ډول لیکو:

$$x^2+2x=8$$

د x د ضریب نیمایي په لاس راوړو، مربع یې له دواړو خواوو سره جمع کوو:

$$x^2+2x+1=8+1$$

$$(x+1)^2=9$$

$$x+1=3$$

$$x=2$$

او پسي ليکي.

یادونه: ټولې دويمه درجه معادلې نشو کولای په دې تګ لاره حل کړو ځکه دا لاره هندسي تعبير ته اړتیا لري؛ نو ځکه په دې لاره نشو کولای هغه معادلې چې منفي جذرونه لري هم په

د ليکونکي داسې

$$(x+1)^2=9$$

$$x+1=3$$

$$x=2$$

حل نيمګړی او که غواړی ناسم دی او په لاندې توګه تصحيح کيږي:

$$(x+1)^2 = 9$$

$$x+1 = \pm\sqrt{9}$$

$$x = \pm 3 - 1$$

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = -4$$

ګورو، چې د ليکونکي د ليکنو په خلاف دوه حلونه شتون لري.

بيا: مربع مساوات دوه حله يا يو ډبل حل لري او يا کوم حل نه لري.

۱۸۸ ـم مخ

لاس راوړو.

ليکونکي پورته د مربعتکميل څخه غږيږي او دلته يې په حل پيل کوي او دابيا نيمګړي پريږدي.

ليکونکي ليکي

Downloaded from: ketabton.com

ketabton.com - The Digital Library

• د $ax^2+bx+c=0$ معادلې دواړه خواوې په a ویشو:

$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$$

• ثابت عددونه د معادلې یو خوا او مجهول حدونه د مساوي بلې خوا ته سره چاڼوو د x د ضریب د نیمايي مربع د معالې دواړو خواوو ته جمع کوو:

$$x^2+\frac{b}{a}x+(\frac{b}{2a})^2=(\frac{b}{2a})^2-(\frac{c}{a})$$

$$(x+\frac{b}{2a})^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$$

د لنډې لیکنې لپاره b^2-4ac په Δ سره ښیوو.

لیکونکی لاندې د ښوونې نږدې اخره برخه راوړي او پسې حل نه پوره کوي او په لاندې توګه د فعالیت په نامه مخ ته ځي:

فعالیت

هره دویمه درجه معادله چې $ax^2+bx+c=0$ بڼه ولري، لاندې پوښتنو ته ځوابونه ووایئ:

1- که $\Delta=b^2-4ac=0$ وي؛ نو په دې صورت کې د معادلې حلونه کوم دي؟

2- که $\Delta=b^2-4ac>0$ وي؛ نو په دې صورت کې د معادلې حلونه کوم دي؟

3- که $\Delta=b^2-4ac<0$ وي؛ نو ایا معادله د حقیقي عددونو په سټ کې حل لري؟

زه نه پوهیږم، چې دی ولې دا حل سر ته نه رسوي؟
مساوات نه دی حل شوی. د دې موضوع اصلي برخه همداده، چې دا فرمول حل شي.
پسې بیا پایله لیکي:

لومړۍ پایله: د $ax^2+bx+c=0$ دویمې درجه معادلې چې b,a او c حقیقي عددونه او $a\neq0$ وي.

دا پورته داسې غزول کیدی شي. ،، ....،،. یعني دا به داسې وغزوو: د .... چې ... او ... وي، نو دا به ډېر ناسم کار دي.
دا پورته پایله نه ده، بلکه دا د مربع مساوات تعریف په بنسټ دی، a له صفرسره باید برابر نه وي، ځکه چې دامربع مساوات دی، پرته له دې بیا مربع مساوات نه شي کیدی.
بیا وایم: لیکونکي ټل په دې ډول پایلې راوړي، چې سمې نه د او سمې یې هم نه راوړي.
که د لیکونکي پورته لیکنې ته پام وکړو، نو باور وکړئ، چې پوره ستونځې لري.
ګران لیکونکی غواړي ولیکي، چې:

په $ax^2+bx+c=0$ مساوات کې a,b,c حقیقي اعداد دي او $a\neq0$ ده .

لیکونکي په لاندې کې هغه پورته فعالیتونه په پوره نامکمل ډول لیکي، چې د زده کوونکو لپاره د پوهیدلو نه دي او پسې بیا دویمه پایله لیکي، چې دا پایله نه ده، بلکه دا د ویتا جمله ده، چې له مخې یې د مربع ساوات د حل سمون له دې لارې ښايي، یعني دا سمه جمله، چې باید وښوول شي. زه پوهیږم، چې دې څه لیکي، خو دی باید دزده کوونکو لپاره دا پوره ولیکي. جمله باید د کتاب لیکونکي له لوري ولیکل شي.

Downloaded from: ketabton.com

ketabton.com - The Digital Library

د $\Delta = b^2 - 4ac$ د قاسمي په نوم یادیږي.

1- که $\Delta > 0$ وي معادله دوه بیلابیل حلونه لري چې عبارت له:

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad , \quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

2- که $\Delta = 0$ وي معادله دوه مساوي یا مضاعف حلونه لري چې عبارت له: $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$

3- که $\Delta < 0$ وي معادله په حقیقي اعدادو کې حل نه لري.

دویمه پایله:د حلونو د جمع او ضرب حاصل

$$x_1 + x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \times x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \times \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{b^2-\Delta}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

د جذرونو د جمع او د ضرب له حاصل څخه کولای شو د دویمې درجه معادلې په تجزیه کولو کې ګټه واخلو.

نه پوهیږم، چې لیکونکي، دا پورته جمله ولې لیکلې؟ دا یې باید روښانه کړې وی چې څنګه؟

پایله: دا برخه پوره ناسمه ده او دا نورې هم که وڅیړو- ما پوره په غور لوستلې – هم همداسې ستونځمنې لیکل شوې.

د مربع مساوات د شمیرلو لپاره زما کتابونه کتلی شې

د مربع توابعو صفرځایونه

د دې لپاره چې د یوه مربع تابع صفرځایونه پیدا کړو، تل باید یو مربع مساوات حل کړو.

که دا دوه حتونه و لري، نو مربع تابع د ګراف دx – محور په دوه ټکو کې غوڅوي..

که یو حل ولري، نو دا ګراف د x محور په یوه ټکي کې لمسوي(د خپل ککرټکي سره).

که حل ونه لري، نو ګراف د x - محور پورته لور ته یا کښته لور ته ځغلي او غوڅتکی نه لري.

د حل کنترول
لکه په هر مساوات کې کېدی شي حل داسې کنترول شي، چې د حلتوکي په سرچینیز مساوات کې ځاېه ځای شي، یعنې کنترول وکړي.
په مربع مساواتو کې دا ساده دی، د ویتا د رېښې [ملې سره.

د ویتا**Vieta** جمله :

که مربعیز مساوات $x^2 + px + q = 0$ دوه حلونه ولري، نو باور لري:

$-x_1 - x_2 = p$ او $x_1 \cdot x_2 = q$

۱۲۷ مخ کې عنوان: داچې لیکونکی ولې داسې عنوان د خپلو لیکنو له پاره راوړي نه پوهیږم. زه تراوسه دداسې کوم عنوان سره نه یم مخامخ شوی او یا شاید دی د څو جمله یې لاندې بل څه وپوهیږي. په دې هکله یې بیا د کتاب په دننه کې هم څه نه دي ویلي.

Downloaded from: ketabton.com

ketabton.com - The Digital Library

لیکونکي دا پورته عنوان چي لیکي باور وکړی، چي داسي څه په رياضي کي نه شته او دا سي څه چي په نور متن کي راوړي هم ناروا دي.

لکونکی په ۱۲۹ – م مخ کي

که چيرې په يوه الجبري افاده کې د مشابه جملاتو له ساده کولوڅخه وروسته يوازې يو حد ولرئ، هغې ته يو حده،(Monomial) که جمع يا تفريق د دوحدونو ولرو هغې ته دوه حده يا (Bionomial) که جمع يا تفريق ددريوحدنوولروهغې ته درې حده يا (Trinomial) اوکه له دريو حدونو څخه زيات حدونه ولرو پولينوم يا(Polinomila) په نامه يادېږي په دې شرط چه د تورو توانونه ئې مکمل عددونه وی هره الجبري افاده کې تر ټولو لوړ توان نسبت يوه ځانګړی متحول ته د الجبري افادې درجه نظر هغه متحول ته بلل کېږي.

زه پوهيږم، چي ګران لیکونکي د مشابه جملاتو لاندې څه ويل غواړي، خو باور وکړی، چي داسي وييه هيڅ ژبه کي نه شته او موږ په رياضي کي د جملې لاندې يو ځانګړي څه پوهيږو. په شميرپوهنه کي هر نوم يو ځل کارول کيږي او جمله يو ځانګړی تعريف لري.

په نورو ادبياتو کي لومړی پولینوم تعريفيږي او بيا د هغي په بنسټ مونوم او ... تعريفوي.

په لاندې کي:

د دوو الجبري عبارتونوله ضرب څخه چې يوه ګډه جمله و لري ليکلای شوچې:

$$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+a\times b$$

په پورته ګوره بيا الجبري عبارتونه او ګډه جمله ليکي. زه نه پوهيږم، چي ډېر محترم ليکونکي دا نومونه له کومه ځايه رانيسي. که د الجبري عبارتونو څخه يې موخه الجبري افادې نه وي، نو زه پرې نه پوهيږم.
دا د جمعو ضرب دی، چي د دواړو ضريبونو په هر يو يې د جمعې په حالت دی، يو برابر زياته وونو يا زياتوونی ولري . دا د دوه جمعو ضرب دی او د دوه جمعو ضرب د همدې قانون له لارې مخ ته تللی شي.
که a-b او c - d ولرو، نو داسي يې سره ضربوو:
(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd

د بينوم فرمولونو حل هم همدسي دی، خو هغلته بيادوه همغه يا مساوي ترمونو جمعه يا تفرق سره ضربيږي، چي دلته يې نور نه غزوم.

نامساوات
۱۶۶ – م مخ
په لاندې مثال کي چي دی حل ورکوي، بايد ولیکي چي مخرج د صفر سره برابر نه دی او دا چيرته؟

Downloaded from: ketabton.com

ketabton.com - The Digital Library

مثال: د $\frac{2x}{5x+3} \geq 1$ کسري غیرمساوات حل کړئ.

حل: د غیرمساوات د حل سټ پیداکولو لپاره لومړی کسري افاده یو وار د صفر څخه کوچنی یا لویه لیکو:

$$\frac{2x}{5x+3} \geq 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{2x}{5x+3} - 1 \geq 0$$

$$\frac{2x-(5x+3)}{5x+3} \geq 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{-3x-3}{5x+3} \geq 0$$

$$-3x-3=0 \Rightarrow x=-1$$

$$5x+3=0 \quad \Rightarrow x=\frac{-3}{5}$$

اوس د غیرمساوات د علامې د ټاکلو له جدول څخه د غیرمساوات حل په لاس راوړو.

x		-1		$-\frac{3}{5}$	
$-3x-3$	+	0	−		−
$5x+3$	−		−	0	+
$\frac{-3x-3}{5x+3}$	−	0	+ د نامساوي حل	نه دی تعریف شوی	−

له پورتنی جدول په پاملرنې سره د غیرمساوات حل عبارت دی له: $\{x \in IR : -1 \leq x < \frac{-3}{5}\}$

په بشپړ ډول د کسري نامساوي د حل لپاره په لاندې ډول پر مخ ځو:

- غیرمساوات داسې لیکو چې له صفر څخه کوچنی یا لویه وي.
- غیرمساوات د علامو د ټاکلو له جدول څخه د غیرمساوات د حل سټ په لاس راورو.

حل: د غیرمساوات د حل سټ پیداکولو لپاره لومړی کسري افاده یو وار د صفر څخه کوچنی یا لویه لیکو:

$$\frac{2x}{5x+3} \geq 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{2x}{5x+3} - 1 \geq 0$$

$$\frac{2x-(5x+3)}{5x+3} \geq 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{-3x-3}{5x+3} \geq 0$$

$$-3x-3=0 \Rightarrow x=-1$$

$$5x+3=0 \quad \Rightarrow x=\frac{-3}{5}$$

حل ته که وګورو، نو له نامساوات څخه ګران لیکونکی مساوات ته راغلی، چې دا کار ناسم دی.
هغه ریاضیکي حل چې په دې برسیره د داسې نامساوتو کیږي، محترم لیکونکي نه دی کړی.
د هغې حل لپاره زما ستر کتاب وګورئ، چې دی ته ورته په کې شته:

د نهم ټولګي کتاب ته کتنه هم دلته راالندوو.

لسم ټولګي ته:

لسم ټولګی
له دې د مخه چې د ګران لیکونکی د الجبري افادي او ثابتي تعریف ته راځو، زه دا لاندې تعریف ورکوم:
متحوله: توري، چې د اعداد ځای نیونکي وي یا د اعداد ځای نیسي، متحولی بلل کیږي، چې د x,y,z,... سره ښول کیږي. نوري نومونې یې : مجهولي واریابلې، تغیرخوړونکي او اوښتونکي دي.

ثابته یا ټل همغه: ثابت یا ټل همغه: هغه اعداد چې ټل همغه وي ، نو ثابتي یا ټل همغه بللکیږي، لکه ۴ و ۵ , e او π ، e د اویلر عدد او π د دایرې عدد دی.

Downloaded from: ketabton.com

ketabton.com - The Digital Library

لاندې کې به ترم يا افاده لږ زوره وڅیړو:

۲ - ترمونه terms, Termen : که په يوه لړۍ کې، يواځې ثابتي (همغه)، اووښتوني(مجهولې، واريابلې) نښلوني (نښلوني يعني جمع تفريق، ضرب او ويش(چې مخرج صفر نه وي)) او تخنيکي نخښې (نوکانو يا قوسونو کې رابندول) کارول شوي وي، ياني اړيکې نه وي کارول شوي، نو دې ته ترم ويل کيږي٠ ګورو چې په پيژند کې د جذر عمليه نه راځي، نو له دې امله ګرانو ليکونکو دلته او هم په نورو ځايونکي ادا سم نه دي ليکلي، چې جذر کې متحولې نيول شوي وي.

که ترمونه اووښتوني ولري، نو د اووښتونو يوه ورزياته نخښه په نوکانو کې نيولکيږي، لکه :
$T(x); T(x,y)$

بيلګه

الف : ترم 126 + 3/4 ، چې اووښتوني نه لري په Tسره په نخښه کوو او ليکو:
T=126 + 3/4

$$T=126+\frac{3}{4}$$

ب : ترم 10 + 2x چې اووښتوني x لري ياني T(x) = 10 + 2x ٠ د اووښتونو بنسټيزی دی د پيداينښتی ګنونو- يا د طبيعي   اعدادو ډيرۍ°Nوي
تعريفډيری د بنسټيزی سره برابره ده، که په ترم کې د اووښتوني يا واريابلی x پهٔ ځاي يو پيداينښتي ګڼ 2 کيږدو، نو د

پ : (x+2y)/x يا $\frac{x+2y}{x}$

دلته ماتلاندې يا مخرج اجازه نه لري، چې صفر وي.

د ترم T(x,2y) = (x,y) /x يا $T(x,2y)=\frac{x+2y}{x}$

ارزښتشميرنه د x=2 او y= 3 لپاره په دې ډول ده T(2,3) = (2+6) / 2 = 4 :

تاسو دا لاندې د پورته تعريف سره پرتله کړی، وبه ګوری، چې هغه تعريف، چې ګران ليکونکي راوړی د سټ تشريحي ليکدول دی د متحولې.

دريم مخ: عنوان: الجبري افادې

ليکونکی لاندې د متحول او ثابت تعريف داسې راوړي:

متحول او ثابت (variable and constant): متحول يو سمبول (Symbol) دی چې د يوه غير خالي سټ د هر عنصر په ځای وضع کيږي. د مثال په ډول که $A=\{x/x\in IN$ او $x\le 10\}$ وي.

د پورته – له ما ورکړشوي - تعريف سره يې پرتله کړی. دا ده چې څه ليکلي، دا د سټ شننيز ليکدول دی.
بيا د متحول تعريف يا پيژند: متحول هغه لويه ده، چې د عددونو ځاينيونکې وي او ....
۶ – م مخ

Downloaded from: ketabton.com

ketabton.com - The Digital Library

يوه الجبري افاده کيداى شي چې ناطقه، غير ناطقه او يا پولينومي الجبري افاده وي. پولينوم هغه يو يا
څو حده الجبري افاده ده چې د تورو توانونه يې د مکملو عددونو په سټ کې شامل وي.

په پورته تعريف کې به وګورى، چې غيرناطقه الجبري افاده - د ليکونکي په موخه - نه شته، يعنې داسي افاده، چې متحول د جذر لاندې وي.

د پولينوم لپاره دا لاندې انګريزي هم وګورى:

Polynomials

Polynomials are algebraic expressions that include real numbers and variables. Division and square roots cannot be involved in the variables. The variables can only include addition, subtraction and multiplication.

Polynomials contain more than one term. Polynomials are the sums of monomials.

A monomial has one term: 5y or $-8x^2$ or 3.
A binomial has two terms: $-3x^2$ 2, or $9y - 2y^2$
A trinomial has 3 terms: $-3x^2$ 2 3x, or $9y - 2y^2$ y

The degree of the term is the exponent of the variable: $3x^2$ has a degree of 2.
When the variable does not have an exponent - always understand that there's a '1' e.g., 1^x

Example:

$x^2 - 7x - 6$

(Each part is a term and x^2 is referred to as the leading term.)

Term	Numerical Coefficient
x^2 -7x -6	1 -7 -6

$8x^2 -3x -2$	Polynomial	
$8x^{-3} +7y -2$	NOT a Polynomial	The exponent is negative.
$9x^2 +8x - 2/3$	NOT a Polynomial	Cannot have division.
7xy	Monomial	

Downloaded from: ketabton.com

ketabton.com - The Digital Library

د پولینوم درجه او د پولینوم ډولونه

دا د پولینوم د لیکنې ډول دی، چې د درجې په ځګیدونې ډول یا د درجې په ټیټیدونې ډول لیکل کیږي.

نزولي او صعودي پولينومونه

:(Descending and ascending Polynomes)

که یو پولیتوم د متحول له لوړ توان څخه ټیټ توان ته ترتیب شوی وي، نزولي او که له ټیټ توان څخه لوړ توان ته ترتیب شوی وي، صعودي ترتیب ورته وايي.

داسې عنوان نه شته. هغه د پولینوم د د درجې جګیدنه او ټیټیدنه ده یعنې د پولینوم لیکنه د ascending or descending order په ترتیب دی. د پولینوم جګیدنه او ټیټیدنه خو دپولینوم د لیکنو له لارې نه شی روښانه کیدی.

که پولینوم له یوه توري څخه جوړ شوی وي، د دې توري لوړ توان د پولیتوم درجه ده او که پولیتوم له ډېرو تورو څخه جوړ شوی وي، د لوړ توان لرونکي مونوم درجه د دې پولینوم درجه ده. هغه پولیتومونه چې یو متحول ولري او د مشابه حدونو ضریبونه یې سره مساوي وي، د معادلو پولینومو په نامه یادیږي. او هغه پولینوم چې د ټولو حدونو توانونه یې سره مساوي وي، متجانس پولینوم دی.

پولینوم زیات وخت له یوه توري نه جوړیږي. ستا موخه ده ، چې که پولینوم یوه متحوله یا مجهوله ولري. نه د توري لوړ توان بلکه د مجهول یا متحول لوړ توان.

د x د یوه راکړ شوي قیمت لپاره د $P(x)$ په پولینوم کې د x پر ځای راکړ شوی قیمت وضع کړو، د پولینوم قیمت په لاس راځي که په یوه پولینوم کې د توري (متحول) پر ځای یو وضع شي د پولیتوم د ضریبونو مجموعه په لاس راځي.

د لومړۍ جملې سمه، لنډه او پوهوړ لیکنه:

که په $p(x)$ کې دx پرځای د x لپاره یو راکړشوی قیمت وضع کړو، د پولینوم قیمت په لاس راځي.

اووم مخ:

د پولینوم درجه او د پولینوم ډولونه

Downloaded from: ketabton.com

ketabton.com - The Digital Library

$3x$ یا $16x$ ته مونوم یا (Monomial) (یو حده)الجبري افاده وایي. $x-4$ یا $ab-y$ ته
باینوم (Binome) یا (Binomial) (دوه حده) الجبري افاده وایي او د $2x^3-x-1$ الجبري

افاده ترینوم (Trinomial) (درې حده) الجبري افاده ده او $\sqrt{2x}-\frac{1}{y}+1$ الجبري افادې ته
مولتینوم (Multinomial) وایي.
ځینې وختونه پولینوم له یو، دوه، درې او څو متحولونو څخه جوړ شوی وي.
د $2x^3-8x^2+7x+11$ پولینوم د یو متحول، $2x^3-3y$ پولینوم د دوه متحولونو او
$x+y+z$ د دریو متحولونو لرونکی پولینوم دی چې په لاندې جدول کې ښودل شوي دي.

په الماني ادبیاتو کې د مولتینوم څخه په دې موخه لکه چې لیکونکی ترې غږیږي نه شته او د دې په ځای یې هغه غوره پولینوم دی، چې مونوم، بینوم او ترینوم هم په دې بنسټ تعریف شوي دي.
زموږ لیکونکي د ډېرو شیانو لپاره د ،، حد،، وي کاروي. موږ خو حد هغه د پښتو پولې ته وایو، چې زموږ ادیبان ورته په ډېره مینه برید وایي. مونوم هغه پولینوم دی، چې یو غړی ولري. یا په بل عبارت مونوم هغه لویه ده، چې له یوه غړي جوړه وي. یعنې ثابتي، ثابتي او واریابلې یا متحولې او .... څخه د یو بل سره د ضرب په حالت کې جوړه لویه. دا پورته، چې متحوله په مخرج کې ده او د جذر لاندې هم یوه الجبري افده نه ده.

- A **monomial** is the product of non-negative integer powers of variables. Consequently, a monomial has NO variable in its denominator. It has one term. (mono implies one)
  13, 3*x*, -57, *x*², 4*y*², -2*xy*, or 520*x*²*y*²
  (*notice:* no negative exponents, no fractional exponents)

- A **binomial** is the sum of two monomials. It has two unlike terms.
  (bi implies two)
  $3x + 1$, $x^2 - 4x$, $2x + y$, or $y - y^2$

- A **trinomial** is the sum of three monomials. It has three unlike terms. (tri implies three)
  $x^2 + 2x + 1$, $3x^2 - 4x + 10$, $2x + 3y + 2$

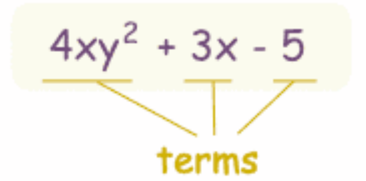
- A **polynomial** is the sum of one or more terms. (poly implies many)
  $x^2 + 2x$, $3x^3 + x^2 + 5x + 6$, $4x - 6y + 8$

Polynomials are in **simplest form** when they contain no like terms.
$x^2 + 2x + 1 + 3x^2 - 4x$ when simplified becomes **$4x^2 - 2x + 1$**

Polynomials are generally written in **descending order**.
Descending: **$4x^2 - 2x + 1$** *exponents of variables decrease from left to right*

Downloaded from: ketabton.com

ketabton.com - The Digital Library



example of a polynomial

this one has 3 terms

یو مولتینومیال لکه ګران لیکونکي، چي لیکلی د مونومیال او... کورنی سره څه اړیکه نه لري.
پولینومیال، چي یو غړی ولري مونومیال بلل کیږي او داسي نور.

موږ چي پولینومونه راوړو، نو یوه واریابله به لري او نه زیاتي.

اوو لسم مخ

که پولینوم له یوه توري څخه جوړ شوی وي، د دې توري لوړ توان د پولینوم درجه ده او که پولینوم له ډېرو تورو څخه جوړ شوی وي، د لوړ توان لرونکي مونوم درجه د دې پولینوم درجه ده. هغه پولینومونه چې یو متحول ولري او د مشابه حدونو ضریبونه یې سره مساوي وي، د معادلو پولینومو په نامه یادېږي. او هغه پولینوم چې د ټولو حدونو توانونه یې سره مساوي وي، متجانس پولینوم دی.

دا څه معنا لري، چي که پولینوم له یوه توري یا ډېرو تورو څخه جوړ وي؟ د محترم لیکونکي موخه د توري څخه متحوله ده، یعني که یوه – یا دوه - او یا ... متحولي ولري، توري خو ضریبونه هم کیدی شي، چي متحول نه دي.
لیکونکي د لیکني له لارې د لیکلو سره ستونځې لري. هغه څه چي دی غواړي باید د ریاضي فرمول له لارې ګوته ورته ونیسي.

۱۴ مخ
زه نه پوهیږم، چي محترم لیکونکي دلته د دایرې او د مثلث مساحت ټاکل ولي د پولینومونو لپاره راوړي. دا هندسه ده او هلته تعریف او تشریح دي. دا په هندسه کي د ځانګړو فرمولونو له لارې تعریف شوي. بیا هم دلته متحولي کومې دي او پولینوم دلته څنګه تعریف شوی. په پولینوم کي خو جذر نه دی تعریف.

Downloaded from: ketabton.com

ketabton.com - The Digital Library

دریم مثال: لکه څرنګه چې پوهیږئ د دایرې محیط (Circumference) د $C = 2\pi r$

له فورمول څخه لاس ته راځي چې که $\pi = \frac{22}{7}$ او r د دایرې شعاع وي.

که د یوې دایرې شعاع $r = 3\frac{1}{2}cm$ وي، ددې دایرې محیط (C) پیدا کړئ.

حل:

$$C = 2\pi r = 2\cdot\frac{22}{7}\cdot\frac{7}{2}cm = 22cm$$

څلورم مثال: که b, a او c د مثلث د ضلعو اوږدوالی او p د مثلث د محیط نیمایې وي یعنې

$p = \frac{a+b+c}{2}$، د مثلث مساحت د دې فورمول په واسطه لاس ته راځي.

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

که په یوه مثلث کې د ضلعو اوږدوالی $b = 12cm$، $a = 9cm$ او $c = 15cm$ وي، ددې مثلث مساحت پیدا کړئ.

حل:

$$p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{9+12+15}{2} = \frac{36}{2} = 18cm$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{18(18-9)(18-12)(18-15)}$$

$$= \sqrt{18\cdot9\cdot6\cdot3} = \sqrt{2\cdot9\cdot9\cdot2\cdot3\cdot3} = \sqrt{2^2\cdot3^2\cdot9^2} = 2\cdot3\cdot9 = 54cm^2$$

فعالیت

د استوانې حجم د $V = \pi r^2 h$ له فورمول څخه لاس ته راځي، چې V د استوانې حجم، r د قاعدې شعاع او h د استوانې لوړوالی دی. که د یوې استوانې $r = 5cm$ او $h = 21cm$ وي، ددې استوانې حجم پیدا کړئ.

که ګران لیکوالی دا پورته بیلګې د پولینومونو لپاره هم راوړې،، پولینوم کې مو لاتراوسه مساوات نه دي تعریف کړي.
سرې کړی شي، چې پولینوم متحولو ته ارزښتونه ورکړي او بیا د پولینوم ارزښت وټاکي. سره له دې هم دا هم دا
۹ندسي بیلګې ناسمې دي.
د پورته دریم او څلورم تمرین لیکنه له یوې خوا د ژبې له امله پوره ستونځې لري او له بلې خوا نه پوهیږو، چې په
پورته کې متحوله یا مجهوله کومه ده. دلته هندسي موضوعات حل شوې.
داسې پوښتنه څوک نه کوي، لکه دا لاندې.

...،، له فورمول څخه لاس ته راځي چې که $\pi = \frac{22}{7}$ او r د دایرې شعاع وي. ،، چې که $\pi = \frac{22}{7}$ نه دی بلکه $\pi = \frac{22}{7}$
داسې دی.
پوښتنه فقط داسې ده: که ورانګه ... وي، نو د ګردی یا دایرې محیط پیدا کړی. دا لا د مخه ټولګیو کې شمیرل شوي او
فرمولونه یې هم ورکړي دي. نه پوهیږم، چې محترم لیکوالي، دا ولې په پولینومونو کې راوړې؟
۱۵ مخ

Downloaded from: ketabton.com

ketabton.com - The Digital Library

$1^4+4\cdot1^3\cdot1+6\cdot1^2\cdot1^2+4\cdot1\cdot1^3+1^4=1+4+6+4+1=16$

شپږم مثال: د $(x-3y)^4$ د ضریبونو مجموعه پیدا کړئ.

حل:

$(1-3\cdot1)^4=(1-3)^4=(-2)^4=16$

اووم مثال: د $(7x^2-5x-1)^{600}(2x^3-1)^{17}(x+2)^4$ د ضریبونو مجموعه په لاس راوړئ.

حل:

$(7\cdot1^2-5\cdot1-1)^{600}(2\cdot1^3-1)^{17}(1+2)^4=(1)^{600}(1)^{17}(3)^4=81$

اتم مثال: که ددې توپ شعاع 6cm وي ددې توپ حجم پیدا کړئ.

حل:

$$V=\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{4}{3}\pi(6cm)^3=\frac{4}{3}\pi(216cm^3)=288\pi cm^3$$

د x د یوه راکړ شوي قیمت لپاره د $P(x)$ په پولینوم کې د x پر ځای راکړ شوی قیمت وضع کوو، د پولینوم قیمت په لاس راځي که په یوه پولینوم کې د توري (متحول) پر ځای یو وضع شي د پولینوم د ضریبونو مجموعه په لاس راځي.

د .... راکړ شوي قیمت لپاره .... د...پر ځای راکړ شوی قیمت وضعه کوو.

داسې به بنه وای: که د $P(x)$ په پولینوم کې د x پر ځای راکړ شوی قیمت وضع کوو، د پولینوم قیمت په لاس راځي

۶۹ ـ ۷۰

د تابع تعریف به هم داسې وکړم: که د یوه سټ هر توکي د یوه بل سټ یا خپل ځان په تیک یوه توکي تنظیم شي، نو دا نظم فنکشن (تابع) بلل کېږي(نور یې غزوم نه).

ګران لیکونکی له تابع څخه غږیږي او په رښتیا چې څه لیکي هغه د تابع سره سر او کار نه لري. دې مساحت ته ځې بیا حجم معلوموي. ته نه پوهیږي، چې دا څرنګه د ریاضي د تابع څیرل دي. که دلته مستقله مجهوله او تابع مجهوله وي، بیا به دا یو مربع مساوات وي، چې هغه داسې نه دي او نه داسې لیکل کیږي. د دې کاپي لاندې مربع تابع تعریف شوی ده.

که فکر وکړو، نو جمع، تفریق او ضرب هم د فنکشن په څیر تعریفولی شو، خو دا کار نه کوو، ځکه چې موږ کلاسیک مخ ته ځو.

لیدل کیږي چې نفوس (Population) یا P د وخت (t) تابع ده یا $p=f(t)$
3 - د دایرې مساحت (A)، د دایرې شعاع (r) پورې اړه لري ($A=\pi r^2$)
4 - د کرې حجم (V) د کرې په شعاع (r) پورې اړه لري چې د $V=\frac{4}{3}\pi r^3$ د معادلې په واسطه ښودل کیږي.

مربع تابع څه شي دی؟

Downloaded from: ketabton.com

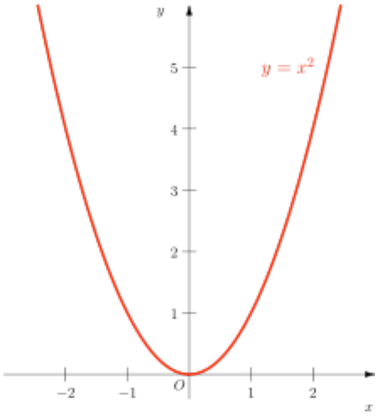
که موږ له مربع واورو، نو سملاسي مو د هندسي مربع ته پام اوړي، خو په رياضي کې د دوه په توان تابع ته مربع تابع وايي او د درې په توان تابع ته مکعب تابع، او دا داسي ليکل کيږي

$f(x) = x^2$; $f(x) = x^3$

$f(x) = ax^2 + bx + c$ د $a \neq 0$ سره

او $f(x) = x^2$ دالاندې ګراف لري: ګورو چي دا کږه(منحني) ده او نه سطحه.

زموږ سر او کار د داسي ليکنوسره دی. ما پورته وويل، چي جمع، ... د فنکشن په څير ليکلی شو، خو اوس دلته د ښوونځي لپاره دا کار نه کوو.



ګورو، چي دلته د سطحي څخه څه نه ليدل کيږي او نه د حجم څخه.

زه نه پوهيږم، چي ګران ليکونکي دا له کومه ځايه ليکي؟

ګورو، چي په دايره کي ساين او... فنکشنونه دي، خو د هغي سره موږ دلته سر او کار نه لرو، هغه په خپل ځای کي څيرلکيږي، ځکه چي هغه الجبري فنکشنونه يا توابع نه دي.

د تابع تعريف: که چيري د يوه سټ هر توکي د يوه بل سټ ټيک له يوه توکي سره ترتيب يا په نظم کي راشي، نو دا فنکشن (تابع) بلل کيږي. نورو ځايونو کي هم دا تعريف راغلی.

تاسو دا لاندي د پورته تعرف سره پرتله کړی، وبه ګوری، چي هغه تعريف، چي ګران ليکونکي راوړی د سټ تعريف دی او نه متحولي.

Downloaded from: ketabton.com

ketabton.com - The Digital Library

متحول او ثابت (variable and constant): متحول یو سمبول (Symbol) دی چې د یوه غیر خالي سټ د هر عنصر په ځای وضع کیږي. د مثال په ډول که

$A = \{x / x \in IN$ او $x \leq 10\}$ وي.

نو د A په سټ کې x له یوه څخه تر 10 پورې د طبیعي عددونو قیمتونه اخیستلای شي. x، ته متحول(Variable) وایي. عموماً متحولونه د انګلیسي ژبې د کوچنیو تورو لکه z, y, x او نورو په واسطه ښودل کیږي

د یوه عدد قیمت تغیر نه کوي، لکه د 4 عدد هیڅکله له 5 یا 3 او یا کوم بل عدد سره مساوي کیدای نه شي، نو ټول حقیقي عددونه ثابت (Constants) دي

د حقیقي عددونو سربیره د انګلیسي د ژبې توري لکه $a, bc...$ او نور هم د ثابتو پر ځای کارول کیږي.

الجبري افاده (Algebraic Expression): کیدای شي الجبري افاده له یوه ثابت، یو متحول او یا د ثابتو او متحولونو له ترکیب څخه جوړه شوې وي. د الجبري افادو لاندې مثالونه وګورئ.

$5\sqrt{x}$، $4x+5+\frac{15}{t^2}$، $\sqrt{3}x$، x^2-x+1، x، -12، 12 او داسې نور.

په مثال کې د متحولې د جذر لاندې نیول یې الجبري افاده نه ده.

۴ مخ

په $3x^2$ الجبري افاده کې 3 ته ضریب (Coefficient) وایي. په $-\frac{1}{2}y$ کې د $-\frac{1}{2}$ عدد او په x کې (1) ضریب دی. $-3x^5y^5$ او $15x^5y^5$ مشابه حدونه (Liketerms) دي چې مشابه متحولونه او مساوي توانونه لري، یوازې عددي ضریبونه یې سره توپیر لري.

د الجبري افادو ډولونه: الجبري افادې په دریو ډولو دي.

Downloaded from: ketabton.com

ketabton.com - The Digital Library

د الجبري افادو ډولونه: الجبري افادې په دريو ډولو دي.

1- پولينومي الجبري افادې (Polynomial algebraic expressions)

پولينوم: هغه يوه يا څو حده الجبري افاده، چې د تورو توانونه يې د مکملو عددونو په سټ کې

شامل وي، پولينوم نوميږي. x^3-x+1 ، $2x^2+x-1$ ، $x-1$ ، 12 او نور پولينومونه دي، خ

$x^3+\sqrt{x}+\frac{y}{x^2}$ او $\frac{1}{x}+x$ ، $x^{-2}+x-1$ پولينومونه، نه دي، يا د پولينوم مشخصې دا دي:

- د ټولو متحولونو توانونه يې مکمل عددونه وي.
- په مخرج کې متحول ونه لري.
- متحول تر جذر لاندې نه وي.

لومړی مثال: په $a)\sqrt{2}x$ ، $b)2\sqrt{x}$ ، $c)\frac{1}{y^2}-\frac{2}{x^3}$ ، $d)x^{\frac{1}{2}}$ ، $e)x^{-3}+x^2$

$f)8p^2+p^{22}$ $g)9x^2-\frac{7}{x^2}$ ، $h)88$ ، $i)6a^2-4a$ افادو کې:

h, a او *i* پولينومونه دي، خو *b*, *c*, *d*, *e*, *f* او *g* پولينومونه، نه دي. په ياد ولرئ چې هر پولينو

يوه ناطقه الجبري افاده ده، خو هره ناطقه الجبري افاده پولينوم نه دی. د مثال په ډول:

$x^3+\frac{y}{x^2}+\frac{y}{x}+y^3$ يوه ناطقه الجبري افاده ده، خو پولينوم نه دی.

12 هم يو پولنيوم دی ځکه چې: $12=12x^0$ دی او صفر هم د مکملو عددونو په سټ کې شام

دی، خو $5\sqrt{x}$ او $\frac{5}{x^3}$ پولينومونه نه دي، ځکه $5\sqrt{x}=5x^{\frac{1}{2}}$ ، $\frac{5}{x^3}=5x^{-3}$ چې $\frac{1}{2}$ او 3-

د مکملو عددونو په سټ کې شامل نه دي.

پولينوم د يو توري په واسطه لکه P ښودل کيږي، يو پولينوم چې له يو متحول څخه جوړ شوی و

۵ او ۶ مخونه

Downloaded from: ketabton.com

ketabton.com - The Digital Library

عمومي شکل یې په لاندې ډول دی.

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \ldots + a_1 x + a_0$$

n یو مکمل عدد او $a_1, a_2, \ldots a_{n-1}, an$ ضریبونه دي چې حقیقي عددونه دي. که $a_n \neq 0$ نو n د پولینوم درجه ده.

فعالیت

له -8، $-8x^2$، $\sqrt{8}x^3$، $\frac{1}{x}$، x، $2x^3 - x^2$ او $8\sqrt{x}$ الجبري افادو څخه کومه یوه یې پولینوم دی او کومه یوه پولینوم نه دی؟

دویم مثال: د $P(x) = -5x^3 + x^2 - x + 12$ په پولینوم کې، $n = 3$، $a_n = -5$، $a_1 = -1$ و $a_0 = 12$ دی. او د $11x^2 - 1$ په پولینوم کې، $n = 2$، $a_n = 11$، $a_1 = 0$، او $a_0 = -1$ دی.

Downloaded from: ketabton.com

ketabton.com - The Digital Library

له -8، $-8x^2$، $\sqrt{8}x^3$، $\frac{1}{x}$، x، $2x^3 - x^2$ او $8\sqrt{x}$ الجبري افادو څخه کومه یوه یې پولینوم دی او کومه یوه پولینوم نه دی؟

دویم مثال: د $P(x) = -5x^3 + x^2 - x + 12$ په پولینوم کې، $n = 3$، $a_n = -5$، $a_1 = -1$ و $a_0 = 12$ دی. او د $11x^2 - 1$ په پولینوم کې، $n = 2$، $a_n = 11$، $a_1 = 0$، او $a_0 = -1$ دی.

2- ناطقه الجبري افاده (Rational algebraic expression):

که یوه الجبري افاده د $\frac{p}{q}$ $(q \neq 0)$ په شکل ولیکلای شو چې p او q پولینومونه وي. داسې الجبري افادې ته ناطقه الجبري افاده وایي. د مثال په ډول $x^2 - \frac{1}{x^2}$ چې د $\frac{x^4 - 1}{x^2}$ په شکل یې هم لیکلای شو چې یو متحول لري یوه ناطقه الجبري افاده ده. څرنګه چې هرې الجبري افادې ته یو مخرج ورکولای شو، نو $(x^2 - 1)$ هم یوه ناطقه الجبري افاده ده، څکه چې $x^2 - 1 = \frac{x^2 - 1}{1}$ دی.

3- غیر ناطقه الجبري افاده (Irrational algebraic expression):

داسې یوې الجبري افادې ته چې د دوو پولینومونو د خارج قسمت په بڼه یې نه شو لیکلای، غیر

331 seit

شپږم مثال: $2x - 3y + 6 = 0$ معادله په نورمال شکل واړوئ.

حل: د معادلې دواړه خواوې په $\sqrt{2^2 + (-3^2)} = \pm\sqrt{13}$ باندې ویشو. ددې لپاره چې ښې خوا مثبت وي د $\sqrt{13}$ علامه باید منفي ونیول شي:

$$\frac{2x - 3y + 6}{-\sqrt{13}} = 0 \text{ یا } -\frac{2}{\sqrt{13}}x + \frac{3}{\sqrt{13}} - \frac{6}{\sqrt{31}} = 0$$

نو θ په دویمه ناحیه (ربعه) کې ده.

د مثلثاتي جدول څخه لرو چې $\theta = 123^\circ 40'$ ده نو ددې مستقیم خط نورمال معادله عبارت ده له:

$$x\cos 123^\circ 40' + y\sin 123^\circ 40' - \frac{6}{\sqrt{13}} = 0$$

Downloaded from: ketabton.com

ketabton.com - The Digital Library

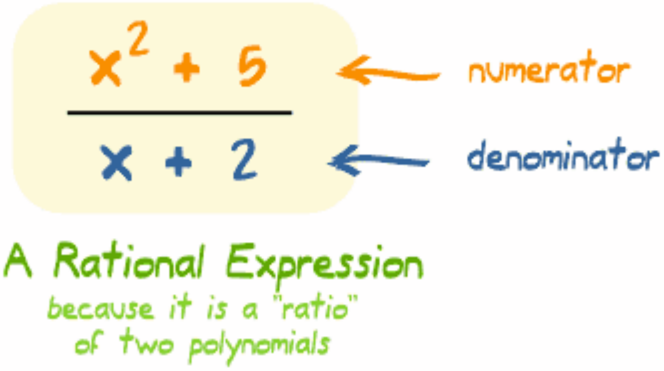
ناطقه الجبري افاده وايي، لکه: $\sqrt{xy}$، $\frac{1}{\sqrt{x^2+5}}$ او $\sqrt{y^2+1}$ د غير ناطقو الجبري افادو مثالونه دي.

يوه الجبري افاده کيداى شي چې ناطقه، غير ناطقه او يا پولينومي الجبري افاده وي. پولينوم هغه يو يا څو حده الجبري افاده ده چې د تورو توانونه يې د مکملو عددونو په سټ کې شامل وي.

دا لاندې انګرېزي ستونځې حل کوي.

Rational Expressions

An expression that is the ratio of two polynomials :



It is just like a fraction, but with polynomials.

Other Examples:

$$\frac{x^3+2x-1}{6x^2} \qquad \frac{2x+9}{x^4-x^2}$$

Also

$$\frac{1}{1-x^2}$$

The top polynomial is "1" which is fine.

$$2x^2+3$$

Yes it is! As it could also be written:

Downloaded from: ketabton.com

$$\frac{2x^2+3}{1}$$

But Not

✗	$\frac{2-\sqrt{x}}{4-x}$	the top is not a polynomial (a square root of variable is not allowed)
✗	$\frac{1-x}{1+\frac{1}{x}}$	1/x is not allowed in a polynomial

In General

A rational function is the ratio of two polynomials P(x) and Q(x) like this

$$f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$$

Except that Q(x) cannot be zero (and anywhere that **Q(x)=0** is undefined)

که تاسو په کمپیوتر(شمیروني) کې ایراشنل الجبرایک اکسپرېشن ورکړي، نو پرته له راشنل به بل څه په کې پیدا نه کړی. نه پوهیږم، چې لیکونکي به دا له کومه ځایه لیکلي وي. دا مې په ډېرو کتابونو او نت کې وکتل.
ما په انګلیس ادبیاتو کې یوځای ولوستل چې: ایراشنل الجبرایک اکسپرېشن هغه دی، چې د پولینوم وېش له لارې نه شي لیکل کیدی. بیلګه يې هم نه وه او په پورته له ماخخه راوړ شوي تعریف کې هم نه شته.
الجبري

یوه الجبري افاده کیدای شي چې ناطقه، غیر ناطقه او یا پولینومي الجبري افاده وي. پولینوم هغه یو یا څو حده الجبري افاده ده چې د تورو توانونه يې د مکملو عددونو په سټ کې شامل وي.

په لاندې به د کوم توري توان موخه وي
$a^3x^2+b^3x+c$
پورته ټول توري دي، نو کوم یو به د پولینوم درجه وي؟ ریاضي یو ډېر څرګند علم دی او باید هر څه يې څرګند روښانه ورکړل شوي وي.

موږ ریاضي کې اوس له ځانه څه نه لیکو، دا مو یا باید له نورو کتابونو زده کړي وي او یا مو له نورو کتابون را اخستي وي................

Downloaded from: ketabton.com

ketabton.com - The Digital Library

له ۳۹۳ - ۳۹۵ پورې

د رياضي منطق

دا لاندې درې مخونه ما د رياضي له منطق څخه رانيولي. زه نه پوهيږم، چې دلته ده څه او څنګه ليکلي، خو د رياضي منطق په کې نه شته او زورول دي. زه نه پوهيږم، چې ،،د شهودي درک استدلال،، او همداسې د ،، استقرايي استدلال،، په ګران ليکونکي له کومه ځايه رانيولي وي. که دا بيا يوبل ډول منطق وي، نو په هغې بيا زه نه پوهيږم، د رياضي له منطق سره سر او کار نه لري.

د شهودي درک استدلال:

پخوا تر ډيسر و پيړيو پورې خلکو فکر کاوه چې ځمکه هواره ده او ستورې د ځمکې پر شاوخوا څرخيږي.

ايا پوهيږې چې ځمکه کروي ده؟

ايا لمر دځمکې پر شـاوخوا او که ځمکه د لمر پرشاوخوا څرخيږي؟

تعريف: هغه طبيعي يا حسي پوهه چې دهغې په مرسته ديوې موضوع سموالی يا حقيقت او يا يو مفهوم پر ته له استدلاله قبلوو، له شهودي درک څخه عبارت ده چې کيدلی شي، دوخت په مختلفو مرحلو کې يوله بله سره توپير ولري.

فعاليت

د لاندې شکل په نظر کی نيولو سره د مستقيم خط پر مخ د A او B دوې نقطې په پام کې ونيسئ:

A ... A_1 ... A_2 ... A_3 B

يو سړی غواړي چې دده مستقيم خط پر مخ د A له نقطې څخه په دې ډول د B نقطې ته لاړشي چې د $\overline{AB}$ د قطعه خط منځنی نقطه A_1 کې توقف وکړي او بل وار چې د A_1 نقطې ته رسيدلی دي، ددې لپاره چې د B نقطې ته ورسيږي، بياد A_2 په نقطه (د $\overline{A_1B}$ د قطعه خط دتنصيف نقطه) کې توقف وکړي، که په همدې ډول دوام ورکړي، نو لاندې پوښتنو ته ځوابونه ورکړئ:

- ايا په پورته ډول چې د خط پر مخ د هرو دوو نقطو په منځنی نقطه کې توقف وکړي، پای لری؟
- که په همدې ډول تر پايه دوام ورکړئ، دا سړی به د B نقطې ته ورسيږي؟
- که دا سړی توقف و نه کړي او يا له لارې بيرته راونه ګرځي، نو نه يوازې چې د B نقطې ته به ورسيږی، بلکې ترې تير به هم شي. په دې اساس ددې مسلئې د واقعيت او ستاسو د شهودي درک ترمنځ څه توپير شته؟

- دويم زده کوونکي هم شوخي کړې ده.
- ناروغه دی، نه غواړي چې په ټولګی کې واوسي.

له تعريف او د زده کوونکو له فعاليت څخه لاندې نتيجه پلاس راځي:

نتيجه: قياس يا تمثيل په حقيقت کې د مختلفو مفهومونو په منځ کې دورته والي پيداکول دي. له دې سببه تمثيلونه کيدای شي، د ډيرو مفهومونو يا درياضي د قضيو د درک کولو لپاره شهودی زمينه پيداکړي. تمثيلي استدلال د ثبوت په حيث نه شمارل کيږي، بلکې د ثبوت لپاره زمينه برابروي.

لومړی مثال: په عامه ژ به(مارخوړلی له برګ پړي څخه داريږي) دا يو قياسي استدلال دی، ځکه چې برګ پړی د مارسره پر تله شوی دی او دهغوی په منځ کې ورته والی ليدل شوی دی.

Downloaded from: ketabton.com

ketabton.com - The Digital Library

استقرايي استدلال:

يو زده کوونکی په لومړنی صنفي ازموینه کې 100 نمرې اخلي او په دویم او دریم صنفي ازموینوکې هم 100 نمرې اخلي.
په اخرني ازموینه کې څه نتیجه اخیستلای شئ چې دا زده کوونکی به څونمرې واخلي؟

فعالیت

د مسلسلو طاقو طبیعي عددونو د جمعې حاصل په پام کې نیسو، ددې کار لپاره د یو 1 له عدد څخه پیل وکړئ او خالي خایونه ډک کړئ

$1+3=\square=(\quad)^2$

$1+3+5=\square=(\quad)^2$

$1+3+5+7=\square=(\quad)^2$

$1+3+5+7+9=\square=(\quad)^2$

پورتنیو پوښتنو ته په پاملرنې سره لیدل کیږي چې د طاقو طبیعي عددونو د جمعې حاصل د طبیعي عددونو د شمیر له پوره مربع سره مساوي دی.

- آیا کولای شو نتیجه واخلو چې هر وخت د طاقو مسلسلو عددونو د جمعې حاصل ددې عددونو د شمیر له مربع سره مساوي دی؟

- کوښښ وکړئ له n طاقو مسلسلو عددونو د جمعې د حاصل لپاره فورمول په لاس راوړئ.

دپورتني فعالیت د سرته رسولو په اساس لاندې نتیجه په لاس راځي.

نتیجه : استقرايي استدلال د يو شمير مشاهد و پر بنسټ د عمومي نتيجې اخيستنې طريقه ده. په حقیقت کې یوې کوچنی نمونې ته په لویه نمونه عمومیت ورکول دي.

لومړی مثال: (موږ د خروار نمونه ده) داخبره استقرايي استدلال ته اشاره کوي، ځکه په دې مثال

په هر صورت داپورته د پوهیدلو لپاره پوره ستونځې لري. د ریاضي منطق خورا ساده دی او زه له دې امله ورانديز هم کوم، چې د اووم ټولګي په سر کې دي راشي.

Was ist eigentlich ein algebraischer Ausdruck?

Statt Ausdruck kann man auch Term sagen: Es sind Summen und Produkte, die Variablen enthalten. Bei einem "algebraischer Ausdruck" kommen von den Variablen auch Potenzen vor. Haben alle Potenzen einen natürlichen Exponenten nennt man den algebraischen Ausdruck auch ganzrationalen Ausdruck oder Polynom in einer bestimmten Variable. Ein Bruch von zwei ganzrationalen Ausdrücken heisst ein gebrochen rationaler Ausdruck.

An algebraic expression that cannot be written as a quotient of polynomials.

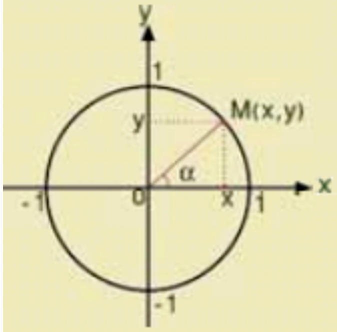
Downloaded from: ketabton.com

ketabton.com - The Digital Library

یولسم ټولګی
د ۱۱ – م ټولګي په درس کې د ترادفونو درس هم شامل دی. په ترادفونو کې هغه غوره او اصلي د څیړني موخه یي د ترادفونو پولي ته تلنه یا نه تلنه یا په انګریزي یې کونورګنت او دیوګنت دي، چې محترم لیکونکي دا هلته نه دي څیړلي.

مثلثاتي مطابقتونه

Trigonometry identities



پوهیږو چې $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ یو الجبري مطابقت دی، ځکه د a او b په ټولو قیمتونو سره د مساوات داوړه خواوي برابرېږي.

آیا $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ یو مثلثاتي مطابقت کېدلی شي؟

فعالیت

• په لاندې جدول کې د α د مختلفو قیمتونو لپاره د A او B افادو قیمتونه بشپړ کړئ.

α	$A=\frac{\cot\alpha}{\csc-1}$	$B=\frac{\csc\alpha+1}{\cot\alpha}$

تعریف: هغه مثلثاتي مساوات چې د زاویې په ټولو قیمتونو سره ، د مساوات دواړه خواوې برابرې شي، مثلثاتي مطابقت بلل کیږي،لکه: $\frac{\cot\alpha}{\csc\alpha-1}=\frac{\csc\alpha+1}{\cot\alpha}$

دا برخه یي پوره نیمګړي پرېښودي ده.
د وکتور شمیرنه یي هم پوره او مناسب نه ده څیړلې.
زه د ۱۱ – م ټولګي کتاب کې هندسي برخې ته داسي لر ګوته نیسم:

۶۳ – مخ

ورکړشوی عنوان:
مثلثاتي معادلې

Downloaded from: ketabton.com

ketabton.com - The Digital Library

- د β د مختلفو قیمتونو لپاره د $1+\tan^2\beta=\sec^2\beta$ او $1-2\sin\beta=0$ ترمنځ څه ډول اړیکې شتون لري.

  _ آیا $1+\tan^2\beta=\sec^2\beta$ یو مطابقت دی، که یوه معادله؟

  _ آیا $1-2\sin\beta=0$ یو مطابقت دی، که یوه معادله؟

له پورتني فعالیت څخه لاندې تعریف په لاس راځي.

تعریف: هغه مثلثاتي مساوات چې د زاویې په ځینو قیمتونو سره د مساوات دواړه خواوې مساوي کېږي، مثلثاتي معادله بلل کېږي.

هر مثلثاتي مطابقت یوه معادله کېدلی شي، خو هره مثلثاتي معادله، مثلثاتي مطابقت نه شي کېدلای.

هره مثلثاتي معادله له لاندې څلورو حالتونو څخه په یو حالت باندې حلولای شو.

مطابقت خو مساوات یا معادله ده، نو دا پوښتنه ولې؟ پوښتنه هم باید د پوښتنې منطق ولري.
پورته تعریف څخه داسې پوهیږو:
هغه مثلثاتي مساوات، چي ... د مساوات دواړه خواوې مساوی کیږي(د مساوات دواړه خواوې مساوي وي، دا د مساوات تعریف دی) مثلثاتي مساوات(معادلي) بلل کیږي.
مثلثاتي مساوات خو طبعآ مثلثاتي مساوات دي، که نه مثلثاتي مساوات مثلثاتي مساوات نه وي، نو بیا به څه وی؟

پورته پوښتنه شوې او له پوښتنې څخه یې لاس ته راوړنه بیا اعلان کړې. دا په دې معنا چې ګوندې د پوښتنې له ځواب یې وروسته بیاتعریف ترې لاس ته راوړي، او همداسې دا پورته تعریف کې چې څه راغلي، نه ژبه ده او نه ریاضي. روښانه ونه: که چیرې دوه الجبري افادې (دلته مثلثاتي افادې) د مساوات نخښې له لارې سره تړلې وي، مساوات بلل کیږي. دلته مثلثاتي مساوات.

له یوې خوا مساوات او معادله همغه معنا ورکوي، خو چې موږ یې په افغانستان کې سره بیلوو، دا به ومنو، خو دا د مخه جمله وګورئ:،، مساوات...و چې .. د مساوات دواړه خواوې مساوي وي. ،،. دا خو هیڅ نه وایي پرته له دې چې مساوات، چې ... مساوات ... مساوات معادله بلل کیږي.
که د پورته توپیر چا د دې لاندې سره و ښود۔ دا د مخه راغلی- نو ډیر به تکره وي. زه خو نه پرې پوهیږم او دا چې دې لیکي په دې هم نه پوهیږم.

تعریف: هغه مثلثاتي مساوات چې د زاویې په ټولو قیمتونو سره ، د مساوات دواړه خواوې برابرې شي، مثلثاتي مطابقت بلل کېږي،لکه: $\dfrac{\cot\alpha}{\csc\alpha-1}=\dfrac{\csc\alpha+1}{\cot\alpha}$

توپیر یې دا دی، چې په یوه کې ځنې او په بل ټول قیمتونه راغلي، خو مساوات خو لا له ورایه دي.
۶۵ ـــ م مخ

Downloaded from: ketabton.com

ketabton.com - The Digital Library

لومړی مثال: د $\frac{\sin\alpha\cos\alpha\cdot\tan\alpha\cot\alpha}{1-\sin^2\alpha}$ مثلثاتي افاده ساده کړئ.

حل:

$$\frac{\sin\alpha\ \cos\alpha\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\cdot\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}}{\cos^2\alpha}=\frac{\sin\alpha\cdot\cos\alpha}{\cos^2\alpha}=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\tan\alpha$$

دويم مثال: د $\sin^2\beta\cdot\cot^2\beta+\cos^2\beta\cdot\tan^2\beta+\tan^2\beta=1+\tan^2\beta$ مثلثاتي مطابقت ثبوت کړئ.

حل: په لاندې ډول افاده ساده کوو:

$$\sin^2\beta\cot^2\beta+\cos^2\beta\tan^2\beta+\tan^2\beta=\sin^2\beta\frac{\cos^2\beta}{\sin^2\beta}+\cos^2\beta\cdot\frac{\sin^2\beta}{\cos^2\beta}$$
$$+\tan^2\beta=\cos^2\beta+\sin^2\beta+\tan^2\beta=1+\tan^2\beta$$

دريم مثال: لاندې افاده د $\cos\beta$ له جنسه حساب کړئ.

$$(1-\sin^2\beta)\ \ (1+\sec^2\beta)=?$$

حل: $(1-\sin^2\beta)(1+\sec^2\beta)=\cos^2\beta(1+\frac{1}{\cos^2\beta})=\cos^2\beta(\frac{\cos^2\beta+1}{\cos^2\beta})=\cos^2\beta+1$

تريګونومتريکي مساوات:
يو تريګونومتريکي مساوات هغه دی،، چې په هغه کې د ټاکلکيدو متحوله د تريګونومتريکي توابعو په مستقله متحوله کې منځ ته راشي.

بيلګه:
تريګونومتريکي مساوات
$$\sin\ x=\cos\ x$$

کې کيدی شي سړی د $\cos x=\sqrt{1-\sin^2\ x}$ اړيکو د بڼه بدلون له لارې و

$$\sin\ x=\sqrt{1-\sin^2\ x}.$$
واړوي.

د مربع کولو له لارې لرو
$$\sin^2\ x=1-\sin^2\ x$$
نو دی
$$\sin\ x=\pm\sqrt{\frac{1}{2}}$$
د دې حل سره
$$x=45^\circ\pm k\cdot 90^\circ\quad(k=0,1,2,...)$$

همداسې د قوس اندازې له لارې
$$x=\frac{\pi}{4}\pm k\cdot\frac{\pi}{2}\qquad(k=0,1,2,...).$$

Downloaded from: ketabton.com

ketabton.com - The Digital Library

دا چي مربع بنه بدلون ورته يا اكويوالنت بنه بدلون نه دی، نو دا حل بايد په وتونمساوات کي ربښتيا وګنل شي. له دي سره په وتونمساوات کي لاندي حل لاس ته راځي

$$x = \frac{\pi}{4} \pm 2k \cdot \frac{\pi}{2} \qquad (k = 0, 1, 2, ...).$$

۷۰ ــم مخ

لومړی حالت: د $a\sin\alpha + b = 0$ معادله د پورتنی معادلې په حل کې د مناسب ځواب د پیدا کولو لپاره لاندې مثالونه په پام کې ونیسئ.

پورته ليکنه د پوهيدلو نه ده. همداسې دالاندې هم د پوهيدلو څه نه لري.

۷۳ ــ م مخ

څلورم حالت: د $\cot x + b = 0$ معادله، د معادلې د عمومي حل لپاره لاندې مثالونو ته پام وکړئ.

لومړی مثال: د $\cot x - 1 = 0$ معادله حل کړئ.

د سمون: لپاره به نسبتآ بنه وای که داسې يې ليکلي وای: د $a\sin\alpha + b = 0$ معادلې د عمومي حل لپاره لاندې مثالونه په پام کې ونيسئ.

مساوات

له يوې خوا څخه خو مساوات او معادله (Equation) همغه معنا ورکوي، خو چې موږ يې په افغانستان کې سره بيلوو، دا به ومنو، خو دا د مخه جمله وګورئ:،، مساوات...و چې .. د مساوات دواړه خواوي مساوي وي. ،،. دا خو هيڅ نه وايي پرته له له دې چې مساوات، چې ... مساوات ... مساوات معادله بلل کيږي.
بيا يې راوړو:

تعريف: هغه مثلثاتي مساوات چې د زاويې په ځينو قيمتونو سره د مساوات دواړه خواوې مساوي کيږي، مثلثاتي معادله بلل کيږي.

دا به بې له رياضي داسې ووايو: زردالو ميوه، چې د دې ونې زردالو دی يا د دې ونې څخه راشکول شوی زردالو دی، وښايي، چې دا د دې ونې زردالو د دې ونې مندته ده (موږ زردالو ته مندته وايو) .

۷۰ ــم مخ

لومړی حالت: د $a\sin\alpha + b = 0$ معادله د پورتنی معادلې په حل کې د مناسب ځواب د پیدا کولو لپاره لاندې مثالونه په پام کې ونیسئ.

۷۳ ــ م مخ

څلورم حالت: د $\cot x + b = 0$ معادله، د معادلې د عمومي حل لپاره لاندې مثالونو ته پام وکړئ.

لومړی مثال: د $\cot x - 1 = 0$ معادله حل کړئ.

دا پورته ټول يو ډول بې څه ويني بيلګي دي.

۹۸ ــ م مخ

Downloaded from: ketabton.com

ketabton.com - The Digital Library

له يو بل سره د دوو مستقيمو كرښو نسبي حالت:

1- كه چيرې دوه مستقيم خطونه په يوه مستوي كې شـامل وي، نوموړي خطونـه د همغـې مـستوي خطونـه بلل كيږي، او يو له لاندينيو حالتونو(وضعيتونو)څخه لري.

۱۰۰ – م مح

اوضاع نسبی دو خط مستقیم با یکدیگر

هر گاه دو خط مستقیم دریک مستوی قرار گیرند، خطوط مذکور هم مستوی نامیده شده ویکی از وضعیت های زیر را دارا می باشند:

تر اوسه زموږ كار په مستوي كې دی او بل څه مو زده كړئ ته نه دي رامنځ ته كړي، نو دا ليكنه ولې؟

۱۰۴

د قضيې پايله:

i) كه په ترتيب سره د دوو زاويو ضلعې موازي او هم لوري وي، نوموړي زاويې يو له بل سره مساوي دي.

ii) كه د دوو زاويو يوه، يوه ضلع مـوازي او هـم جهتـه وي او د هغو يـوه، يـوه ضـلع يـې مـوازي او مختلف جهتونه(لوري) ولري، د دغو دوارو زاويو پراخوالي 180° دی.(ثبوت يې د زده‌كوونكو دنده ده).

د دوو متنافر و مستقيمو كرښو ترمنځ زاويه:

تعريف: په فضاكې د دوو متنـافر و مـستقيمونو تـرمنځ زاويـه لـه هغې زاويې څخـه عبـارت ده چې د يـوې مستوي په يوه اختياري نقطه كې له هغو سره د دوو موازي مستقيمونو د رسمولو په واسطه حاصليږي

۱۰۶-م مخ گران ليكونكى د هندسئ ځيرو غرېږي، مگر عكس يي هيڅ ځاى كي نه شته، چي دا پخپله درس د ناسمون سره مخامخ كوي او دا پورته د ،، قضيې پايله،، ناسمه ده. دا ۱۸۰ درجې نه ده. كه چيرې گرام ليكونكى دې د دي ځيرو وباسي، نو وزته روښانه به شي..

غوره يادونه: په زياتو هندسي درسونو كې ځيري نه شته، چي دا هغه غوره نيمگرتيا بلل كيږي. دا په دې معنا چي درس ناسم دی.

نتایج قضیه:

I- اگر اضلاع دو زاویه بالترتیب موازی و هم جهت باشند زوایای مذکور باهم مساوی می باشند.

II- اگر یک یک ضلع دو زاویهٔ موازی و هم جهت و یک یک ضلع دیگر آنها موازی و دارای جهات مخالف باشند. مجموع وسعت این دو زاویه 180° است، شاگردان نتایج را ثبوت کنند.

زاویه بین دو خط مستقیم متنافر

تعریف: زاویه بین دو خط مستقیم متنافر درفضا عبارت از زاویه است کـه توسـط ترسیم دو خط مستقیم موازی به آنها از یک نقطهٔ اختیاری دریک مستوی حاصل می گردد.

Downloaded from: ketabton.com

۱۸۵ ـم مخ

پایله: که چیرې دیوه نامعلوم قیمت د پیداکولو لپاره چې ددوو معلومو عددونو تر منځ پروت وي، د معلوموعـددونو په مرسته نامعلوم عدد پیداکړو، په دې صورت کې نوموړې طریقه د خطي انټرپولېشن په نامه یادیږي.
که یو څلور رقمي عددلکه: 1.234 ولرو، نه شوکولای د هغه لوګاریتم له درې رقمي جدول څخه پـه لاس راوړو، نو د دې ډول عددونو لوګاریتم د خطي انټرپولېشن په واسطه پیداکولای شو.

۱۵۵ ـ مخ

د اکسپوننشیل تابع خاصیتونه: له تیرو معلوماتو څخه په ګټه اخیستنې سره د اکسپوننشیل تابع خواص پـه لانـدې ډول بیانوو

1. د هرې اکسپوننشیل تابع د تعریف ناحیه ټول حقیقي عددونه او د قیمتونو ناحیه یې مثبت حقیقي عددونه دي.
2. هره اکسپوننشیل تابع یوپه یو (injective) ده یعنې د هر

$$x_1 = x_2 \Rightarrow f(x_1) = f(x_2)$$

$$x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$$

دا پورته ادعا چې ګران لیکونکي د اکسپوننشل تابع لپاره کوي بیخي ناسمه ده. دا کیدی شي په هغه حالت کې صدق وکړي، چې برابر بنسټونه ولري. په داسې حال کې بیا د داسې ادعا راوړل نا اړین دي.
که دا یوه الجبري تابع وي، نود اینجکتیویتي لپاره یې هم دا راوړنه ناسمه ده، چې زه یې سمون په لاندې انګرېزي متن کې راوړم. ژباړې ته به یې اړتیا نه وي.
یادونه: اکسپوننشل تابع الجبري تابع نه ده. دې ته ترانسڅندنت تابع وایې.

د لاندې انګرېزي ژباړه: f دې یوه تابع وي، چې تعریفست یې Aده. تابعf د ټولو a او b لپاره چې په A کې دي ، اینجکتیو ده ټیک هلته او هلته (ژباړې: یا هلته او په څټ یا دران جای و برعکس) که f(a) = f(b)وي، څکه چې a=bده، دا دی، له f(a) = f(b) لرو a = b . دې ته ورته یا دې ته ایکویوالنت یا هم ارزښته، که $a \neq b$ ، نو $f(a) \neq f(b)$.
سیمبولیک،

$$\forall a, b \in A, \quad f(a) = f(b) \Rightarrow a = b$$

کوم چې منطقي ایکویوالنت یا برابرارزښته دی و کونترا پوزیتیو یا برعکس ته

$$\forall a, b \in A, \quad a \neq b \Rightarrow f(a) \neq f(b)$$

ځیره یې لاندې شته

Definition[edit]

For more details on notation, see function(mathematics) § notation.

Let *f* be a function whose domain is a set *A*. The function *f* is **injective** if and only if for all *a* and *b* in *A*, if *f*(*a*) = *f*(*b*), then *a* = *b*; that is, *f*(*a*) = *f*(*b*) implies *a* = *b*. Equivalently, if *a* ≠ *b*, then *f*(*a*) ≠ *f*(*b*).

Symbolically,

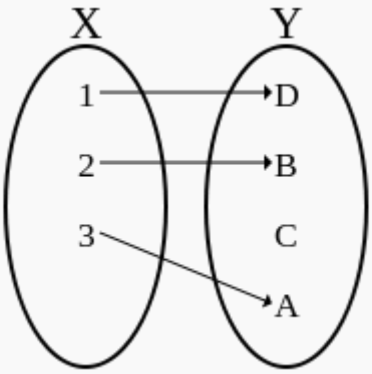
$$\forall a, b \in A, \quad f(a) = f(b) \Rightarrow a = b$$

which is logically equivalent to the contrapositive,

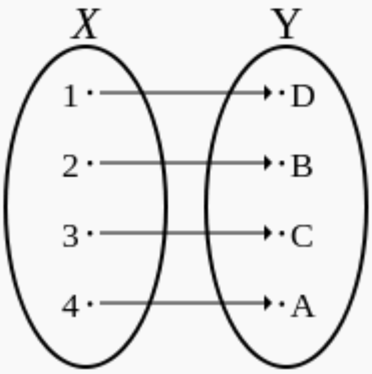
Downloaded from: ketabton.com

ketabton.com - The Digital Library

$$\forall a, b \in A, \quad a \neq b \Rightarrow f(a) \neq f(b)$$



An injective non-surjective function (not a bijection)



وايي چې موټی د خروار نمونه ده. دا بسيا کوي. نورې ليکنې هم په همدې توګه دي.

د ۱۲ ټولګي کتاب منځپانګي ته داسي ځغلند نظر او ټيکاوی يي:

دا چې ليکوالانو د دې لپاره، چې له پولي يا ليميټ څخه پيل وکړې، له رديفون يا ترادفونو(پرله پسيو) څخه يي پيل کړې
او د همدې د پيل مخ څخه يې ناسم ليکلی.
دا موضوع بايد په يولسم ټولګي کې په پوره پيمانه څيړل شوې وی، مګر هلته هم دا کار پوره نيګړی شوی. د پرلپسيو
څيرنه ځکه اړينه ده، چې و پوهيږو، د ناپای غړو (دوی يي حدونه او يا جملې بولي) سره ترادف چيرته ځي، يوې
پولې ته ځي، له ټولو پولو اوړي او که مبهمه يا ناټاکلي پولې لري.
په دې هکله د يولسم ټولګي ليکوالانو دا برخه پوره نيمګړې پرېښودلې يا هغه اړيين څه يې هيڅ نه دي راوړي، چې زه
دلته اوس په دې هکله پوره خبرې نه کوم او راځم د ۱۲ ـم ټلګي کتاب ته.

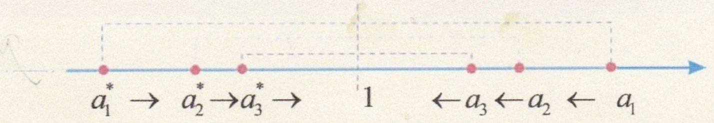
د دولسم ټولګي کتاب:
لومړي: په دولسم ټولګي کې پيل له ترادفونو شوی او په سر کې يي دوه ترادوفونه راوړي او دا يي بيا په يوه ګراف يا
کرښه د ښې او کيڼې لورې يوې پولې ته ځغلولي.
د کتاب ۳ ـم مخ

Downloaded from: ketabton.com

ketabton.com - The Digital Library

پایله:لیدل کېږي، چې د a_n ترادف له ښي لوري څخه د 1 او د a_n^* ترادف له کیڼ لوري څخه د 1 عدد ته د n په زیاتېدو سره نږدې کېږي، یعنې:

_ د a_n ترادف کله چې n بې نهایت ته تقرب وکړي، مساوي په(1) سره کېږي او همداشان د a_n^* د ترادف n – ام حد که n بې نهایت ته نږدې شي هم مساوي له (1) سره کېږي.



ددې لپاره چې د لېمیټ مفهوم مو ښه څرګند کړی وي، په لومړی پړاو کې هغه په څو ترادفونو کې د ګراف په پام کې نیولو سره تر څېړنې لاندې نیسو.

زه پوهیږم، چې دا کار دې درنو لیکوالانو ولې کړی؟
له همدې پیله روښانیږي، چې محترم لیکونکي د درس سره کومه بلدتیا نه لري.
په پورته کې دا دوه پرلپسې هیڅکله له) ۱ « سره نه برابریږي، لکه ښاغلی لیکوال چې لیکي.
پسې یې بیا د پرلپسې یا ردیفونو لپاره بیل بیل ګرافونه کښلي.
په پرلپسیو یا ردیفونکي چې موږ لیمټ راوړو، نو موخه تري د پرلپسې کونورګنت او ډیورګنت دي. په پرلپسې کې اړین نه ده، چې د کونورګنت حالت کې دي پرلپسې له دواړو لورو پولې ته لاړ شي، خو داسي پرلپسې شته او هغه یو ترادف دی نه دوه.
دویم: دا لاندې څه چې راغلي، هم کوم درس پوري اړوندوالی نه لري، همداسې څه یې لیکلي. دی د ناسم د ترادف درس څخه سملاسي داسې یوې موضوع ته راغلی او بیا د ښي او کیڼ لوري لیمیټ ته راځي او که وکتل شي، نو په لیکنو کې کوم توپیر نه شته. دلته د زده کړې څه نه لیدل کیږي او دا اخره کرښه یې داسې ده، چې په دې موضوع کې کومه پوهه هم نه لري.
که چیرې دا ټیک هم وي، نو ځای یې بې ځایه څکه راوړي، چې د ښی او کیڼي لور لیمټونه، چې هلته هم ناسم دي، په اووم ځخ کې څیړل(که چیرې څیړنه یې وبولو)

په لاندې کې ،، د متحول تقرب،، یعنې څه؟ دا هیڅ مفهوم یا ترې پوهیدنه نه لري. که ... ترادف وي هم باید د ترادف په ډول ولیکل شي او که تابع وي هم باید د تابع په ډول ولیکل شي.

Downloaded from: ketabton.com

ketabton.com - The Digital Library

د متحول تقرب: ویل کېږي چې د x متحول د a عدد ته تقرب کوي، په داسې حال کې چې x په اختیاري ډول د a عدد ته نږدې کېږي، یعنې د x او a ترمنځ تفاوت له هر کوچنې عدد ($\delta > 0$) څخه کوچنې دی یا په لاندې ډول:

$$\forall \delta>0: |x-a|<\delta \quad \text{یا} \quad \lim_{x\to a} x = a \quad \text{یا} \quad x\to a \quad \text{یا} \quad |x-a|\to 0$$

له ښي لوري د متحول تقرب: ($x\to a^+$) که چیرې د x د قیمتونو یو متناقص ترادف موجود وي په داسې حال کې چې په تدریجي ډول د a اختیاري عدد ته نږدې شي.

$$x:\ a+0.1,\ a+0.01\ ,\ a+0.001\ ,\ a+0.0001\ ,\ \ldots \to a^+$$

له کیڼ لوري د متحول تقرب: ($x\to a^-$) که چیرې د x د قیمتونو یو متزاید ترادف موجود وي په داسې حال کې چې x په تدریجي ډول د a اختیاري عدد ته نږدې شي.

$$x:\ a-0.1,\ a-0.01\ ,\ a-0.001\ ,\ a-0.0001\ ,\ \ldots \to a^-$$

نو د x د متحول تقرب د a عدد ته معادل دی د x د متحول تقرب له ښي لوري او د x د متحول تقرب له چپ لوري؛ یعنې:

$$x\to a \iff (x\to a^+\ ,\ x\to a^-)$$

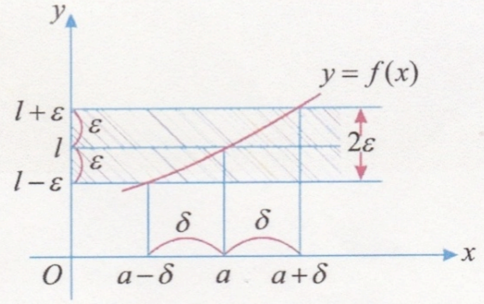
د

$$\forall \delta>0: |x-a|<\delta \quad \text{یا} \quad \lim_{x\to a} x = a \quad \text{یا} \quad x\to a \quad \text{یا} \quad |x-a|\to 0$$

ډول لیکنو سره ګران لیکونکي بلدتیا نه لري او نه داسې څه د مخه راغلي، چې روښانه شوي وي
داسې لیکنې د ښوونځیو لپاره ستونځمنې دي. له دې امله ماهم په خپلو لیکنو کې نه وې راوړې. ګورو چې د کتاب ناسموونکي هم دا څه ناسم یا بې له تشریح کارولي.
په دې هکله زما لیکنه په لاندې کې شته.

دریم: په لاندې تعریف کې د پوهیدلو څه نه شته او په دې ریاضیکي تعریف خو نه پوهیږي، څکه چې په لاندې یې د پوښتنې د حل نتیجه راوستلې او دا بحث له دې سره په ربښتیا کې هیڅ سر او کار نه لري.

تعریف: که چیرې د $f(x)$ تابع په یوه غیر تړلي انتروال کې چې د a عدد په هغې کې ګډون لري کیدای شي چې تابع په a کې نه وي تعریف شوې. که چیرې د x متحول د a عدد ته نږدې شي نو د $f(x)$ تابع د l عدد ته نږدې کېږي، نو ویل کېږي چې د $f(x)$ تابع لیمیټ عبارت له l څخه دی، کله چې د x متحول د a عدد ته تقرب وکړي نو داسې یې لیکو: $\lim_{x\to a} f(x) = l$ یا $\begin{matrix} x\to a \\ f(x)\to l \end{matrix}$



$$\forall \varepsilon>0 \quad \exists \delta>0 \ :\ |x-a|<\delta \ \Rightarrow\ |f(x)-l|<\varepsilon$$

$$\lim_{x\to a} f(x)=l \iff (|x-a|\to 0 \Rightarrow |f(x)-l|\to 0)$$

Downloaded from: ketabton.com

ketabton.com - The Digital Library

دا سومبولونه ∀ او ∃ نه دي ښوول شوي، چې څه شی دی او څه بلل کیږي.
ښاغلي لیکونکی په اووم مخ کې بیلګه راوړي او بیا دا ښایي، ښي او کیڼي لورې لیمیټ یې شمیري.

باید د $\lim_{x\to3}\frac{x^2-9}{x-3}=6$، لپاره $x\neq 3$ ولیکي،چې هلته فنکشن تعریف نه دی. دی بیا په ناسمه توګه په جدول کې لیکي. دا چې دا باید څنګه ولیکل شي، زماپه لیکنو کې شته.

دویمه بېلګه: و ښیئ چې $\lim_{x\to3}\frac{x^2-9}{x-3}=6$ سره دی.

حل: د ښي او کیڼي خوا لېمیتونه تر څېړنې لاندې نیسو:

x	3.5	3.1	3.01	3.001	...	3^+
$f(x)$	6.5	6.1	6.01	6.001	...	6

$\Rightarrow \lim_{x\to3^+}\frac{x^2-9}{x-3}=6$

x	2.5	2.9	2.99	2.999	...	3^-
$f(x)$	5.5	5.9	5.99	5.999	...	6

$\Rightarrow \lim_{x\to3^-}\frac{x^2-9}{x-3}=6$

لیدل کېږي چې د ښی خوا او کیڼي خوا لېمیتونه سره مساوي دي، نو $\lim_{x\to3}=\frac{x^2-9}{x-3}=6$ دي.

په پورته کې xد 3 قیمت نه شي اخستلی، هلته فنکشن تعریف نه دی، نو له دې امله په جدول کې، نه د ښی لورې او نه د کیڼي لورې دا ارزښت 3 اخستلی شي، هلته 3 ته ور نږدې کیږي.
د بیلګې حل یې هم بیا سم نه دی کړي، په هغه ورسره بلده لار.
دا هغه د کاغي او د زرګې خبره ده........

دویمه طریقه: د لېمیټ د تعریف په پام کې نیولو سره فرضوو چې د هر اختیاري کوچني عدد ε لپاره یو δ شتون لري داسې چې:

$$\forall\varepsilon>0\quad \exists\delta>0:\ |x-a|<\delta\ \Rightarrow\ |f(x)-l|<\varepsilon$$

$$|x-3|<\delta\ \Rightarrow\left|\frac{x^2-9}{x-3}-6\right|=\left|\frac{(x-3)(x+3)}{x-3}-6\right|=|x+3-6|=|x-3|<\varepsilon$$

$$\Rightarrow\varepsilon=\delta$$

د بیلګې د حل نتیجه
ε = δ
دا د دی بحث سره سر او کار نه لري یعني دا مو موخه نه ده، نو باید ووایم، چې دروند لیکونکي د موضوع څخه بوي هم نه وړي.(بخښنه دې وي، که زما لیکنې داسې لږ توندې برېښي)
او بې ځایه مخ ته ځي، چې څه ترې پوهیدل کیږي هم نه.

له پورتني اړیکې څخه دا معلومېږي چې ε له δ سره اړیکه لري، که δ ته قیمت ورکړو ε قیمت اخلي او که ε ته قیمت ورکړو δ قیمت اخلي، بنا پر دې هغه تعریف چې د لېمیټ لپاره موجود دی سم دی او تابع لېمیټ لري، یعني: $\lim_{x\to3}\frac{x^2-9}{x-3}=6$

دې پورته ته په لنډه توګه زما نوره لیکنه او تیکاوی:

د کتاب په پیل کې راوړل شوي د ترادف یا پرلپسې موضوع باید د یوولسم ټولګي کتاب کې پوره څېړل شوې وی، مګر هلته یې یوائې دا نومونه راوړل شوي او نور لیکونکي – بې له دې، چې د موضوع اړیین څه راوړي - له موضوع څخه تیر شوی.

د دې موعوع څخه موخه د ترادف پولي ته تلنه یا کونورګنت او له پولې اووښتنه یا ناپای ته تلنه یا ډیورګنت او... دي، چې بې له دې په رښتیا کې د ترادف یا پرلپسې څېرنه کوم غوره والی یا اهمیت نه لري، یعني خپله موخه له لاسه

Downloaded from: ketabton.com

ketabton.com - The Digital Library

ورکوي. دا د یوولسم ټوګي د ترادف درس، نو په رښتیا کې خپل غوره والی او اړینوالی له لاسه ورکوي. نور سموالي او ناسموالي ته یې ګوته نه نسم، همدا بسیا کوي، چې څه په کې نه دي ویل شوي یا لیکل شوي.

د ۱۲ ـم ټولګي کتاب ته:

یادونه: دا چې ګومان کیږي د داسي لیکنو سره به بلدتیا لږ وي، نو تشریح به راڅخه لږ ډېره شي.

د ،، پوله ارزښت،، په څیره کې ښوونه

که $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ د حقیقي اعدادو (ګڼونو) ترادف یا پرلپسې وي، نو عدد $a\in\mathbb{R}$ د دې ترادف یا پرلپسې پوله ارزښت بلل کیږي او پرلپسې a ته کونورګیر کیږي یا a ته هڅیږي یا نږدې کیږي، که د هر $\varepsilon>0$ لپاره په انتروال $(a-\varepsilon,a+\varepsilon)$ کې له یوه اندکس یا پیژند نخښې اخوا یا وروسته یا پسې د پرلپسې یا ترادف ټول غړي(دوي یې حدونه یا جملې بولي، نه پوهیږم ولې؟) د انتروال په دننه کې او فقط پای ډېر غړي له انتروال څخه دباندې پراته وي.

(دنورې اوږدې روښانه ونکي شننې څخه تیریږم)

لنډ پیژند یې:

عدد $a\in\mathbb{R}$ د ترادف $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ پوله بلل کیږي، که د ټولو $\varepsilon>0$ لپاره یو طبیعي یا پیداښتي عدد N شتون ولري، داسې چې $|a_n-a|<\varepsilon$ باور ولري، که $n\geq N.$ وي.

دا پیژند راکوي، چې: د هر $\varepsilon>0$ لپاره یو ایندکس N شته، داسې چې له دې ایندکس یا پیژندنخښې وروسته د پرلپسې(ترادف) ټول غړې د ε څخه په کم واټن له a لرې پراته دي یعنې له ε څخه چې a ته څومره نږدې دی دا نور هم a ته نږدې دي.

د $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ د پولې ارزښت لیکلو لپاره خپل ځانله سومبول لرو: $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=a$

د دې لیکدود سره سم د یوې پرلپسې پوله ارزښت تعریف داسې رالنډولی شو:

$$\lim_{n\to\infty}a_n=a \quad\Longleftrightarrow\quad \forall\varepsilon>0\;\exists N\in\mathbb{N}\;\forall n\geq N:\;|a_n-a|<\varepsilon$$

د داسې لیکنو لپاره د ε (لوستل: ایپسیلون) توری ورځنی یا مروج شوی.

بیلګه:

په یوه بیلګه کې یې روښانه کوو:

د دې لپاره چې د $\frac{1}{n}$ پرلپسې یا ردیف و 0 ته کونورګنت وښایو، یو د مخه ورکړ شوي ε ته یوه په خوښه طبیعي عدد یا ګڼ N ټاکو، چې له $\frac{1}{\varepsilon}$ لوی وی، نو د ټولو $n>N$ لپاره باور لري:

Downloaded from: ketabton.com

ketabton.com - The Digital Library

$$|a_n - 0| = \frac{1}{n} < \frac{1}{N} < \varepsilon$$

موضوع اوږدولی نه شم، ځکه چې دا یو درس نه دی، دا فقط په موضوع داسې لږ رڼا اچونه ده.

د فنکشن پوله ارزښت:

یادونه: د دې ۱۲ – م ټولګي د درس دا هغه اصلي موضوع ده.

د فنکشن پوله ارزښت په لاندې توګه پيژنو یا تعریفوو:

$\lim_{x \to p} f(x) = L$

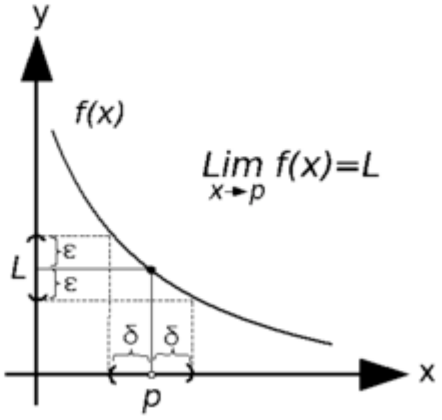
پيژند: د فنکشن f پوله ارزښت، د x لپاره چې p ته نږدې کيږي، L دی او داسې يې ليکو:

لوستل يې هم همداسې دي لکه پورته تعریف

داسې يې شميرپوهنيز ليک دود باندې تعريفوو:

فنکشن f پوله ارزښت L لري، که د هر 0 < ε لپاره يو 0 < δ شتون ولري، داسې چې د هر x لپاه د $0<|x-p| < \delta$ سره $|f(x)-L| < \varepsilon$ هم باور ولري.

د پورته شميرپوهنيز يا رياضيکي فنکشن پوله ارزښت لپاره لاندې ځيره



پورته دوه تعريفونه برابر ارزښته دي يعنې له يوه څخه بل لاس ته راځي او په څټ يا برعکس يعنې ليکو:
تعريف: د فنکشن f پوله ارزښت، چې x و p ته نږدې کيږي، L دی، ټيک هلته يا هلته او هلته يا هلته او په څټ، يا له دې لاس ته راځي او په څټ يا برعکس چې د هر 0 < ε لپاره يو 0 < δ شتون ولري، داسې چې د هر x لپاه د $0<|x-p| < \delta$ سره $|f(x)-L| < \varepsilon$ هم باور ولري.

دلته هم په همدومره بسيا کوو، که څه هم روښانه کيدل نورې شننې ته هم اړتيا لري.

دې ته دلته په اخر کې بيا ګوته نيسم، چې دا شميرپوهنيز يا رياضيکي ډول ليکنې ستونځمنې دي او بايد ترې تير شو، د ترادفونو او فنکشنونو لپاره.

دا نور پاتې درس هم په همدې ترتيب ګران ليکونکي ليکلی چې زه نور پرې نه غږيږم.
دا بسيا کوي، چې کتاب د ښوونځيو څخه راټول شي او له سره وليکل شي.

ستاسو له سرې سينې څخه – که ومو لوسته- ډيره مننه.

ستاسو ډاکتر ماخان شينواری.

Downloaded from: ketabton.com

ketabton.com - The Digital Library

Downloaded from: ketabton.com

Thank you for reading

Find more e-books and articles on Ketabton - your multilingual digital library.

www.ketabton.com

Ketabton - Pashto, Farsi, Arabic & English